Der

kleine Rechner

oder

theoretisch - practisches

Rechenbuch

von

Heinrich Westberg.

II. Lehrstufe.

REVAL, 1857.

Verlag von Franz Kluge.

Der Druck wird gestattet
unter der Bedingung, dass nach Vollendung desselben die gesetzlich bestimmte Anzahl von Exemplaren dem Rigischen Censur-Comité vorgestellt werde. — Riga, den 23. Januar 1857.

Censor Dr. J. G Krohl.

№ 32.

Gedruckt bei Lindfors' Erben.

Inhaltsverzeichniss.

Von der Erhebung einer Zahl zum Quadrat und zum Cubus und von der Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel . . . § 1.
Von den Verhältnissen und Proportionen . . . . § 18.
Von der arithmetischen Progression . . . . § 42.
Von der Regel de tri . . . . § 45.
Von der einfachen Zins- oder Interessenrechnung . . . . . § 46.
Von der Rabattrechnung . . . . § 47.
Von der zusammengesetzten Regel de tri . . . . § 48.
Von der Basedowschen Regel . . . . § 49.
Von der zusammengesetzten Regel de tri durch einfache Schlussrechnung . . . . § 50.
Von der zusammengesetzten Zinsrechnung . . . . § 51.
Von der einfachen Gesellschaftsrechnung . . . . § 52.
Von der zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung . . . . § 53.
Von dem Kettensatz . . . . § 54.
Von der Zinseszinsrechnung . . . . § 55.
Von der Mischungs- oder Alligationsrechnung . . . . . . § 56.
Von der zusammengesetzten Mischungsrechnung . . . . . § 57.
Aufgaben zur Wiederholung . . . . § 58.
Tabelle über Masse, Gewichte und Münzen in Russland . . . § 59.
Tabelle über ausländische Münzen, Gewichte und Masse mit den russischen verglichen . . . . § 60.

Von der Erhebung einer Zahl zum Quadrat und zum Cubus und von der Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel.

§ 1. Das Produkt aus 2 gleichen Factoren nennt man das Quadrat oder die Quadratzahl, und das Produkt aus 3 gleichen Factoren, den Cubus oder die Cubikzahl eines dieser gleichen Factoren. Ein Factor der Quadratzahl heisst die Quadratwurzel aus derselben, und ein Factor der Cubikzahl die Cubikwurzel aus ihr.

§ 2. Die Quadrat- und Cubikwurzel aus einer Zahl ziehen, heisst: eine Zahl finden, die im ersten Falle zum Quadrate, und im zweiten Falle zum Cubus erhoben, der gegebenen Zahl gleich ist, oder ihr so nahe wie möglich kommt.

Die Produkte aus 2, 3, 4 u. s. w. gleichen Factoren heissen auch entsprechend die 2te, 3te, 4te u s. w. Potenz dieser Factoren. Es ist in vielen Fällen hinreichend, die Potenz nur anzuzeigen, auf welche eine Zahl erhoben werden soll, und man thut es dadurch, dass man die Potenz oben an die rechte Seite der Zahl setzt, z. B. 5^2 d. i. 5 auf der zweiten Potenz oder das Quadrat von $5 = 25$. Ebenso ist 5^3 d. i. 5 auf der 3ten Potenz oder der Cubus von $5 = 125$.

§ 3. Das Zeichen für die Ausziehung der Quadratwurzel aus der Zahl a ist: $\sqrt[2]{a}$ oder auch $\sqrt{a}$, und für die Ausziehung der Cubikwurzel aus der Zahl a ist: $\sqrt[3]{a}$. Die Zahl, aus der eine beliebige Wurzel gezogen werden soll, heisst Radicant.

§ 4. Bevor wir zur Wurzelausziehung schreiten, haben wir uns zunächst folgendes zu merken: jede zweiziffrige Zahl kann in 2 Theile zerlegt und dann zum Quadrat oder Cubus erhoben und daraus erkannt werden, aus welchen Bestandtheilen der Radicant einer Quadrat- oder Cubikzahl besteht; z. B.

1) $57 \times 57 = (50 + 7) \times (50 + 7) = 50^2 + 2 . 50 . 7 + 7^2$;
2) $57 \times 57 \times 57 = (50 + 7) \times (50 + 7) \times (50 + 7) = 50^3 + 3 . 50^2 . 7 + 3 . 50 . 7^2 + 7^3$.

Nennt man den ersten Theil einer zweiziffrigen Zahl a und den zweiten Theil derselben b; so erhält man für die Quadratzahl die allgemeine Formel:

I. $(a + b)^2 = a^2 + 2\, a\, .\, b + b^2$, und für die Cubikzahl die allgemeine Formel:

II. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Demnach besteht das Quadrat jeder zweitheiligen Zahl jederzeit aus 3 Theilen, nämlich: 1) aus dem Quadrat des ersten Theils (a^2); 2) aus dem doppelten Produkte beider Theile ($2a \cdot b$), und 3) aus dem Quadrate des zweiten Theils (b^2); und der Cubus jeder zweitheiligen Zahl aus 4 Theilen, und zwar 1) aus dem Cubus des ersten Theils (a^3); 2) aus dem dreifachen Produkte des Quadrats des ersten Theils mit dem zweiten Theile ($3a^2 \cdot b$); 3) aus dem dreifachen Produkte des ersten Theils mit dem Quadrate des zweiten Theils ($3a \cdot b^2$), und 4) aus dem Cubus des zweiten Theils (b^3).

§ 5. Man kann nun auf gleiche Weise auch leicht das Quadrat und den Cubus von drei-, vier- und mehrziffrigen Zahlengrössen entwickeln, wie das Folgende zeigt:

III. $(a + b + c)^2 = [(a + b) + c]^2 = (a + b)^2 + 2\,(a + b)\,.\,c + c^2$; und nach Formel I. $= a^2 + 2a\,.\,b + b^2 + 2\,(a + b)\,.\,c + c^2$. Und

IV. $(a + b + c + d)^2 = [(a + b + c) + d]^2 = (a + b + c)^2 + 2\,(a + b + c)\,.\,d + d^2$; und nach Formel III. $= a^2 + 2a\,.\,b + b^2 + 2\,(a + b)\,.\,c + c^2 + 2\,(a + b + c)\,.\,d + d^2$.

V. $(a + b + c)^3 = [(a + b) + c]^3 = (a + b)^3 + 3\,(a + b)^2\,.\,c + 3\,(a + b)\,c^2 + c^3$. Und nach Formel II. $= a^3 + 3\,a^2\,.\,b + 3a\,.\,b^2 + b^3 + 3\,(a + b)^2\,.\,c + 3\,(a + b)\,.\,c^2 + c^3$.

VI. $(a + b + c + d)^3 = [(a + b + c) + d]^3 = (a + b + c)^3 + 3\,(a + b + c)^2\,.\,d + 3\,(a + b + c)\,.\,d^2 + d^3$. Nach der entwickelten Formel V. $= a^3 + 3a^2\,.\,b + 3a\,.\,b^2 + b^3 + 3\,(a + b)^2\,.\,c + 3\,(a + b)\,.\,c^2 + c^3 + 3\,(a + b + c)^2\,.\,d + 3\,(a + b + c)\,.\,d^2 + d^3$.

Durch die Entwickelung dieser Formeln sind uns nun die Bestandtheile einer Quadrat- und Cubikzahl von einer zwei-, drei- und viertheiligen Zahlengrösse vor Augen gelegt, und es wird uns ein Leichtes sein, nach ihnen die Quadrat- und Cubikwurzel aus jeder gegebenen Zahl zu ziehen.

§ 6. Um leicht zu erkennen, aus wie viel Ziffern die Quadrat- oder Cubikwurzel einer gegebenen Zahl bestehe, merke man sich Folgendes: das Quadrat der Einer besteht höchstens aus 2 Ziffern,

„ „ der Zehner „ „ 4 „
„ „ der Hunderter „ „ 6 „
„ „ der Tausender „ „ 8 „ u. s. f.

Jede höhere Ordnung einer Zahl macht die Anzahl der Ziffern im Quadrate um höchstens 2 wachsen; man erfährt daher umgekehrt die

Anzahl der Ziffern in der Wurzel, wenn man den Radicanten von rechts nach links in Klassen von 2 Ziffern abtheilt, wobei die letzte Klasse links auch nur aus Einer Ziffer bestehen kann. Die Wurzel wird demnach aus so vielen Ziffern bestehen, als der Radicant solcher Klassen enthält: also aus 1 Ziffer, wenn der Radicant 1 bis 2 ziffrig; aus 2 Ziffern, wenn der Radicant 3 bis 4 ziffrig; aus 3 Ziffern, wenn der Radicant 5 bis 6 ziffrig ist u. s. w.

§ 7. Zahlen aus denen sich die Quadrat- oder Cubikwurzel vollständig ziehen lässt, heissen rationale oder vollkommene Quadrat- oder Cubikzahlen. Zahlen aber, aus denen die Quadrat- oder Cubikwurzel nicht vollkommen, sondern nur annäherungsweise gezogen werden kann, heissen irrationale oder unvollkommene Quadrat- oder Cubikzahlen.

Zur Ausziehung der Quadrat- oder Cubikwurzeln muss folgendes Wurzeltäfelchen auswendig gelernt werden:

Zahlen	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrate	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cuben	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Aufgabe.

§ 8. Aus der Zahl 3249 soll die Quadratwurzel nach der Formel I in § 4 nämlich nach $(a + b)^2 = a^2 + 2a \,.\, b + b^2$ gezogen werden.

Ausführung. Man theile die Zahl 3249 von der rechten zur linken Hand in Classen von je 2 Ziffern; so erhält sie folgende Gestalt

$$
\begin{array}{rcll}
 & \sqrt{} & 32|49 = & 50 \; (= a) \\
a^2 & = & \underline{25\,00} & \underline{7 \; (= b)} \\
2a & = & 100)\; 749 & 57 \; (= a + b) \\
2a \,.\, b & = & \underline{700} & \\
 & & 49 & \\
b^2 & = & \underline{49} &
\end{array}
$$

Auflösung. Da die Zahl 3249 aus 2 Classen besteht, so kann die Wurzel daraus nach § 6 auch nur eine zweiziffrige Zahl sein. Man suche zuerst eine Zahl, die zum Quadrat erhoben, der gegebenen Zahl 3249 gleich ist oder sehr nahe kommt. Diese Zahl ist 50 ($= a$, dem ersten Theile der Wurzel). Dass Quadrat von 50 ist 2500 (a^2). Diese ziehe man von 3249 ab, so bleibt 749 übrig, in welchem Reste, wenn die gegebene Zahl das vollständige Quadrat einer zweitheiligen Zahl ist, noch $2a \,.\, b + b^2$ enthalten sein muss. Um 6 d. i. den zweiten Theil der Wurzel zu finden, muss daher $2a = 2 \,.\, 50 = 100$ so in den Rest 749 dividirt werden, dass, nach Bildung und Abzug des Produkts $2a \,.\, b$, noch b^2 in 749 enthalten sei. 100 in 749 dividirt, gibt zum Quotienten $7 = b$ (zweiter Theil der Wurzel); mithin $7 \,.\, 100 = 700$ ($= 2a \,.\, b$) von 749 subtrahirt, lässt den Rest 49, welcher noch $b^2 = 7 \,.\, 7 = 49$ vollständig und ohne Rest enthält. Mithin ist $50 + 7 = 57$ die vollständige Quadratwurzel aus 3249.

§ 9. Obiges Verfahren kann dadurch vereinfacht werden, dass man diejenigen Nullen aus der Rechnung weglässt, welche bloss die Ziffern einer Zahl bestimmen, und zwar, indem man zuerst eine Zahl sucht, deren Quadrat der ersten Classe der gegebenen Quadratzahl gleich ist, oder sehr nahe kommt; z. B.

$$\begin{array}{rl}
 & \sqrt{32|49} = \overset{a+b}{5\,7}. \\
a^2 = & 25 \\
\hline
2a = 10) & 74 \\
2a \,.\, b = & 70 \\
\hline
 & 49 \\
b^2 = & 49 \\
\hline
\end{array}$$

Diese erste gesuchte Ziffer der Wurzel ist hier 5 (a); diese zum Quadrat erhoben ($25 = a^2$) und von der ersten Classe 32 abgezogen, lässt den Rest 7. Zu dieser 7 ziehe man die erste Ziffer 4 der zweiten Classe herab, so erscheint 74. Jetzt nehme man die 5 (a) doppelt; das macht 10 ($= 2a$) und dividire damit in obige 74, so ergiebt sich 7 (b, als der zweite Theil der Wurzel). Diese 7 mit jener 10 multiplicirt, gibt 70 ($= 2 \,.\, ab$), welche Zahl, von obigen 74 subtrahirt, den Rest 4 lässt. Zu dieser 4 die obern 9 der zweiten Classe herabgezogen, gibt 49. Erhebt man endlich den obigen zweiten Theil 7 der Wurzel zum Quadrate, d. i. 49 ($= b^2$) und zieht diese vom obigem Reste 49 ab, so bleibt 0 übrig. Mithin ist die Quadratwurzel aus $3249 = 57$ ($a + b$).

Anmerkung. Es kann auch gleich die ganze nächstfolgende Classe herabgezogen werden, wo aber dann $2a$ in den Rest, mit Ausschluss der letzten Ziffer desselben, dividirt werden muss. Den dabei erhaltenen Quotienten b (7) kann man auch noch zu $2a$ (10) hinzuschreiben (107), und erhält dann bei der Multiplication von b mit $2a + b$ ($7 \,.\, 107 = 749$) ebenso $2a \,.\, b + b^2$, wie früher, wo diese Produkte hinter einander gebildet wurden. Obiges Beispiel wäre somit auszuführen, wie folgt:

$$\begin{array}{rl}
 & \sqrt{32|49} = \overset{a+b}{5\,7} \\
a^2 = & 25 \\
\hline
(2a + b) = 107) & 749 \\
(2a + b) \,.\, b = & 749 \\
\hline
\end{array}$$

§ 10. Hat man das Verfahren, aus einer zweiclassigen Zahl die Quadratwurzel zu ziehen, richtig aufgefasst und sich eigen gemacht; so wird es Niemand schwer fallen, auch aus jeder beliebigen mehrclassigen Zahl die Quadratwurzel nach den Formeln III und IV in § 5 zu ziehen; z. B.

$$\begin{array}{rl}
\sqrt{46|77|19|21} = & \overset{a+b+c+d}{6\,8\,3\,9.} \\
a^2 = & 36 \\
2a+b = 128) & 10\,77 \\
(2a+b)\,.\,b = & 10\,24 \\
2\,(a+b)+c = 1363) & 53\,19 \\
[2\,(a+b)+c]\,c = & 50\,86 \\
2(a+b+c)+d = 13669 & 123021 \\
[2(a+b+c)+d]\,.\,d = & 123021
\end{array}$$

Man sieht hierbei, dass das Verfahren bei jeder neuen Ziffer c und d ganz dasjenige ist, wie es bei der Ziffer b war, und dass mithin die Formel bei der Ausziehung der Wurzel von 2 Ziffern $a^2 + 2a\,.\,b + b^2$ für jede beliebige Ziffernanzahl der Wurzel genügt, wenn man nur später zur Auffindung der 3ten Ziffer in der Wurzel die schon gefundene $a + b$ als den ersten Theil ansieht und a' nennt, zu dem sich dann eben so der 2te Theil, das neue b' an Stelle des c finden lässt, und darauf wieder $a' + b' = a''$ gesetzt, erhält man durch Division von $2a''$ ein neues b'' anstatt d u. s. f. z. B.

$$\begin{array}{rl}
\sqrt{46|77|19|21} = & \underbrace{\underbrace{\underbrace{6 \quad 8}_{a+b} \quad 3}_{a'+b'} \quad 9}_{a''+b''} \\
a^2 = & 36 \\
2a+b = 128) & 10\,77 \\
(2a+b)\,.\,b = & 10\,24 \\
68 = a',\ \text{und daher } 2a'+b' = 1363) & 53\,19 \\
\text{und } (2a'+b')\,.\,b' = & 40\,89 \\
683 = a'',\ \text{und daher } 2a''+b'' = 13669) & 12\,30\,21 \\
\text{und } (2a''+b'')\,.\,b'' = & 12\,30\,21
\end{array}$$

§ 11. Bei der Ausziehung der Quadratwurzel aus einem Decimalbruche verfährt man ganz auf obige Weise, indem man die Ganzen des Decimalbruches von der Rechten zur Linken und die Bruchstellen desselben von der Linken zur Rechten in Classen von je 2 Ziffern theilt. Fehlt bei der letzten Bruchclasse rechts eine Stelle, so ergänzt man sie durch Hinzufügung einer Null. So viel Classen die Ganzen des Decimalbruches im Radicanten enthalten, aus so viel Ziffern bestehen dann auch die Ganzen der Wurzel, und der Decimalbruch derselben besteht aus so viel Ziffern, als die Decimalzahl des Radicanten Classen enthält.

Letzteres erhellt, wenn man bedenkt, dass

$(1/_{10})^2 = 1/_{100}$, und folglich $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$

$(1/_{100})^2 = 1/_{10000}$, und daher $\sqrt{00{,}001} = 0{,}01$

$(1/_{1000})^2 = 1/_{1000000}$ und daher $\sqrt{0{,}000001} = 0{,}001$

u. s. f. je 2 weiteren Ordnungen des Radicanten entspricht e i n e weitere Ordnung der Wurzel.

Soll aus 123,75364 die Quadratwurzel gezogen werden, so wird die Eintheilung dieser Zahl folgende sein:

$$\sqrt{1|23,|75|36|40} = 11,125\ldots$$

Vorstehende Zahl ist eine irrationale. Will man hier die Wurzel noch genauer, also auf mehr als 3 Bruchstellen, haben; so hänge man an den jedesmaligen Rest eine volle Classe von 2 Nullen, und setze dann nach der vorgeschriebenen Weise die weitere Ausziehung der Wurzel fort.

§ 12. Aus einem gemeinen Bruche zieht man die Quadratwurzel, indem man aus dessen Zähler und Nenner die Wurzel zieht, sobald aus beiden Theilen sich vollständig die Wurzel ziehen lässt, z. B. $\sqrt{16/25} = 4/5$; $\sqrt{36/169} = 6/13$. Lässt sich aber aus beiden Theilen, oder aus dem einen oder dem andern Theile des gemeinen Bruches die Wurzel nicht vollständig ziehen; so verwandelt man den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch und zieht dann aus letzterem die Wurzel, z. B. $\sqrt{3/5} = \sqrt{0,6}$; $\sqrt{3/4} = \sqrt{0,75}$.

Uebungs - Aufgaben.

1) Erhebe zum Quadrat: 26; 54; $1^3/_{15}$; $^{25}/_{31}$; $2^3/_4$; $12^7/_8$.
2) Eben so: 0,23; 0,091; 5,21; 7,43; 16,05.
3) Ziehe die Quadratwurzel aus: 5476; 576; 2116; 4225; 7569.
4) Ebenso aus 4096; 256; 1225; 289444; 61009.
5) $\sqrt{17956}$; $\sqrt{99856}$; $\sqrt{222784}$; $\sqrt{567009}$.
6) $\sqrt{2985984}$; $\sqrt{7529536}$; $\sqrt{24137569}$; $\sqrt{47045881}$; $\sqrt{1444380025}$; $\sqrt{8112965184}$.
7) $\sqrt{23,5}$; $\sqrt{3,44}$; $\sqrt{0,4}$; $\sqrt{0,07}$; $\sqrt{0,00026}$.
8) $\sqrt{1/2}$; $\sqrt{2/3}$; $\sqrt{3^3/_4}$; $\sqrt{121/144}$; $\sqrt{576/5476}$.
9) $\sqrt{3}$; $\sqrt{18}$; $\sqrt{74}$; $\sqrt{280}$ auf 5 Decimalstellen.

---

§ 13. Der Cubus der Einer besteht aus höchstens 3 Ziffern; denn erst $10^3 = 1000$ hat 4 Ziffern.

Der Cubus der Zehner besteht aus höchstens 6 Ziffern; denn erst $1000^3 = 1000000000$ hat 10 Ziffern u. s. w. Bei jeder höhern Ordnung der Ziffern einer Zahl wächst also der Cubus derselben um höchstens 3 Ziffern, und umgekehrt besteht die Cubikwurzel einer 1, 2, 3 ziffrigen Zahl nur aus 1 Ziffer; die Cubikwurzel einer 4, 5, 6 ziffrigen Zahl nur aus 2 Ziffern; die Cubikwurzel einer 7, 8, 9 ziffrigen Zahl nur aus 3 Ziffern u. s. w. Theilt man daher den Radicanten von rechts nach links in Classen zu 3 Ziffern ab, wobei die letzte Classe links auch nur 1 oder 2 Ziffern zu enthalten braucht; so erhält die Cubikwurzel nothwendig nur so viel Ziffern, als der Radicant solcher Classen hat.

Aufgabe.

§ 14. Man soll aus der Zahl 592704 die Cubikwurzel ziehen nach der Formel II in § 4, nämlich $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Ausführung. $\sqrt[3]{592|704} = 80\ (a)$ erster Theil, und 4 (b) zweiter Theil der Wurzel; also 84 $(a+b)$ die vollständige Cubikwurzel aus 592704.

$$
\begin{array}{rl}
 & \sqrt[3]{592|704} = 80\ (a) \\
a^3 = & 512000 \\ \hline
3a^2 = 19200 \mid & 80704 \\
3a^2 . b = & 76800 \\ \hline
 & 3904 \\
3a . b^2 = & 3840 \\ \hline
 & 64 \\
b^3 = & 64 \\ \hline
\end{array}
$$

Auflösung. Man suche zuerst nach dem Wurzeltäfelchen in § 7 eine Zahl (a), deren Cubus der gegebenen Zahl 592704 gleich ist oder sehr nahe kommt. Die gesuchte Zahl ist 80 (a) und deren Cubus $=$ 512000 (a^3). Diese Zahl von 592704 abgezogen, lässt den Rest 80704, in welchem noch $3a^2 . b + 3a . b^2 + b^3$ enthalten sein muss, jedoch so, dass nach Abzug von $3a^2 . b$ auch noch $3a . b^2 + b^3$ in jenem Reste enthalten sei. Um den zweiten Theil b der gesuchten Wurzel zu finden, dividire man mit $3a^2 = 3 . 80^2 = 19200$ in jenen Rest von 80704. Dadurch erhält man den Quotienten 4, als den zweiten Theil (b) der gesuchten Wurzel. Bildet man nun $3a^2 . b = 3 . 80^2 . 4 = 76800$, so lässt dieses von obigem Reste 80704 abgezogen, 3904 übrig, wovon nach einander noch abzuziehen sind: $3a . b^2$ oder $3 . 80 . 4^2 = 3840$ und b^3 oder $4^3 = 64$. Da hiernach kein Rest bleibt, so ist 84 die vollständige Cubikwurzel aus 592704.

§ 15. Obiges Verfahren kann dadurch verkürzt werden, dass man nach Eintheilung der gegebenen Zahl in Classen nur classenweise die Rechnung führt und bei derselben alle die Nullen fortlässt, welche bloss die Ordnung der Ziffern einer Zahl bestimmen; also zunächst eine Zahl sucht, deren Cubus der ersten Classe am nächsten kommt. Diese

$$
\begin{array}{rl}
 & \sqrt[3]{592|704} = \overset{a\,b}{84} \\
a^3 = & 512 \\ \hline
3a^2 = 192 \mid & 807 \\
3a^2b . = & 768 \\ \hline
 & 390 \\
3a . b^2 = & 384 \\ \hline
 & 64 \\
b^3 = & 64 \\ \hline
\end{array}
$$

gesuchte Zahl ist 8 (a der erste Theil der Wurzel). Den Cubus von $8 = 512\ (a^3)$ ziehe man von der ersten Classe 592 ab, so bleibt 80 zum Rest. Zu dieser Zahl 80 die 7 der zweiten Classe heruntergezogen gibt 807. In dieselbe $3a^2 = 3 . 8^2 = 192$ dividirt, gibt zum Quotienten 4 (b), als den zweiten Theil der gesuchten Wurzel. Demnach ist $3a^2 . b = 192 . 4 = 768$, welche Zahl von obigen 807 abgezogen, 39 zum Rest lässt. Wird zu diesen 39 die zweite Ziffer 0 der zweiten Classe hinzugefügt, so erscheint 390. Davon $3a . b^2 = 3 . 8 . 4^2 = 384$ abgezogen, bleibt 6 übrig. Zu dieser 6 die letzte Ziffer 4 der 2ten Classe herabgezogen, gibt die Zahl 64. Hiervon $b^3 = 4^3 = 64$ subtrahirt, bleibt der Rest 0. Also ist $\sqrt[3]{592704} = 84$ ($a + b$).

§ 16. Soll aus einer vierclassigen Zahl die Cubikwurzel gezogen werden, so verfährt man dabei ganz auf ähnliche Art, wie bei der Ausziehung der Cubikwurzel aus einer zweiclassigen Zahl, und zwar geschieht diess nach der Formel VI in § 5, nämlich

$$(a + b + c + d)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 3\,(a + b)^2 . c + 3\,(a + b) . c^2 + c^3 + 3\,(a + b + c)^2 . d + 3\,(a + b + c)\,d^2 + d^3.$$

Ausführung.

$$\begin{array}{rl}
 & \sqrt[3]{6|372|783|864} = \overset{a\,b\,c\,d}{1854} \text{ (Cubikwurzel)} \\
a^3 = & 1 \\ \hline
3a^2 = 3) & 53 \\
3a^2 . b = & 24 \\ \hline
 & 297 \\
3a . b^2 = & 192 \\ \hline
 & 1052 \\
b^3 = & 512 \\ \hline
3\,(a+b)^2 = 972) & 5407 \\
3\,(a+b)^2 . c = & 4860 \\ \hline
 & 5478 \\
3\,(a+b) . c^2 = & 1350 \\ \hline
 & 41283 \\
c^3 = & 125 \\ \hline
3\,(a+b+c)^2 = 102675) & 411588 \\
3\,(a+b+c)^2 . d = & 410700 \\ \hline
 & 8886 \\
3\,(a+b+c) . d^2 = & 8880 \\ \hline
 & 64 \\
d^3 = & 64 \\ \hline
\end{array}$$

Anmerkung. Um auch hier, wie bei der Quadratwurzelausziehung die Rechnung auf die Anwendung der Formel $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ zu beschränken, sehe man jedesmal die schon gefundenen Theile der Wurzel als den ersten Theil a, und die zunächst zu suchende Ziffer als den zweiten Theil b der Wurzel an, rechne also obiges Exempel, wie folget:

$$\sqrt[3]{6\,372|783|864} = 1\;8\;5\;4$$

$(a = 1)$ und daher $a^3 = 1$ $\qquad \underbrace{a+b}$

$3a^2 = 3)\ 53$ woraus $b = 8$ $\qquad \underbrace{a'+b'}$

$(b \quad 8)$; daher $3a^2 . b = 24$ $\qquad a''+b''$

297

$3a . b^2 = 192$

1052

$b^3 = 512$

$(a' = 18)$; daher $3a'^2 = 972)$ 5407 woraus $b' = 5$

$(b' = 5)$; daher $3a'^2 . b' = 4860$

5478

$3a' . b'^2 = 1350$

41283

$b'^3 = 125$

$(a'' = 185)$; daher $3a''^2 = 102675)$ 411588 woraus $b'' = 4$

$(b'' = 4)$; daher $3a''^2 . b'' = 410700$

8886

$3a'' . b''^2 = 8880$

64

$b''^3 = 64$

§ 17. Bei der Ausziehung der Cubikwurzel aus einem Decimalbruche und einem gewöhnlichen Bruche ist dieselbe Regel zu befolgen, wie sie in § 11 und § 12 bei der Ausziehung der Quadratwurzel aus dergleichen Zahlengrössen gegeben worden ist, nur dass die Classen hier, wie bei den Ganzen, aus 3 Ziffern bestehen.

Uebungs-Aufgaben.

1) Erhebe zum Cubus: 83; $5\frac{3}{4}$; $2\frac{1}{2}$; 0,45; 1,12.

2) $\sqrt[3]{405224}$; $\sqrt[3]{884736}$; $\sqrt[3]{15625}$.

3) $\sqrt[3]{250047}$; $\sqrt[3]{12176}$; $\sqrt[3]{45499293}$.

4) $\sqrt[3]{8365427}$; $\sqrt[3]{35611289}$; $\sqrt[3]{17173512}$.

5) $\sqrt[3]{49836032}$; $\sqrt[3]{318611987}$; $\sqrt[3]{340068392}$.

6) $\sqrt[3]{6372783864}$; $\sqrt[3]{115145914625}$.

7) $\sqrt[3]{12}$; $\sqrt[3]{82}$; $\sqrt[3]{267}$; $\sqrt[3]{551}$.

8) $\sqrt[3]{5,8}$; $\sqrt[3]{102,875}$; $\sqrt[3]{28,25}$.

9) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$; $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$; $\sqrt[3]{\frac{343}{512}}$; $\sqrt[3]{\frac{729}{125}}$.

10) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$; $\sqrt[3]{\frac{5}{6}}$; $\sqrt[3]{\frac{5}{14}}$; $\sqrt[3]{15\frac{2}{3}}$.

Von den Verhältnissen und Proportionen.

§ 18. Die Vergleichung zweier gleichartigen Dinge oder Zahlen (a und b) mit einander, in Bezug auf ihre Grösse, nennt man das Verhältniss dieser beiden Dinge oder Zahlen zu einander. Die Grössen a und b werden die Glieder des Verhältnisses genannt, und zwar die erste Grösse a das Vorderglied, und die zweite Grösse b das Hinterglied desselben.

Man kann die beiden gleichartigen Grössen a und b auf 2 verschiedene Weisen mit einander vergleichen, und zwar 1) wenn man untersucht, um wie viel Einheiten die Grössen a und b sich von einander unterscheiden. Eine solche Vergleichung nennt man das arithmetische Verhältniss der Grössen a und b zu einander, bezeichnet dasselbe durch $a-b$ und lieset es: die Grösse a verhält sich zur Grösse b. Das Verhältniss $b-a$ wird das umgekehrte Verhältniss von $a-b$ genannt. Die Zahl, welche anzeigt, um wie viel Einheiten sich die beiden Glieder a und b eines Verhältnisses von einander unterscheiden, wird der Unterschied oder die Differenz dieses Verhältnisses genannt und durch die Subtraction gefunden; 2) wenn man untersucht, wie vielmal die eine Grösse a grösser oder kleiner ist, als die zweite Grösse b. Diese Vergleichung nennt man ein geometrisches Verhältniss der beiden Grössen a und b zu einander, bezeichnet dasselbe durch $a:b$ und lieset es: die Grösse a verhält sich zur Grösse b. Das Verhältniss $b:a$ wird das umgekehrte Verhältniss von $a:b$ genannt. Die Zahl, welche anzeigt, wie vielmal die Grösse a grösser oder kleiner, als die Grösse b ist, heisst der Exponent dieses Verhältnisses und wird durch die Division des Vordergliedes a in das Hinterglied gefunden; demnach ist $^b/_a$ der Exponent des Verhältnisses $a:b$.

§ 19. Ist das Vorderglied eines Verhältnisses kleiner, als dessen Hinterglied, so heisst das Verhältniss ein steigendes; im entgegengesetzten Falle ein fallendes. So ist z. B.

$4-7$ ein arithmetisch steigendes,
$3:15$ ein geometrisch steigendes,
$7-4$ ein arithmetisch fallendes, und
$15:3$ ein geometrisch fallendes Verhältniss.

§ 20. Man nennt zwei arithmetische Verhältnisse gleich, wenn ihre Differenzen einander gleich sind. So sind die Verhältnisse $12-7$ und $15-10$ einander gleich.

§ 21. Man nennt zwei geometrische Verhältnisse einander gleich, wenn ihre Exponenten einander gleich sind.

Sind also die Verhältnisse $a:b$ und $c:d$ einander gleich, so ist der Exponent des ersten Verhältnisses $^b/_a$ = dem Exponenten $^d/_c$	Sind also die Verhältnisse $3:15$ und $7:35$ einander gleich, so ist der Exponent des ersten Verhältnisses $^{15}/_3$ = dem Exponenten $^{35}/_7$

des zweiten Verhältnisses. Auch sind demnach, wenn $b/a = d/c$ ist, die Verhältnisse $a:b$ und $c:d$ jederzeit einander gleich.	des zweiten Verhältnisses. Auch sind demnach, wenn $15/3 = 35/7$ ist, die Verhältnisse $3:15$ und $7:35$ jederzeit einander gleich.

§ 22. Bezeichnet man den Exponenten des geometrischen Verhältnisses $a:b$ durch e, so ist nach § 18, 2 $b/a = e$, und daher $b = a.e$.

Anmerkung. Der Exponent e ist eine ganze oder gemischte Zahl, wenn a kleiner b ist; dagegen wird e ein ächter Bruch, wenn a grösser b ist; denn im Verhältnisse $3:12$ ist $e = 12/3 = 4$ (eine ganze Zahl); und in dem Verhältnisse $12:3$ ist $e = 3/12 = 1/4$ (ein ächter Bruch).

§ 23. Die Verbindung zweier gleichen Verhältnisse mit einander durch das Gleichheitszeichen (=) nennt man eine Proportion. Sind also die arithmetischen Verhältnisse $a-b$ und $c-d$, oder die geometrischen Verhältnisse $a:b$ und $c:d$ einander gleich, so ist $a-b=c-d$ die allgemeine Formel einer arithmetischen, und $a:b=c:d$ die allgemeine Formel einer geometrischen Proportion, und beide werden gelesen: a verhält sich zu b wie c zu d. Demnach ist immer bei einer geometrischen Proportion von der Form $a:b=c:d$, $b/a = d/c$; und umgekehrt, wenn $b/a = d/c$ ist; so ist jederzeit auch $a:b=c:d$.

Die Grössen a, b, c, d heissen die Glieder der Proportion, und zwar a das erste, b das zweite, c das dritte, und d das vierte Glied. Ist a grösser als b, und c grösser als d, so nennt man die Proportion eine fallende, im entgegengesetzten Falle, eine steigende (§ 19).

§ 24. Bei einer Proportion $a-b=c-d$, oder $a:b=c:d$ nennt man a und d die äussern, b und c die innern oder mittlern Glieder; dagegen a und c die Vorderglieder, b und d die Hinterglieder der Proportion. Sind die beiden mittlern Glieder einander gleich, so heisst die Proportion eine stetige; z. B. $a-b=b-d$, und $a:b=b:d$. Sind aber die Glieder einer Proportion ungleich, so nennt man sie eine unterbrochene oder discrete.

§ 25. *Lehrsatz*).* In einer arithmetischen Proportion sind die Summen der innern und äussern Glieder einander gleich.

Beweis. Es sei $a-b=c-d$, dann sind nach § 23 die Differenzen beider Verhältnisse einander gleich, also $b-a=d-c$. Man addire $a+c=a+c$ hinzu so ist $b-a+a+c=d-c+a+c$ oder $b+c=d+a$ oder $a+d$; was zu beweisen war.	Es sei $3-7=5-9$, dann sind nach § 23 die Differenzen beider Verhältnisse einander gleich, also $7-3=9-5$. Man addire dazu $3+5=3+5$; so ist $7-3+3+5=9-5+3+5$, oder $7+5=9+3$ oder $3+9$; was zu beweisen war.
Zieht man von beiden Theilen a ab, so ist $b+c-a=d$	Zieht man von beiden Theilen 3 ab, so ist $7+5-3=9$.

*) Jeder Lehrsatz enthält eine Behauptung, deren Richtigkeit bewiesen werden muss.

d. h. man findet das 4te Glied einer arithmetischen Proportion, wenn man von der Summe der beiden mittlern Glieder das erste Glied abzieht.

§ 26. Soll zwischen 2 Zahlen a und b, oder zwischen 5 und 19 die mittlere arithmetische Proportionalzahl gefunden werden, so hat man — wenn das gesuchte Glied mit x bezeichnet wird — die Proportion

$a - x = x - b$; folglich (nach § 25) $2x = a + b$ und $x = \frac{a+b}{2}$

und $5 - x = x - 19$; folglich (nach § 25) $2x = 5 + 19 = 24$, und $x = {}^{24}/_{2} = 12$.

§ 27. Den Quotienten welchen man erhält, wenn man die Summe mehrerer Zahlen durch deren Anzahl dividirt, nennt man das arithmetische Mittel zwischen diesen Zahlen, so dass also, wenn a, b, c, d u. s. w. n Zahlen sind, und das arithmetische Mittel durch M bezeichnet wird, immer $M = \frac{a + b + c + d + \&c. \&c.}{n}$ ist. Hierauf beruht die Bestimmung der mittlern Barometerhöhe, der mittlern Temperatur eines Ortes, und überhaupt die sogenannte Durchschnittsrechnung.

Anmerkung. Da die arithmetischen Proportionen für das practische Rechnen von keiner besondern Wichtigkeit sind, so ist von denselben hier nur Ein Lehrsatz (§ 25) hervorgehoben und dessen Richtigkeit bewiesen worden.

Uebungs-Aufgaben.

1) Was ist das arithmetische Mittel zwischen den Zahlen 3, $3\frac{1}{2}$, 5, $6\frac{1}{4}$, 8 und $13\frac{1}{4}$? Antw. $6\frac{1}{2}$.

2) Was ist die mittlere Barometerhöhe eines Ortes, wenn in 6 Tagen folgende Höhen beobachtet wurden: 27′ 6″, 28′ 2″, 26′ 10″, 27′ 11″, 26′ 8″ und 27′ 6″? Antw. 27′ $5\frac{1}{6}$.

3) Ein Schüler erhält von seinen 6 Lehrern über seinen Fleiss folgende Nummern: $2\frac{1}{2}$, 3, $4\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, 4 und $2\frac{1}{2}$; was ist dessen Durchschnittsnummer? Antw. $3\frac{1}{3}$.

§ 28. *Lehrsatz.* In jeder geometrischen Proportion ist das Produkt der innern Glieder gleich dem Produkte der äussern Glieder.

Beweis. Es sei $a:b = c:d$; so ist nach § 23 ${}^{b}/_{a} = {}^{d}/_{c}$; man multiplicire beide Theile mit ac, so ist $\frac{b\,.\,a\,.\,c}{a} = \frac{d\,.\,a\,.\,c}{c}$. Hebt man a gegen a, und c gegen c, so ist $b\,.\,c = d\,.\,a$,

Es sei $3:12 = 5:20$; so ist nach § 23 ${}^{12}/_{3} = {}^{20}/_{5}$. Man multiplicire beide Theile mit 3.5, so ist $\frac{12\,.\,3\,.\,5}{3} = \frac{20\,.\,3\,.\,5}{5}$. Hebt man 3 gegen 3, und 5 gegen 5, so ist $12\,.\,5 = 20\,.\,3$,

was zu beweisen ist.

§ 29. *Aufgabe.* Zu 3 gegebenen Zahlen a, b, c die vierte geometrische Proportionalzahl zu finden.

Auflösung und Beweis. Die 4te Proportionalzahl sei x; so soll sein $a : b = c : x$; folglich $a \cdot x = b \cdot c$, also $x = \frac{b \cdot c}{a}$, d. h. man findet zu 3 gegebenen Zahlen die 4te Proportionalzahl, wenn man das Produkt des 2ten und 3ten Gliedes durch das erste Glied dividirt.

Anmerkung. Auf dieser Aufgabe beruht die sogenannte Regel de tri, d. h. zu 3 gegebenen Zahlen die 4te Proportionalzahl (x) finden.

Uebungs-Aufgaben.

1) Suche in nachstehenden Proportionen das unbekannte Glied (x): a) $3 : 12 = 7 : x$; b) $5\frac{1}{2} : 9\frac{1}{3} = x : 15\frac{1}{4}$; c) $4\frac{1}{2} : x = 6\frac{2}{3} : 9\frac{1}{2}$; d) $x : 5\frac{1}{2} = 8\frac{2}{3} : 12\frac{1}{4}$? Antw. a) 28; b) $8\frac{221}{224}$; c) $6\frac{33}{80}$; d) $3\frac{131}{147}$.

2) Suche x in den Proportionen: a) 3 ℔ : 16 ℔ = 9 Rbl. : x Rbl. b) 1 Tschetwert 5 Tschk. : 3 Tschwt. 4 Tschk. = $3\frac{1}{2}$ Rbl. : x Rbl. Antw. a) 48 Rbl.; b) $7\frac{7}{13}$ Rbl.

§ 30. *Aufgabe.* Zwischen zwei gegebenen Zahlen a und b die mittlere geometrische Proportionalzahl zu finden.

Auflösung. Es sei x die gesuchte mittlere Proportionalzahl, so soll sein $a : x = x : b$, folglich nach § 28.

$$x \cdot x \text{ oder } x^2 = a \cdot b \text{ ; mithin}$$
$$x = \sqrt{a \cdot b}.$$

Uebungsaufgaben. Was sind die mittlern geometrischen Proportionalzahlen a) zwischen 2 und 32; b) zwischen 7 und 63; c) zwischen 81 und 1; d) zwischen $3\frac{2}{3}$ und $8\frac{1}{4}$; e) zwischen 5,243 und 7,954; f) zwischen 10,463 und 24,829? Antw. a) 8; b) 21; c) 9; d) $5\frac{1}{2}$; e) 6,4577 . . . f) 16,11787 . . . .

§ 31. *Lehrsatz.* In einer geometrischen Proportion $a : b = c : d$ können unbeschadet der Richtigkeit derselben, unter andern folgende 4 Veränderungen vorgenommen werden:

1) die beiden mittlern Glieder,
2) die beiden äussern Glieder,
3) die Glieder der beiden Verhältnisse und
4) die beiden Verhältnisse selbst können mit einander verwechselt werden.

Beweis zu 1). Es sei $a : b = c : d$, so ist nach § 28

$b \cdot c = b \cdot d$; folglich ist

$\frac{b \cdot c}{a \cdot b} = \frac{a \cdot d}{a \cdot b}$. Hebt man b gegen b, und a gegen a, so erscheint $c/a = d/b$ und demnach

nach § 23 $a : c = b : d$

zu 2). Da $b \cdot c = a \cdot d$ war; so ist

$\frac{b \cdot c}{d \cdot c} = \frac{a \cdot d}{d \cdot c}$ Hebt man c gegen c, und d gegen d; so erscheint $b/d = a/c$ und daher nach § 23

$d : b = c : a$

zu 3). Es war $a \cdot d = b \cdot c$; folglich

$\frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{b \cdot c}{b \cdot d}$. Hebt man d gegen d, und b

gegen b, so erscheint $a/_b = c/_d$, und daher nach § 23
$b:a = d:c$.
zu 4). Es war $a.d = b.c$; folglich
$\frac{a.d}{a.c} = \frac{b.c}{a.c}$. Hebt man a gegen a, und c gegen c, so erscheint $d/_c = b/_a$; folglich nach § 23
$c:d = a:b$; welche 4 Fälle zu beweisen waren.

§ 32. *Zusatz.* Aus obigem Satze geht hervor, dass aus zwei einander gleichen Produkten $a.d = b.c$ sich immer eine Proportion bilden lässt, indem man nämlich die Factoren des einen Produkts zu äussern, die Factoren des andern Produkts zu innern Gliedern macht.

§ 33. *Lehrsatz.* Werden die Glieder eines Verhältnisses, oder die beiden Vorder- oder Hinterglieder einer geometr. Proportion mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt, so bleibt die Proportion stets eine richtige.

Bew. Es sei $a:b = c:d$, so ist $b/_a = d/_c$; folglich $\frac{b.m}{a.m} = d/_c$; mithin

1) $a.m : b.m = c:d$. (§ 23).

Da $b/_a = d/_c$ ist; so ist auch $\frac{b.m}{a.m} = \frac{d.n}{c.n}$; folglich

2) $a.m:b.m = c.n:d.n$. (§ 23.)

Da $b/_a = d/_c$ ist, so ist auch $\frac{b.n}{a.m} = \frac{d.n}{c.m}$; folglich

3) $a.m:bn = c.m:d.n$ (§ 23.)

Setzt man in Satz 1, 2 und 3 $1/_m$ für m, und $1/_n$ für n; so hat man

4) $a/_m : b/_m = c:d$;

5) $a/_m : b/_m = c/_n : d/_n$, und

6) $a/_m : b/_n = c/_m : d/_n$;

was zu beweisen war.

Es sei $3:12 = 5:20$, so ist $12/_3 = 20/_5$; folglich $\frac{12.7}{3.7} = 20/_5$; mithin

1) $3.7 : 12.7 = 5:20$ (§ 23).

Da $12/_3 = 20/_5$ ist; so ist auch $\frac{12.7}{3.7} = \frac{20.8}{5.8}$; folglich

2) $3.7:12.7 = 5.8:20.8$. (§ 23.)

Da $12/_3 = 20/_5$ ist; so ist auch $\frac{12.7}{3.8} = \frac{20.7}{5.8}$; folglich

3) $3.8:12.7 = 5.8:20.7$. (§ 23.)

Setzt man in Satz 1, 2 und 3 $1/_7$ für 7, und $1/_8$ für 8; so hat man

4) $3/_7 : 12/_7 = 5:20$.

5) $3/_7 : 12/_7 = 5/_8 : 20/_8$, und

6) $3/_7 : 12/_8 = 5/_7 : 20/_8$;

was zu beweisen war.

Auf diesem Lehrsatze beruht die Wegschaffung der Brüche in einer Proportion z. B. $1\,3/_4 : 7\,2/_3 = 8:x$; denn richtet man die Brüche ein und bringt sie unter gleiche Benennung; so erhält die Proportion folgende Gestalt: $21/_{12} : 92/_{12} = 8:x$. Multiplicirt man das 1ste und 2te Glied mit 12, so erhält man $21:92 = 8:x$. Demnach verhalten sich Brüche von gleichem Nenner jederzeit wie ihre Zähler.

§ 34. *Lehrsatz.* In einer geometrischen Proportion verhält sich die Summe oder der Unterschied des ersten und zweiten Gliedes zur Summe oder zum Unterschiede des dritten und vierten Gliedes, wie die Vorder- oder Hinterglieder der Proportion.

Beweis. Es sei $a:b = c:d$
Nach § 28 ist $a.d = b.c$
Dazu addirt $\pm b.d = \pm b.d$
gibt $a.d \pm b.d = b.c \pm b.d$; oder $(a \pm b).d = (c \pm d).b$, und daher $(a \pm b):(c \pm d) = b:d$ mithin nach § 31 (1) auch $= a:c$; was zu beweisen war.

Zusatz. Es war $a:b = c:d$ und nach § 31 (1) ist dann auch

$$a:c = b:d;$$

folglich wird auch nach dem eben bewiesenen Satze sein

$$(a \pm c):(b \pm d) = a:b = c:d$$

Es sei $3:12 = 5:20$
Nach § 28 ist $3.20 = 12.5$
dazu addirt $\pm 12.20 = 12.20$
gibt $3.20 \pm 12.20 = 12.5 \pm 12.20$; oder $(3 \pm 12).20 = (5 \pm 20).12$; und daher nach §...
$(3 \pm 12):(5 \pm 20) = 12:20$ mithin nach § 31 (1) auch $= 3:5$.

Es war oben $3:12 = 5:20$, und nach § 31 (1) ist dann auch

$$3:5 = 12:20;$$

folglich wird auch nach dem oben bewiesenen Satze sein

$$(3 \pm 5):(12 \pm 20) = 3:12 = 5:20.$$

d. i. die Summe oder der Unterschied der Vorderglieder einer geometrischen Proportion verhält sich zur Summe oder zum Unterschiede der Hinterglieder derselben, wie ein Vorderglied zu seinem Hintergliede.

§ 35. *Lehrsatz.* Wenn mehrere Verhältnisse einander gleich sind, so verhält sich immer die Summe aller Vorderglieder zur Summe aller Hinterglieder, wie ein Vorderglied zu seinem Hintergliede.

Beweis. Es sei

$$a:b = c:d = e:f = g:h.$$

Nach § 34 Zusatz ist

$$(a+c):(b+d) = c:d = e:f.$$

Ebenso

$$(a+c+e):(b+d+f) = e:f = g:h.$$

Ebenso

$$(a+c+e+g):(b+d+f+h) = g:h = e:f = c:d = a:b.$$

Es sei

$$3:12 = 5:20 = 6:24 = 9:36.$$

Nach § 34 Zusatz ist

$$(3+5):(12+20) = 5:20 = 6:24.$$

Eben so

$$(3+5+6):(12+20+24) = 6:24 = 9:36.$$

Ebenso

$$(3+5+6+9):(12+20+24+36) = 9:36 = 6:24 = 5:20 = 3:12.$$

Von diesem Satze machen wir unmittelbar die Anwendung auf folgende häufig vorkommende Aufgabe, worauf die so genannte Gesellschaftsrechnung beruht.

Aufgabe.

§ 36. Eine gegebene Zahl (800) nach gegebenen Verhältnissen (2:3:5) zu theilen.

Auflösung. Es seien die verlangten Theile x, y, z; so soll sich verhalten $x:y = 2:3$; $y:z = 3:5$. Hieraus folgt nach § 31 (1) $x:2 = y:3 = z:5$. Demnach verhält sich nach § 35 $(x+y+z)$:

$(2+3+5) = x:2 = y:3 = z:5$; aber $(x+y+z)$ ist die zu theilende Zahl 800 selbst, so dass die letzte Proportion übergeht in

$$800:(2+3+5) = x:2 = y:3 = z:5.$$

Aus den einzelnen Proportionen erhält man nun:

$$x = \frac{800}{2+3+5} \times 2 = 160; \quad y = \frac{800}{2+3+5} \times 3 = 240;$$

$$z = \frac{800}{2+3+5} \times 5 = 400.$$

Hieraus ergiebt sich die einfache Regel:

Soll eine Zahl (800) nach gegebenen Verhältnissen (2:3:5) getheilt werden, so dividire man mit der Summe dieser Verhältnisszahlen $(2+3+5)$ in die gegebene Zahl (800) und den daraus sich ergebenden Quotienten (80) multiplicire man mit jeder einzelnen Verhältnisszahl (2, 3, 5); so erhält man die verlangten einzelnen Theile (160, 240, 400) der gegebenen zu theilenden Zahl (800).

§ 37. *Lehrsatz.* Werden die gleichstelligen Glieder mehrerer geometr. Proportionen mit einander multiplicirt, so geben deren Produkte wieder eine richtige Proportion.

Beweis. Es sei

$$a:b = c:d$$
$$e:f = g:h$$
$$k:l = m:n$$

Nach § 23 ist dann

$$\left.\begin{aligned} b/a &= d/c \\ f/e &= h/g \\ l/k &= n/m \end{aligned}\right\}$$ Gleiches mit Gleichem multiplicirt,

gibt $\dfrac{b.f.l}{a.e.k} = \dfrac{d.h.n}{c.g.m}$; also

nach § 23

$$a.e.k : b.f.l = c.g.m : d.h.n$$

Es sei

$$2:\ 4 = 3:\ 6$$
$$5:15 = 4:12$$
$$10:\ 5 = 20:10$$

Nach § 23 ist dann

$$\left.\begin{aligned} 4/2 &= 6/3 \\ 15/5 &= 12/4 \\ 5/10 &= 10/20 \end{aligned}\right\}$$ Gleiches mit Gleichem multiplicirt.

gibt $\dfrac{4.15.5}{2.5.10} = \dfrac{6.12.10}{3.4.20}$; also

nach § 23

$$2.5.10:4.15.5 = 3.4.20:6.12.10$$

was zu beweisen war.

Dieses Verfahren nennt man Zusammensetzung der Proportionen, und die auf diese Weise erhaltene Proportion heisst: aus den gegebenen Proportionen zusammengesetzt.

§ 38. *Lehrsatz.* Sind in zwei oder mehreren Proportionen die Vorderglieder der einen Proportion den Hintergliedern einer andern Proportion gleich, so können in denselben die gleichen Zahlengrössen weggelassen werden, und die übriggebliebenen Glieder bilden wieder eine richtige Proportion.

Beweis. Es sei $a:b = c:d$
$b:f = d:g$
$f:h = g:k.$

Nach § 37 ist
$a.b.f:b.f.h = c.d.g:d.g.k.$
Werden nach § 33 die Vorder- und Hinterglieder in dem ersten Verhältnisse durch $b.f$, im zweiten Verhältnisse durch $d.g$ dividirt; so erscheint $a:h = c:k$; was zu beweisen war.

Es sei $2:\ 4 = \ 5:10$
$4:12 = 10:30$
$12:\ 6 = 30:15$

Nach § 37 ist
$2.4.12:4.12\ 6 = 5\ 10.30:10.30.15.$
Werden nach § 33 die Vorder- und Hinterglieder in dem ersten Verhältnisse durch 4.12, in dem 2ten Verhältnisse durch 10.30 dividirt; so erscheint $2:6 = 5:15$; was zu beweisen war.

Anmerkung. Auf den beiden letztern Lehrsätzen beruhen die zusammengesetzte Regel de tri oder die so genannte Basedow'sche Regel und der Kettenansatz.

§ 39. Aus einer geometrischen Proportion werden neue abgeleitet, wenn man 1) alle Glieder zu einerlei Potenz erhebt, oder 2) aus allen Gliedern einerlei Wurzel zieht.

Beweis zu 1. Es sei gegeben $a:b = c:d$, darunter setze nochmals $a:b = c:d$; so ist nach § 37

$a^2:b^2 = c^2:d.$ Darunter setze abermals $a:b = c:d$; so ist nach § 37

$$a^3:b^3 = c^3:d^3, \text{ oder allgemein}$$
$$a^n:b^n = c^n:d^n;$$

was zu beweisen war.

Zu 2. Es sei $a:b = c:d$; folglich $a.d = b.c$; mithin

$\sqrt[n]{a.d} = \sqrt[n]{b.c}$, oder $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{d} = \sqrt[n]{b}.\sqrt[n]{c}$, und daher nach § 32

$$\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{c}:\sqrt[n]{d}.$$

* **§ 40.** Der Ableitung durch Potenziren bedient man sich oft, um das Verhältniss der Grössen selbst aus dem Verhältnisse ihrer gleichnamigen Wurzeln zu finden; z. B. es sei

$$\sqrt{a}:\sqrt{b} = 5:6, \text{ so ist } a:b = 25:36.$$

Ist $\sqrt[3]{a}:\sqrt[3]{b} = 1:\tfrac{2}{3}$, so ist $a:b = 1:\tfrac{8}{27} = 27:8$.

Die Ableitung durch die Wurzelausziehung dient für den umgekehrten Fall, um aus dem Verhältnisse der gleichnamigen Potenzen zweier Grössen das Verhältniss der Grössen selbst zu finden; z. B.

sei $a^2:b^2 = 9:16$; so ist $a:b = \sqrt{9}:\sqrt{16} = 3:4$;

und $a^3:b^3 = 1:8$, so ist $a:b = \sqrt[3]{1}:\sqrt[3]{8} = 1:2$.

* **§ 41.** *Lehrsatz.* Stehen 3 Zahlengrössen a, b, c in stetiger Proportion, so verhält sich die erste Grösse a zur

dritten c, wie das Quadrat der ersten a zum Quadrat der zweiten Grösse b.

Beweis. Es sei $a : b = b : c$. Nach § 23 ist $b/a = c/b$. Werden beide Theile unter einerlei Benennung gebracht, so ist

$$\frac{b^2}{a \cdot b} = \frac{a \cdot c}{a \cdot b};$$

werden nun beide Theile mit $a^2 . b$ multiplicirt, so erscheint

$$a . b^2 = a^2 . c;$$

daher nach § 32

$$a : c = a^2 : b^2;$$

was zu beweisen war.

Es sei $3 : 12 = 12 : 48$. Nach § 23 ist $12/3 = 48/12$. Werden beide Theile unter einerlei Benunnung gebracht, so ist

$$\frac{12^2}{3 . 12} = \frac{3 . 48}{3 . 12}$$

Werden nun beide Theile mit $3^2 . 12$ multiplicirt, so erscheint

$$3 . 12^2 = 3^2 . 48;$$

daher nach § 32

$$3 : 48 = 3^2 : 12^2;$$

was zu beweisen war.

Anmerkung. Diejenigen Lehrsätze, die mit einem Sternchen (*) bezeichnet sind, können im Vortrage der gemeinen Arithmetik weggelassen werden. Diese finden vorzugsweise ihre Anwendung in der Geometrie.

Von der arithmetischen Progression*).

§ 42. Eine Zahlenreihe, in der je 2 aufeinanderfolgende Glieder stets gleichen Unterschied haben, nennt man eine arithmetische Progression, z. B 2 — 4 — 6 — 8 — 10 — 12 — 14 — etc. Bezeichnet man das erste Glied einer arithmetischen Progression mit a, den Unterschied zweier auf einander folgenden Glieder mit u, und die Anzahl der Glieder mit n; so kann eine arithmetische Progression allgemein auf folgende Weise dargestellt werden:

$a - (a + u) - (a + 2u) - (a + 3u) - (a + 4u) -$ etc. etc. $a + (n - 1) . u$; wo $a + (n - 1) . u$ das letzte Glied der Progression bezeichnet.

§ 43. *Lehrsatz.* In einer arithmetischen Progression ist die Summe aller Glieder gleich der Summe des ersten und letzten Gliedes, multiplicirt mit der halben Anzahl der Glieder derselben.

Ist a das erste, t das letzte Glied, und n die Anzahl der Glieder der Progression, so ist $(a + t) . n/2$ die allgemeine Formel für die Summe aller Glieder einer arithmetischen Progression.

Beweis. Bezeichnet S die Summe einer arithmetischen Progression, so ist in der Progression 2 — 4 — 6 — 8 — 10 — 12 — 14 etc.

$S = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 +$ etc. oder umgekehrt:
$S = 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 +$ etc. Beide Reihen addirt:

*) Die geometrische Progression ist hier weggelassen, da sie in der gemeinen Arithmetik fast gar keine Anwendung findet.

$2S = (2+14)+(4+12)+(6+10)+(8+8)+(10+6)+(12+4)+(14+2)$ etc.; oder $2S = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16$ etc.; oder $2S = 16 . 7$; also $S = 16 . \frac{7}{2} = (2+14) . \frac{7}{2}$ d. i. die Summe einer arithmetischen Progression ist stets gleich der Summe des ersten und letzten Gliedes, multiplicirt mit der halben Anzahl der Glieder der Progression, oder allgemein: $S = (a+t) . \frac{n}{2}$.

§ 44. *Aufgabe.* Wenn in einer arithmetischen Progression das erste Glied $= 16$, der Unterschied $= 7$, und die Anzahl der Glieder $= 12$ ist; was ist dann 1) das letzte Glied, und 2) die Summe aller Glieder einer solchen Progression?

Auflösung. 1) Da nach § 43 das letzte Glied einer arithmetischen Progression durch die Formel: $a+(n-1).u$ ausgedrückt wird, und hier $a = 16$, $u = 7$ und $n = 12$ gegeben ist; so ist das letzte Glied $t = 16 + (12-1) . 7 = 93$.

2) Zu diesem letzten Gliede $t = 93$ addire nach obiger Formel das erste Glied 16, so erscheint 109. Diese multiplicire mit der halben Anzahl der Glieder $= \frac{12}{2} = 6$; so ist die Summe aller Glieder besagter Progression $= 109 \times 6 = 654$.

Uebungs - Aufgaben.

1) Wenn in einer arithmetischen Progression das erste Glied $= 25$, der Unterschied $= 10$, und die Anzahl der Glieder $= 30$ ist; was ist da 1) das letzte Glied, und 2) die Summe aller Glieder? Antw. 1) das letzte Glied $= 315$; 2) die Summe $= 5100$.

2) Was ist die Summe der Zahlen in ihrer natürlichen Reihenfolge von 1 bis 120? von 1 bis 500? und von 7 bis 800? Antw. 7260; 125250; 320379.

3) Jemand bringt 12 Schafe zu Markt und verlangt für jedes $2\frac{1}{2}$ Rbl. Ein Käufer will aber die 12 Schafe so kaufen, dass er für das erste 60 Cop., für das zweite 1 Rbl., und so immer für das folgende 40 Cop. mehr zahle, als für das vorhergehende. Der Verkäufer nahm diese Bedingung an; was erhielt er demnach durchschnittlich für 1 Schaf? Antw. 2 Rbl. 80 Cop.

4) Ein Herr miethet einen Diener und verspricht ihm an Lohn für das erste Jahr nur 20 Rubel, für jedes folgende aber immer 7 Rbl. mehr, als für das vorhergehende. Wie viel wird der Diener in 12 Jahren zusammen an Lohn erhalten? Antw. 702 Rbl.

5) Einen artesischen Brunnen von 46 Fuss Tiefe zu bohren, zahlte Jemand für den ersten Fuss $7\frac{1}{2}$ Cop.; für jeden folgenden immer $4\frac{1}{2}$ Cop. mehr. Wie viel kostete dieser Brunnen im Ganzen? Antw. 50 Rbl. $2\frac{1}{2}$ Cop.

6) Es setzt A 2 Rbl. in die Lotterie, und da er nicht gewinnt, so setzt er das zweite Mal 4 Rbl., das dritte Mal 6 Rbl., und so jedesmal 2 Rbl. mehr, als das vorhergehende Mal. Wenn er nun bei dem 12ten Einsatz einen Treffer zieht, der seinen gesammten Einsatz 10mal übersteigt; so ist die Frage: wie viel hat er gewonnen? Antw. 1560 Rbl.

7) Wenn Jemand am 1. Januar 65 Cop. verausgabt und seine Ausgaben täglich um 30 Cop. vergrössert; was werden seine Ausgaben am Ende desselben Monats betragen? Antw. 159 Rbl. 65 Cop.

8) Die Physik lehrt, dass jeder Körper im luftleeren Raume in der 1. Secunde seines freien Falles etwa $15\frac{3}{8}$ Fuss zurücklegt, in jeder folgenden Secunde aber immer $30\frac{3}{4}$ Fuss mehr, als in der nächst vorhergehenden. Wenn nun ein Körper 24 Secunden gefallen ist; so ist die Frage: a) wie viel Fuss wird er in der letzten Secunde, und b) wie viel in der ganzen Zeit zurücklegen? Antw. a) $722\frac{5}{8}$ Fuss; b) 8856 Fuss.

Anwendung der Proportionslehre auf die wichtigsten Rechnungsarten des gemeinen Lebens.

I. Regel de tri (Dreisatz).

§ 45. Die Regel de tri oder Dreisatz lehrt: zu 3 gegebenen benannten Zahlen — von denen wenigstens 2 gleichartig sein müssen — die 4te geometrische Proportionalzahl finden. Es ist demnach die Regel de tri nichts anderes, als die praktische Anwendung des in § 29 enthaltenen Satzes auf Gegenstände in der Natur. Denn die Werthe gleichartiger Waare bilden mit ihren Preisen; Capitale mit ihren Zinsen; der Arbeitslohn mit der Anzahl der Arbeiter, bei übrigens gleichen Umständen, gleiche Verhältnisse, mithin eine geometrische Proportion, aus der, ohne auf den Namen ihrer Glieder zu sehen, ein unbekanntes Glied, nach § 29 leicht gefunden werden kann.

Bei der Regel de tri müssen aus den oben angeführten Gründen 2 gleiche Verhältnisse aus den gegebenen benannten Zahlen aufgefunden und zu einer Proportion zusammen gestellt werden. Da aber von den 3 gegebenen benannten Zahlen nur die beiden gleichartigen Ein Verhältniss bilden, so kommt es hier darauf an, zu der 3ten benannten Zahl eine gleichartige zu finden, die mit ihr in demselben Verhältnisse stehe, als die beiden erstern. Wie diese 4te Grösse (x) durch einen richtigen Proportional-Ansatz gefunden werden kann, lässt sich am besten durch ein Exempel zeigen; z. B.

Aufgabe 1.

Wenn 21 ℔ einer Waare 28 Rubel kosten; was wird man da für 15 ℔ dieser Waare zu zahlen haben?

Auflösung. 1) Man untersuche zuvörderst, wornach in der Aufgabe gefragt wird, und nenne das gesuchte Glied x. Dieses pflegt man in's 4te Glied der zu bildenden Proportion zu setzen. Im obigen Beispiel wird nach Geld (x Rbl.) gefragt.

2) Da nur gleichartige Dinge mit einander verglichen werden können, so muss aus der Aufgabe das Gleichartige von x herausgenommen und in das 3te Glied der Proportion gesetzt werden (hier also 28 Rbl.). Es würde demnach das eine Verhältniss der zu bildenden Proportion sein 28 Rubel : x Rubel.

3) Man untersuche hierauf, ob der Natur der Aufgabe nach, das Verhältniss 28 Rubel : x Rubel ein steigendes oder fallendes ist. Ergibt sich aus der Untersuchung, dass 28 Rbl. : x Rbl. ein steigendes Verhältniss ist, so müssen die beiden andern in der Aufgabe gegebenen gleichartigen Dinge (hier 21 ℔ und 15 ℔) auch ein steigendes Verhältniss bilden. Bilden aber 28 Rbl. : x Rbl. ein fallendes Verhältniss, der Frage nach, so müssen auch 21 ℔ und 15 ℔ zu einem fallenden

Verhältnisse zusammengestellt werden, weil eine richtige Proportion nur aus 2 steigenden, oder 2 fallenden Verhältnissen bestehen kann.

In unserer obigen Aufgabe gibt 28 Rbl. : x Rbl. nach geschehener Untersuchung ein fallendes Verhältniss, weil 15 ℔ weniger kosten werden, als 21 ℔; folglich muss hier das 2te Verhältniss der Proportion auch ein fallendes, also 21 ℔ : 15 ℔ sein. Demnach ist die Proportion der obigen Aufgabe folgende:

$$21\ ℔ : 15\ ℔ = 28\ \text{Rbl.} : x\ \text{Rbl.}$$

4) Da nach § 33 die Glieder eines Verhältnisses, so wie auch die beiden Vorderglieder einer Proportion — ohne die Richtigkeit derselben zu stören — mit einerlei Zahl dividirt werden können; so dividire man hier das 1ste und 2te Glied durch ihr grösstes gemeinschaftliches Maas 3, und das 1ste und 3te Glied durch 7. In diesem Falle wird obige Proportion durch die möglichst kleinsten Zahlen auf folgende Weise dargestellt:

$$1\ ℔ : 5\ ℔ = 4\ \text{Rbl.} : x\ \text{Rbl.};$$
also nach § 29 $x = 5 . 4 = 20$ Rbl.

5) Es können die einzelnen Glieder einer Proportion auch aus mehreren ungleichnamigen, aber gleichartigen Grössen bestehen. In diesem Falle resolvire man die ungleichnamigen Theile der einzelnen Glieder auf die niedrigste in der Aufgabe gegebene Sorte der gleichartigen Grössen, wende dann das im 4ten Punkte angeführte Verfahren an und suche hierauf nach § 29 das unbekannte Glied x; z. B.

Aufgabe 2.

Wenn 5 Pud 15 ℔ 20 Rubel 50 Cop. kosten; was hat man da für 2 Berkowez 8 Pud 25 ℔ zu zahlen?

Auflösung. Setzt man das gesuchte Glied (x Cop.) in's 4te Glied der zu bildenden Proportion, so werden der Natur der Aufgabe nach, 20 Rbl. 50 Cop. und x Cop. ein steigendes Verhältniss bilden weil 2 Berk. 8 Pud 25 ℔ mehr kosten werden, als 5 Pud 15 ℔; mithin ist der Ansatz folgender:

5 Pud 15 ℔	:	2 Berk. 8 Pud 25 ℔	=	20 Rbl. 50 Cop. : x Cop.
40		10		100
215 ℔		28 Pud		1050 Cop.
		40		
		1145 ℔		

Wird hier das 1ste Glied gegen das 2te durch 5 gehoben, so kann obige Proportion also ausgedrückt werden:

$$43\ ℔ : 229\ ℔ = 2050\ \text{Cop.} : x\ \text{Cop.};\ \text{mithin nach § 29}$$
$$x = \frac{229 \times 2050}{43}\ \text{Cop.} = 109\ \text{Rbl.}\ 17^{19}/_{43}\ \text{Cop.}$$

Aufgabe 3.

Wenn $3\frac{3}{4}$ ℔ $60\frac{2}{3}$ Cop. gelten; was erhält man da für $48\frac{1}{3}$ Cop.?

Auflösung. Hier bilden $3\frac{3}{4}$ ℔ und x ℔, der Nstur der Aufgabe nach, ein fallendes Verhältniss, weil man für $48\frac{1}{3}$ Cop. weniger Pfunde erhalten wird, als für $60\frac{2}{3}$ Cop.; folglich müssen $60\frac{2}{3}$ Cop. und $48\frac{1}{3}$ Cop. auch zu einem fallenden Verhältnisse zusammengestellt werden. Die Proportion ist dann folgende:

$$60\tfrac{2}{3}\text{ Cop.} : 48\tfrac{1}{3}\text{ Cop.} = 3\tfrac{3}{4}\text{ ℔} : x\text{ ℔}.$$

Werden die gemischten Brüche der einzelnen Glieder eingerichtet, so erscheint die Proportion

$$\tfrac{182}{3}\text{ Cop.} : \tfrac{145}{3}\text{ Cop.} = 3\tfrac{3}{4}\text{ ℔} : x\text{ ℔};\text{ also ist nach § 29}$$

$$x = \frac{145 . 15 . 3\text{ ℔}}{3 . 4 . 182} = 2\tfrac{719}{728}\text{ ℔}$$

Aufgabe 4.

Eine Wand die $8\frac{1}{2}$ Arschin lang und $6\frac{2}{3}$ Arschin breit ist, soll mit Wachstuch überzogen werden, welches $1\frac{3}{4}$ Arschin breit ist; wie viel Arschin Wachstuch sind dazu erforderlich?

Auflösung. Das Verhältniss $8\frac{1}{2}$ Arschin Länge : x Arschin Länge ist, der Natur der Aufgabe nach, ein steigendes, weil mehr Arschin Länge von $1\frac{3}{4}$ Arschin Breite erforderlich sein werden, als $8\frac{1}{2}$ Arschin Länge von $6\frac{2}{3}$ Arschin Breite; folglich müssen $1\frac{3}{4}$ Arschin Breite und $6\frac{2}{3}$ Arschin Breite auch ein steigendes Verhältniss bilden; mithin wird die Proportion folgende sein

$$1\tfrac{3}{4}\text{ Arsch. B.} : 6\tfrac{2}{3}\text{ Arsch. B.} = 8\tfrac{1}{2}\text{ A. Länge} : x\text{ A. Lg.};$$

$$\text{also } x = \frac{20 . 17 . 4}{3 . 2 . 7} = 32\tfrac{8}{21}\text{ A. Länge.}$$

Aufgabe 5.

Wenn 5 Mann eine Arbeit in 12 Tagen vollenden; in welcher Zeit werden demnach 15 Mann dieselbe Arbeit vollenden?

Auflösung. Das Verhältniss 12 Tage : x Tage ist, der Natur der Aufgabe gemäss, ein fallendes, weil 15 Mann nicht mehr, sondern weniger Tage zu derselben Arbeit brauchen werden; daher müssen die Glieder 15 Mann und 5 Mann auch ein fallendes Verhältniss bilden, und die Proportion ist dann folgende:

$$15\text{ Mann} : 5\text{ Mann} = 12\text{ Tage} : x\text{ Tage};\text{ folglich nach § 29}$$

$$x = \frac{5 . 12}{15} = 4\text{ Tage.}$$

Uebungs-Aufgaben.

A. Ohne Brüche.

1) Ein Pfund Wolle kostet 45 Cop.; was wird man demnach für 16 Pfund zu zahlen haben?
2) Was hat man für 24 Arschin Tuch zu zahlen, wenn 1 Arschin 75 Cop. kostet?
3) Wie theuer sind 6 Riess Papier, das Buch zu 24 Cop.?
4) Was wird man für 13 Tschwt. Hafer zahlen, wenn 1 Tschetwerik 35 Cop. kostet?
5) Wennn 12 Riess Papier mit 18 Rubel bezahlt werden; was kostet da 1 Buch?
6) Man zahlte für 3 Wedro Brandwein 4 Rbl.; was kommt 1 Kruschke davon zu stehen?
7) Wenn 12 Arschin Tuch 30 Rbl. kosten; was 1 Arschin?
8) Für 2 Pud 15 Pfd. Butter zahlte Jemand 15 Rbl. 20 Cop.; was kostet da 1 Pfd.?
9) 1 Dutzend silberne Löffel kosten 54 Rbl.; wie theuer ist 1 Löffel?
10) 12 Personen kauften zusammen 8 Ballen 6 Riess 8 Buch Schreibpapier; wie viel erhielt jede davon?
11) Wenn man für 75 Cop. 10 Arschin Leinwand erhält; wie viel Arschin erhält man da für 4 Rbl. 50 Cop.?
12) Wenn Jemand in 5 Monaten 16 Rbl. 50 Cop. verdient; was beträgt es jährlich?
13) Wenn 1200 Mann auf 15 Monate verproviantirt sind; wie lange werden unter gleichen Umständen 6000 Mann mit demselben Vorrathe ausreichen?
14) Was kosten 1 Pud 24 Pfd. Zucker, wenn man für 8 Pfd. 180 Cop. zahlt?
15) Für 2 Pfd. 36 Solotnik Seide zahlt man 26 Rbl. 60 Cop.; was kosten davon 48 Solotnik?
16) Wenn 1 Arbeiter in 18 Tagen einen Garten umgräbt; in wie viel Tagen werden da 6 Arbeiter damit fertig?
17) Mit einem gewissen Futtervorrath kommen 3 Pferde 14 Wochen lang aus; wie lange werden 7 Pferde damit ausreichen?
18) Aus einer Parthie Garn webt man 36 Arschin Leinewand von 1 Arschin Breite; wie viel Arschin erhält man aus diesem Garn, wenn die Leinewand 3 Arschin Breite haben soll?
19) A kauft 12 Pfd. Kaffee, das Pfd. zu 35 Cop. und 15 Pfd. Zucker, das Pfd. zu 24 Cop. Wie viel erhält er auf 10 Rbl. heraus?
20) Wenn 6 Pud 20 Pfd. Butter mit 36 Rbl. 75 Cop. bezahlt werden; was kosten da 2 Berk. 4 Pud 16 Pfd.?
21) Jemand hat in 2 Jahren und 5 Monaten 1000 Rbl. verausgabt; wie lange wird er da mit 3540 Rbl. auskommen?
22) Wenn 16 Wedro 7 Krusch. Brandwein mit 15 Rbl. 30 Cop. bezahlt werden; was kosten dann 24 Wedro 6 Kr. desselben Brandweins?

23) Jemand zahlt für 1 Buch 8 Bogen Schreibpapier 25 Cop.; was kosten da 8 Riess 15 Buch 18 Bogen?
24) Wenn 1 Pud 16 Pfd. Fett mit 4 Rbl. 60 Cop. bezahlt werden; wie viel erhält man da für 52 Rbl. 30 Cop.?
25) Was kosten 36 Tschwt. 5 Tschk. 4 Garniz Hafer, wenn 3 Tschk. 6 Gz. mit 120 Cop. bezahlt worden sind?
26) Jemand hatte 40 Tschwt. 6 Tschk. Weizen für 250 Rbl. 60 Cop. gekauft; wie viel erhält er da für 120 Rbl. 40 Cop.?
27) Ein Arbeiter, welcher täglich 10 Stunden 45 Minuten lang arbeitete, vollendete ein Werk in 20 Tagen; in wie viel Zeit würde er dasselbe Werk vollendet haben, wenn er täglich 12 Stunden 35 Minuten gearbeitet hätte?
28) C erhielt 400 Kruschken Oel, à 12 Cop. und zahlte an Fracht dafür 8 Rbl. 60 Cop. Er verkaufte den ganzen Vorrath, die Kruschke zu 20 Cop. Wie gross war der ganze Gewinn?
29) Ein Kaufmann zahlt für 300 Pfd. Kaffee 60 Rbl. Er verkauft denselben wieder, das Pfd. zu 8 Cop. Gewinn. Wie viel löste *a*) der Kaufmaun aus dem Kaffee beim Verkaufe, und *b*) wie viel betrug der ganze Gewinn?
30) In 125 Pfd. Schiesspulver sind 10 Pfd. Schwefel, 15 Pfd. Kohle und 100 Pfd. Salpeter enthalten; wie viel muss von jedem dieser Stoffe genommen werden, um 1000 Pfd. Schiesspulver zu bereiten?
31) Wenn der Durchmesser eines Rades 2 Fuss 5 Zoll ist, so beträgt dessen Umfang 7 Fuss 7 Zoll 1 Linie; wie gross wird der Umfang eines andern Rades sein, dessen Durchmesser 3 Fuss 6 Zoll 6 Linien beträgt?
32) Ein Seil von 200 Sashen 2 Arschin 12 Werschok Länge ist mit 20 Rbl. 80 Cop. bezahlt worden; was wird man demnach für ein anderes Seil von derselben Dicke und aus demselben Material zu zahlen haben, welches 50 Sashen 1 Arschin 8 Werschok lang ist?
33) Ein Arbeiter, welcher täglich 10 Stunden 30 Minuten lang arbeitete, vollendete ein Werk in 22 Tagen; in welcher Zeit würde er dasselbe Werk vollenden, wenn er täglich 11 Stunden 33 Minuten arbeitet?
34) A, B und C kaufen gemeinschaftlich 1200 Pfd. Kaffee für 250 Rbl. 60 Cop.; der Transport dieser Waare beträgt 15 Rbl. Wenn nun A davon 350 Pfd., B 460 Pfd. und C 390 Pfd. erhält. Wie viel hat jeder zu zahlen?
35) A und B kaufen 18 Tschwt. 6 Tschk. Roggen für 60 Rbl. 80 Cop. Davon erhielt B 10 Tschwt. 1 Tschk., und A den Rest. Wie viel hat jeder zu entrichten?

B. Mit gewöhnlichen Brüchen.

36) Was kosten $8\frac{1}{2}$ Pfd. Rosinen, wenn 1 Pfd. $33\frac{1}{3}$ Cop. zu stehen kommt?
37) Wenn 1 Kruschke Brandwein $7\frac{1}{2}$ Cop. kostet; was hat man für $12\frac{3}{4}$ Kruschken zu zahlen?

38) Man zahlt für $13\frac{1}{3}$ Pfd. Fleisch 80 Cop.; was für 1 Pfd.?
39) Jemand kauft $22\frac{3}{4}$ Pfd. Zucker, à $22\frac{1}{2}$ Cop. und $9\frac{2}{3}$ Pfd. Kaffee, à 30 Cop ; was hat er zusammen zu zahlen?
40) A erhandelt $12\frac{1}{2}$ Berk. Flachs, à $45\frac{1}{2}$ Rbl. und $8\frac{3}{5}$ Berk. Hanf, à $38\frac{2}{5}$ Rbl. Was kostet ihm beides zusammen?
41) Wenn Jemand für $3\frac{3}{4}$ Arschin Tuch $18\frac{2}{5}$ Rbl. zahlt; was werden demnach $6\frac{2}{3}$ Arschin davon kosten?
42) Es kauft A $12\frac{2}{3}$ Tschwt. Roggen und $18\frac{1}{6}$ Tschwt. Weizen. Er zahlte für $2\frac{1}{2}$ Tschwt. Roggen $3\frac{3}{4}$ Rbl. und für $1\frac{1}{3}$ Tschwt. Weizen $4\frac{1}{4}$ Rbl. Was hat er zusammen für beide Getreidearten gezahlt?
43) Jemand braucht zu einem Mantel $6\frac{3}{4}$ Archin Tuch von $\frac{11}{4}$ Arschin Breite. Wie viel Tuch würde er zu demselben Mantel nöthig haben, wenn das Tuch $2\frac{1}{4}$ Arschin Breite hat?
44) Eine Wand, die $24\frac{3}{4}$ Arschin lang und $5\frac{7}{8}$ Arschin hoch ist, soll mit Tapeten von $1\frac{3}{4}$ Arschin Breite ausgeschlagen werden; wie viel Arschin sind dazu erforderlich?
45) Für $3\frac{2}{3}$ Berk. Hanf zahlt man $75\frac{1}{2}$ Rbl.; was kosten da $2\frac{3}{4}$ Pfd?
46) A kauft $3\frac{3}{4}$ Arschin schwarzes Tuch, à $4\frac{1}{2}$ Rbl., und $4\frac{1}{3}$ Arschin blaues Tuch, à $3\frac{1}{3}$ Rbl.; was hat er zusammen zu zahlen?
47) Wenn Jemand für $3\frac{1}{3}$ Pfd. Butter 50 Cop. gezahlt hat; was kosten demnach $2\frac{2}{5}$ Pud?
48) Für 3 Arschin $12\frac{1}{2}$ Werschok Band zahlt Jemand $40\frac{1}{2}$ Cop.; was kosten da 16 Arschin $8\frac{3}{4}$ Werschok?
49) Was hat Jemand zusammen zu zahlen für $15\frac{3}{4}$ Pfd. Zucker, à $21\frac{1}{2}$ Cop., für $8\frac{1}{2}$ Pfd. Kaffee, à 35 Cop. und für $2\frac{1}{3}$ Pfd. Thee, à $2\frac{3}{5}$ Rbl.?
50) Zu $12\frac{1}{2}$ Berk. Glockenspeise gebraucht man $9\frac{3}{4}$ Berk. Kupfer $2\frac{3}{4}$ Berk. Zinn; wie viel Kupfer und Zinn ist erforderlich, um eine Glocke von 100 Berk. zu giessen?
51) Wie viel Tschetwert Weizen können gegen 12 Tschwt. Roggen, à $7\frac{1}{2}$ Rbl.; 8 Tschwt. Gerste à $6\frac{3}{4}$ Rbl., und 40 Tschwt. Hafer, à $2\frac{1}{2}$ Rbl. eingetauscht werden, wenn 1 Tschwt. Weizen zu 8 Rbl. gerechnet wird?
52) Auf dem Umfange eines Rades gehen 90 Zähne, wenn dieselben $\frac{1}{3}$ Zoll weit von einander entfernt sind; wie viel Zähne gehen darauf, wenn sie $\frac{3}{4}$ Zoll weit auseinander stehen sollen?
53) A und B sollen $66\frac{2}{3}$ Rbl. theilen, so dass von je 100 Rbl. A $36\frac{1}{3}$ und B $63\frac{2}{3}$ Rbl. erhalte; wie viel erhält jeder?
54) A hat 25 Pud Zucker, à $12\frac{3}{5}$ Rbl. eingekauft; an Fracht für das Pud $2\frac{4}{5}$ Rbl. und an Zoll für das Pud $1\frac{4}{5}$ Rbl. gezahlt; wie theuer muss davon 1 Pud verkauft werden, wenn auf das Ganze 170 Rbl. gewonnen werden sollen?

C. Mit Decimalbrüchen.

55) 8 Werschok Band kosten 12,25 Cop.; was 1 Werschok?
56) Wenn 1,5 Pfd. Taback 0,75 Rbl. kosten; was 3,5 Pfd.?
57) Für 3,275 Wedro Spiritus zahlt man 4,75 Rbl.; wie theuer sind da 1,5 Kruschken?

58) Was kosten 6 Tschwt. 4,75 Tschk. Mehl, wenn 6,125 Garnez mit 15,175 Cop. bezahlt werden?
59) Wenn 8½ Riess Schreibpapier 10,35 Rbl. gelten; was kostet da 1,5 Buch?
60) Für 8,75 Rbl. erhält man 2,0375 Pud Seife; was kosten demnach 6 Pud 15 Pfd. dieser Waare?
61) Jemand kauft Talg und zwar zuerst 6 Pud 8,25 Pfd., dann 4 Pud 6,175 Pfd. und zuletzt 8 Pud 16,1225 Pfd.; verkauft bald darauf 9 Pud 35,775 Pfd.; den Rest des Talges lässt er zu Seife verkochen. Wenn nun 1½ Pfd. Talg 2¼ Pfd. Seife geben; wie viel Pfd. Seife erhält er aus dem Reste des Talges?
62) Jemand zahlt für 16 Dutzend 8 Stück Knöpfe 7,125 Rbl.; was kosten da 1¾ Dutzend?
63) Für ⅞ Pfd. Feigen zahlt man 0,1285 Rbl.; wie viel erhält man da für 3,225 Rbl.?
64) Was betragen 3¾ Pud Rosinen, wenn 1,75 Pfd. 0,375 Rbl. kosten?
65) Wenn 0,666.... Pfd. Thee 2,175 Rbl. kosten; was betragen demnach 2¾ Pfd.?
66) A entrichtet für 16,621621.... Wedro Brandwein 60,6363.... Rbl.; was kosten dem zufolge 5 Wedro 4½ Kruschken?

D. Vermischte Aufgaben in der Regel de tri.

67) In 500 Pfd. Schiesspulver sind 40 Pfd. Schwefel, 60 Pfd. Kohle und 400 Pfd. Salpeter enthalten; wie viel muss von jedem dieser Stoffe genommen werden, um 4000 Pfd. Schiesspulver zu bereiten?
68) Ein Kaufmann zahlte für 640 Pfd. Kaffee 160 Rbl. Er verkauft denselben wieder, das Pfd. mit 10 Cop. Gewinn. Wie viel löste *a*) der Kaufmann aus dem Kaffee beim Verkaufe, und *b*) wie viel betrug der ganze Gewinn?
69) Wenn 3⅓ Pfd. Rosinen 60 Cop. kosten; was hat man da für 4½ Pud zu zahlen?
70) Ein Arbeiter verdiente in 20 Tagen eben so viel, als ein anderer in 15 Tagen. Dieser letztere verdiente in 6 Tagen 2 Rbl. 40 Cop.; wie viel verdiente der erste Arbeiter täglich?
71) A kaufte 25 Tschwt. Korn, und B zu demselben Preise 37 Tschwt. Der letztere zahlte 62 Rbl. 40 Cop. mehr, als der erstere. Wie viel hat jeder zu zahlen?
72) Jemand hat einen Vorrath an Getreide verkauft und zwar $^5/_9$ davon für 480 Rbl., und den Rest von 40 Tschwt., das Tschwt. zu gleichem Preise. Wie theuer ist das Tschwt. eingekauft, wenn an dem ganzen Vorrathe 250 Rbl. gewonnen wurden?
73) A und B kauften zusammen Holz für 300 Rbl. A behielt davon 24 Faden, und B nahm den Rest und zahlte dafür 180 Rbl. Wie viel Faden betrug der ganze Kauf?
74) Jemand hatte 400 Pfd. Kaffee und Zucker, zusammen für 105 Rbl. eingekauft. Wenn nun der Kaffee 250 Pfd. gewogen und der Zucker

30 Rbl. betragen; so ist die Frage: was ihm 1 Pfd. Kaffee und 1 Pfd. Zucker zu stehen kommt?

75) Jemand besitzt $12\frac{1}{2}$ Loth Silber von der 84. Probe. Er schmelzt dasselbe mit $3\frac{1}{4}$ Loth Kupfer zusammen; die wie vielste Probe wird nun *a*) das Silber enthalten; und *b*) wie viel Loth Kupfer muss zu jenen $12\frac{1}{2}$ Loth von der 84. Probe hinzugefügt werden, damit das Silber die 60. Probe halte?

76) Ein Goldarbeiter besitzt 45 Solotnik Gold von der 72. Probe. Wie viel reines Gold ist in jenen 45 Solot. enthalten?

77) Als D Bankerott machte, konnten seine 4 Gläubiger nur $\frac{6}{25}$ ihrer Forderung bekommen. A bekam 143; B 875; C 486 und D 2371 Rbl. Wie gross war eines jeden Schuldforderung?

78) Von A wird ein Bote nach B geschickt, von B zu derselben Zeit einer ihm entgegen nach A. Jener geht stündlich $\frac{3}{5}$, dieser $\frac{4}{5}$ Meilen, und beide gehen 12 Stunden täglich. Wenn die Entfernung von A bis B 175 Meilen beträgt, so ist die Frage: *a*) wann werden sie unterweges zusammen treffen; und *b*) in welcher Entfernung von A wird diess geschehen?

79) A, B, C legten zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte eine bestimmte Summe zusammen. A gab $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{5}$ und C den Rest. Die Einlage des A betrug 250 Rbl.; wie gross war die Einlage des B und C?

80) Ein Kaufmann verlor beim Verkauf einer Waare 27 Rbl. 75 Cop. und zwar an jedem Pfd. 15 Cop. Wie viel Pfd. hat er verkauft?

81) A kaufte $7\frac{1}{2}$ Stück Leinen, jedes Stück von $45\frac{1}{3}$ Arschin, die Arschin zu $22\frac{1}{2}$ Cop. Davon verkaufte er 100 Arschin, à $24\frac{2}{3}$ Cop.; 160 Arschin, à $25\frac{1}{2}$ Cop. und den Rest, die Arschin zu $23\frac{3}{4}$ Cop. Wie gross ist der Gewinn desselben im Ganzen gewesen?

82) Jemand verkaufte von seinem Getreidevorrathe $\frac{5}{9}$ Theil für $1812\frac{1}{2}$ Rbl., und den Rest von 300 Tschwt., das Tschwt. zu gleichem Preise. Wie theuer ist das Tschwt. eingekauft, wenn am ganzen Vorrathe 388 Rbl. $12\frac{1}{2}$ Cop. gewonnen wurden?

83) Wenn ich so viel ganze Rubel hätte, als ich $\frac{1}{12}$ Rubel habe, sagte Jemand; so könnte jedes meiner 5 Kinder 2275 Rbl. erhalten und für meine Frau blieben noch 4625 Rbl. übrig. Wie viel Geld hatte er?

84) Zwei Pfd. Käse von verschiedener Güte wurden für $21\frac{3}{4}$ Cop. verkauft. Der Unterschied im Preise beträgt $2\frac{3}{4}$ Cop. Wie viel kostete 1 Pfd. von jeder Sorte?

85) Um 4500 Ziegelsteine zu streichen, braucht A allein 10 Tage, B 15 Tage und C 12 Tage. In wie viel Tagen streichen diese 3 Personen zusammen 90000 Ziegelsteine?

86) Durch 3 Röhren soll ein Behälter mit Wasser gefüllt werden. Durch die erste Röhre allein kann dieser Behälter in 20 Stunden; durch die zweite in 25, und durch die dritte in 30 Stunden gefüllt werden. In welcher Zeit wird der Behälter gefüllt, wenn alle 3 Röhren zugleich geöffnet sind?

87) A legt täglich 25 Cop. zurück. Nachdem er diess 6 Wochen gethan, fängt auch B an, täglich 35 Cop. zurückzulegen. Nach wie viel Tagen werden nun beide gleich viel erspart haben?

88) Einem Boten, der schon vor 3 Tagen von einem Orte abgefahren war, wird aus demselben Orte ein anderer Bote nachgeschickt, um jenen einzuholen. Wenn nun der erste Bote täglich 120 Werst; der andere täglich 160 Werst zurücklegt; in wie viel Tagen wird der zweite Bote den ersten einholen?

89) Von A und B gehen Boten aus, einander entgegen. Der von A ausgehende Bote macht täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen, und der von B ausgehende $6\frac{5}{6}$ Meilen. Sie treffen nach 5 Tagen zusammen; wie weit liegen die Oerter von einander?

90) C hat Kaffee gekauft. Verkauft er das Pfd. zu $22\frac{1}{4}$ Cop., so verliert er 3 Rbl. 41 Cop.; verkauft er aber das Pfd. zu $28\frac{1}{2}$ Cop., so gewinnt er 4 Rbl. 34 Cop. Wie viel Pfd. hat er gekauft?

91) Jemand kauft 12 Arschin blaues, und 8 Arschin schwarzes Tuch, zusammen für 64 Rbl. Wenn nun das blaue Tuch 20 Rbl. mehr kostet, als das schwarze; so ist die Frage: wie theuer ist die Arschin von jeder Tuchsorte gewesen?

92) A verbraucht $\frac{2}{3}$ seines jährlichen Einkommens zur Bestreitung seiner Lebensbedürfnisse; den 4ten Theil legt er auf Zinsen an, das Uebrige gibt er den Armen. Wie hoch beläuft sich sein jährliches Einkommen, wenn die Armen monatlich 30 Rbl. erhalten?

Zins- oder Interessenrechnung.

§ 46. Das Wort Zins oder Interesse bedeutet eine Abgabe für die Benutzung irgend eines Gegenstandes von Werth, am häufigsten aber für die Benutzung ausgeliehener Geldsummen (Capitalien). Der Schuldner (Debitor) hat nämlich die Verpflichtung, an den Verleiher (Creditor), so lange er das geliehene Geld schuldet, so und so viel jährlich zu zahlen. Es ist ein für alle Male festgestellt, dass die Entrichtung dieser Abgabe stets auf 100 gerechnet wird, und nennt dann diese Zahlung Procent und schreibt dieses abgekürzt: pCt. oder %. Wenn also B dem C 800 Rbl. zu 5 pCt. leihet, so heisst das: C muss dem B für jedes 100 des Capitals jährlich 5 Rbl. Zinsen oder Interessen zahlen.

Die Resultate der einfachen Zinsrechnungen werden durch die einfache Regel de tri gefunden. Zu der Berechnung derselben gehören: 1) Zinsen; 2) Capital; 3) Procente und 4) Zeit.

Aufgabe 1. Wie viel Zinsen bringen 7850 Rbl. zu 5 pCt.?

Auflösung. 100 Rbl. geben 5 Rbl. Zinsen; also geben 7850 Rbl. mehr Zinsen als 100 Rbl. Capital; daher entsteht hier eine steigende Proportion, nämlich

100 Rbl. Capital : 7850 Rbl. Capit. = 5 Rbl. Zins : x Rbl. Zins;
also x = $392\frac{1}{2}$ Rbl. Zinsen (jährlich).

Aufgabe 2. Ein Capital ist zu $4\frac{1}{2}$ pCt. verinteressirt und bringt jährlich 45 Rbl. Zinsen; wie gross ist das Capital?

Auflösung. Wenn 100 Rbl. Capital in 1 Jahr $4\frac{1}{2}$ Rbl. Zins bringen, so wird offenbar das Capital grösser sein, welches 45 Rbl. Zins geben soll; mithin wieder eine steigende Proportion, und zwar

$4\frac{1}{2}$ Rbl. Zins : 45 Rbl. Zins = 100 Rbl. Capital : x Rbl. Capital;
also x = 1000 Rbl. Capital.

Aufgabe 3. Wenn 6000 Rbl. jährlich 300 Rbl. Zinsen bringen; zu wie viel Procent ist dieses Capital ausgeliehen?

Auflösung. Wenn 6000 Rbl. jährlich 300 Rbl. Zinsen geben, so werden offenbar 100 Rbl. Capital weniger Zinsen geben;

also: 6000 Rbl. Cap. : 100 Rbl. Cap. = 300 Rbl. Zins : x Rbl. Zins.
mithin x = 5 Rbl. Zins, d. i. 5 pCt.

Aufgabe 4. Ein Capital von 3000 Rbl. bringt in 8 Monaten bestimmte Zinsen; in welcher Zeit bringen 4000 Rbl. dieselben Zinsen?

Auflösung. Wenn 3000 Rbl. in 8 Monaten eine bestimmte Summe an Zinsen bringen, so werden 4000 Rbl. offenbar weniger Zeit brauchen, um dieselben Zinsen zu bringen. Hier ist also eine fallende Proportion;

mithin 4000 Rbl. Cap. : 3000 Rbl. Cap. = 8 Mon. : x Monat;
folglich x = 6 Monat.

Anmerkung. Die zusammengesetzten Zinsrechnungen kommen bei der zusammengesetzten Regel de tri, und die Berechnung der Zinsen von Zinsen, bei dem Kettensatze vor.

Uebungs - Aufgaben.

93) A verlieh an B drei Capitalien, nämlich 1200 Rbl., 1500 Rbl. und 2000 Rbl. zu 5 pCt.; wie gross waren die jährlichen Zinsen von jedem Capitale?

94) Wie viel Zinsen erhält man jährlich *a*) von 6000 Rbl; *b*) von 7500 Rbl. und *c*) von 9000 Rbl. zu 4 pCt.?

95) Wenn 2000 Rbl. in 5 Jahren 500 Rbl. Zinsen geben; zu wie viel Procent stand jenes Capital auf Zinsen?

96) Wie viel betragen die jährlichen Zinsen von 6800 Rbl. zu 4 pCt.?

97) Jemand erhält von 4500 Rbl. an jährlichen Zinsen 225 Rbl. Wie viel pCt. macht es?

98) Wenn 8400 Rbl. in $1\frac{1}{2}$ Jahren 630 Rbl. Zinsen bringen; in welcher Zeit bringt dasselbe Capital 810 Rbl. Zinsen?

99) 1560 Rbl. sind in 1 Jahre zu $1614\frac{3}{5}$ Rbl. angewachsen; zu wie viel pCt. waren sie belegt?

100) B hat von 2500 Rbl. jährlich $168\frac{3}{4}$ Rbl. Zinsen eingenommen. Zu wie viel pCt. war das Capital belegt?

101) A hatte ein Capital ausgeliehen zu 5 pCt.; erhielt nach 4 Jahren

an Capital und Zinsen 1440 Rbl. zurückgezahlt. Wie gross war das ausgeliehene Capital?

102) Von 5430 Rbl., zu $4\frac{1}{2}$ pCt. belegt, hebt man in gleicher Zahl so viel Zinsen, als von 4887 Rbl. Zu wie viel pCt. ist das letztere Capital belegt?

103) Ein Wucherer verleiht ein Capital zu 6 pCt., lässt sich aber die Zinsen immer zu Anfang des Jahres bezahlen. Wie viel nimmt er für 100 Rbl.?

104) Wie viel Rubel bringen in 1 Jahr so viel Zinsen, als 400 Rbl. in 2, 600 Rbl. in 3, und 800 Rbl. in 4 Jahren?

105) Ein Berkowez einer Waare wird zu 75 Rbl. mit 20 pCt. Gewinn verkauft. Wie theuer ist es eingekauft?

106) Ein Oxhoft Wein ist zu 49 Rbl. mit $12\frac{1}{2}$ pCt. Verlust verkauft. Wie theuer war es im Einkauf?

107) 4850 Rbl. sind in 1 Jahre zu $5092\frac{1}{2}$ Rbl. angewachsen. Zu wie viel pCt. waren sie belegt?

108) A, B, C handeln in Compagnie. Als sie sich trennen, finden sie einen Gewinn von $18\frac{3}{4}$ pCt. A erhält mit der Einlage $1781\frac{1}{4}$, B $2137\frac{1}{2}$ und C $2612\frac{1}{2}$ Rbl. Wie viel hat jeder eingelegt?

109) Wie gross ist ein Capital, welches zu $3\frac{1}{3}$ pCt. ausgeliehen, in 6 Jahren 345 Rbl. an Zinsen getragen hat?

Rabattrechnung.

§ 47. Wenn von einer Schuldforderung unter gewissen Bedingungen bestimmte Procente abgelassen werden, so nennt man diesen Abzug Rabatt oder Disconto. Werden z. B. bei einer Schuld von 300 Rbl. 4 pCt. discontirt, so beträgt der Rabatt oder das Disconto 12 Rbl., und die baare Zahlung ist demnach nur noch 300 Rbl. — 12 Rbl. = 288 Rbl.

Das Wort „Rabatt" wird auch noch in einem andern Sinne gebraucht und zwar, wenn eine Summe Geldes vor dem festgesetzten Zahlungstermine bezahlt wird. In diesem Falle gesteht der Gläubiger dem Schuldner für die frühere Zahlung bestimmte Procente Rabatt zu. Man rechnet den Rabatt auf 100 und in 100.

1) Rabat auf 100. *Beispiel.* A ist verpflichtet, an B nach 1 Jahre 6300 Rbl. zu zahlen, wünscht aber die Zahlung sogleich zu leisten und hierbei einen Abzug von 5 pCt. zu machen. Wie viel wird hiernach A zu zahlen haben?

Auflösung. Hier sagt man statt jeder 105 Rbl., die A nach 1 Jahre zu zahlen hätte, zahlt er jetzt nur 100 Rbl. Der Ansatz ist daher folgender:

$$105 \text{ Rbl.} : 100 \text{ Rbl.} = 6300 \text{ Rbl.} : x \text{ Rbl.};$$
$$\text{also } x = 6000 \text{ Rbl. baar.}$$

Anmerkung. Rabatt auf 100 wird bei Vorauszahlung von Schulden, Ankäufen, Miethen u. s. w. berechnet.

2) Rabatt in 100. Hier heisst es: 100 Rbl. des künftigen Werthes sind 95 Rbl. des gegenwärtigen (baaren) Werthes. Kaufleute und Wechsler rechnen fast allgemein den Rabatt in 100, und nennen diesen Rabatt gewöhnlich Disconto.

Beispiel: A kauft von B 120 Arschin Tuch à 3 Rbl. unter der Bedingung, die Zahlung dafür erst nach 9 Monaten, oder baar mit 8 pCt. Rabatt zu leisten. Was beträgt demnach die baare Zahlung?

Auflösung. 120 Arschin, à 3 Rbl. machen aus 360 Rbl., und 8 pCt. Rabatt heisst: 100 Rbl. künftig sind 92 Rbl. baar;

also 100 Rbl. künftig : 92 Rbl. baar = 360 Rbl. künftig : x Rbl. baar.

also x = 331 Rbl. 20 Cop. baar.

Oder auch: 100 Rbl. : 8 Rbl. (Rabatt) = 360 Rbl. : x Rbl. (Rabatt);

also x = 28 Rbl. 80 Cop.;

folglich die Zahlung = 360 Rbl. — 28 Rbl. 80 Cop. = 331 Rbl. 20 Cop.

Uebungs-Aufgaben.

110) A ist an B schuldig 550 Rbl. nach 3 Monaten zu zahlen. Er bezahlt aber gleich mit $\frac{1}{2}$ pCt. Rabatt für den Monat, in 100 gerechnet. Wie viel beträgt die baare Zahlung?

111) An einer Forderung von 768 Rbl wird ein Rabatt von $3\frac{1}{2}$ pCt. in 100 bewilligt; wie gross ist die baare Zahlung?

112) Für eine Schuldforderung von 891 Rbl. wurden baar bezahlt 825 Rbl. Wie viel pCt. Rabatt auf 100 sind hiernach bewilligt worden?

113) Wie viel ist für eine Schuld von 5580 Rbl., welche erst nach 6 Jahren gezahlt zu werden brauchen, jetzt gleich zu zahlen, wenn für jedes Jahr ein Rabatt von $4\frac{1}{3}$ pCt. auf 100 bewilligt wird?

114) Ein Wechsel von $914\frac{1}{2}$ Rbl. über 5 Monat zahlbar, wird mit $\frac{1}{2}$ pCt. Disconto für den Monat verkauft; wie viel wird baar bezahlt?

115) A hat an B nach $7\frac{1}{2}$ Jahr 5400 Rbl. zu zahlen; er will aber gegen einen Rabatt von $3\frac{1}{3}$ pCt. in 100 für jedes Jahr sogleich zahlen; wie viel beträgt hiernach die baare Zahlung?

116) An einer Forderung von 513 Rbl. wurden 81 Rbl. discontirt; wie viel pCt. betrug das Disconto?

117) A schuldete an B 328 Rbl. nach $2\frac{2}{3}$ Jahren zu zahlen; er bezahlte aber sogleich 304 Rbl. Wie viel in 100 ist für jedes Jahr discontirt worden?

118) An einer Forderung von 306 Rbl. nach $2\frac{1}{2}$ Jahren zahlbar wird ein Rabatt von 5 pCt. für jedes Jahr bewilligt; wie viel ist baar zu zahlen?

119) B kauft von C einen Wechsel von 1500 Rbl. über 6 Monat zahlbar, mit $\frac{3}{4}$ pCt. monatlichem Disconto. Wie viel hat B baar zu zahlen?

120) A kauft Waare für 4000 Rbl. nach 8 Monaten zahlbar. Es können

aber auch diese 4000 Rbl. mit $\frac{3}{4}$ pCt. monatlichem Rabatt in 100 sogleich bezahlt werden. Nach 5 Monaten bezahlt A den ganzen Betrag; wie viel macht nun die baare Zahlung aus?

Zusammengesetzte Regel de tri (Vielsatz).

§ 48. Soll eine unbekannte Grösse durch mehrere auf dieselbe sich beziehenden Verhältnisse gefunden werden, so nennt man das Verfahren dabei zusammengesetzte Regel de tri oder zusammengesetzte Proportionalrechnung, auch wohl Vielsatz. So viel verschiedene Verhältnisse in der Aufgabe gegeben sind, eben so viel einfache Regel de tri-Exempel ergeben sich, und es kommt hier darauf an, dieselben nach § 37 zu einer einzigen Proportionalrechnung zusammen zu setzen und daraus die unbekannte Grösse zu finden. Wie diess zu machen sei, lässt sich am besten durch ein Exempel erläutern, z. B.

Wenn 4 Arbeiter in 5 Tagen einen Garten von 100 Faden Länge und 5 Faden Breite umgraben; wie viel Arbeiter werden erforderlich sein, um einen andern Garten von 250 Faden Länge und 8 Faden Breite in 7 Tagen umzugraben?

Bei allen Aufgaben dieser Art ist von einander zu unterscheiden der Bedingungssatz und der Fragesatz. In obigem Exempel ist: „wenn 4 Arbeiter in 5 Tagen einen Garten von 100 Faden Länge und 5 Faden Breite umgraben“ — der Bedingungssatz; und „wie viel Arbeiter sind nöthig, um einen andern Garten von 250 Faden Länge und 8 Faden Breite in 7 Tagen umzugraben“ — der Fragesatz. Gewöhnlich schreibt man die zum Bedingungssatz gehörigen Theile neben einander und die gleichnamigen Grössen des Fragesatzes unter die entsprechenden Theile des Bedingungssatzes, nennt das gesuchte Glied x und stellt es jedesmal in den Fragesatz; z. B.

5 Tage	100 Faden Länge	5 Faden Breite	4 Arbeiter	(Bedingungssatz).
7 „	250 „ „	8 „ „	x „	(Fragesatz).

Bei der Anordnung der über einander stehenden gleichnamigen Grössen zu einem zusammengesetzten Proportional-Ansatze hat man zu untersuchen, ob dieselben in Beziehung auf die unbekannte Grösse (x) steigende oder fallende Verhältnisse bilden. Um diess zu ermitteln, stelle man folgende Fragen an, wobei man sich jedoch alle übrigen Theile in der Aufgabe als gleich denkt.

1) Wenn 4 Arbeiter in 5 Tagen einen Garten von besagter Länge und Breite umgraben; werden mehr oder weniger Arbeiter nöthig sein, um einen andern Garten von derselben Länge und Breite in 7 Tagen umzugraben? Antwort: weniger Arbeiter; also bilden 4 Arbeiter zu den gesuchten (v) Arbeitern ein fallendes Verhältniss; demnach müssen auch 5 Tage zu 7 Tagen ein fallendes Verhältniss bilden. Folglich werden sich verhalten 7 Tage : 5 Tage = 4 Arb. : v Arb.

2) Wenn 4 Arbeiter einen Garten von 100 Faden Länge umgraben; werden da mehr oder weniger Arbeiter nöthig sein, wenn sie in derselben Zeit einen andern Garten von 250 Fad. Länge (bei gleicher Breite mit dem andern) umgraben sollen? Antwort: mehr Arbeiter; folglich bilden — da man v aus dem ersten Ansatze als bekannt ansehen darf — v zu der gesuchten neuen Grösse (w) ein steigendes Verhältniss; mithin müssen auch 100 Faden Länge und 250 Faden Länge ein steigendes Verhältniss bilden; also ist die Proportion

$$100 \text{ Fad. L} : 250 \text{ Fad. L.} = v \text{ Arb.} : w \text{ Arb.}$$

3) Wenn 4 Arbeiter einen Garten von 5 Faden Breite umgraben; werden da mehr oder weniger Arbeiter nöthig sein, um in derselben Zeit einen Garten von 8 Faden Breite (bei übrigens gleicher Länge mit dem andern) umzugraben? Antwort: mehr Arbeiter; folglich bilden — da man w aus dem zweiten Ansatze als bekannt ansehen darf — w Arbeiter zu der zuletzt gesuchten Grösse (x) ein steigendes Verhältniss; demnach werden auch 5 Faden Breite zu 8 Faden Breite ein steigendes Verhältniss bilden; also wird sein

$$5 \text{ Fad. Breite} : 8 \text{ Fad. Br.} = w \text{ Arb.} : x \text{ Arb.}$$

Stellt man nun die obigen 3 einfachen Regel de tri-Ansätze, wie folget, zusammen; so hat man, nach Weglassung der Benennungen der einzelnen Glieder in denselben

$$\begin{aligned} 7 : \ \ 5 &= 4 : v \text{ (Arbeiter)} \\ 100 : 250 &= v : w \quad " \\ 5 : \ \ 8 &= w : x \quad " \end{aligned}$$

Werden hier nach § 38 v gegen v, und w gegen w gehoben und nach § 37 die gleichstelligen Glieder mit einander multiplicirt, dann erscheint folgende zusammengesetzte Proportion

$$7 \, . \, 100 \, . \, 5 : 5 \, . \, 250 \, . \, 8 = 4 : x \text{ (Arbeiter)}$$

$$\text{folglich } x = \frac{5 \, . \, 250 \, . \, 8 \, . \, 4}{7 \, . \, 100 \, . \, 5} = 11 \tfrac{3}{7} \text{ Arbeiter.}$$

Anmerkung. Der Bruch $^3/_7$ hat hier die Bedeutung, dass 11 Arbeiter mit der verlangten Arbeit in 7 Tagen nicht ganz, 12 Arbeiter dagegen etwas früher fertig werden.

Weil der Bruch $\frac{5 \, . \, 250 \, . \, 8 \, . \, 4}{7 \, . \, 100 \, . \, 5}$ ungeändert bleibt, wenn man zwei beliebige Factoren des Zählers und Nenners durch einerlei Zahl dividirt; so ist klar, dass man, ehe man die drei obigen Proportionen zu einer einzigen zusammensetzt, jedes erste und zweite Glied, oder auch jedes erste und dritte Glied der Proportionen durch ein gemeinschaftliches Maass dividiren kann, ohne den Werth der unbekannten Grösse im Geringsten zu verändern (§ 33).

Dass man an die Stelle der Division auch eine Multiplication derselben Glieder mit einerlei Zahl setzen kann, ist ebenfalls klar, und diess wird allemal dann nöthig sein, wenn in den Gliedern der obigen Proportionen Brüche vorkommen, die sich immer auf ganz ähnliche Art, wie bei der einfachen Regel de tri (§ 33) gezeigt worden, wegschaffen lassen.

Gewöhnlich lässt man die Zwischengrössen v, w u. s. w. bei dem Ansatze ganz weg, und schreibt die obigen Proportionen auf folgende Art:

$$\left.\begin{array}{r}7:5\\100:250\\5:8\end{array}\right\} = 4 \text{ Arb.} : x \text{ Arbeitern.}$$

Hebt man hier die Glieder durch gemeinschaftliche Maasse, so erhält man

$$\left.\begin{array}{r}7:1\\1:5\\1:8\end{array}\right\} = 2 : x; \text{ folglich } x = \frac{1.5.8.2}{7.1.1} = 11^3/_7 \text{ Arb.}$$

Basedowsche Regel.

§ 49. Die nach Basedow genannte praktische Rechnungsregel, die ganz einfach aus dem vorhergehenden hervorgeht, ist folgende:

Man setzt alle Glieder des Bedingungssatzes neben einander und unter dieselben die gleichnamigen Glieder des Fragesatzes, ganz so, wie es im vorhergehenden § geschehen; also

5 Tage	100 Fad. L.	5 Fad. B.	4 Arbeiter	(Bedingungssatz)
7 „	250 „	8 „	x „	(Fragesatz).

Jetzt schreibt man links eines vertikalen Strichs die unbekannte Grösse x, und rechts die mit x gleichnamige Grösse (hier 4 Arbeiter).

$$\begin{array}{r|l}x \text{ Arbeiter} & 4 \text{ Arbeiter.}\\7 & 5\\100 & 250\\5 & 8\\\hline \multicolumn{2}{c}{x = 11^3/_7 \text{ Arb.}}\end{array}$$

Hierauf untersuche man auf dieselbe Weise, wie in § 48 durch angestellte Fragen, ob die gleichnamigen Glieder des Bedingungs- und des Fragesatzes steigende oder fallende Verhältnisse, in Beziehung auf das unbekannte Glied (x) bilden. Im erstern Falle setze man links des vertikalen Striches die kleinere, und rechts die grössere Zahl; im zweiten Falle dagegen, links die grössere und rechts die kleinere Zahl eines jeden dieser Verhältnisse. Dann stehen links dieses Striches die Factoren des Devisors, und rechts die des Dividenden. Bei jeder zu machenden Frage denke man sich auch hier alles Uebrige in der Aufgabe als gleich.

Kommen in den Gliedern dieser beiden Zahlensäulen Brüche vor, so richtet man die gemischten Zahlen ein und setzt die Nenner der links stehenden Brüche rechts, und die Nenner der rechts befindlichen Brüche, links, weil durch die Multiplication des Divisors und des Dividenden mit einerlei Zahl der Quotient unverändert bleibt. Hierauf sucht man durch ein gemeinschaftliches Maass die rechts und links stehenden Zahlen gegen einander zu verkürzen, wodurch das gegenseitige Verhältniss des Divisors und des Dividenden ungestört bleibt. Endlich dividire man mit dem Produkte der Factoren des Divisors (links) in das Produkt der Factoren des Dividenden (rechts); so gibt der Quotient dieser Division die gesuchte unbekannte Grösse x.

§ 50. Man kann aber auch alle dergleichen zusammengesetzte Regel de tri-Aufgaben ganz ohne die Lehre der Proportionen, und zwar durch einfache Schlussrechnung lösen, wie solches aus folgendem Exempel leicht zu ersehen ist. Wir wollen dazu obiges Beispiel wählen, dessen Ansatz war:

	100 Fad. L.	5 Fad. Br.	5 Tage	4 Arb. (Bedingungssatz)
	250 „	8 „	7 „	x „ (Fragesatz);
mithin	1 Fad. L.	5 Fad. Br.	5 Tage	$\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ Arbeiter.
„	1 „	1 „	5 „	$\frac{1}{25 \cdot 5}$ Arb.
„	1 „	1 „	1 „	$\frac{1 \cdot 5}{25 \cdot 5} = \frac{1}{25}$ Arb.
„	250 „	1 „	1 „	$\frac{1 \cdot 250}{25} = 10$ Arb.
„	250 „	8 „	1 „	$10 \cdot 8 = 80$ Arb.
endlich	250 „	8 „	7 „	$\frac{10 \cdot 8}{7} = 11\frac{3}{7}$ Arb.

Anmerkung. Es ist sehr zu empfehlen, dass die Schüler die nachstehenden Exempel abwechselnd nach allen 3 Methoden ausrechnen.

Die zusammengesetzte Zinsrechnung.

§ 51. Alle Aufgaben der zusammengesetzten Zinsrechnung können ebenfalls nach den obigen 3 Rechnungsarten gelöset werden, wobei jedoch immer durch richtig gestellte Fragen zu ermitteln ist, ob die gleichnamigen Glieder der Aufgabe nach steigenden oder fallenden Verhältnissen zu ordnen seien; z. B.

Welches Capital gibt bei 6 pCt.*) nach $1\frac{1}{2}$ Jahren 500 Rubel Zinsen?

Ansatz: 1 Jahr	6 Rbl. Zinsen	100 Rbl. Capital	(Bedingungssatz)
$1\frac{1}{2}$ „	500 „ „	x „ „	(Fragesatz).

Nach Methode 1.

$$1\tfrac{1}{2} \text{ Jahr} : 1 \text{ Jahr} = 100 : v \text{ (Capital)}.$$
$$6 \text{ R. Zins.} : 500 \text{ R.Z.} = v : x \quad „$$
$$6 \cdot 1\tfrac{1}{2} : 500 \cdot 1 = 100 : x; \text{ also}$$
$$x = \frac{500 \cdot 1 \cdot 100}{9} = 5555\tfrac{5}{9} \text{ Rbl. Capital.}$$

*) 6 pCt. heisst: 100 Rbl. Capital gibt in 1 Jahr 6 Rbl. Zinsen, was wohl zu merken ist.

Nach Methode 2.

x Rbl. Capital	100 Rbl. Capital.
$1\frac{1}{2}$ Jahr	1 Jahr.
6 Rbl. Zinsen	500 Rbl. Zinsen
also 9 x	50000 Rbl.

mithin x = $5555\frac{5}{9}$ Rbl. Capital.

Nach Methode 3.

Für 1 Jahr sind 6 Rb. Zinsen von 100 Rb. zu zahlen; mithin
„ 1 „ 1 „ „ von $\frac{100}{6}$ Rbl. „
„ $1\frac{1}{2}$ „ 1 „ „ von $\frac{100 \cdot 2}{6 \cdot 3}$ Rbl. „
und endlich für $1\frac{1}{2}$ „ 500 „ „ von $\frac{100 \cdot 2 \cdot 500}{6 \cdot 3}$ Rbl. „
$= 5555\frac{5}{9}$ Rbl. zu zahlen.

Uebungs-Aufgaben.

1) Ein Fuhrmann erhält für 2 Berkowez auf 3 Meilen 1 Rbl. Fracht; wie viel macht's für 9 Berk. auf 8 Meilen?
2) 2 Arbeiter werfen in 3 Tagen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten, einen Graben 50 Arschin weit aus; wie weit führen ihn 3 Arbeiter in 4 Tagen, den Tag zu 12 Stunden?
3) Ein Buch in Octav von 64 Seiten, jede zu 40 Zeilen, die Zeile zu 36 Buchstaben, soll in der zweiten Auflage mit kleinern Lettern gedruckt werden, so dass auf die Seite 50 Zeilen, jede zu 40 Buchstaben, kommen; wie viel Seiten werden es?
4) 4 Kostgänger zahlen in 3 Wochen $10\frac{2}{3}$ Rbl.; wie viel 9 Kostgänger in 10 Wochen?
5) $\frac{3}{8}$ Arschin $\frac{10}{4}$ breites Zeug kosten $\frac{8}{9}$ Rbl.; was kostete hiernach $\frac{1}{2}$ Arschin $\frac{9}{4}$ breites Zeug von gleicher Güte?
6) Ein Zimmer kann mit 300 Platten von $2\frac{1}{2}$ Fuss Länge und $1\frac{1}{3}$ Fuss Breite ausgelegt werden; wie viel Platten von 3 Fuss Länge und $2\frac{1}{2}$ Fuss Breite sind dazu erforderlich?
7) 3 Pferde brauchen in 12 Tagen 8 Tschetw. Hafer; wie viel Tschetw. bedürfen 18 Pferde in 20 Tagen?
8) 12 Weber, die täglich 10 Stunden arbeiten, verfertigen in 5 Wochen, jede zu 6 Tagen gerechnet, 80 Stück $\frac{5}{4}$ breite Leinewand; wie viel Weber sind nöthig, um bei täglich 9stündiger Arbeit in 6 Wochen, jede zu 5 Tagen, 100 Stück $\frac{1}{4}$ breite Leinewand zu weben?
9) Für $4\frac{2}{3}$ Rbl. kann man 5 Lampen 20 Abende, jeden Abend zu $3\frac{1}{2}$ Stunden gerechnet, mit Oel unterhalten; für wie viel Abende, zu $4\frac{1}{4}$ Stunden, reichen $6\frac{4}{5}$ Rbl. aus, wenn 6 Lampen unterhalten werden sollen?
10) 8 Maurer haben in 6 Wochen, indem sie täglich 12 Stunden arbeiten, 90 Rbl. verdient; wie viel verdienen hiernach 5 Maurer in 8 Wochen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten?

11) Wenn 80 Faden Holz in 5 Wochen von 12 Mann, die wöchentlich 6 Tage und täglich 12 Stunden arbeiten, im Walde aufgehauen werden; wie viel Mann sind nöthig, um 200 Faden in 4 Wochen aufzuhauen, wenn sie wöchentlich 5 Tage und täglich 16 Stunden arbeiten sollen?

12) 6 Mann bauten in 5 Tagen eine Mauer auf von 120 Fuss Länge, 10 Fuss Höhe und 4 Fuss Breite; wie lang wird demnach eine andere Mauer von 9 Fuss Höhe und $2\frac{3}{4}$ Fuss Breite in $3\frac{1}{2}$ Tagen aufgeführt werden können, wenn 10 Mann daran arbeiten?

13) Wenn 1 Tschwt. Mehl $7\frac{1}{2}$ Rbl. kostet, soll ein Brod für 3 Cop. 48 Solotnik wiegen; wie schwer muss ein Brod für $7\frac{1}{2}$ Cop. sein, wenn 1 Tschwt. 5 Rbl. gilt?

14) Es schreibt ein Schreiber täglich 5 Bogen und erhält für einen Bogen 18 Cop.; was erhalten nach diesem Preise 7 Personen, von denen jede täglich $3\frac{1}{2}$ Bogen schreibt, in 10 Tagen?

15) Jemand kauft $3\frac{1}{3}$ Faden Brennholz von 7 Fuss Höhe, 8 Fuss Länge und 6 Fuss Breite für 25 Rbl. 60 Cop. Was wird man für 5 Faden desselben Holzes zu zahlen haben, den Faden zu $9\frac{1}{2}$ Fuss Höhe, $7\frac{1}{2}$ Fuss Länge und 4 Fuss Breite?

16) Wenn 800 Mann in 30 Tagen 65000 ℔ Brod erhalten; wie viel Mann können nach diesem Verhältnisse 24 Tage lang mit 90000 ℔ erhalten werden?

17) Eine Wand von 16 Arschin Länge und 6 Arschin Höhe ist mit 11 Tapeten von 12 Arschin Länge und $\frac{3}{4}$ Arschin Breite ganz bekleidet worden; wie viel Tapeten von 8 Arschin Länge und $\frac{2}{3}$ Arschin Breite sind zur Bekleidung einer andern Wand erforderlich, die 24 Arschin lang und $4\frac{1}{2}$ Arschin breit ist?

18) Wenn 1 Tschwt. Mehl 6 Rbl. kostet, so zahlt man für ein Brod von $3\frac{1}{3}$ ℔ 10 Cop. Was wird demnach ein Brod von $2\frac{1}{2}$ ℔ kosten, wenn 1 Tschwt. desselben Mehls $7\frac{1}{4}$ Rbl. gilt?

19) In einer Festung sind 300 Soldaten auf 4 Monate mit 200 Tschwt. Mehl versorgt. Es kommen aber 200 Soldaten hinzu und bringen 100 Tschwt. Mehl mit; wie lange wird die ganze Garnison jetzt mit dem vorhandenen Proviant ausreichen?

20) Ein Graben von 120 Fuss Länge 4 Fuss Breite und $3\frac{1}{2}$ Fuss Tiefe wird von 3 Arbeitern in 2 Wochen gegraben, wenn sie wöchentlich 5 Tage, täglich 12 Stunden arbeiten; wie viel Fuss Länge werden demnach 8 Arbeiter graben in 6 Wochen, wenn sie wöchentlich 6 Tage und täglich 16 Stunden arbeiten und der Graben 6 Fuss Breite und 3 Fuss Tiefe haben soll?

21) Ein Trottoir von 60 Fuss Länge und 6 Fuss Breite soll mit Ziegelsteinen belegt werden, die $\frac{3}{4}$ Fuss lang und $\frac{1}{4}$ Fuss breit sind; wie viel derselben sind dazu erforderlich?

Zusammengesetzte Zinsrechnung.

22) A hat von 4000 Rbl. in 9 Monaten 160 Rbl. Zinsen erhalten; wie gross muss ein Capital sein, das ihm in 6 Monaten 200 Rbl. Zinsen bringt?

23) B hat von 3000 Rbl. in 8 Monaten 120 Rbl. Zinsen bekommen; wie viel pCt. macht das aus?
24) Wenn Jemand von 8000 Rbl. zu 5 pCt. jährlich 400 Rbl. an Zinsen erhält; wie viel Zinsen wird man von 5600 Rbl. zu 6 pCt. erhalten?
25) Nach welcher Zeit werden 800 Rbl. Capital zu $4\frac{1}{2}$ pCt. 90 Rbl. Zinsen bringen?
26) Welches Capital gibt bei $3\frac{3}{4}$ pCt. in $\frac{1}{4}$ Jahr 150 Rbl. Zinsen?
27) Zu wie viel pCt. muss ein Capital von 4000 Rbl. verinteressirt sein, wenn es in $\frac{3}{4}$ Jahr 150 Rbl. Zinsen bringen soll?
28) 5000 Rbl. zu 4 pCt. geben nach welcher Zeit 400 Rbl. Zinsen?
29) Wie lange wird man zu warten haben, damit 4200 Rbl. zu 5 pCt. 800 Rbl. Zinsen bringen?
30) Wie lange müssen 2400 Rbl. zu 4 pCt. auf Zinsen stehen, wenn sie eben so viel Interessen tragen sollen, als 3500 Rbl. zu 5 pCt. in 8 Monaten?
31) Welches Capital gibt bei $4\frac{1}{2}$ pCt. in 3 Jahren so viel Zins, als 750 Rbl. in 9 Jahren zu 6 pCt.?
32) Zu wie viel pCt. müssen 350 Rbl. verliehen werden, um in 2 Jahren so viel Zins zu geben, als 400 Rbl. zu 5 pCt. in $1\frac{1}{2}$ Jahren?
33) 700 Rbl. geben in einer gewissen Zeit zu 4 pCt. 84 Rbl. Zinsen; wie viel an Zinsen geben 900 Rbl zu 5 pCt. in gleicher Zeit?
34) Ein Capital hat zu $4\frac{1}{4}$ pCt. in 8 Jahren 68 Rbl. Zins gebracht; wie hoch muss es ausgethan werden, um in 5 Jahren 50 Rbl. Zinsen zu bringen?
35) Jemand hat am 10. Juni 250 Rubel zu zahlen, trägt sie aber erst am 10. October desselben Jahres ab, und zwar mit $\frac{1}{2}$ pCt. monatlichen Zinses; wie viel beträgt der Zins?

Gesellschaftsrechnung.

§ 52. Die Gesellschafts- oder Repartitionsrechnung enthält Aufgaben über Vertheilung des Gewinnes und Verlustes, des Beitrags, Antheils u. s. w. bei Unternehmungen, bei denen mehrere Personen interessirt sind. Sie zerfällt in die einfache und zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung. Einfach wird sie genannt, wenn die Eintheilung einer benannten Zahl nur nach Einem Verhältnisse, zusammengesetzt dagegen, wenn eine benannte Zahl nach mehreren verlangten Verhältnissen geschehen soll. Im erstern Falle kommt der Satz in Anwendung, von dem schon in § 36 ein Beispiel in unbenannten Zahlen gegeben und das Verfahren bei Aufgaben dieser Art erläutert worden ist.

I. Einfache Gesellschaftsrechnung.

Aufgabe 1. Drei Bauern miethen eine Wiese für 3 Rbl. 50 Cop. A weidet darauf 24 Schafe, B 36 und C 45 Schafe. Was hat jeder nach Verhältniss der Anzahl seiner Schafe zu zahlen?

Auflösung. Die hier zu theilende Zahl ist 350 Cop. Die verlangten 3 Theile davon sollen sich zu einander verhalten, wie 24:36:45, oder, wenn diese Zahlen durch 3 dividirt werden, wie 8:12:15, deren Summe = 35; daher hat nach § 36 zu zahlen:

$$\begin{array}{lrl} A\ ^{350}/_{35} \times 8 = & 80 & \text{Cop.} \\ B\ ^{350}/_{35} \times 12 = & 120 & „ \\ C\ ^{350}/_{35} \times 15 = & 150 & „ \\ \hline & 350 & \text{Cop.} \end{array}$$

Aufgabe 2. 60 Rubel sollen unter 3 Personen auf folgende Weise vertheilt werden: A soll $^1/_2$ haben, B $^1/_3$ und C den Rest. Was erhält jeder?

Auflösung. Da A $^1/_2$ von 60 Rbl. d. i. 30 Rbl.; B $^1/_3$ von 60 Rbl. d. i. 20 Rbl. erhält; so bekommt C demnach 60 — (30 + 20) Rbl. d. i. 10 Rbl.

Aufgabe 3. 240 Rbl. sollen unter 3 Personen so getheilt werden, dass A $^1/_3$ und 40 Rbl., B $^1/_4$ und 20 Rbl., und C den Rest erhalte; was erhält jeder?

Auflösung. Da A vom Ganzen erhalten soll $^1/_3$ Theil + 40 Rbl.
B „ „ „ „ $^1/_4$ „ + 20 „
C „ „ „ „ x „ +

so ist ($^1/_3$ + $^1/_4$ + x) Theil + 60 Rbl. = 240 Rbl.
Zieht man von beiden Seiten 60 Rbl. ab, so sind $^1/_3 + ^1/_4 + x$ = 180 Rbl.
Da das Ganze $^{12}/_{12}$, und $^1/_3 + ^1/_4 = ^7/_{12}$ ist, so ist x = $^5/_{12}$ Theil;
mithin erhält A $^1/_3$ von 180 Rbl. + 40 Rbl. = 100 Rbl.
„ „ B $^1/_4$ „ „ „ + 20 „ = 65 „
„ „ C $^5/_{12}$ „ „ „ = 75 „

Summa 240 Rbl.

Aufgabe 4. 600 Rubel sollen dergestalt unter 3 Personen getheilt werden, dass A $^2/_5$ vom Ganzen + 10 Rbl., B $^1/_2$ vom Ganzen — 110 Rbl. und C den Rest erhalte. Was gebührt jedem?

Auflösung. A erhält $^2/_5$ Theil + 10 Rbl.
B „ $^1/_2$ „ — 110 „
C „ x „

addirt gibt ($^9/_{10}$ + x) Theil — 100 Rbl. = 600 Rbl.
Addire auf beiden Seiten 100 Rbl.; so ist $^9/_{10}$ + x = 700 Rbl.;
Da das Ganze $^{10}/_{10}$ ist; so ist x = $^1/_{10}$ Theil von 700 Rbl. = 70 Rbl.;
mithin erhält A $^2/_5$ Th. v. 700 Rbl. + 10 = 290 Rbl.
B $^1/_2$ „ 700 „ — 110 = 240 „
C $^1/_{10}$ „ 700 „ = 70 „

Summa 600 Rbl.

Aufgabe 5. Eine Summe Geldes wird unter 3 Personen so getheilt, dass A $^1/_2$, B $^1/_5$ und C 45 Rbl. bekommt; wie viel beträgt das Ganze und was erhalten A und B besonders?

Auflösung. A und B erhalten zusammen $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$ des Ganzen, mithin bleibt für C $\frac{3}{10}$ des Ganzen $=$ 45 Rbl. übrig. Folglich ist $\frac{1}{10}$ Theil $=$ 15 Rbl. und das Ganze, oder $\frac{10}{10}$ Theil $=$ 150 Rbl. Demnach erhält A $\frac{1}{2}$ von 150 Rbl. $=$ 75 Rbl. und B $\frac{1}{5}$ von 150 Rbl. $=$ 30 Rubeln.

Aufgabe 6. 180 Rubel sollen unter 3 Personen getheilt werden, dass B doppelt so viel als A, und C dreimal so viel als B erhalte; was bekommt jeder?

Auflösung. Erhält A 1 Theil, so erhält B 2, und C 6 Theile, zusammen also 9 Theile $=$ 180 Rbl.; folglich 1 Theil oder A $=$ 20 Rbl.; B 2 Th. $=$ 40 Rbl. und C 6 Th. $=$ 120 Rbl.

Aufgabe 7. A und B haben zusammen 550 Rbl. Gehalt, A 20 pCt. mehr als B; wie viel macht's auf jeden?

Auflösung. Hat A 20 pCt. mehr als B, so hat A 120 Rbl., wenn B 100 Rbl., oder A 6 Theile, wenn B 5 Theile hat. Demnach haben A und B zusammen 11 Theile $=$ 550 Rbl; folglich 1 Th. $=$ 50 Rbl.; mithin A $6 \times 50 = 300$ Rbl., und B $5 \times 50 = 250$ Rbl. Gehalt.

Aufgabe 8. 300 Rbl. sollen unter 3 Personen so getheilt werden, dass A $\frac{1}{5}$ davon, vom Reste aber C 40 pCt. mehr erhält als B; was macht's für jeden?

Auflösung. Nachdem für A $\frac{1}{5}$ Theil von 300 Rbl., d. i. 60 Rbl. weggenommen, bleiben für B und C 240 Rbl. übrig. So oft nun B 100 Rbl. erhält, so oft kommen auf C 140 Rbl, macht auf B 5, und auf C 7 gleiche Theile, zusammen für B und C 12 Theile, welche $=$ 240 Rbl. sind; folglich ist 1 Th. $=$ 20 Rbl; mithin erhält B $5 \times 20 = 100$ Rbl., und C $7 \times 20 = 140$ Rbl.

Uebungs-Aufgaben.

1) A hat 44 Tage, und B 56 Tage gearbeitet, jeder zu demselben Lohne. Sie erhalten dafür zusammen 35 Rbl.; wie viel beträgt der Antheil eines Jeden?
2) 1000 Rubel sollen unter 2 Personen A und B so getheilt werden, dass die Antheile sich wie 3 zu 4 verhalten; wie viel bekommt jede?
3) A und B kaufen zusammen 245 ℔ Fleisch für 28 Rbl. A nimmt 180 ℔, B den Rest; wie viel hat jeder zu zahlen?
4) Drei Personen sollen sich in einen Lotterie-Gewinn von 1845 Rbl. nach Verhältniss ihres Einsatzes theilen. Wenn nun A 3, B 7 und C 5 Rbl. eingesetzt hatten; welches sind ihre Antheile am Gewinn?
5) Eine Mischung aus den Sorten A, B, C, D besteht aus 2 Theilen von A; 3 Theilen von B; 5 Theilen von C, und 7 Theilen von D. Wie viel ℔ muss man da von jeder Sorte nehmen, wenn die Mischung 680 ℔ wiegen soll?
6) 4 Kaufleute A, B, C, D haben zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen 17000 Rbl. zusammengeschossen. A gewann dabei 400 Rbl.

B 600 Rbl., C 900 Rbl. und D 1500 Rbl. Wie viel hatte jeder in den Handel gelegt?

7) Zur Reparatur eines Weges hatte das Dorf A 16, das Dorf B 24 und C 36 Arbeiter gestellt. Alle zusammen bekamen als Ersatz 38 Rbl.; was erhielt jedes einzelne Dorf?

8) 40 Rbl. sollen unter 2 Personen so vertheilt werden, dass A $\frac{3}{5}$, und B den Rest bekommen; was erhält jeder?

9) 120 Rbl. sollen unter 2 Personen so vertheilt werden, dass B 4mal so viel erhalte als A. Was erhält jede?

10) Es sollen 360 Rbl. unter 3 Personen so vertheilt werden, dass A $\frac{1}{4}$, B $\frac{3}{10}$ des Ganzen und C den Rest erhalte; was gebührt jedem?

11) Unter 3 Knaben sollen 180 Aepfel dergestalt vertheilt werden, dass B doppelt so viel als A, und C 3mal so viel als A erhalte; was erhält jeder?

12) Eine Quantität Leinewand wird unter 3 Frauen so vertheilt, dass A $\frac{1}{2}$, B $\frac{1}{5}$, und C den Rest von 90 Arschinen bekomme; wie viel beträgt das Ganze und was erhielt A und B besonders?

13) Zu einer gemeinschaftlichen Unternehmung zahlt A $\frac{1}{4}$, B $\frac{2}{3}$, C $\frac{1}{12}$ der Unkosten. Der Handel fällt schlecht aus, und sie verlieren dabei 480 Rbl ; was hat jeder eingebüsst?

14) A und B schiessen 76 Rbl. zusammen. Die Beiträge verhalten sich wie $\frac{3}{4}$ zu $\frac{5}{6}$; wie viel hat jeder beigetragen?

15) A, B und C haben zusammen 4900 Rbl. Gehalt. B hat 30 pCt. mehr als A, und C doppelt so viel als B. Wie gross ist das Gehalt eines jeden?

16) A gibt dem Lichtgiesser B 39 ℔ Talg, à 10 Cop., um Lichte daraus zu giessen. B rechnet an Giesserlohn 3 Cop. für 1 ℔. Wenn nun unter ihnen die Abmachung getroffen worden, dass B so viel von dem Talg zurückbehalten soll, dass damit sein Arbeitslohn gedeckt sei; so ist die Frage: wie viel ℔ fertige Lichte wird A erhalten?

17) Eine Schuld von 210 Rbl. wird von A und B so bezahlt, dass A 90 Rbl. und B das Uebrige gibt. Wie viel pCt. gibt B mehr als A?

18) Unter 3 Mädchen werden 32 Arschin Band vertheilt. A bekommt 2 Arschin weniger als B, und diese 4 Arschin weniger als C; wie viel hat jede bekommen?

19) Ein Mann hinterlässt seinen 5 Söhnen ein Vermögen von 2000 Rbl. Das Testament verordnet, dass der 2te Sohn 40 Rbl. mehr erhalte, als der älteste, und so jeder folgende 40 Rbl. mehr, als der vorhergehende; wie gross sind die Antheile?

20) Man soll 4500 Rbl. in 4 Theile nach Verhältniss von $1\frac{1}{2} : 2 : 3\frac{1}{2} : 5$ zerlegen; wie gross ist da jeder Theil?

21) A, B, C gewinnen im Handel eine gewisse Summe. Nach Verhältniss der Einlage erhält A $1\frac{1}{5}$ mal so viel als B, und dieser $\frac{2}{3}$ mal so viel als C. Wie hoch beläuft sich der ganze Gewinn und wie viel macht's für A und B, wenn C 90 Rbl. empfängt?

22) Jemand verordnet in seinem Testamente eine solche Vertheilung seines Nachlasses, dass A 270 Rbl., B $^2/_5$ des Nachlasses und C $^3/_8$ desselben erhalte; wie viel *a*) erhält B und C? *b*) wie viel beträgt der ganze Nachlass?

23) 1100 Tschetwert Mehl werden unter 3 Truppenabtheilungen so vertheilt, dass B das Doppelte von A und 60 Tschwt., C $^1/_3$ von B und 30 Tschwt. erhält; wie gross sind die Antheile?

24) 290 Aepfel sollen so unter 3 Knaben vertheilt werden, dass B halb so viel als A und noch 20 Aepfel, C 4mal so viel als B weniger 20 Aepfel erhalte; wie viel erhält jeder?

25) Von 2 Feldern hatte A 650 Rbl. reinen Gewinn, und zwar von dem zweiten 12 pCt. mehr, als von dem erstern; wie viel von jedem?

26) 3000 Rbl. sollen unter 3 Personen nach Verhältniss ihres Alters vertheilt werden. B ist um $^1/_3$ jünger als A, und C $^1/_5$ jünger als B; wie viel erhält jeder?

27) Aus 25 ℔ Salpeter, 5 ℔ Schwefel und $4^1/_2$ ℔ Kohle werden $34^1/_2$ ℔ Schiesspulver gemacht; wie viel von diesen 3 Bestandtheilen sind erforderlich, um 276 ℔ Pulver zu machen?

28) 3000 Rbl. sollen unter 3 Personen so getheilt werden, dass B 3mal so viel als A erhalte weniger 100 Rbl.; C 30 pCt. mehr als B und noch 200 Rbl. Was gebührt jedem?

29) A, B, C, D sind bedungen, einen Graben von bestimmten Ausdehnungen für 84 Rbl. zu graben. An demselben arbeiten alle 4 zuerst 10 Tage; darauf A, C, D 12 Tage; dann B und D 6 Tage; wieder A, B, C 8 Tage, und endlich alle 4 wieder 14 Tage. Wie viel hat jeder an diesem Graben verdient?

30) A, B, C miethen eine Weide für 5 Rbl. 30 Cop. Auf derselben hat A 4 Kühe, 6 Schafe und 1 Pferd; B 3 Kühe, 12 Schafe und 2 Pferde, und C 2 Kühe, 16 Schafe und 3 Pferde. Wenn ihrer Abmachung gemäss 2 Pferde gleich 3 Kühen und 1 Kuh gleich 4 Schafen gerechnet werden; so ist die Frage: wie viel hat jeder an Pachtgeld zu zahlen?

31) Es sollen 2190 Mann Soldaten in 4 Dörfer nach Verhältniss ihrer Einwohnerzahl vertheilt werden. Die Einwohnerzahl des Dorfes A verhält sich zu der des Dorfes B, wie 2 zu 3; des Dorfes B zu C, wie 4 zu 5; des Dorfes C zu D, wie 7 zu 8. Wie viel Mann erhielt jedes Dorf?

II. Zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung.

§ 53. Wenn eine gegebene Zahl nach mehreren gegebenen Verhältnissen getheilt werden soll, so sind diese durch Multiplication oder Division, wie solches die Bedingung der Aufgabe verlangt, auf Ein Verhältniss zurückzuführen, und ist hierauf nach den Regeln der einfachen Gesellschaftsrechnung zu verfahren. z. B.

Aufgabe 1. Für die Reparatur eines Weges sind 54 Rbl. bestimmt. A gibt dazu 8 Mann auf 6 Tage; B 12 Mann auf 8

Tage, und C 15 Mann auf 12 Tage. Was gebührt jedem von den 54 Rbl.?

Auflösung. Es ist klar, dass sich hier der Antheil eines jeden Theilnehmers an den obigen 54 Rbl. theils nach der Anzahl der gestellten Arbeiter, theils nach der Zeit, wie lange diese gearbeitet haben, richten wird. Diese, wie auch alle Aufgaben derselben Art, können durch ein einfaches Verfahren leicht auf die einfache Gesellschaftsrechnung zurückgeführt werden. Denn

8 Mann erhalten für 6 Tage eben so viel, als $8 \times 6 = 48$ Mann in 1 Tag;
12 „ „ „ 8 „ „ „ „ „ $12 \times 8 = 96$ „ „ 1 Tag;
15 „ „ „ 12 „ „ „ „ „ $15 \times 12 = 180$ „ „ 1 Tag.

so dass also hieraus auf der Stelle erhellet, dass die Eintheilung der 54 Rbl. nach den Verhältnisszahlen 48, 96 und 180 zu machen sei. Da diese sich aber noch durch 12 dividiren lassen, so erscheinen, statt jener, 4, 8, 15, deren Summe = 27 ist; folglich erhält nach § 36

$$A = {}^{54}/_{27} \times 4 = 8 \text{ Rbl.}$$
$$B = {}^{54}/_{21} \times 5 = 16 \text{ „}$$
$$C = {}^{54}/_{27} \times 15 = 30 \text{ „}$$

zusammen 54 Rbl.

Aufgabe 2. Zu einem gemeinschaftlichen Handel haben 3 Kaufleute 12000 Rbl. zusammen gelegt. Vom Gewinn fiel auf A für 4 Monate 800 Rbl., auf B für 5 Monate 1200 Rbl. und auf C für 6 Monate 2400 Rbl. Wie viel hatte jeder in den Handel gelegt?

Auflösung. A hatte 800 Rbl. erhalten für 4 Mt.; also 200 Rbl. für 1 Mt.
B „ 1200 „ „ „ 5 „ „ 240 „ „ 1 „
C „ 2400 „ „ „ 6 „ „ 400 „ „ 1 „

Dividirt man die Verhältnisszahlen 200, 240, 400 durch 40; so fallen

auf A 5 Theile
„ B 6 „
„ C 10 „ und zusammen

21 Theile = 12000 Rbl.; also 1 Theil = $571\,{}^3/_7$ Rbl.

Folglich hat A $571\,{}^3/_7 \times 5 = 2857\,{}^1/_7$ Rbl.
B $571\,{}^3/_7 \times 6 = 3428\,{}^4/_7$ „
C $571\,{}^3/_7 \times 10 = 5714\,{}^2/_7$ „ eingelegt.

Summa 12000 Rbl.

Aufgabe 3. A, B, C kaufen zusammen für 190 Rbl. 38 Cop. Birkenbrennholz, und zwar A 3 Faden, à 8 Fuss hoch, 9 Fuss lang und 6 Fuss breit; B 4 Faden, à 7 Fuss hoch, $7\,{}^1/_2$ Fuss lang und 5 Fuss breit; und C 5 Faden à 10 Fuss hoch, 10 Fuss lang und 8 Fuss breit. Was hat jeder zu zahlen?

ufl sung. A hat 3 Fad. à 8′ h. 9′ l. u. 6′ br. = 1296 Cubikfuss;
B „ 4 „ à 7 „ $7\frac{1}{2}$ „ 5 „ = 1050 „
C „ 5 „ à 10 „ 10 „ 8 „ = 4000 „

zusammen also 6346 Cubikfuss für 19038 Cop.; folglich 1 Cubikfuss = 3 Cop.; mithin zahlt A 38 Rbl. 88 Cop.; B 31 Rbl. 50 Cop. und C 120 Rbl., zusammen 190 Rbl. 38 Cop.

Uebungs-Aufgaben.

32) A hat 5 Tage, täglich 8 Stunden; B 6 Tage, täglich 10 Stunden gearbeitet. Ihr Verdienst beträgt zusammen 4 Rbl.; wie viel erhält jeder nach Verhältniss der Arbeit?

33) 2 Fuhrleute bekommen zusammen 8 Rbl. Frachtgeld ausgezahlt. A hat 2 Berkowez 4 Meilen, B 3 Berk. 8 Meilen gefahren; wie vertheilt sich das Frachtgeld?

34) M und N legen Geld zu einem Geschäft so zusammen, dass M 300 Rbl. auf 4 Monate, N 400 Rbl. auf 6 Mt. gibt. Der Gewinn beträgt 150 Rbl.; wie viel erhält jeder?

35) A, B, C handeln gemeinschaftlich. A gibt 400 Rbl. auf 6 Monat; B 900 Rbl. auf 7 Mt., C 1000 Rbl. auf 3 Mt. Der Gewinn war 600 Rbl. Was erhält demnach jeder vom Gewinn?

36) 4 Maurer A, B, C, D bauen zusammen ein Haus. Dazu gab A 3 Gesellen auf 4 Wochen, B 4 Gesellen auf 5 Wochen, C 5 Gesellen auf 5 Wochen, und D 3 Gesellen auf 6 Wochen. Die 4 Maurer erhalten zusammen für diesen Bau 5000 Rbl.; was gebührt jedem?

37) An einem Werke arbeiten aus dem Dorfe A 40 Mann 5 Tage, aus B 60 Mann 8 Tage, aus C 25 Mann 10 Tage und aus D 30 Mann 12 Tage. Sie bekommen zusammen an Lohn $77\frac{2}{5}$ Rbl; was kommt davon auf jedes Dorf?

38) Von 3 Arbeitern gräbt A in 3 Tagen einen Gartenplatz von 12 Faden Länge und 8 Faden Breite um; B in 6 Tagen einen andern von 16 Faden Länge und 9 Faden Breite, und C einen dritten von 15 Fad. Länge und 12 Fad. Breite in 5 Tagen. Alle 3 Arbeiter arbeiteten gleich rasch und täglich gleich lange; sie erhielten zusammen 4 Rbl. 60 Cop. Was gebührt jedem?

39) A, B, C treiben einen gemeinschaftlichen Handel mit einem Capitale von 8008 Rbl. Dabei gewinnt A für seinen Theil für 5 Monate 300 Rbl.; B für 3 Monate 150 Rbl. und C für 6 Monate 900 Rbl.; wie viel hat jeder zu dem Handel gegeben?

40) 3 Personen lassen auf einer Weide 176 Schafe weiden. A zahlt 15 Rbl. für $3\frac{3}{4}$ Monat, B 8 Rbl. für $2\frac{2}{3}$ Monat, und C 5 Rbl. für $1\frac{1}{4}$ Monat. Wie viel Schafe hat jeder auf der Weide gehabt?

41) Drei Fleischer miethen zusammen einen Heuschlag für 9 R. 60 Cop. A liess 24 Ochsen 4 Wochen, B 30 Ochsen 6 Wochen, und C 60 Ochsen 5 Wochen auf demselben weiden; wie gross war der Beitrag eines jeden?

42) Zu einem gemeinschaftlichen Handel geben 3 Kaufleute, und zwar A 2000 Rbl., B 4500 Rbl. und C 6000 Rbl. Nachdem sie 2 Jahre gehandelt hatten, gab A noch 800 Rbl. auf 1 Jahr, und B noch 1200 Rbl. auf 8 Monate in denselben Handel. Der ganze Gewinn am Schlusse des 3ten Jahres war 3910 Rbl. Was gebührt jedem nach Verhältniss seiner Einlage und Zeit?

43) Drei Kaufleute bedingen einen Fuhrmann für 160 Rbl. Für A sind 15 Berk. 20 Meilen; für B 16 Berk. 10 Meilen und für C 12 Berk. 15 Meilen weit zu führen. Wie viel Frachtlohn muss jeder zahlen?

Kettenrechnung.

§ 54. Oft ist eine gesuchte Grösse von mehreren Zwischenverhältnissen abhängig, durch deren Berechnung dieselbe gefunden wird; z. B. Wie viel Gulden machen 1000 Franks?

Die Werthgleichung von Gulden und Franks ist unbekannt; man weiss aber, dass 11 Gulden = 24 alten franz. Livres, und 81 Livres = 80 Franks sind. Zuvörderst muss man — um die gesuchten Gulden zu finden — die Zwischenverhältnisse berechnen. Man wird zunächst die 1000 Franks in Livres zu verwandeln haben durch folgenden Ansatz:

$$80 \text{ Franks} : 1000 \text{ Franks} = 81 \text{ Livres} : x \text{ Livres}.$$

$$\text{also } x \text{ Livres} = \frac{1000 \times 81}{80} \text{ Livres}.$$

Ferner sind diese Livres in Gulden durch nachstehenden Ansatz zu verwandeln:

$$24 \text{ Livres} : \frac{1000 \times 81}{80} \text{ Livr.} = 11 \text{ Gulden} : x \text{ Guld.}$$

$$\text{also } x \text{ Gulden} = \frac{1000 \times 81 \times 11}{80 \times 24} \text{ Gulden}.$$

Kürzer verfährt man, wenn man die beiden Regel de trien nach § 37 zu Einem Proportionalsatz vereinigt, z. B.

$$\begin{array}{l} 80 \text{ Franks} : 1000 \text{ Frk.} = 81 \text{ Livres} : x \text{ Livres und} \\ \underline{24 \text{ Livres} : x \text{ Livres} = 11 \text{ Gulden} : y \text{ Gulden; mithin}} \\ 80 . 24 : 1000 . x = 81 . 11 : x . y. \end{array}$$

Dividirt man nach § 33 die beiden Hinterglieder dieser Proportion durch x, so erscheint

$$80 . 24 : 1000 = 81 . 11 : y; \text{ folglich ist}$$

$$y = \frac{1000 . 81 . 11}{80 . 24} \text{ Gulden}.$$

Drückt man das Resultat von y durch die Benennungen ihrer Glieder aus und vertauscht den wagerechten Strich gegen einen senkrechten; so erhält obige Gleichung nachstehende Gestalt.

y Gulden	1000 Frk.
80 Frk.	81 Livr.
24 Livr.	11 Gulden.

Man wird leicht bemerken, 1) wie in diesem Ansatze die gegenüberstehenden Glieder im Verhättniss der Werthgleichung stehen, nämlich y Gulden an Werth gleich 1000 Frk.; 80 Frk. an Werth $=$ 81 Livr., und 24 Livr. an Werth $=$ 11 Gulden; 2) wie die Glieder der einzelnen Reihen sich kettenartig an einander schliessen, d. h. mit der Benennung die erste Reihe schliesst, beginnt die zweite; womit die zweite schliesst, beginnt die 3te Reihe u. s. w., und endlich schliesst die Reihe mit dem Namen des unbekannten Gliedes oben links; und 3) wie linker Hand des Striches der Divisor (Nenner des obigen Bruches) und rechter Hand desselben der Dividend (Zähler des obigen Bruches) stehen. Um die unbekannte Grösse y zu finden, dividire man das Produkt der Zahlen rechts durch das Produkt der Zahlen links, (hier also $y = \frac{1000 \,.\, 81 \,.\, 11}{80 \,.\, 24}$).

Hierauf gründet sich nun ein leichtes Verfahren, die unbekannte Grösse einer Aufgabe aus ihren Zwischenverhältnissen mittelst eines kettenförmigen Ansatzes zu finden. Diesen Ansatz nennt man daher den Kettensatz, und die Berechnung derartiger Aufgaben, Kettenrechnung.

Man pflegt den Ansatz auf folgende Weise zu machen: man setzt die gesuchte Grösse (x) links eines senkrechten Strichs und ihr gegenüber die Grösse, die der gesuchten an Werth gleich ist (hier 1000 Frk.); hierauf stellt man links die Grösse, die der letzten rechts gleichnamig ist (hier 80 Frk.), und setzt derselben die Grösse gegenüber, die ihr an Werth gleich ist (hier 81 Livres). Dieses Verfahren setzt man so lange fort, bis die letzte Grösse rechts dieselbe Benennung hat, als die oben unbekannte Grösse (x) links. Ist diess geschehen, so sagt man: „die Kette ist geschlossen“. Fehlen Zwischenglieder beim Ansatz, so müssen diese aus den Mass-, Münz- und Gewichtsvergleichungstabellen entnommen werden, die sich gewöhnlich bei den Rechnungsbüchern finden. Multiplicirt man nun alle Zahlen auf der rechten, und alle Zahlen auf der linken Seite des senkrechten Striches mit einander, und dividirt das Produkt rechts durch das Produkt links, so erhält man die gesuchte Grösse x.

Da Zähler und Nenner eines Bruches mit einerlei Zahl dividirt und multiplicirt werden können, ohne den Werth des Bruches zu ändern; so kann man auch links und rechts des Striches — wie bei der Basedowschen Regel — die verschiedenen Zahlengrössen durch ein gemeinschaftliches Mass aufheben, auch die etwa vorkommenden Brüche wegschaffen, indem man links und rechts des senkrechten Striches auf erforderliche Weise mit einerlei Zahl multiplicirt.

Der Kettensatz wird mit Vortheil angewandt bei Verwandlung der Masse, Gewichte und Münzen des einen Landes, in die eines andern Landes, in Wechselrechnungen, bei Vertauschung der Waare u. s. w.

Aufgabe 1. Wie viel Pfund Sterling wird man in England für 112 Tschetwert Weizen zahlen, wenn 7 Garnez $95\frac{5}{21}$ Cop. S. kosten und 1 Pfund Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl. S. ist?

Ansatz.

x Pfd. Sterl.	112 Tschetw.
1 Tschetw.	8 Tschetwerik
1 Tschetk.	8 Garnez
7 Garnez	$95\frac{5}{21} = \frac{2000}{21}$ Cop. S.
100 Cop. S.	1 Rbl. S.
$6\frac{2}{3}$ Rbl. S.	1 Pfd. Sterling

x = $146\frac{2}{7}$ Pfd. Sterl.

Aufgabe 2. Wie viel pCt. hat A gewonnen, wenn er 3 ℔ Zucker für $54\frac{6}{7}$ Cop. S. verkaufte, und im Einkaufe für $10\frac{2}{3}$ Pud 64 Rbl. gezahlt hatte?

Auflösung. Das Frageglied ist hier pCt. Diese können nicht unmittelbar sondern nur aus dem Verkauf der Waare gefunden werden. Demnach ist hier zu ermitteln, wie viel 100 Rbl. Einkauf beim Verkauf geben. Geben 100 Rbl. Einkauf 120 Rbl Verkauf, so sind 20 pCt. gewonnen; geben aber 100 Rbl. Einkauf 80 Rbl. Verkauf, so sind 20 pCt. verloren. Daher ist der Ansatz folgender:

x Rbl. Verkauf	100 Rbl. Einkauf
64 Rbl. Einkauf	$10\frac{2}{3}$ Pud
1 Pud	40 ℔
3 ℔	$54\frac{6}{7}$ Cop. Verkauf
100 Cop.	1 Rbl.

x = $121\frac{19}{21}$ Rbl. Verkauf.

A hat für 100 Rbl. Einkauf wieder erhalten $121\frac{19}{21}$ Rbl. beim Verkauf; folglich beim Handel $21\frac{19}{21}$ pCt. gewonnen.

Aufgabe 3. Ein Kaufmann ist gezwungen, die Arschin Tuch mit einem Verluste von 15 pCt. für $2\frac{1}{2}$ Rbl. zu verkaufen; was hat ihm die Arschin im Einkauf gekostet?

Ansatz.

x Rbl. Einkauf	1 Arschin
1 Arschin	$2\frac{1}{2}$ Rbl. Verkauf
85 Rbl. Verkauf	100 Rbl. Einkauf.

x = $2\frac{16}{17}$ Rbl. Einkauf.

Aufgabe 4. Ein Kaufmann wollte 1 Arschin Tuch nicht mit 15 pCt. Gewinn für $3\frac{1}{2}$ Rbl. verkaufen, war aber später genöthigt, 12 Arschin für 30 Rbl. zu verkaufen; wie viel pCt. gewann oder verlor er dabei?

Ansatz.	x Rbl. Verkauf	100 Rbl. Einkauf
	100 Rbl. Einkauf	115 Rbl. Verkauf
	$3\frac{1}{2}$ Rbl. Verkauf	1 Arschin
	12 Arschin	30 Rbl. Verkauf

x = $82\frac{1}{7}$ Rbl. Verkauf;

mithin hat er beim Verkauf $17\frac{6}{7}$ Rbl. auf 100 Rbl. Einkauf verloren; also $17\frac{6}{7}$ pCt. Verlust gehabt.

Aufgabe 5. Jemand verkauft 1 Tschetwerik Hafer mit einem Gewinn von 20 pCt. für 60 Cop.; was haben ihm im Einkauf 50 Tschetw. Hafer gekostet?

Ansatz.	x Rbl. Einkauf	50 Tschetwert.
	1 Tschwt.	8 Tschk.
	1 Tschk.	60 Cop. Verkauf
	120 Cop. Verkauf	100 Cop. Einkauf
	100 Copek.	1 Rbl.

x = 200 Rbl. Einkauf.

Aufgabe 6. Wofür in Silberrubeln kann 1 Arschin Tuch verkauft werden, wenn 1 Meter in Paris mit 15 Frank bezahlt wurde und man 5 pCt. an Frachtlohn rechnet und ausserdem 20 pCt. dabei gewonnen werden sollen?

(100 Mark Banko = 186 Frank; 1 Rbl. Bco. = $9\frac{2}{3}$ Schilling Banko; 5 Meter = 7 Arschin; 1 Mk. Banko = 16 Schill. Bco.)

Ansatz.	x Rbl. S. Verkauf	1 Arschin
	7 Arschin	5 Meter
	1 Meter	15 Frank
	186 Frank	100 Mk. Bco.
	1 Mk. Bco.	16 Schilling Bco.
	$9\frac{2}{3}$ Schill. Bco.	1 Rbl. Bco.
	$3\frac{1}{2}$ Rbl. Bco.	1 Rbl. Silb.
	100 R. S. sollen	105 R. S. an Fracht geben, und
	100 R. S. sollen	120 R. S. an Gewicht geben.

x = $3\frac{2721}{6293}$ Rbl. S. Verkauf.

§ 55. Von der Zinseszinsrechnung.

Aufgabe 7. Wenn 1000 Rbl. auf Zinszins zu 4 pCt. stehen; wie hoch ist das Capital in 3 Jahren angewachsen?

Die Berechnung dieser Aufgabe geschieht am schnellsten nach dem Kettensatz, z. B.

x Rbl. Capital	1000 Rbl. Capital
100 Rbl. jetzt sind	105 Rbl. nach dem 1. Jahre
100 Rbl. „ „	105 Rbl. „ „ 2. „
100 Rbl. „ „	105 Rbl. „ „ 3. „

x = $1157^5/_8$ Rbl. Capital nach 3 Jahren.

Aufgabe 8. Wenn ein Capital 3 Jahre zu 5 pCt. auf Zinszins gestanden hat und auf 5400 Rbl angewachsen ist; wie gross muss das anfängliche Capital gewesen sein?

Ansatz. x Rbl. Capital	5400 Rbl. Capital und Zinsen
105 Rbl. Cap. u. Zinsen	100 „ „ im 1. Jahr.
105 „ „	100 „ „ „ 2. „
105 „ „	100 „ „ „ 3. „

x = $4664^{248}/_{334}$ Rbl. Capital.

Je grösser bei Aufgaben dieser Art die Anzahl der Jahre ist, desto mühsamer wird die Rechnung. Man hat daher Tabellen ausgearbeitet, nach welchen jede hieher gehörige Aufgabe auf ungleich kürzerem Wege gelöset werden kann. Eine solche Tabelle ist die folgende: aus 1000000 Rubeln werden mit Zins und Zinszins

in Jahren	zu 3 pCt.	zu 4 pCt.	zu 4 ½ pCt.	zu 5 pCt.
1	1030000	1040000	1045000	1050000
2	1060900	1081600	1092025	1102500
3	1092727	1124864	1141166	1157625
4	1125509	1169859	1192519	1215506
5	1159274	1216653	1246181	1276282
6	1194052	1265319	1302260	1340096
7	1229874	1315932	1360862	1407100
8	1266770	1368569	1422101	1477455
9	1304773	1423312	1486096	1551328
10	1343916	1480244	1552970	1628895
11	1384234	1539454	1622854	1710339
12	1425761	1601032	1695882	1795856
13	1468634	1665073	1772197	1885649
14	1512590	1731676	1851946	1979932
15	1557967	1800943	1935283	2078928
16	1604706	1872981	2022371	2182875
17	1652848	1947900	2113378	2292018
18	1702433	2025817	2208480	2406619
19	1753506	2106849	2307861	2526950
20	1806111	2191123	2411715	2653298

Die Anweisung ist leicht. Wenn gefragt wird, wie hoch 250 Rbl. in 7 Jahren zu 5 pCt. durch Zins und Zinseszins anwachsen, so heisst es: aus 1000000 Rbl. werden nach der obigen Tabelle in 7 Jahren 1407100 Rbl.; wie viel aus 250 Rbl.?

Ansatz. 1000000 Rbl. Cap. : 250 Rbl. Cap. $=$ 1407100 Rbl. : x Rbl.
x $=$ $351^{31}/_{40}$ Rbl. Cap. und Zinszins in 7 Jahren.

Wenn aber gefragt wird, wie gross ein Capital gewesen sein muss, das in 3 Jahren zu 5 pCt. durch Zins und Zinseszins auf $578^{13}/_{16}$ Rbl. angewachsen war; so zeigt die Tabelle, dass in 3 Jahren zu 5 pCt. 1000000 Rbl. zu 1157625 Rbl. angewachsen sind. Demnach fragt man: welches Capital ist demnach in derselben Zeit und zu denselben Procenten mit den Zinszinsen auf $578^{13}/_{16}$ Rbl. angewachsen?

Ansatz. 1157625 Rbl. : 1000000 Rbl. $=$ $578^{13}/_{16}$ Rbl. : x Rbl.
x $=$ 500 Rbl. Capital.

Uebungs - Aufgaben.

1) 9 Tschetwert Kartoffeln kosten 7 Rbl. S.; was wird man zu zahlen haben für 12 Tschwt. Erbsen, wenn 3 Tschwt. Erbsen gleich 7 Tschwt. Kartoffeln gerechnet werden?

2) 1 Ballen weisses Schreibpapier kostet 24 Rbl.; was wird man für 1 Ballen blaues Papier zahlen müssen, wenn weisses zu blauem, wie 8:7 im Preise steht?

3) Wie viel Gänse tauscht ein Viehhändler für 10 Schweine ein, wenn 8 Schweine $=$ 12 Kälbern, 4 Kälber $=$ 5 Schafen, 6 Schafe $=$ 35 Enten und 25 Enten $=$ 16 Gänsen gerechnet werden?

4) Wie viel Ducaten sind 600 Gulden, wenn 7 Gulden $=$ 4 Thlr., 17 Thlr. $=$ 3 Louisd'or und 48 Lsd'or $=$ 85 Duc. sind?

5) Wie viel Ellen Leinewand tauscht man gegen $42\frac{1}{2}$ Ellen Seidenzeug ein, wenn $\frac{3}{4}$ Ellen Seidenzeug gleich $\frac{5}{8}$ Ellen Tuch, und $\frac{2}{9}$ Ellen Tuch gleich $\frac{15}{16}$ Ell. Leinewand gerechnet werden?

6) Wie viel betragen 2490 dänische Thlr. in preuss. Thlr. wenn ersterer sich zum letztern, wie 37 zu 30 verhält?

7) Was kosten 3 Anker Wein, jeder zu 30 Stof, wenn 1 Stof $=$ $1\frac{1}{3}$ Bouteille, und 1 Boutl. 60 Cop. kostet?

8) Jemand besitzt 100 ℔ Flachs; 4 ℔ davon geben 20 Stück Garn, und 15 Stück Garn geben $7\frac{1}{2}$ Ellen Leinewand. Wie viel Ellen Leinewand erhält man da aus jenen 100 ℔ Flachs?

9) Wie viel Rubel S. muss Jemand für 150 Arschin Tuch zahlen, wenn 12 Ellen 30 pr. Thlr. gekostet haben, und 4 Ellen $=$ 3 Arschin und $92\frac{1}{2}$ Cop. S. $=$ 1 pr. Thlr. gerechnet werden?

10) Wie viel Rubel S. betragen 1200 Thlr. sächsisch, wenn 35 derselben $=$ 36 pr. Thlr., und 1 Thlr. pr. $=$ $92\frac{1}{2}$ Cop. S. sind?

11) Wie theuer sind 2 Fass Bier, wenn 3 Bouteillen 14 Cop. kosten,

und 1 Fass = 120 Stof und 3 Stof = 4 Bouteillen gerechnet werden?

12) Jemand kauft 360 Brabanter Ellen Zeug für 81 Brabanter Thaler; wie viel Rubel Siber muss er dafür zahlen, wenn 1 Brabant. Thlr. 140 Cop. S. gleich ist?

13) A kauft für 15 Holl. Ducaten 81 Ell. Leinewand. Wie theuer kommen da 3 Stück, jedes zu 45 Ellen in Silber zu stehen, wenn 1 Rbl. S. = $3\frac{1}{2}$ Rbl. Bco., und 1 Ducaten = 10 Rbl. 60 Cop. Bco. gerechnet wird?

14) Wie viel russ. Ducaten bekommt man für 4000 ℔ Zucker, à ℔ zu 25 Cop. S., wenn 100 Rbl. S. = 35 Duc. sind?

15) A kauft in Berlin 40 Stück Tuch, jedes zu 40 Ellen, für 1800 Thlr. pr.; wofür in Silber Rubel kann er 1 Arschin verkaufen, wenn er 20 pCt. dabei gewinnen will, und 1 Thlr. = $92\frac{1}{2}$ Cop. Siber; 4 Ellen = 3 Arschin sind?

16) B hat in England Kattun gekauft, den Yard zu $4\frac{1}{2}$ Pence. Wie theuer in Silber kann er 1 Arschin davon verkaufen, wenn er 10 pCt. dabei gewinnen will? (1 Pfd. Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl.)

17) Was wird man in Silber Rubeln zu zahlen haben für 540 lübecksche ℔, wenn 300 lüb. ℔ = 355 russische ℔, und das russ. ℔ zu 12 Schilling verkauft wird? (48 Schilling = 1 lüb. Thlr. und 1 lüb. Thlr. = $114\frac{1}{2}$ Cop. S.)

18) Wie viel betragen in Silber Rubel 60 Stücke einer Waare, jedes zu 50 Meter, den Meter zu 24 Centimes, wenn man 5 pCt. Unkosten rechnet? (355 Cent. = 1 pr. Thlr.; 50 Thlr. = 45 Rbl. S. und 1 Frank = 100 Cent.)

19) A kauft in Paris 120 Stück Battist, das Stück zu 12 Stab, gibt für den Stab 8 Frank und zahlt nach den Coursen von Hamburg auf Paris 3 Frank gegen 25 Schilling Bco. und von Hamburg auf Petersburg $9\frac{1}{2}$ Schilling Bco. gegen 1 Rbl. Bco.; wie viel Rubel S. kostet ihm diese Waare, wenn 5 pCt. Unkosten dabei berechnet werden?

20) Wofür in Frd'ors können 24 Yards einer Waare verkauft werden, wenn 1 Yard $4\frac{1}{2}$ Schilling Sterling kostet, und ein Pfund Sterling = $6\frac{1}{2}$ Rbl. S., 108 Rbl. S. = 20 Frd'or sind und man 4 pCt. an Unkosten rechnet und ausserdem 20 pCt. gewinnen will? (1 Pfund Sterling = 20 Schilling Sterl.)

21) Jemand hat 15 Berk. Flachs für 600 Rubel S. verkauft und dabei 20 pCt. gewonnen; wie theuer hat er 1 Berk. dieses Flachses eingekauft?

22) A verkauft 1 Elle Tuch zu 3 Rubel 20 Cop. und gewinnt dabei 25 pCt.; wie theuer hat er demnach 40 Arschin eingekauft, wenn 4 Ellen = 3 Arschin sind?

23) Jemand ist 2400 Rbl. S. schuldig, bezahlt diese Schuld in Hamb. Mark Bco., 1 Rbl. Bco. zu $9\frac{1}{2}$ Schilling Bco. und 1 Rbl. S. zu $3\frac{1}{2}$ Rbl. Bco, wobei $1\frac{1}{2}$ pCt. Unkosten (Agio) verursacht wurden. Was muss er demnach in Hamb. Mark Bco. zahlen? (1 Mark Bco. = 16 Schill.)

24) Jemand verkauft 16 Pud Butter, das ℔ zu $12\frac{1}{2}$ Cop. S. und gewinnt dabei 15 pCt.; wie theuer hatte er die 16 Pud eingekauft?
25) Wie viel Ducaten wird man für 180 Tschwt. Weizen beim Verkauf erhalten, wenn man für $1\frac{1}{2}$ Tschwk. 120 Cop. S. gezahlt, dabei 5 pCt. an Unkosten rechnet und noch 15 pCt. gewinnen will? (1 Duc. = 3 Rbl. S.)
26) Wie theuer in pr. Thlr. hat A. 12 Stück Zeug, jedes zu 45 Ellen, bezahlt, wenn hier die Arschin für 60 Cop. S. mit einem Gewinn von 24 pCt. verkauft wurde? (1 Thlr. = $92\frac{1}{2}$ Cop. S.; 4 Ellen = 3 Arschin.)
27) A kauft in London 480 Yard Tuch für 270 Pfund Sterl. und verkauft hier 1 Arschin für $3\frac{1}{2}$ Rbl. S.; wie viel pCt. gewann er dabei? (1 Pf. Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl. S.; 7 Yard = 9 Arsch.)
28) Wie theuer hat Jemand 12 Berliner Centner Kaffee in Hamb. Mark Bco. eingekauft, wenn 1 ℔ russ. für 36 Cop. S. hier verkauft und dabei 12 pCt. gewonnen wurden? (1 Berl. Cent. = 110 ℔ berl; 9 Berl. ℔ = 10 russ. ℔; 1 Mk. Bco. = 48 Cop. S.)
29) Wofür in Silber kann 1 Arschin Zeug verkauft werden, wenn 1 Meter mit 60 Centimes bezahlt wurde und man 3 pCt. an Unkosten rechnet und noch 25 pCt. gewonnen werden sollen? (100 Mk. Bco. = 186 Frank, à 100 Centim.; 1 Rbl. Bco. = $9\frac{2}{3}$ Schill. Bco.; 5 Meter = 7 Arsch.; 1 Mk. Bco. = 16 Schill. Bco. $3\frac{1}{2}$ Rbl. Bco = 1 R.S.)
30) Wie viel pCt. hat A gewonnen, wenn er $2\frac{1}{2}$ ℔ Rosinen für 45 Cop. S. verkaufte und im Einkauf für $3\frac{1}{3}$ Pud 24 Rbl. S. zahlte?
31) Wie viel pCt. verlor aber A, wenn er 8 ℔ Reis für 75 Cop. verkaufte und im Einkauf für $12\frac{1}{2}$ Pud 50 Rbl. gezahlt hatte?
32) A hatte für 120 Pud Flachs 420 Rbl. S. gezahlt und $2\frac{2}{3}$ ℔ für 24 Cop. S. verkauft; wie viel pCt. hatte er dabei gewonnen?
33) N ist gezwungen, die Arschin Tuch mit einem Verluste von 20 pCt. für $1\frac{3}{4}$ Rbl. S. zu verkaufen; was hat ihm die Arschin im Einkauf gekostet?
34) A verlor beim Verkauf einer Waare 10 pCt. Hätte er für dieselbe 6 Rbl. erhalten, so würde er 10 pCt. gewonnen haben; wie theuer hatte er diese Waare verkauft?
35) Wie viel Yard bekommt N in England für 120 Pf. Sterl., wenn er 1 Arschin mit einem Gewinn von 12 pCt. für $2\frac{3}{4}$ Rbl. S. verkaufte? (9 Arschin = 7 Yard; 1 Pf. Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl. S.)
36) Wie viel pCt. gewann oder verlor N, wenn er 1 Arschin Tuch mit 20 pCt. Gewinn nicht für 4 Rbl. verkaufen wollte, später aber gezwungen war, 8 Arschin für 25 Rbl. S. zu verkaufen?
37) Wie viel betragen 1600 franz. Livres in Rbl. S., wenn 48 Liv. = 8 Laubthalern, 4 Laubthlr. = 11 rh. Gulden, 7 rh. Gulden = 4 pr. Thlr. und 50 pr. Thlr. = $45\frac{1}{2}$ Rbl. S. sind?
38) Wie viel Pf. Sterl. wird man in London für 60 Berk. Honig zahlen, wenn hier $3\frac{1}{3}$ ℔ Wachs mit 75 Cop. S. bezahlt wurden, und der Preis des Wachses sich zu dem des Honigs verhält, wie 7 zu 5? (1 Pf. Sterl. = $6\frac{1}{4}$ Rbl. S.)

39) Wie viel Tschwt. Weizen wird man für 150 Imperiale erhalten, wenn für $2\frac{1}{2}$ Tschwt. Roggen 10 Rbl. S. gezahlt wurden, und Weizen sich zu Roggen, dem Preise nach, wie 8 : 5, und der Imperial zum Silb. Rubel, dem Werthe nach, wie 51 : 5 verhalten?

40) Wie viel rh. Gulden wird man für 24 Berk. 6 Pud 20 ℔ Flachs zahlen, wenn $2\frac{1}{2}$ ℔ Hanf 15 C. S. kosten, und Flachs sich zu Hanf, dem Preise nach, wie 9 : 7 verhält, und der rh. Gulden = 54 Cop. ist?

41) Wie theuer in Ducaten hat A 81 Yard Tuch eingekauft, wenn er 1 Elle davon mit einem Verluste von 10 pCt. für 2 Rbl. 10 Cop. S. verkauft hat? (1 Duc. = 315 Cop. S.; 4 Ellen = 3 Arsch.; 9 Arschin = 7 Yard.)

42) Wenn in London 1 Yard Tuch für $7\frac{1}{2}$ Schilling Sterl. eingekauft und 15 Ellen für 35 Rbl. wieder verkauft wurden; wie viel pCt. sind da gewonnen? (1 Pf. Sterl. = 20 Schill. Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl. S.)

43) Jemand zahlt in Paris für 1 Meter Sammet 15 Frank, 50 Centimes; wofür in Silb. kann er 1 Arschin hier verkaufen, wenn er $3\frac{3}{4}$ pCt. an Unkosten rechnet und noch $16\frac{2}{3}$ pCt. dabei gewinnen will? (5 Meter = 7 Arschin; 1 Frank = 25 Cop. S. = 100 Centimes.)

44) Wofür in Pf. Sterl. kann Jemand in England 400 Berk. Hanf verkaufen, wenn er in Russland für 1 Pud $2\frac{1}{2}$ Rbl. S. gezahlt hat, an Unkosten für's Pud 20 Cop. S. rechnet und ausserdem noch 20 pCt. gewinnen will? (1 Pf. Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl.)

45) Für wie viel Thlr. pr. können 12 Centner berl. Hanf verkauft werden, wenn in Riga das Pud Flachs mit $4\frac{1}{2}$ Rbl. S. eingekauft wurde und die Transportkosten mit 8 pCt. zugeschlagen und ausserdem noch 20 pCt. gewonnen werden sollen? (Der Preis des Flachses verhält sich zu dem des Hanfes, wie 6 : 5; 1 Centn. = 110 ℔ berl.; 9 ℔ berl. = 10 ℔ russ.; 1 Thlr. = $92\frac{1}{2}$ Cop. S.)

46) Jemand kauft 1 Pud Honig und findet, dass er 42 ℔ statt 40 ℔ erhalten hat. Er verkauft das ℔ davon für $17\frac{1}{2}$ Cop. mit einem Gewinne von 12 pCt. Was kostet ihm demnach das Pud im Einkauf?

47) Wie hoch muss der Einkauf von 20 Berl. Centner Zucker in Hamb. Mark Bco. gewesen sein, wenn 1 ℔ russ. für 27 Cop. S. hier verkauft und dabei 12 pCt. gewonnen wurden? (Cours s. No. 45; 1 Mk. Bco. = 48 Cop. S.)

48) Für 6 Oxhoft Wein zahlte A 420 pr. Thlr., an Transport und Zoll musste er 20 pCt. entrichten; wofür in Silber Rbl. kann er 1 Bouteille dieses Weines hier verkaufen, wenn er $17\frac{1}{2}$ pCt. dabei gewinnen will? (1 Oxh. = 6 Anker, à 30 Stof; 1 Thlr. = $92\frac{1}{2}$ Cop. S. 3 Stof = 4 Bouteillen.)

49) Wie viel pCt. gewann oder verlor N, der für 200 Yard Tuch 120 Pf. Sterl. zahlte und 1 Elle in Riga wieder für $2\frac{1}{2}$ Rbl. verkaufte? (7 Yard = 9 Arsch.; 3 Arsch. = 4 Ellen; 1 Pf. St. = $6\frac{2}{3}$ R.S.)

50) Wie viel Tschetwert Hafer erhält man für $120\frac{1}{2}$ Tschwt. Kartoffeln, wenn sich Kartoffeln zu Gerste, dem Preise nach, wie $\frac{2}{3}$ zu $\frac{7}{8}$, Gerste zu Roggen, wie $\frac{3}{4}$ zu $\frac{8}{9}$, und Roggen zu Hafer, wie $\frac{4}{5}$ zu $\frac{5}{8}$ verhalten?

Vom Zinseszins.

51) Wenn 7000 Rbl. S. zu 5 pCt. auf Zinseszins stehen; wie gross ist das Capital nebst Zinseszins in 3 Jahren?

52) Wie hoch wachsen 10000 Rbl. an, wenn dieselben zu 4 pCt. 12 Jahre hindurch auf Zinseszins stehen?

53) Was geben 16000 Rbl. in 20 Jahren an Capital und Zinseszins zu 4 pCt.?

54) Wie hoch wird ein Capital von 3000 Rubel anwachsen, wenn es 6 Jahre zu $4\frac{1}{2}$ pCt. gestanden hat, und demselben am Schlusse eines jeden Jahres noch 500 Rbl. hinzugefügt werden?

55) Wenn Jemand nach 8 Jahren ein Capital nebst Zinszins, zusammen 547 Rbl. $42\frac{19}{25}$ Cop. zurückgezahlt erhält, und dasselbe zu 4 pCt. gestanden hatte; wie gross war sein anfängliches Capital?

56) Ein zu 5 pCt. mit Zinseszins belegtes Capital ist in 9 Jahren zu 1085 Rbl. $92\frac{24}{25}$ Cop. angewachsen; wie gross ist das anfängliche Capital gewesen?

57) A hat dem B nach 7 Jahren 5000 Rbl. zu zahlen. Wenn nun aber A dem B diese Zahlung gleich baar leisten will, mit einem Rabatt von 5 pCt. auf 100; so fragt es sich: wie viel hat dann A dem B gleich zu zahlen?

58) Wie viel Jahre müssen 1000 Rbl. auf Zinseszins zu 5 pCt. stehen, wenn sie auf 2078 Rbl. $92\frac{4}{5}$ Cop. angewachsen sind?

59) Wie lange würden 1000 Rbl. auf Zinseszins zu 4 pCt. stehen müssen, um 1601 Rbl. 3 Cop. zu geben?

60) Jemand will an dem Tage, wo sein Sohn 10 Jahre alt ist, für diesen so viel in die Sparkasse auf Zinseszins zu 5 pCt. legen, dass derselbe am Ende seines 20. Jahres ein Capital von 1628 Rbl. $89\frac{1}{2}$ Cop. aufgesammelt finde. Wie hoch beläuft sich die Einzahlung?

Mischungs- oder Alligationsrechnung.

§ 56. Werden zwei Stoffe mit einander verbunden, und sind in ihrer Vereinigung die einzelnen Bestandtheile durchaus nicht zu unterscheiden, so nennt man eine solche innige Verbindung eine Mischung, wie z. B. Wasser mit Spiritus. Werden aber die Gemengtheile beider Stoffe neben einander wahrgenommen, so heisst eine solche Verbindung ein Gemenge; wie z. B. wenn Roggen unter Gerste geschüttet wird. Man kann 2, 3, 4 und mehr Stoffe mit einander mischen oder vermengen. Bei allen diesen Verbindungen kommen 4 Fälle in Betracht: 1) die Güte (Qualität, Werth, Preis) der einzelnen Stoffe; 2) die Menge (Quantität, Anzahl) von jedem einzelnen Stoffe; 3) die Güte der Mischung oder des Gemenges, und 4) die Menge der Mischung oder des Gemenges.

Die Rechnung, welche die Herleitung dieser Stücke aus einander lehrt, heisst Mischungs- oder Alligationsrechnung. Sie umfasst sehr mannigfache, zum Theil schwierige Aufgaben. Bei allen derartigen kommt es vorzugsweise darauf an,

I. Die Güte der Mischung oder des Gemenges zu finden, und

II. Aus der gegebenen Güte der Mischung oder des Gemenges andere Stücke zu suchen.

Diese letztere Art der Aufgaben zerfällt in mehrere Unterabtheilungen.

I. Die Güte der Mischung oder des Gemenges wird gesucht.

Aufgabe 1. Man mischt 5 Kruschken Wein und 1 Krusch. Wasser; wie viel Wein und wie viel Wasser enthält 1 Kruschke der Mischung?

Auflösung. Die Mischung beträgt 6 Kruschken, folglich kommt auf 1 Kruschke derselben der 6te Theil sowohl vom Weine, als vom Wasser, macht $^5/_6$ Kruschke Wein und $^1/_6$ Kr. Wasser.

Aufgabe 2. Es werden 5 ℔ Rosinen, à 30 Cop. mit 11 ℔ à 18 Cop. gemengt; wie viel beträgt 1 ℔ des Gemenges?

Auflösung. 5 ℔, à 30 Cop. betragen 150 Cop. und
11 ℔, à 18 „ „ 198 „

also 16 ℔ des Gemenges „ 348 Cop.
folglich 1 ℔ „ „ $^{348}/_{16} = 21^3/_4$ Cop.

Aufgabe 3. Es sind 20 Solotnik Silber von der 80. Probe mit 5 Sol. Kupfer zusammengeschmolzen; welche Probe enthält 1 Solot. der Mischung?

Auflösung. 20 Solot. v. d. 80. Probe enthalten 1600 Th. f. Silb.
5 Solot. Kupfer entalten . . . . . . 0 „

folglich 25 Solot. des Gemisches enthalten 1600 Th. f. Silb
mithin 1 Solot. des Gemisches $^{1600}/_{25} = 64$ Th. feines Silb. d. i. die 64. Probe.

Hier ist folgendes zu bemerken: Silber oder Gold, welches ohne Zusatz von anderem Metall ist, heisst feines (reines) Silber oder Gold. Haben diese beiden edlen Metalle einen Zusatz, so nennt man sie vermischt oder legirt. Die Feinheit derselben wird auf folgende Weise bestimmt. Enthält 1 Solotnik (= 96 Doli) legirtes Silber oder Gold 80 Doli feines Silber oder Gold, und 16 Doli Zusatz, so hat man die 80. Probe des Silbers oder des Goldes; enthält 1 Solot. legirtes Silber oder Gold, 72 Doli fein. Silb. oder Gold und 24 Doli Zusatz, so ist die Mischung von der 72. Probe; überhaupt ist legirtes Silb. oder Gold von der so vielsten Probe, so viel feine Theile Silber oder Gold unter je 96 Theilen des Gemisches enthalten sind. Im Auslande wird die Feinheit des legirten Silbers nach einer Mark = 16 Loth, und des legirten Goldes ebenfalls nach einer

Mark = 24 Karat bestimmt. Enthält z. B. eine Mark legirtes Silber 13 Loth feines Silber und 3 Loth Zusatz (gewöhnlich Kupfer), so hat man 13löthiges Silber; überhaupt ist legirtes Silber so viellöthig, so viel Theile feines Silber unter je 16 Theilen der Mischung enthalten sind. Befinden sich in einer Mark (24 Karat) legirtes Gold 17 Karat feines Gold und 7 Karat Zusatz (Silber oder Kupfer), so ist die Mischung 17 karatig; überhaupt ist eine Verbindung von reinem Gold und andern Metallen so vielkaratig, so viel Theile feines Gold unter je 24 Theilen der Mischung enthalten sind. Da 1 Mark feines Silber nach der ausländischen Bestimmung 16löthig, und nach der russischen von der 96. Probe ist; so ist 1löthiges Silber von der $^{96}/_{16} = 6$. Probe; demnach 14löthiges Silber von der $14 \times 6 = 84$. Probe. Und umgekehrt ist legirtes Silber von der 1sten Probe $= {}^{16}/_{96} = {}^{1}/_{6}$löthig mithin Silber von der 72sten Probe $= 72 \times {}^{1}/_{6} = 12$löthig. Eben so ist 1 Mark feines Gold 24karatig und in Russland von der 96. Probe; folglich ist 1karatiges Gold von der $^{96}/_{24} =$ der 4 Probe; mithin 18karatiges Gold von der $18 \times 4 = 72$. Probe. Und umgekehrt ist legirtes Gold von der 1. Probe $= {}^{24}/_{96} = {}^{1}/_{4}$karatig; folglich Gold von der 60. Probe $= 60 \times {}^{1}/_{4} = 15$karatig. Auf diese Weise sind wir also im Stande, bei Legirung von Silber und Gold die ausländischen Werthbestimmungen auf die russischen, und umgekehrt, zurückzuführen.

Aufgabe 4. Die wie vielste Probe oder wie viellöthig wird die Mischung, wenn 12 Solot. Silber von der 72. Probe mit 8 Solotnik Silber von der 90. Probe und 4 Solot. Kupfer zusammengeschmolzen werden?

Auflösung. 12 Sol. v. d. 72. Probe enthalten 864 Th. feines Silb.
8 „ „ 90. „ „ 720 „ „
4 „ Kupfer „ 0 „ „

also 24 Sol. des Gemisches enthalten 1584 Th. feines Silb.

folglich 1 Solotnik des Gemisches enthält $^{1584}/_{24} = 66$ Th. feines Silber d. i. die 66. Probe = 11 löthig.

Aufgabe 7. Man schmelzt 20 ℔ 6pfündiges Zinn (d. i. 6 Theile Zinn und 1 Th. Blei) mit 30 ℔ 5pfündigem Zinn (d. i. 5 Th. Zinn und 1 Th. Blei) zusammen; von welchem Gehalt ist die Mischung?

Auflösung. Da in dem Gemisch von 20 ℔ 6pfündigem Zinn 6 Th. Zinn und 1 Th. Blei, und in dem Gemisch von 30 ℔ 5pfündigem Zinn 5 Th. Zinn und 1 Th. Blei enthalten sind; so findet man nach der Gesellschaftsrechnung leicht, wie viel reines Zinn und wie viel Blei in jedem der beiden gegebenen Gemischen enthalten sind; z. B.

1) 6 ℔ Zinn auf } 20 ℔ Gemisch
1 ℔ Blei }

7 ℔ Gemisch. Daher der Ansatz

7 ℔ Gemisch : 20 ℔ Gemisch = 6 ℔ : x ℔ reines Zinn;
also $x = 17^{1}/_{7}$ ℔ reines Zinn; und daher $2^{6}/_{7}$ ℔ Blei.

2) 5 ℔ Zinn auf } 30 ℔ Gemisch.
1 ℔ Blei }

6 ℔ Gemisch. Daher der Ansatz

6 ℔ Gemisch : 30 ℔ Gemisch = 5 ℔ Zinn : x ℔ Zinn;
also x = 25 ℔ reines Zinn, und daher 5 ℔ Blei.

Es sind also vorhanden in beiden Gemischen $17\frac{1}{7} + 25 = 42\frac{1}{7}$ ℔ reines Zinn, und $2\frac{6}{7} + 5 = 7\frac{6}{7}$ ℔ reines Blei. Es fragt sich nun: wie viel ℔ reines Zinn kommt auf 1 ℔ Blei? Dieses findet man durch den Ansatz:

$7\frac{6}{7}$ ℔ Blei : 1 ℔ Blei = $42\frac{1}{7}$ ℔ reines Zinn : x ℔ reines Zinn.
x = $5\frac{4}{11}$ ℔ reines Zinn auf 1 ℔ Blei; daher ist das Gemisch $5\frac{4}{11}$pfd.

Aufgabe 6. Zu 45 Kruschken Spiritus von 80 Grad werden 72 Kruschken von 70 Grad und 30 Kruschken von 56 Grad gegossen; wie viel Grad enthält die Mischung?

Auflösung. Wenn unter 100 Raumtheilen Spiritus 50, 60, 80 Theile Weingeist (Alkohol) enthalten sind, während das Uebrige Wasser ist; so sagt man: der Spiritus habe 50, 60, 80 Grad. Hieraus ergibt sich folgende Berechnung der vorstehenden Aufgabe nach der Gesellschaftsrechnung

I.

80 Th. Weingeist } 45 Kruschken Gemisch.
20 „ Wasser }

100 Th. Gemisch.

Demnach ist $\frac{45 \times 80}{100} = 36$ Kr. Weingeist in den 45 Kr. Gem. enthalten.

II.

70 Th. Weingeist } 72 Kruschken Gemisch
30 „ Wasser }

100 Th. Gemisch;

also $\frac{72 \times 70}{100} = 50\frac{2}{5}$ Kr. Weingeist in den 72 Kr. Gemisch enthalten.

III.

56 Th. Weingeist } 30 Kruschken Gemisch
44 „ Wasser }

100 Th. Gemisch und

also ist $\frac{30 \times 56}{100} = 16\frac{4}{5}$ Kr. Weingeist in den 30 Kr. Gemisch enthalten.

Es sind also in den $45 + 72 + 30 = 147$ Kruschken Gemisch oder Spiritus enthalten $36 + 50\frac{2}{5} + 16\frac{4}{5} = 103\frac{1}{5}$ Kruschk Weingeist. Wie viel Weingeist kommt da auf 100 Kruschken Spiritus? Antw. $70\frac{10}{49}$ Kruschken Weingeist auf 100 Kr. Spiritus, also enthält das Gemisch $70\frac{10}{49}$ Grad.

II. Die Güte der Mischung oder des Gemenges ist gegeben; man sucht verschiedene andere Stücke, und zwar

a) wird von 2 mit einander verbundenen Stoffen die Güte des einen gesucht.

Aufgabe 7. Es sind 6 Tschwt. Hafer, à 3 Rbl. mit 9 Tschwt. einer andern Sorte Hafer gemengt; wie viel ist 1 Tschwt. des letztern werth, wenn 1 Tschwt. des Gemenges auf 210 Cop. zu stehen kommt?

Auflösung. 6 Tschwt. à 3 Rbl. kosten . . . . . . 18 Rbl.
9 „ à ? „

15 Tschwt. kosten, à 210 Cop. . . . . 31 „ 50 Cop.
Davon ziehe ab obige 6 Tschetwert, à 3 Rbl. . . . . . . 18 „ — „
so bleibt für jene 9 Tschwt. . . . . 13 Rbl. 50 Cop.
folglich kostet 1 Tschwt. $^{1350}/_9 = 150$ Cop.

b) Es wird das Verhältniß der Mischung gesucht.

Um Aufgaben dieser Art allgemein zu lösen und daraus eine Regel zur Lösung aller solcher Exempel abzuleiten, wollen wir uns hier allgemeiner Zeichen (der Buchstaben) bedienen. Es sei die Aufgabe folgende:

Aufgabe 8. In welchem Verhältnisse muss man 2 Stoffe, die bessere Sorte zu a Cop. und die geringere zu b Cop. vereinigen, um eine mittlere Sorte zu c Cop. zu erhalten?

Auflösung. Wir wollen setzen, dass man x Einheiten der bessern Sorte mit y Einheiten der schlechtern vereinigen müsse, damit eine Einheit der Mischung oder der Vermengung den verlangten Preis c habe. Der Preis von x Einheiten der bessern Sorte ist dann $= a \cdot x$ Cop., und der Preis von y Einheiten der schlechtern Sorte $= b \cdot y$ Cop., der Preis der ganzen Mischung ist also $a \cdot x$ Cop. $+ \; b \cdot y$ Cop.

Der Preis einer Einheit der Mischung soll aber c Cop sein. Die ganze Mischung erhält $x + y$ Einheiten beider Stoffe; also soll der Preis der ganzen Mischung $= c \cdot (x + y)$ Cop sein. Diess mit dem Obigen verglichen gibt die Gleichung

$$a \cdot x + b \cdot y = c \cdot (x + y), \text{ oder}$$
$$a \cdot x + b \cdot y = c \cdot x + c \cdot y. \text{ Ziehe von beiden Theilen ab}$$
$$c \cdot x = c \cdot x$$

so ist $a \cdot x - c \cdot x + b \cdot y = c \cdot y$. Davon ziehe wieder ab
$$b \cdot y = b \cdot y$$

so ist $a \cdot x - c \cdot x = c \cdot y - b \cdot y$, oder verkürzt
$(a - c) \cdot x = (c - b) \cdot y$. Folglich verhält sich nach § 32
$$x : y = (c - b) : (a - c).$$

Hierdurch ist das Verhältniss in dem die beiden Stoffe mit einander zu verbinden sind, gegeben. Es verhält sich demnach die Menge der bessern Sorte der zu verbindenden beiden Stoffe zu der Menge der schlechtern Sorte derselben, wie der Unterschied der mittlern und schlechtern Sorte $(c - b)$ zu dem

Unterschied der bessern und mittlern Sorte $(a-c)$ beider gegebenen Stoffe.

Aus dieser Proportion ergibt sich auch auf der Stelle das bei der Berechnung derartiger Aufgaben gebräuchliche praktische Verfahren, welches aus der folgenden Darstellung ohne weitere Erläuterung verständlich sein wird

die bessere Sorte zu a Cop.	Dazu sind nöthig $(c-b)$ Einheiten (Unterschied zwischen der mittlern und schlechtern Sorte),
„ mittlere „ c „	
„ schlechtere „ b „	Dazu sind nöthig $(a-c)$ Einheiten (Unterschied zwischen der bessern und mittlern Sorte).

Zur grössern Verständlichkeit dieses Verfahrens möge hier noch folgendes Exempel in Zahlen gegeben sein: In welchem Verhältniss muss man Wein zu 80 Cop. und zu 35 Cop. mischen, um eine mittlere Sorte zu 50 Cop. zu erhalten?

Ansatz.

bess. Sorte zu 80 Cop.	Da sind nöthig (50-35) = 15 Mass	oder . . . 1 Mss.
mittl. „ „ 50 „		durch 15
schlecht. „ „ 35 „	„ „ „ (80-50) = 30 „	verkürzt... 2 „

d. h. Zu 1 Mass Wein zu 80 Cop. müssen 2 Mass Wein zu 35 Cop. gemischt werden, um eine mittlere Sorte zu 50 Cop. zu erhalten.

Probe.

1 Mass Wein zu 80 Cop. kostet 80 Cop.
2 „ „ „ 35 „ kosten 70 „ folglich

3 Mass Wein d. Mischung kosten 150 Cop.; mithin beträgt
1 „ „ „ 50 Cop.; was verlangt war.

c) **Es wird die Menge der beiden zu verbindenden Stoffe gesucht.**

Aufgabe 9. Ein Kaufmann will 140 ℔ Taback, à 50 Cop. aus 2 andern Sorten zu 100 Cop. und zu 30 Cop. zusammenmengen; wie viel ℔ muss er von jeder Sorte dazu nehmen?

Auflösung. Wir suchen zuerst das Verhältniss der Mengung.

bess. Sorte zu 100 Cop.	Dazu sind nöthig 50 — 30 = 20 ℔
140 ℔ mittl. S. zu 50 „	
schlechtere S. zu 30 „	„ „ „ 100 — 50 = 50 ℔
	zusammen 50 ℔ Gemenge.

Nun heisst es: 70 ℔ : 140 ℔ = 20 ℔ : x ℔; also x = 40 ℔ der bess. Sorte.
und 70 ℔ : 140 ℔ = 50 ℔ : y ℔; also y = 100 ℔ der schlech. S.

macht zusammen 140 ℔ Gemenge,
à 50 Cop., was verlangt war.

d) **Es wird die Menge von einem der zu verbindenden Stoffe gesucht.**

Aufgabe 10. Wie viel Wasser muss man zu 40 Kruschken Essig, à 20 Cop. setzen, um eine Mischung zu 12 Cop. zu erhalten?

Auflösung. Der Werth des Essigs ist $40 \times 20 = 800$ Cop. Man muss also, wenn eine Kruschke zu 20 Cop. verkauft werden soll, $^{800}/_{12} = 66^2/_3$ Kruschken verkaufen, um den Werth herauszubringen; folglich sind $66^2/_3 - 40 = 26^2/_3$ Kruschken Wasser nöthig.

Oder: man sucht zuerst das Verhältniss der Mischung, z. B.

40 Kruschken Essig, à 20 Cop.	$12 - 0 = 12$ Th.	oder durch 4 verkürzt $= 3$ Theile
mittl. Sorte, à 12 „		
Wasser, à 0 „	$20 - 12 = 8$ „	$= 2$ „

Nun heisst es: Auf 40 Kruschken Essig fallen 3 Theile; wie viel Kruschken Wasser fallen auf 2 Theile? Antwort $26^2/_3$ Krusch. Wasser.

Aufgabe 11. Wie viel Silber muss man zu 12 Sol. Gold von der 84. Probe hinzufügen, damit es von der 72. Probe werde?

Auflösung. 12 Sol. Gold von der 84. Probe enthalten $12 \times 84 = 1008$ Theile feines Gold. Da dieses Gold zu der 70. Probe herabgesetzt werden soll, so untersuche man, wie oft 70 Th. feines Gold in 1008 Th. f. Gold enthalten sind. Antwort: $14^2/_5$ Sol. von der 70. Probe. Es waren aber nur 12 Sol. Gold vorhanden; folglich müssen $14^2/_5 - 12 = 2^2/_5$ Solot. Silber zu obigen 12 Solot. von der 84. Probe hinzugefügt werden, damit es von der 70. Probe werde; denn 12 Sol. Gold von der 84. Probe enthalten eben so viel Theile feines Gold (1008 Th.), als $14^2/_5$ Sol. von der 70. Probe (auch 1008 Th.)

e) Es wird von 2 zusammengesetzten Stoffen die Güte des einen gesucht.

Aufgabe 12. Es sind 12 Sol. Silber von der 80. Probe mit 20 Sol. Silber von einer schlechtern Probe versetzt. Die Mischung ist von der 60. Probe; von der wie vielsten Probe waren die 20 Sol. Silber.

Auflösung. Die Mischung beträgt $12 + 20 = 32$ Solot.
Diese enthalten also $32 \times 60 = 1920$ Th. feines Silber.
Die 12 Sol. v. d. 80. Probe enthalten 960 „ „ „

folglich enthalten jene 20 Solot. den Rest davon $= 960$ Th. f. Silber, mithin hat 1 Solot. $^{960}/_{20} = 48$ Th. f. Silb., d. i. die 48. Probe.

f) Es wird von 2 zusammengesetzten Stoffen das Verhältniss der Mischung gesucht.

Aufgabe 13. Wie mischt mau 14-löthiges und 9-löthiges Silber, um 10-löthiges zu erhalten?

Auflös. 14 löthig	$10 - 9 = 1$ Th.	*Probe.* 1 Th. 14-löth. enth. 14 Th. f. S.
mittl. S. 10 „		und 4 „ 9 „ „ 36 „ „
9 „	$14 - 10 = 4$ „	also 5 Th. Gemisch enth. 50 Th. f. S.

Man nimmt also auf 1 Theil 14-löthiges Silber 4 Th. 9-löthiges.

mithin 1 Th. „ $^{50}/_5 = 10$ „ „ was verlangt war.

g) **Es wird von 2 zusammenzusetzenden Stoffen die Menge beider gesucht.**

Aufgabe 14. Aus 9-löth. und 15-löth. Silber will man $31\frac{1}{2}$ Loth 11-löth. machen; wie viel ist von jeder Sorte zu nehmen?

Auflös.	15-löth.	2 Th.	oder . . . . 1 Th.	$10\frac{1}{2}$ Loth.
$31\frac{1}{2}$ Loth	11 „		durch 2 verk.	
	9 „	4 Th.	. . . . 2 Th.	21 Loth.
			zusammen 3 Th. Gemisch.	

Nun heisst es: 3 Th. : $31\frac{1}{2}$ Loth = 1 Th. : x Loth ($10\frac{1}{2}$ Loth)
und 3 „ : $31\frac{1}{2}$ „ = 2 „ : y „ (21 „

Probe. $10\frac{1}{2}$ Loth 15löthig. Silber enthält $157\frac{1}{2}$ Th. feines Silber
21 „ 9 „ „ „ 189 „ „ „

also $31\frac{1}{2}$ Loth Gemisch Silb. enthält. $346\frac{1}{2}$ Th. feines Silb.

mithin 1 Loth Gemisch enthält $\frac{346\frac{1}{2}}{31\frac{1}{2}} = 11$ Th. fein. Silb. d. i. 11löthig.

h) **Die Menge von einem der beiden zusammengesetzten Stoffen wird gesucht.**

Aufgabe 15. Wie viel 19karatiges Gold muss man zu 28 Loth 14karatigem setzen, um 16karatiges zu erhalten?

Auflösung.	19karat.	16 — 14 = 2 Theile.
(mittlere S.)	16 „	
28 Loth	14 „	19 — 16 = 3 „

Nun heisst es: wenn auf 28 Loth 3 Theile fallen; wie viel Loth fallen da auf 2 Theile? Antw. $18\frac{2}{3}$ Loth. Werden also $18\frac{2}{3}$ Loth 19karatig. Gold mit 28 Loth 14karatigem gemischt, so entsteht die gesuchte mittlere Sorte 16karatig. Gold. Man mache die Probe.

Aufgabe 16. Jemand hat 40 Stof Milch, welche $\frac{1}{4}$ Wasser enthält; wie viel reine Milch muss hinzukommen, damit in der Mischung $\frac{1}{5}$ Wasser sei?

Auflösung. 40 Stof der geringern Sorte Milch enth.	$\frac{1}{4}$ Wasser	$=\frac{5}{20}=5$	4Th.
mittlern Sorte soll	„ $\frac{1}{5}$ „	$=\frac{4}{20}=4$	
bessern Sorte enthält	0 „	$=\frac{0}{20}=0$	1Th.

Nun heisst es: Auf 40 Stof gemischter Milch fallen 4 Theile; wie viel Stof reine Milch fallen auf 1 Theil? Antw. 10 Stof reine Milch.

Aufgabe 17. Jemand hat 60 Solot. Silber von der 75. Probe; wie viel feines Silber (d. h. von der 96. Probe) ist in jenen 60 Solot. enthalten?

Auflösung. 60 Sol. der 75. Probe enthalten 60 . 75 = 4500 Th. feines Silb. Da nun feines Silber die 96. Probe hat; so ist zu untersuchen: wie oft 96 in 4500 enthalten ist. Antw. $46\frac{7}{8}$ Mal; folglich sind in den 60 Sol. der 75. Probe $46\frac{7}{8}$ Solot. reines Silb. enthalten.

Aufgabe 18. Jemand hat 40 Stof Spiritus von 70 Grad. Er will denselben destilliren, so dass er 85 Grad enthalte.

Wie viel Wasser muss er jenen 40 Stof durch Destillation entziehen, damit er seinen Zweck erreiche?

Auflösung. 85 Grad	70 Th.	oder durch 14 Th.	$32\,^{16}/_{17}$ Stof
40 Stof von 70 „		5 verkürzt:	
Wasser von 0 „	15 Th.	. . . . 3 Th.	$7\,^{1}/_{17}$ Stof Wasser.
		zusammen 17 Th.	

Nun heisst es: Wenn auf 40 Stof 17 Theile fallen; wie viel Stof Wasser fallen auf 3 Theile? Antw. $7\,^{1}/_{17}$ Stof Wasser. Diese müssen von den 40 Stof von 70 Grad abdestillirt werden, damit der Rest von $32\,^{16}/_{17}$ Stof 85 Grad enthalte.

Aufgabe 19. Wie viel feines Silber (16löthiges) muss von 4 Loth 10löthigem Silber ausgeschmolzen werden, damit es $7\,^{1}/_{5}$löthig werde?

Auflösung. Jedes der 4 gegebenen Lothe Silber enthalten 6 Th. Kupfer; folglich 4 Loth desselben 24 Theile Kupfer. In der neuen Masse soll jedes Loth $16 - 7\,^{1}/_{5} = 8\,^{4}/_{5}$ Theile Kupfer enthalten; es müssen demnach die vorhandenen 24 Theile Kupfer auf $\frac{24}{8\,^{4}/_{5}} = 2\,^{8}/_{11}$ Lth. vertheilt werden. Der Rest von 4 Loth $- 2\,^{8}/_{11}$ Loth $= 1\,^{3}/_{11}$ Loth muss an feinem Silber von den 4 Loth 10löth. Silbers ausgeschmolzen werden.

Probe. $1\,^{3}/_{11}$ Loth 16löth. Silb. enthält $20\,^{4}/_{11}$ Th. feines Silb.
$2\,^{8}/_{11}$ „ $7\,^{1}/_{5}$ „ „ „ $19\,^{7}/_{11}$ „ „ „
zusammen 4 Loth Gemisch enthalten . . . 40 Th. feines Silb.
folglich 1 Loth 10 Theile feines Silber d. i. 10löthig.

In allen bisherigen Aufgaben kamen nur 2 Stoffe in und zur Verbindung vor; man rechnet dergleichen Aufgaben zu der einfachen Mischungsrechnung. Es kann auch aus mehr als 2 Stoffen eine Mittelsorte gemischt oder gemengt werden. Aufgaben dieser Art gehören zu der zusammengesetzten Mischungsrechnung. Diese sind aber unbestimmte Aufgaben, welche unendlich viele Auflösungen zulassen und gehören daher eigentlich zu der unbestimmten Analytik.

---

§ 57. Zusammengesetzte Mischungsrechnung.

1) Aufgaben, die nur ein Ergebniß liefern.

Aufgabe 20. Zu 5 ℔ Reis, à 8 Cop. und 9 ℔ à 10 Cop. werden 12 ℔ einer dritten Sorte Reis gesetzt; wie viel ist a ℔ von dieser letztern werth, wenn 1 ℔ des Gemenges auf 9 Cop. zu stehen kommt?

Auflösung. 5 ℔, à 8 Cop. kosten 40 Cop.
und 9 ℔, à 10 Cop. „ 90 „

zusammen 130 Cop.
Die 26 ℔ Gemenge, à 9 Cop. betragen . . 234 Cop.
Davon abgezogen die obigen . . . . 130 „

so bleibt für die gesuchten 12 ℔ der 3. Sorte 104 Cop.
folglich kostet 1 ℔ der 3. Sorte $^{104}/_{12} = 8^2/_3$ Cop.

2) Aufgaben, die mehrere Ergebnisse liefern.

Aufgabe 21. Jemand besitzt 3 Sorten Wolle, das ℔ zu 120, 90, 40 Cop. Er will daraus eine Sorte, das ℔ zu 75 Cop. mengen; wie viel ℔ hat er von jeder der 3 Sorten zu nehmen?

Auflösung.		
	120 Cop.	$\frac{\cdot\ \cdot\ \cdot}{45}$
	90 „	$\frac{\cdot\ \cdot\ \cdot}{15}$
mittl. Sorte	75 „	
	40 „	$\frac{\cdot\ \cdot\ \cdot}{35}$

Man ordne zunächst die Preise der 4 Sorten nach ihren Werthen; ziehe dann die geringere Sorte von der mittlern ab und setze diesen Rest (hier 35) als Nenner eines Bruches nebenbei. Hierauf subtrahire man die mittlere Sorte (75) von den beiden bessern (90 und 120) und setze jeden dieser Reste (15 und 45) gleichfalls als Nenner zweier Brüche zur Seite ihrer entsprechenden Preise. Jetzt wähle man willkührliche Zähler zu den gefundenen Nennern der Brüche, jedoch so, dass die Summe der Zähler der bessern Sorten stets gleich der Summe der Zähler der niedern Sorten ist. Man nimmt die Zähler möglichst so, dass die Werthe der Brüche als ganze Zahlen erscheinen. z. B.

	120 Cop.	$^{225}/_{45} = 5$ Th. (℔)
	90 „	$^{60}/_{15} = 4$ „ (℔)
mittl. Sorte	75 „	
	40 „	$^{285}/_{35} = 8^1/_7$ „ (℔)

Hier ist die Summe der Bruchzähler der bessern Sorte $225 + 60 = 285$, und die Summe der Bruchzähler der geringern Sorte ist auch $= 285$.

Probe.

5 ℔, à 120 Cp. $=$ 600 Cop.
4 ℔, à 90 „ $=$ 360 „

$8^1/_7$ ℔, à 40 „ $= 325^5/_7$ „

also $17^1/_7$ ℔ kosten $1285^5/_7$ C.
mithin 1 ℔ 75 Cop., was verlangt war.

Aus diesem Verfahren geht klar hervor, dass Aufgaben, in denen mehr als 2 Sorten von Stoffen gegeben sind, unzählige Mischungsverhältnisse zulassen. Den Beweis für die Richtigkeit eines solchen Verfahrens lehrt die unbestimmte Analytik. Statt des Beweises möge erforderlichen Falls die Probe dienen.

Aufgabe 22. Ein Kaufmann hat 10 ℔ Taback, à 2 Rbl. und 12 ℔, à 30 Cop. Er will diese mengen mit Taback zu 160 Cop. und zu 50 Cop. das ℔, damit 1 ℔ der Mengung 75 Cop. koste; wie viel ℔ von diesen beiden letztern Sorten muss er dazu nehmen?

Auflösung. 10 ℔, à 200 Cop.	$^{1250}/_{125} = 10$ ℔	10×200 C. $= 2000$ C.
160 „	$^{340}/_{85} = 4$ ℔	4×160 C. $= 640$ C.
mittl. Sorte à 75 „		
à 50 „	$^{1050}/_{25} = 42$ ℔	42×50 C. $= 2100$ C.
12 ℔ à 30 „	$^{540}/_{45} = 12$ ℔	12×30 C. $= 360$ C.
	also kosten 68 ℔ zusammen 5100 Cp.	
	folglich 1 ℔ $^{5100}/_{68} = 75$ Cop.	

Erläuterung. $200 - 75 = 125$ wird Nenner des ersten Bruches; $160 - 75 = 85$ wird Nenner des 2ten, $75 - 50 = 25$ wird Nenner des 3ten, und $75 - 30 = 45$ wird Nenner des 4ten Bruches. Die Summe der Bruchzähler beider bessern Sorten $1250 + 340 = 1590$, und eben so viel ist auch die Summe der Bruchzähler der beiden geringern Sorten, nämlich $1050 + 540 = 1590$. Jedoch ist hier noch zu bemerken, dass bei Exempeln obiger Art die Zähler des erstern und des 4ten Bruches so gewählt werden müssen, dass der ganze Werth des ersten Bruches gerade 10 ℔ und der Werth des 4ten Bruches genau 12 ℔ sei, weil diese beiden Zahlen in der Aufgabe als Bedingungen gegeben sind.

Uebungs - Aufgaben.

1) Jemand mengt 24 ℔ Mehl, à 5 Cop. mit 16 ℔, à 2 Cop.; was kostet 1 ℔ des Gemenges?
2) Ein Silberarbeiter schmelzt 20 Loth reines Silber mit 16 Loth Silber von der 70. Probe; von welcher Probe ist das Gemisch davon?
3) 4 Loth 20karatiges Gold werden mit 2 Loth Silber legirt; wie vielkaratig ist jetzt das gemischte Gold?
4) Die wie vielste Probe wird die Mischung, wenn zu 40 Solot. reinen Silbers 4 Solot. Kupfer zugesetzt wird?
5) Wie viel reines Silber ist in 16 Loth von der 72. Probe enthalten?
6) Wie viel feines Gold ist in 36 Solotnik 20karatigen Goldes enthalten?
7) Wie viel Kupfer muss man mit 50 Solot. Silber von der 90. Probe legiren, damit das Gemisch von der 72. Probe werde?
8) Wie viel Silber muss man mit 60 Loth 20karatigen Goldes vermischen, damit 18karatiges daraus entstehe?
9) Man schmelzt 24 ℔ 7pfündiges Zinn mit 10 ℔ 4pfündigem Zinn zusammen; von welchem Gehalte ist die Mischung?
10) Man mischt 7 Kruschken Spiritus mit 2 Kruschken Wasser; wie viel Spiritus und wie viel Wasser enthält 1 Kruschke des Gemisches?
11) Zu 20 Kruschken Spiritus von 72 Grad werden 8 Kruschken von 60, und 5 Kruschk. von 50 Grad gegossen; wie viel Grad enthält die Mischung?
12) Es sind 12 ℔ Reis, à 12 Cop. mit 8 ℔ einer andern Sorte Reis gemengt; wie viel ist 1 ℔ der letztern Sorte werth, wenn 1 ℔ des Gemenges für 10 Cop. verkauft wird?

13) Ein Goldarbeiter vermischt 6 Solot. Gold von der 80. Probe mit 4 Solot. Gold von der 60. Probe und 2 Solot. Gold von der 90. Probe; fügt dieses Gemisch noch 2 Solot. Kupfer hinzu. Von welcher Probe wird die Legirung sein?

14) Es werden 10 ℔ Taback, à 98 Cop. mit 8 ℔ à 80 und mit 6 ℔ einer dritten Sorte vermengt; wie viel kostet 1 ℔ der letztern Sorte, wenn 1 ℔ des Gemenges für 80 Cop. verkauft wurde?

15) Ein Kaufmann will 30 ℔ Rosinen, das ℔ zu 15 Cop. aus 2 andern Sorten zu 25 und 10 Cop. zusammenmengen; wie viel ℔ muss er von jeder Sorte nehmen?

16) In welchem Verhältnisse muss man Mehl zu 5 Cop. und zu 1½ Cop. das ℔ mit einander vermengen, um eine mittlere Sorte, das ℔ zu 3 Cop. zu erhalten?

17) Wie viel Wasser muss man zu 24 Kruschken Wein, à 120 Cop. hinzugiessen, um 1 Kruschke für 75 Cop. verkaufen zu hönnen?

18) Es sind 12 Loth Gold von der 75. Probe mit 6 Loth von einer schlechtern Probe versetzt. Die Mischung ist von der 70. Probe; von der wie vielsten Probe waren die 6 Loth Gold?

19) Zu 42 Kruschken Spiritus von 90 Grad werden 10 Kruschken von 60 Grad, 8 Kruschk. von 50 Grad und 4 Kruschken Wasser zugegossen; wie viel Grad enthält die Mischung?

20) Es werden 16 ℔ 6pfündiges Zinn mit 8 ℔ 4pfünd. Zinn zusammengeschmolzen; von welchem Gehalt ist die Mischung?

21) Wie mischt man 14löthiges und 8löthiges Silber, um 12löthiges zu erhalten?

22) Wie viel Tschwt. Weizen zu 8 Rbl. muss man zu 12 Tschwt. Weizen zu 5 Rbl. setzen, um 1 Tschwt. zu 6½ Rbl. zu erhalten?

23) Jemand hat 24 Bouteillen Wein, à 120 Cop. Wie viel Bouteillen, à 75 Cop. muss er dazu mischen, um 1 Bouteille zu 1 Rbl. zu erhalten?

24) Eine Milchfrau will 15 Stof Schmand, à 15 Cop. mit so viel Milch, à 1½ Cop. vermischen, damit sie 1 Stof dieses Schmandes für 10 Cop. verkaufen könne; wie viel Stof Milch sind dazu erforderlich?

25) Wie viel Wasser sind zu 24 Stof Milch, à 2 Cop. hinzuzugiessen, damit 1 Stof 1½ Cop. koste?

26) Wie viel feines Silber muss man von 20 Loth 12löthig. Silber ausschmelzen, damit das Silber 10löthig werde?

27) Wie viel feines Gold muss man von 12 Solot. 18karatig. Gold ausschmelzen, damit es 10karatig werde?

28) Wie viel Kruschken Wasser muss man 24 Kruschken Spiritus von 60 Grad durch Destillation entziehen, damit der Spiritus 90 Grad enthalte?

29) Wie viel Stof Spiritus von 54 Grad muss man zu 800 Stof Spiritus von 70 Grad giessen, damit die Mischung 60 Grad bekomme?

30) Eine Köchin kauft 60 ℔ Rind- und Kalbfleisch zusammen für 3 Rbl. Von dem Rindfleisch kostet das ℔ 8 Cop. und von dem Kalbfleisch das ℔ 4 Cop.; wie viel ℔ von beiden Fleischsorten hat sie einge-

kauft? (Wenn 60 ℔ 3 Rbl. kosten; so kostet 1 ℔ 5 Cop. und diess ist der **mittlere** Preis.)

31) Jemand kauft 42 grosse und kleine Käse für 105 Cop. Von den grossen kostet das Stück 5 Cop., von den kleinen 1½ Cop; wie viel grosse u. wie viel kleine Käse hatte er gekauft? (Wenn 42 Stück 105 Cop. kosten, so kostet 1 Stück 2½ Cop. und diess ist der gesuchte mittlere Preis.)

32) Man hat 48 Loth 12löthig. Silber. Es ist zusammengesetzt aus 15 Loth 13löthig., 20 Loth 9löthig. Silber und 13 Loth einer dritten Masse (entweder feines, legirtes Silber oder Kupfer); wie ist die letztere beschaffen?

33) Jemand besitzt Birken- und Tannenholz. Er will von beiden Holzarten 42 Faden mengen, so dass 1 Faden 4½ Rbl. zu stehen komme; wie viel Faden von beiden muss er dazu nehmen, wenn 1 Faden Birkenholz 10 Rbl. und 1 Faden Tannenholz 3 Rbl. kosten?

34) Aus 3 Sorten Mehl, das Tschk. zu 24, 40 uud 48 Cop. soll eine Sorte zu 36 Cop. gemengt werden, wie kann es geschehen? (Diese Aufgabe, so wie nun alle folgenden sind unbestimmt und lassen unendlich viele Auflösungen zu. Man mache daher von jeder die Probe, um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen.)

35) Man will 60 Loth 12löthig. Silber aus 15-, 13-, 10- und 8löthigem Silber zusammenschmelzen; wie viel nimmt man von jeder Sorte?

36) Jemand hat 400 Pfd. Wolle für 840 Rbl. gekauft. Dieses Quantum besteht aus 3 Sorten, und zwar 1 Pfd. zu 3 Rbl., zu 90 Cop. und zu 60 Cop. Wie viel Pfd. sind von jeder Sorte in jenen 400 Pfd. enthalten?

37) A hat 4 Sorten Aepfel gekauft, das Tschetwert zu 15, 12, 8 und 5 Rbl. Er will daraus 12 Tschwt., à 9 Rbl. mengen. Wie viel hat er von jeder dieser Sorten dazu zu nehmen?

38) Ein Silberarbeiter hat 20 Loth Silber von der 80. Probe und 12 Loth von der 45. Probe. Er will diese legiren mit Silber von 75. und 60. Probe. Wie viel Loth von den beiden letztern Sorten muss er nehmen, damit das Gemisch die 72. Probe erhalte?

39) Jemand besitzt 40 Stof Spiritus von 80 Grad. Diese hat er gemischt aus 5 Stof von 95 Grad und aus 2 andere Sorten von 75 und 50 Grad; wie viel von den beiden letztern Sorten hat er dazu genommen?

40) Für 300 Rbl. kauft A 30 Stück Vieh, Ochsen zu 30 Rbl., Kühe zu 8 Rbl., Schweine zu 5 Rbl. und Schafe zu 3 Rbl. das Stück. Wie viel hat er von jeder Art dieses Viehes gekauft, wenn dessen Anzahl nur in ganzen Zahlen angegeben werden soll?

---

§ 58. Aufgaben zur Wiederholung.

1) 20 Arbeiter fallen 250 Faden Holz in 6 Wochen, wenn sie wöchentlich 5 Tage und täglich 12 Stunden arbeiten; in wie viel Wochen

werden in diesem Verhältnisse 45 Arbeiter 800 Faden fällen, wenn sie wöchentlich 6 Tage und täglich 16 Stunden arbeiten?

2) Wenn ein Kaufmann die Arschin Tuch für $3\frac{1}{3}$ Rbl. einkauft und für 4 Rbl. wieder verkauft; wie viel pCt. gewinnt er dabei?

3) Jemand will aus 9- und 14löthigem Silber 12löthiges machen; wie viel muss er da von jeder Sorte nehmen?

4) 3 Personen pachten eine Weide für 12 Rbl. A treibt 6, B 8 und C 12 Ochsen darauf; wie viel hat jeder zu zahlen?

5) N kauft 80 Ellen Tuch, verkauft davon die Arschin mit einem Verluste von 5 pCt. für 3 Rbl. Was hat er für die 80 Ellen im Einkauf gezahlt? (4 Ellen = 3 Arschin.)

6) 3 Personen kaufen zusammen 18 Faden Birkenholz und zwar A 4 Faden, à 7 Fuss hoch, 7 Fuss breit und 8 Fuss lang; B 6 Faden, à 6 Fuss hoch, 7 Fuss breit und $7\frac{1}{2}$ Fuss lang; C 8 Faden, à 8 Fuss hoch, $7\frac{1}{2}$ Fuss breit und 9 Fuss lang. Sie zahlten zusammen für dieses Holz 77 Rbl. 78 Cop.; was hat jeder zu zahlen?

7) Wenn von 3 Maurern der eine ein Werk allein in 12 Tagen, der andere in 14, und der dritte in 16 Tagen fertig zu machen vermeint; wie viel Tage werden zur Vollendung dieses Werkes erforderlich sein, wenn alle 3 zugleich an demselben arbeiten?

8) A kauft für 160 Rbl. 80 Arschin blaues und graues Tuch, die Arschin vom erstern zu $3\frac{1}{2}$ Rbl. und die Arschin vom letztern zu $1\frac{1}{5}$ Rbl. Wie viel Arschin von jeder Tuchsorte hat er gekauft?

9) A kauft 1 Pud Waare für 12 Rbl. 60 Cop. und verkauft das ℔ für 35 Cop. Wie viel pCt. gewann oder verlor er dabei?

10) N besitzt Ellern- und Tannenholz. Ein Faden Ellernholz kostet 560 Cop. und 1 Faden Tannenholz 250 Cop. Er will aus beiden Holzsorten 62 Faden zu 4 Rbl. mengen Wie viel muss er von beiden dazu nehmen?

11) Jemand zieht von seinem Capitale, gross 7500 Rbl., 400 Rbl. an Zinsen; wie hoch interessirt sich sein Capital?

12) A erhält von seinem Capitale jährlich 250 Rbl. Zinsen zu $4\frac{1}{2}$ pCt.; wie gross ist das Capital?

13) Wie lange muss Jemand warten, um von seinem Capitale von 2500 Rbl. 800 Rbl. Zinsen zu 4 pCt. zu erhalten?

14) 3 Kinder, A, B, C und deren Mutter sollen unter sich 8000 Rbl. so theilen, dass A ausser einem Theil noch 200 Rbl.; B einen Theil weniger 100 Rbl.; C einen Theil und noch 400 Rbl. und die Mutter doppelt so viel als A und noch 500 Rbl. erhalten; was erhält jede Person?

15) Jemand zahlt für einen Ballen Schreibpapier 28 Rbl. Er ist später gezwungen 1 Buch für 12 Cop. zu verkaufen; wie viel pCt. verlor er dabei?

16) Drei Kaufleute A, B, C legen zu einem gemeinschaftlichen Handel ein Capital von 19000 Rbl. zusammen. Es findet sich, dass A in 5 Monaten 700 Rbl., B in 8 Monaten 1200 Rbl. und C in 10 Monaten

900 Rbl. gewonnen haben. Wie viel hatte jeder in den Handel gelegt?

17) 4 Personen können eine Arbeit in 8 Tagen vollenden. Da aber noch 2 Arbeiter hinzukommen, so fragt sich's, in wie viel Tagen werden sie jetzt die Arbeit vollenden?

18) Ein Capital zu 4 pCt. hat in gewissen Jahren eben so viel Zinsen gebracht, als zu 5 pCt. in 3 Jahren; wie lange hat es im erstern Falle ausgestanden?

19) Ein Silberarbeiter hat 24 Loth 15löthiges Silber; wie viel Kupfer muss er darunter mischen, damit es 12löthig werde.

20) A, B, C sollen unter sich 6150 Rbl. im Verhältnisse ihres Alters theilen. A ist 20, B 25 und C 35 Jahre alt. Da aber A kränklich ist, so soll er ausser seinem Antheil noch 150 Rbl. erhalten; was bekommt demnach jeder?

21) Wie viel pCt. hat A genommen, wenn er von 8000 Rbl. in 8 Jahren 3200 Rbl. Zinsen erhält?

22) A hat zu einem Leinwandhandel $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{3}$, C $\frac{2}{5}$ und D das Uebrige hergegeben. Sie haben dabei 500 Rbl. gewonnen; was gebührt jedem vom Gewinn?

23) 30 Stof Brandwein, à 20 Cop. und 12 Stof, à 12 Cop. sollen mit 6 Stof Wasser gemischt werden; wie hoch kommt da 1 Stof des Gemisches zu stehen?

24) Wenn man von 800 Rbl. in 6 Jahren 300 Rbl. Zinsen erhält; wie gross muss da ein Capital sein, das in 8 Jahren 600 Rbl. Zinsen bringt?

25) Welche Summe muss man zu $4\frac{1}{2}$ pCt. verleihen, um in 8 Monaten 700 Rbl. Interessen zu erhalten?

26) A verkaufte 1 ℔ Thee zu 250 Cop. und hatte dabei $7\frac{1}{2}$ pCt. Gewinn. Wie theuer hatte er 1 Pud eingekauft?

27) Der Kaufmann A hatte von B 600, von C 900 und von D 1100 Rbl. geliehen. Er stirbt und hinterlässt nur ein Vermögen von 2000 Rbl. Wie viel erhält jeder der 3 Gläubiger nach Verhältniss ihrer ausgeliehenen Capitalien?

28) Wie hoch belaufen sich die sämmtlichen Zinsen von 400 Rbl. auf 2 Jahre, 500 Rbl. auf 3 Jahre, 250 Rbl. auf 4 Jahre und 600 Rbl. auf $1\frac{1}{2}$ Jahre zu 4 pCt. gerechnet?

29) Jemand hat 2 Capitalien verliehen; das eine von 900 Rbl. zu $4\frac{1}{2}$ pCt.; das andere von 1200 Rbl. zu 5 pCt. Wie lange muss letzteres ausstehen, um eben so viel Zinsen zu tragen, als ersteres in 6 Jahren?

30) 4 Dörfer A, B, C, D repariren einen Weg und erhalten dafür zusammen $29\frac{1}{2}$ Rbl. A gab dazu 5 Arbeiter auf 12 Tage, B 8 Arbeiter auf 10 Tage und C 12 Arbeiter auf 8 Tage. Wie viel erhält da jedes Dorf?

31) Ein Wasserbehälter hat 3 Röhren. Durch die erste wird der Behälter in 8 Stunden, durch die zweite in 10 Stunden und durch die

dritte in 9 Stunden gefüllt. In wie viel Stunden wird derselbe durch alle 3 Röhren zugleich gefüllt werden?

32) A, B, C sollen 4100 Rbl. so theilen, dass B 300 Rbl. weniger als A, und C 100 Rbl. weniger als B erhalte; wie viel erhält jeder?

33) A hat für 160 Rbl. Waare gekauft und will daran 25 pCt. gewinnen; wie theuer muss er da diese Waare verkaufen?

34) Jemand mengt 12 ℔ Reis, à 15 Cop. mit 10 ℔, à 12 Cop., 18 ℔, à 10 Cop. und 8 ℔ einer geringern Sorte. Er verkauft das ℔ des Gemenges für $11\frac{1}{3}$ Cop. Was kostete 1 ℔ der geringern Sorte?

35) Jemand ist nach 4 Jahren 2000 Rbl. zu zahlen schuldig, und will sie mit 5 pCt. Rabatt (auf 100) jährlich gleich bezahlen; wie gross ist die baare Zahlung?

36) Jemand will 40 Solot. Silber von der 72. Probe zusammenschmelzen aus Silber von der 60. und 80. Probe; wie viel muss er von jeder Sorte dazu nehmen?

37) 1 Pud Zucker wurde für $6\frac{1}{2}$ Rbl. eingekauft und nach 9 Monaten für 8 Rbl. wieder verkauft; wie viel an jährlichen Zinsen betrug der Gewinn?

38) Wenn zu einem Werke 24 Arbeiter auf 5 Wochen, täglich zu 12 Stunden für 540 Rbl. bedungen wurden; wie viel würde man demnach für dasselbe Werk 16 Arbeitern für 8 Wochen, täglich zu 15 Stunden zu zahlen haben?

39) Es werden 12 ℔ 8pfündiges Zinn mit 8 ℔ 5pfündigem Zinn zusammengeschmolzen; wie vielpfündig wird nun das Gemisch sein?

40) Ein Capital hat zu $4\frac{1}{2}$ pCt. 5 Jahre lang auf Zinseszins ausgestanden und ist während dieser Zeit auf 1246 Rbl. $18\frac{1}{10}$ Cop. angewachsen; wie gross ist es ursprünglich gewesen?

41) 4 Personen bestellen 180 ℔ Thee. A nimmt davon $\frac{1}{4}$, vom Reste nimmt B $\frac{3}{5}$, von dem Uebrigen nimmt C $\frac{2}{5}$ und D behält den allendlichen Rest. Das ℔ kostet 1 Rbl. 40 Cop.; *a*) wie viel ℔ erhält jeder? und *b*) wie viel hat jeder zu zahlen?

42) Jemand leihet einem andern 800 Rbl. Nach 5 Jahren erhält er 1000 Rbl. wieder zurück. Wie viel pCt. macht es jährlich aus?

43) A gibt einem Gerber 44 rohe Häute zum Ausgerben. A rechnet 1 Stück derselben zu 8 Rbl., der Gerber nimmt für das Gerben einer Haut 3 Rbl. Wenn nun unter ihnen eine Abmachung getroffen wurde, dass der Gerber so viel von den rohen Häuten zurückbehalten soll, dass damit sein Arbeitslohn für die gegerbten Felle gedeckt sei; so ist die Frage: wie viel fertige Häute wird A erhalten?

44) Jemand kauft Roggen und Gerste. Er löset zusammen 400 Rbl. und zwar aus dem Roggen 80 Rbl. mehr als aus der Gerste. Wie viel betrug jede der beiden Getreidesorten?

45) A leihet von B eine bestimmte Summe Geld zu $4\frac{1}{2}$ pCt. Nach 6 Jahren zahlte A dem B 1016 Rbl.; wie viel hatte B dem A ursprünglich geliehen?

46) Ein Kaufmann hat 60 Pfd. einer Waare, à 12 Cop., 40 Pfd., à 8 Cop. und 80 Pfd., à $7\frac{1}{2}$ Cop. eingekauft. Er will diese 3 Sorten

mit einander vermengen und dann das Pfd. mit einem Gewinn von 25 pCt. wieder verkaufen. Wie viel muss er da für 1 Pfd. des Gemenges nehmen?

47) Wenn man für 25 Pud einer Waare 40 Meilen weit zu führen 30 Rbl. bezahlt; was wird man zu zahlen haben, wenn 80 Pud 24 Meilen weit geführt werden sollen?

48) Wofür in preuss. Thlr. wird man in Berlin 20 Berk. Flachs verkaufen können, wenn davon 1 Pud in Riga mit 5 Rbl. S. eingekauft wurde, der Transport 15 pCt. beträgt und dabei noch 20 pCt. gewonnen werden sollen? (1 Berk. = 110 Pfd. Berl.; 9 Pfd. Berl. = 10 Pfd. russ.; $92\frac{1}{2}$ Cop. S. = 1 Thlr.)

49) Jemand kauft in Riga 200 Tschwt. Weizen, à $12\frac{1}{2}$ Rbl. S. Er verkauft den ganzen Vorrath nach England für 400 Pfd. Sterl. Wie viel pCt. gewann oder verlor er dabei? (1 Pfd. Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl. Silb.)

50) Jemand lässt einen Brunnen graben und zahlt für den ersten Fuss 5 Cop., für den zweiten 8 Cop., für den dritten 11 Cop. und für jeden folgenden Fuss immer 3 Cop. mehr als für den vorhergehenden. Wenn nun der Brunnen 80 Fuss Tiefe erhalten hat; so fragt sich's: was er für das Graben des ganzen Brunnens gezahlt hat?

51) Es verkauft Jemand 5 Arschin Tuch für $16\frac{2}{3}$ Rbl. S. Wie viel pCt. gewann oder verlor er dabei, wenn er 36 Yard in England mit 30 Pfd. Sterl. bezahlt hatte? (7 Yard = 9 Arsch.; 1 Pfd. Sterl. = $6\frac{2}{3}$ Rbl. S.)

52) Ein Kaufmann hat viererlei Waare von derselben Gattung, das Pfd. zu 3, 8, 10 und 12 Cop. Er will 120 Pfd., à 9 Cop. davon zusammen mengen; wie viel Pfd. muss er von jeder Sorte dazu nehmen?

53) Wenn 5 Weber in 16 Wochen 40 Stück Zeug von 60 Arschin Länge und $\frac{6}{4}$ Arschin Breite bei 12stündiger Arbeit täglich, fertig bekommen; wie viel Stück $\frac{5}{4}$ breites Zeug, jedes zu 50 Arschin Länge werden 8 Weber in 12 Wochen fertig machen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten?

54) Wann geht die Sonne auf und unter, wenn sie $7\frac{1}{2}$ Stunden unter dem Horizonte gestanden hat?

55) Jemand ist genöthigt 1 Berk. Flachs für 150 Rbl. mit 10 pCt. Verlust zu verkaufen. Für wie viel hätte er das Berk. verkaufen müssen, um 20 pCt. Gewinn dabei zu haben?

56) Wie alt ist derjenige geworden, der im Jahre 1790 den 4. März Morgens $\frac{1}{2}9$ Uhr geboren wurde und 1856 den 18. Septbr. Abends $\frac{3}{4}$ auf 6 Uhr starb?

57) Jemand kauft 20 Arschin blaues und 10 Arschin schwarzes Tuch, zusammen für 95 Rbl. Wenn nun das blaue Tuch 45 Rbl. mehr kostete, als das schwarze; so fragt sich's: wie theuer die Arschin von jeder Tuchsorte gewesen ist?

58) A und B kaufen zur Hälfte 6 Schafe für 20 Rbl. Die Schafe haben zusammen 30 Pfd. Fett und 200 Pfd. Fleisch. A nimmt die 6 Felle

derselben, das Stück zu 30 Cop. und B das Fett, à Pfd. zu 10 Cop. Wie viel Pfd. Fleisch erhält demnach jeder von ihnen?

59) Wenn ein Capital 9 Jahre zu 5 pCt. auf Zinseszins gestanden hat, und auf $15513\frac{7}{25}$ Rbl. angewachsen ist; wie gross war das anfängliche Capital?

60) A zahlt in Hamburg für $2\frac{1}{2}$ Centner Zucker 120 Mark Bco.; wofür in Silber kann 1 Pfd. russ. davon hier verkauft werden, wenn er an Unkosten 25 pCt. rechnet und ausserdem noch 20 pCt. dabei gewinnen will? (1 Mark Bco. = 48 Cop. S.; 1 Centn. = 112 Pfd. H; 100 Pfd. Hamb. = $118\frac{3}{8}$ Pfd. russ.)

61) Von einer Summe, die 4 Personen unter sich theilen, bekommt A 450 Rbl. B $\frac{1}{5}$, C $\frac{2}{3}$mal so viel wie B, und D $\frac{1}{8}$. Wie gross ist die ganze Summe gewesen, und was erhält B, C und D, jeder für sich?

62) Wie viel Pfd. Flachs kann man für 103 Rbl. Bco. verkaufen, wenn $180\frac{1}{4}$ Berk. für 1000 Imperiale eingekauft wurden, und dabei 20 pCt. gewonnen werden sollen? (1 Imperial = 10 Rbl. 30 Cop. S.; 1 Rbl. S. = $3\frac{1}{2}$ Rbl. Bco.)

63) Wie viel betragen Capital und Zinsen nach 8 Jahren, wenn 4500 Rbl zu 4 pCt. auf Zinseszins gestanden haben?

64) Jemand ist nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 4000 Rbl. zu zahlen schuldig. Er will sie aber mit 4 pCt. Rabatt jährlich sogleich auszahlen; wie gross ist da die baare Zahlung?

65) Drei Kaufleute handeln zusammen. A gab 3000 Rbl. und gewinnt 600 Rbl.; B gab 4000 Rbl. und gewinnt 500 Rbl., und C gab 2000 Rbl. gewinnt damit 250 Rbl. Die Summe der Handelszeit beträgt 3 Jahre. Wie lange hat jeder sein Geld in der Handlung gehabt?

66) Drei Schreiber sollen 135 Bogen abschreiben und zu gleicher Zeit mit der Arbeit fertig werden. A schreibt in 3 Stunden 2 Bogen, B in 4 Stunden 3 Bogen, und C in 6 Stunden 5 Bogen. Wie viel Bogen müssen demnach jedem zugetheilt werden?

67) In einer arithmetischen Progression ist das erste Glied 28, der Unterschied 15 und die Anzahl der Glieder 40. Was ist die Summe dieser Progression?

68) Der Ort P liegt unter $45^0\ 20'\ 30''$, und der Ort S unter $16^0\ 18'\ 10''$ der geogr. Länge; wie viel ist der Unterschied in der Mittagszeit?

69) A hat 2 Beutel mit Geld. Im erstern sind 1000 Rbl., im zweiten 815 Rbl. Aus dem ersten nimmt er täglich $6\frac{1}{4}$ Rbl. heraus, während er aus dem andern täglich $4\frac{3}{4}$ Rbl. herausnimmt. Es fragt sich nun *a*) nach wie viel Tagen wird in beiden Beuteln gleich viel sein; und *b*) nach wie viel Tagen wird der erste Beutel, und nach wie viel Tagen der zweite Beutel leer sein?

70) Jemand kauft 24 Ellen Sammet und 36 Ellen Atlas. Es kosten 8 Ellen Atlas eben so viel als 7 Ellen Sammet, und der ganze Atlas kostet 20 Rbl. mehr, als der Sammet. Wie viel kostet die Elle von jeder Sorte?

71) In jedem von 2 Wasserbehältern sind 90 Stof Wasser. Wie oft muss man aus dem einen Behälter 3 Stof herausnehmen und in den

andern hineingiessen, bis in dem letztern 3mal so viel ist, als in dem erstern?

72) Eine Frau hat 2 Stück Leinewand. Ein Stück $^6/_4$ breite von 70, ein Stück $^5/_4$ breite von 91 Ellen. Sie schneidet von beiden etwas zu Hemden ab; von der $^6/_4$ breiten Leinewand gehen $4\frac{1}{2}$, von der $^5/_4$ breiten $6\frac{1}{4}$ Ellen zu einem Hemde. Wie viel Hemden wird sie von jedem Stücke abschneiden müssen, wenn von beiden, der Länge nach, gleich viel übrig bleiben soll?

73) Verkauft A 1 Berk. Flachs für $47\frac{1}{2}$ Rbl, so gewinnt er an einem Vorrath $367\frac{1}{4}$ Rbl.; verkauft er aber 1 Berk. für $40\frac{1}{4}$ Rbl., so verliert er $178\,^{11}/_{12}$ Rbl.; *a*) wie gross war der Vorrath? und *b*) wie theuer war das Berkowez eingekauft?

§ 59. Tabelle über die wichtigsten Masse, Gewichte und Münzen in Russland.

1 Tschetwert = 2 Osmina
1 Osmina = 4 Tschetwerik
1 Tschetwerik = 8 Garnez.

1 Berkowez = 10 Pud
1 Pud = 40 Pfund (℔)
1 Pfund = 96 Solotnik
1 Solotnik = 96 Doli.

1 Botschka od. Sorokowoi = 40 Wedro
1 Wedro = 8 Kruschken
1 Kruschke = 11 Tscharken.

1 Werst = 500 Sashen
1 Sashen = 3 Arschin
1 Arschin = 16 Werschok
1 Sashen = 7 Fuss
1 Fuss = 12 Zoll
1 Zoll = 12 Linien
3 Arschin = 4 Ellen

1 Rubel = 100 Copeken
1 Imperial = 10 Rbl. 30 Cp.
1 Ducaten = 3 Rbl. S.
1 Rubel Silb. = $3\frac{1}{2}$ Rbl. Bco.

1 Zimmer (Felle) = 40 Stück.
1 Decher (Felle) = 10 „
1 Dutzend = 12 „
1 Schock = 60 „
1 Band = 30 „

1 Ballen = 10 Riess
1 Riess = 20 Buch
1 Buch Schrp. = 24 Bogen
1 Buch Druckp. = 25 Bogen

1 Jahr = 12 Monat = 52 Woch. = 365 Tg. 1 Mon. = 30 u. 31 Tg.
Der Februar hat gewöhnlich 28, im Schaltjahr 29 Tage.
1 Woche = 7 Tagen
1 Tag = 24 Stunden
1 Stunde = 60 Minuten
1 Minute = 60 Secunden.

1 Medicinal-℔ = $^7/_8$ d. Handel℔'s oder = 28 Loth.
1 Medicinal-℔ = 12 Unzen
1 Unze = 8 Drachmen
1 Drachmen = 3 Skrupeln
1 Skrupel = 20 Gran.

1 DessätineLand = 2400 [] Sashen
$104\frac{1}{6}$ Dessät. = 1 [] Werst
100 Dessätinen = $298\frac{2}{3}$ kurischen = 294 livländisch. = $522\frac{2}{3}$ revalsch. Lofstellen.

1 Quadratwerst = $306\frac{1}{4}$ livländ. = $544\frac{1}{2}$ revalschen u. = 311 kurischen Lofstellen. 1 Lofstelle = 10000 Quadratellen = 25 Kappen.

§ 60. Einige ausländische Silbermünzen mit dem russischen Gelde verglichen.

Namen der Länder und Oerter	Benennung und Eintheilung.	Nach russischem Gelde.
		Cop. Silb.
Amsterdam	1 Gulden (Florin oder Fl.) = 100 Cents = 20 Stüver = 40 Grot = 320 Pfennig	53,43.
	1 Thaler = 50 Stüver = 8⅓ Schilling	133,58.
Athen	1 Thaler = 5 Drachmen, à 100 Cepta	122,00.
Augsburg	1 Thaler = 90 Kreuzer, à 4 Pfennig .	123,87.
Baden	1 Gulden = 60 Kreuzer, à 4 Pfennig .	53,54.
Baiern	1 Thaler = 90 Kreuzer, à 4 Pfennig = 1½ Gulden	127,49.
	1 Kronenthaler	137,54.
Belgien	s. Frankreich.	
Brabant	1 Kronenthaler	139,00.
Braunschweig	1 Thaler = 24 Groschen, à 12 Pfennig	91,25.
Bremen	1 Thaler = 72 Groot, à 5 Swaren . .	97,53.
Dänemark	1 Thaler = 6 Mark, à 16 Schilling	
	1) Specialgeld	140,48.
	2) Courant	112,38.
England	1 Crown = 5 Schill. (1 Krone) = 60 Pences Sterling = 240 Farthings	157,16.
	1 Pfund Sterling, à 20 Schilling Sterl., à 12 Pences	628,64.
Frankfurt a. Main	1 Thaler = 22½ Batzen = 90 Kreuzer = 360 Pfennig = 1½ Fl. 1) Courant	97,50.
	2) Münze .	81,25.
Frankreich	1 Frank = 100 Centimes	25,00.
	1 Livre = 20 Sous = 12 Deniers . .	24,69.
Hamburg	1 Thaler = 3 Mark, à 16 Schilling, à 12 Pfennig 1) Banko	140,48.
	2) Courant	114,60.
	1 Rubel Silb. = 34,168 Schilling Banko.	
Hannover	1 Thaler = 36 Mariengroschen, à 8 Pfennig	91,25.
Hessen (Grossherzogthum	1 Thaler = 30 Silbergroschen, à 3 Kreuzer, à 4 Pfennig	91,25.
	1 Kronenthaler	138,36.
Kassel	1 Thaler = 24 Groschen, à 12 Pfennig	91,25.
Konstantinopel	1 Piaster = 40 Para = 100 gute Asper = 120 Courant-Asper = ⅕ Zechine .	48,66.
	500 Piaster = 1 Beutel Silber	
Leipzig	1 Thaler = 24 Groschen, à 12 Pfennig = ¾ Speciesthaler = 1½ Gulden . .	94,88.

Ausländische Flüssigkeitsmasse.

Länder und Oerter.	Benennung und Eintheilung.	100 rigische Stof gleich
England	1 Gallon = 8 Pint	232,71 Pints.
Frankreich	1 Kilolitre = 10 Hektolitre = 100 Dekaliter = 1000 Litre	132,16 Litre.
Preussen	1 Fuder = 4 Oxhoft, 10 Oxhoft = 1 ½ Ohm, 1 Ohm = 4 Anker, à 30 Quart . . .	115,42 Quart.
Warschau	1 Botschka = 25 Garnice = 100 Quart	132,66 Quart.
Wien	1 Fass = 10 Eimer, à 40 Mass	93,4 Mass.
Würtembg.	1 Fuder = 6 Eimer, à 160 Mass	71,74 Mass.

Auflösungen

zu den

Aufgaben der II. Lehrstufe

des

kleinen Rechners

oder des

theoretisch-practischen Rechenbuchs

von

Heinrich Westberg.

Die Erhebung einer Zahl zum Quadrat und die Ausziehung der Quadratwurzel.

1) 676; 2916; $^{169}/_{225}$; $^{625}/_{961}$; $7^{9}/_{16}$; $165^{49}/_{64}$.
2) 0,0529; 0,008281; 27,1441; 55,2049; 257,6025.
3) 74, 24, 46, 65, 87.
4) 64, 16, 35, 538, 247.
5) 134, 316, 472, 753.
6) 1728, 2744, 4913, 6859, 38005, 90072.
7) 4,84767 ....; 1,85472 ...; 0,63245 ...; 0,26457 ...; 0,016124 ....
8) 0,707106 ...; 0,81649 ...; 1,93649 ...; $^{11}/_{12}$; $^{12}/_{37}$.
9) 1,73205 ...; 4,24264 ...; 8,60232 ...; 16,73320 ....

Die Erhebung einer Zahl zum Cubus und die Ausziehung der Cubikwurzel.

1) 571787; $190^{7}/_{64}$; $15^{5}/_{8}$; 0,091125; 1,404928.
2) 74; 96; 25.
3) 63, 23, 357.
4) 203, 329, 258.
5) 368, 683, 698.
6) 1854, 4865.
7) 2,28942 ...; 4,34448 ....; 6,43927 ...; 8,19817 ....
8) 1,79670 ...; 4,68565 ...; 3,04559 ...
9) $^{1}/_{2}$, $^{3}/_{4}$, $^{7}/_{8}$, $^{9}/_{5}$.
10) 0,87358 ...; 0,94103 ...; 0,70949 ...; 2,50222 ....

Regel de tri.

1) 7 Rbl. 20 Cop.
2) 18 Rbl.
3) 28 Rbl. 80 Cop.
4) 36 Rbl. 40 Cop.
5) $7^{1}/_{2}$ Cop.
6) $16^{2}/_{3}$ Cop.
7) 250 Cop.
8) 16 Cop.
9) 4 Rbl. 50 Cop.
10) 7 Riess 4 Buch.
11) 60 Arschin.
12) 39 Rbl. 60 Cop.
13) 3 Monate.
14) 14 Rbl. 40 Cop.
15) 5 Rbl. 60 Cop.
16) In 3 Tagen.
17) 6 Wochen.
18) 12 Arschin.
19) 2 Rbl. 20 Cop.
20) 137 Rbl. $95^{5}/_{13}$ Cop.

21) 8 Jahr 6 Mt. 19 Tg. $19\frac{1}{5}$ St.
22) 22 Rbl. 44 Cop.
23) 32 Rbl. $95\frac{5}{16}$ Cop.
24) 15 Pud $36\frac{16}{23}$ ℔.
25) 93 Rbl. 92 Cop.
26) 19 Tschwt. $4\frac{784}{1253}$ Tk.
27) $17\frac{13}{151}$ Tage.
28) 23 Rbl. 40 Cop.
29) *a.* 84 Rbl; *b.* 24 Rbl.
30) 80 ℔ Schwefel, 120 ℔ Kohle und 800 ℔ Salpeter.
31) 11 Fuss 1 Zoll $5\frac{47}{58}$ Linien.
32) 5 Rbl. $22\frac{1938}{2411}$ Cop.
33) In 20 Tagen.
34) A 77 Rbl. $46\frac{2}{3}$ Cop.
B 101 Rbl. $81\frac{1}{3}$ Cop.
C 86 Rbl. 32 Cop.
35) A 27 Rbl. $96\frac{4}{5}$ Cop.
B 32 Rbl. $83\frac{1}{5}$ Cop.
36) 2 Rbl. $83\frac{1}{3}$ Cop.
37) $95\frac{5}{8}$ Cop.
38) 6 Cop.
39) 8 Rbl. $1\frac{7}{8}$ Cop.
40) 898 Rbl. 99 Cop.
41) 32 Rbl. $71\frac{1}{9}$ Cop.
42) 77 Rbl. 65 Cop.
43) $8\frac{1}{4}$ Arschin.
44) $83\frac{5}{56}$ Arschin.
45) $14\frac{5}{32}$ Cop.
46) $31\frac{23}{72}$ Rbl.
47) 14 Rbl. 40 Cop.
48) 1 Rbl. $77\frac{111}{484}$ Cop.
49) 12 Rbl. $42\frac{19}{24}$ Cop.
50) 78 Berk. Kupf. 22 Berk. Zinn.
51) $30\frac{1}{2}$ Tschwt. Weizen.
52) 40 Zähne.
53) A $24\frac{2}{9}$ Rbl.; B $42\frac{4}{9}$ Rbl.
54) 24 Rbl.
55) 1,53125 Cop.
56) 1 Rbl. 75 Cop.
57) 0,2719 . . . Rbl.
58) 10 Rbl. 45,52 . . . Cop.
59) 0,0913 . . . Rbl.
60) 27,377 . . . Rbl.
61) 13 Pud 12,15875 ℔ Seife.
62) 0,748125 Rbl.
63) 21,96 . . . ℔.
64) 32,1428 Rbl.
65) 8,971875 Rbl.
66) 20 Rbl.
67) 320 ℔ Schwefel; 480 ℔ Kohle und 3200 ℔ Salpeter.
68) *a.* 224 Rbl.; *b.* 64 Rbl.
69) 32 Rbl. 40 Cop.
70) 30 Cop.
71) A 130 Rbl.; B $192\frac{2}{5}$ Rbl.
72) 6 Rbl. $82\frac{2}{9}$ Cop.
73) 60 Faden.
74) 1 ℔ Kaffee 30 Cop. und 1 ℔ Zucker 20 Cop.
75) *a.* $66\frac{2}{3}$ Probe; *b.* 5 Loth Kupf.
76) $33\frac{3}{4}$ Solot. reines Gold.
77) A $595\frac{5}{6}$ Rbl.; B $3645\frac{5}{6}$ Rbl.; C 2025 Rbl; D $9879\frac{1}{6}$ Rbl.
78) *a.* nach 10 Tagen 5 Stunden. *b.* 75 Meilen von A.
79) B 200 Rbl.; C 550 Rbl.
80) 185 ℔.
81) 7 Rbl. $96\frac{2}{3}$ Cop.
82) 1 Tschwt. zu 4 Rbl. $25\frac{5}{6}$ Cop.
83) $1333\frac{1}{3}$ Rbl.
84) $9\frac{1}{2}$ Cop. und $12\frac{1}{4}$ Cop.
85) In 80 Tagen.
86) 8 Stund. 6 Min. $29\frac{7}{37}$ Sec.
87) Nach 105 Tagen.
88) Nach 9 Tagen.
89) $62\frac{11}{12}$ Meilen.
90) 124 ℔.
91) 1 Arschin blaues $3\frac{1}{2}$ Rbl. 1 Arsch. schwarzes Tuch $2\frac{3}{4}$ Rbl.
92) 4320 Rbl.
93) 60 Rbl, 75 Rbl., 100 Rbl.
94) *a.* 240 R.; *b.* 300R.; *c.* 360 R.
95) 5 pCt.
96) 272 Rbl. Zinsen.
97) 5 pCt.
98) 1 Jahr $11\frac{1}{7}$ Monat.
99) Zu $3\frac{1}{2}$ pCt.
100) Zu $6\frac{3}{4}$ pCt.
101) 1200 Rbl.
102) Zu 5 pCt.
103) $6\frac{18}{47}$ Rbl.
104) 5800 Rbl.
105) Zu $62\frac{1}{2}$ Rbl.

106) 56 Rbl.
107) Zu 5 pCt.
108) A 1500, B 1800, C 2200 Rbl.
109) 1725 Rbl.
110) $541\frac{3}{4}$ Rbl.
111) 741 Rbl. 12 Cop.
112) 8 pCt.
113) $4428\frac{4}{7}$ Rbl.
114) $891\frac{51}{80}$ Rbl.
115) 4050 Rbl.
116) $15\frac{16}{19}$ pCt.
117) $2\frac{61}{82}$ pCt.
118) 272 Rbl.
119) $1432\frac{1}{2}$ Rbl.
120) 3910 Rbl.

Zusammengesetzte Regel de tri.

1) 12 Rubel.
2) 120 Arschin.
3) $46\frac{2}{25}$ Seiten.
4) 80 Rubel.
5) $1\frac{1}{15}$ Rubel.
6) $133\frac{1}{3}$ Platten.
7) 80 Tschetwert.
8) 20 Weber.
9) 20 Abende.
10) $62\frac{1}{2}$ Rubel.
11) $33\frac{3}{4}$ Mann.
12) $226\frac{26}{99}$ Fuss Länge.
13) 1 ℔ 84 Sol.
14) 8 Rbl. 82 Cop.
15) $32\frac{4}{7}$ Rubel.
16) $1384\frac{8}{13}$ Mann.
17) $20\frac{113}{128}$ Tapeten.
18) $9\frac{1}{16}$ Cop.
19) $3\frac{3}{5}$ Monat.
20) $1194\frac{2}{3}$ Fuss Länge.
21) 1920 Ziegelsteine.
22) 7500 Rubel.
23) 6 pCt.
24) 336 Rubel Zinsen.
25) Nach $2\frac{1}{2}$ Jahren.
26) 16000 Rubel.
27) Zu 5 pCt.
28) Nach 2 Jahren.
29) 3 Jahr $9\frac{5}{7}$ Monat.
30) $14\frac{7}{12}$ Monat.
31) 3000 Rubel.
32) Zu $4\frac{2}{7}$ pCt.
33) 135 Rubel.
34) Zu 5 pCt.
35) 5 Rubel Zinsen.

Gesellschaftsrechnung.

1) A $15\frac{3}{5}$ Rbl.; B $19\frac{3}{5}$ Rbl.
2) A $428\frac{4}{7}$ Rbl.; B $571\frac{3}{7}$ Rbl.
3) A $20\frac{4}{7}$ Rbl.; B $7\frac{3}{7}$ Rbl.
4) A 369, B 861, C 615 Rbl.
5) A 80 ℔, B 120 ℔, C 200 ℔, D 280 ℔.
6) A 2000, B 3000, C 4500, D 7500 Rbl.
7) A 8, B 12, C 18 Rbl.
8) A 24, B 16 Rbl.
9) A 24, B 96 Rbl.
10) A 90, B 108, C 162 Rbl.
11) A 30, B 60, C 90 Aepfel.
12) Das Ganze ist 300 Arschin; A 150, B 60 Arschin.
13) A 120, B 320, C 40 Rbl.
14) A 36, B 40 Rbl.
15) A 1000, B 1300, C 2600 Rbl.
16) 30 ℔.
17) $33\frac{1}{3}$ pCt.
18) A 8, B 10, C 14 Arschin.
19) 320, 360, 400, 440, 480 Rbl.
20) $562\frac{1}{2}$, 750, $1312\frac{1}{2}$, 1875 Rbl.
21) Der ganze Gewinn 222 Rbl. A 72 Rbl., B 60 Rbl.
22) *a.* B 480 Rbl.; C 450 Rbl. *b.* 1200 Rbl.
23) A 270, B 600, C 230 Tschetwert.
24) A 60, B 50, C 180 Aepfel.

25) Vom ersten Felde $306\frac{32}{53}$ Rbl. vom andern $343\frac{21}{53}$ Rbl.
26) A $1363\frac{7}{11}$ Rbl., B $909\frac{1}{10}$ und C $727\frac{3}{11}$ Rbl.
27) 200 ℔ Salp., 40 ℔ Schwefel und 36 ℔ Kohle.
28) A $383\frac{43}{79}$; B $1050\frac{50}{79}$, C $1565\frac{65}{79}$ Rbl.
29) A 22, B 19, C 22, D 21 Rbl.
30) A 140 Cop. B 180 Cop. C 210 Cop.
31) A 336, B 504, C 630, D 720 Soldaten.
32) A 160, B 240 Cop.
33) A 2 Rbl, B 6 Rbl.
34) M 50 Rbl., N 100 Rbl.
35) A $123\frac{1}{13}$ Rbl.; B $323\frac{1}{13}$ Rbl.; C $153\frac{11}{13}$ Rbl.
36) A 800, B $1333\frac{1}{3}$ R., C $1666\frac{2}{3}$ Rbl., D 1200 Rbl.
37) A 12, B $28\frac{4}{5}$ Rbl., C 15 und D $21\frac{3}{5}$ Rbl.
38) A 160, B 120, C 180 Cop.
39) A 1848, B 1540 und C 4620 Rbl.
40) A 64, B 48, C 64 Schafe.
41) A 160 Cop., B 3 Rbl., C 5 Rbl.
42) A 680, B 1430, und C 1800 Rbl.
43) A 75, B 40, C 45 Rbl.

Kettenregel.

1) $21\frac{7}{9}$ Rbl.
2) 21 Rbl.
3) 70 Gänse.
4) $107\frac{1}{7}$ Ducaten.
5) $149\frac{53}{128}$ Ellen.
6) 3071 preuss. Thlr.
7) 72 Rbl.
8) 250 Ellen.
9) $462\frac{1}{2}$ Rbl. S.
10) $1141\frac{5}{7}$ Rbl. S.
11) $14\frac{14}{15}$ Rbl.
12) 113 Rbl. 40 Cop.
13) $75\frac{5}{7}$ Rbl. S.
14) 350 russ. Ducat.
15) 1 Rbl. $66\frac{1}{2}$ Cop. S.
16) $10\frac{25}{36}$ Cop. S.
17) $182\frac{731}{800}$ Rbl. S.
18) $191\frac{47}{71}$ Rbl. S.
19) $3031\frac{11}{19}$ Rbl. S.
20) $8\frac{14}{125}$ Frd'ors.
21) $33\frac{1}{3}$ Rbl. S.
22) $136\frac{8}{15}$ Rbl. S.
23) 5062 Mk. 5 Schill. Bco.
24) $69\frac{13}{23}$ Rbl. S.
25) $463\frac{17}{25}$ Ducaten.
26) $211\frac{983}{1147}$ pr. Thlr.
27) 20 pCt. Gewinn.
28) $982\frac{1}{7}$ Mk. Hamb. Bco.
29) $14\frac{1286}{44061}$ Cop. S.
30) 0 pCt.
31) $6\frac{1}{4}$ pCt. Verlust.
32) $2\frac{6}{7}$ pCt. Gewinn.
33) $2\frac{3}{16}$ Rbl. S.
34) $4\frac{10}{11}$ Rbl.
35) $253\frac{41}{99}$ Yard.
36) $6\frac{1}{4}$ pCt. Verlust.
37) $381\frac{1}{3}$ Rbl. S.
38) $617\frac{1}{7}$ ℔ Sterl.
39) $239\frac{1}{16}$ Tschwt. Weizen.
40) $1408\frac{4}{7}$ rh. Gulden.
41) $102\frac{6}{7}$ Ducaten.
42) 60 pCt. Gewinn.
43) 3 Rbl. $35\frac{5}{192}$ Cop. S.
44) 1944 Pfd. Sterl.
45) $192\frac{24}{37}$ pr. Thlr.
46) 5 Rbl. $95\frac{5}{21}$ Cop. S.
47) $1227\frac{19}{28}$ Mk. Bco.
48) $38\frac{13}{320}$ Cop. S.
49) $7\frac{1}{7}$ pCt. Gewinn.
50) $99\frac{27}{175}$ Tschwt. Hafer.
51) 8103 Rbl. $37\frac{1}{2}$ Cop.
52) 16010 Rbl. 32 Cop.
53) 35057 Rbl. $96\frac{4}{5}$ Cop.
54) 6765 Rbl. $22\frac{1}{2}$ Cop.
55) 400 Rbl.
56) 700 Rbl.
57) 3553 Rbl. $40\frac{17}{100}$ Cop.
58) 15 Jahre.
59) 12 Jahre.
60) 1000 Rbl.

Mischungsrechnung.

1) $3\frac{4}{5}$ Cop.
2) Von der $84\frac{4}{9}$. Probe.
3) $13\frac{1}{3}$karatig.
4) $87\frac{3}{11}$ Probe.
5) 12 Loth fein. Silber.
6) 30 Sol. fein. Gold.
7) $12\frac{1}{2}$ Sol. Kupfer.
8) $6\frac{2}{3}$ Loth Silber.
9) $5\frac{4}{6}$pfünd. Zinn.
10) $\frac{7}{9}$ Kruschk. Spiritus und $\frac{2}{9}$ Kruschk. Wasser.
11) $65\frac{25}{33}$ Grad.
12) 7 Copeken.
13) $64\frac{2}{7}$ Probe.
14) 50 Cop.
15) 10 ℔ zu 25 Cop. und 20 ℔ zu 10 Cop.
16) wie 3 zu 4, d. h. zu 3 ℔, à 5 Cop. nimmt man 4 ℔, à $1\frac{1}{2}$ Cop.
17) $14\frac{2}{5}$ Kruschk. Wasser.
18) 60. Probe.
19) $74\frac{11}{16}$ Grad.
20) $5\frac{3}{17}$pfünd. Zinn.
21) Zu 2 Theilen 14löthig. nimmt man 1 Th. 8löth. Silber.
22) 12 Tschwt. zu 8 Rbl.
23) $19\frac{1}{5}$ Boutl. à 75 Cop.
24) $8\frac{14}{17}$ Stof Milch.
25) 8 Stof Wasser.
26) $6\frac{2}{3}$ Loth fein. Silber.
27) $6\frac{6}{7}$ Sol. fein. Gold.
28) 8 Kruschk. Wasser.
29) $1333\frac{1}{3}$ Stof.
30) 15 ℔ Rind- u. 45 ℔ Kalbfleisch.
31) 12 grosse und 30 kleine Käse.
32) $15\frac{6}{13}$löthig. Silber.
33) 9 Faden Birken- and 33 Faden Tannenholz.
34—40 unbestimmt.

Aufgaben zur Wiederholung.

1) $5\frac{1}{3}$ Wochen.
2) 20 pCt.
3) Vom 14löth. 3 Theile, und vom 9löthig. 2 Theile.
4) A 2 Rbl. $76\frac{12}{13}$ Cop.
   B 3 „ $69\frac{3}{13}$ „
   C 5 „ $53\frac{11}{13}$ „
5) $189\frac{9}{19}$ Rbl.
6) A 15 Rbl. 68 Cop.
   B 18 „ 90 „
   C 43 „ 20 „
7) In $4\frac{44}{73}$ Tagen.
8) $27\frac{19}{23}$ Arsch. blaues, und $52\frac{4}{23}$ Arsch. graues Tuch.
9) $11\frac{1}{9}$ pCt. Gewinn.
10) 30 Faden Ellern- und 32 Faden Tannenholz.
11) $5\frac{1}{3}$ pCt.
12) $5555\frac{5}{9}$ Rbl.
13) 8 Jahre.
14) A 1520 Rbl.,
    B 1220 „
    C 1720 „
    die Mutter 3540 Rbl.
15) $14\frac{2}{7}$ pCt. Verlust.
16) A 7000 Rbl.
    B 7500 „
    C 4500 „
17) In $5\frac{1}{3}$ Tagen.
18) $3\frac{3}{4}$ Jahre.
19) 6 Loth Kupfer.
20) A 1650 Rbl.
    B 1875 „
    C 2625 „
21) 5 pCt.
22) A 125 Rbl.
    B $166\frac{2}{3}$ „
    C 200 „
    D $8\frac{1}{3}$ „
23) $15\frac{1}{2}$ Cop.

24) 1200 Rbl.
25) $23333\frac{1}{3}$ Rbl.
26) 93 Rbl. $2\frac{14}{43}$ Cop.
27) A $461\frac{7}{13}$ Rbl.
B $692\frac{4}{13}$ „
C $846\frac{2}{13}$ „
28) 168 Rbl.
29) $4\frac{1}{20}$ Jahre.
30) A $7\frac{1}{2}$ Rbl., B 10 Rbl., C 12 Rbl.
31) In $2\frac{118}{121}$ Tagen.
32) A 1600 Rbl., B 1300 Rbl., C 1200 Rbl.
33) Für 200 Rbl.
34) 8 Cop.
35) $1666\frac{2}{3}$ Rbl.
36) 24 Solotnik von der 80. Probe und 16 Sol. von der 60. Probe.
37) $30\frac{10}{13}$ pCt. Gewinn.
38) 720 Rbl.
39) $6\frac{1}{2}$pfünd. Zinn.
40) 1000 Rbl.
41) a. A 45 ℔; B 81 ℔; C $21\frac{3}{5}$ ℔; D $32\frac{2}{5}$ ℔. b. A 63 Rbl.; B $113\frac{2}{5}$ Rbl., C $30\frac{6}{25}$ Rbl.; D $45\frac{9}{25}$ Rbl.
42) 5 pCt.
43) 32 gegorbene Felle.
44) Roggen 240 Rbl. Gerste 160 Rbl.
45) 800 Rbl.
46) $11\frac{7}{18}$ Cop.
47) $57\frac{3}{5}$ Rbl.
48) $1491\frac{33}{37}$ Thlr. preuss.
49) $6\frac{2}{3}$ pCt. Gewinn.
50) $98\frac{4}{5}$ Rbl.
51) $22\frac{6}{7}$ pCt. Verlust.
52) unbestimmt.
53) $57\frac{3}{5}$ Stück.
54) um $\frac{3}{4}$4 Uhr auf, und $8\frac{1}{4}$ unter.
55) 200 Rbl. S.
56) 66 Jahr 6 Monat 14 Tage 8 Stunden 15 Minuten.
57) blaues Tuch zu $3\frac{1}{2}$ Rbl, und schwarzes zu $2\frac{1}{2}$ Rbl. die Arschin.
58) A erhält $107\frac{17}{19}$ ℔, B erhält $92\frac{2}{19}$ ℔.
59) 1000 Rbl,
60) für $26\frac{446}{6629}$ Cop.
61) Die ganze Summe ist $830\frac{10}{13}$ Rbl., u. es erhält B $166\frac{2}{13}$ Rbl., C $110\frac{10}{13}$ Rbl., D $103\frac{11}{13}$ Rbl.
62) $171\frac{2}{3}$ ℔ Flachs.
63) 6158 Rbl. 56 Cop.
64) 3625 Rbl. 71 Cop.
65) A 16 Monat, B 10 Monat, C 10 Monat.
66) A 40, B 45, C 50 Bogen.
67) 12820.
68) 1 Stunde 56 Minuten $9\frac{1}{3}$ Sec.
69) a. Nach $123\frac{1}{3}$ Tagen; b. der erste Beutel nach 160, und der andere Beutel nach $171\frac{11}{19}$ Tagen.
70) 1 Elle Sammet $2\frac{2}{3}$ Rbl. 1 Elle Atlas $2\frac{1}{3}$ Rbl.
71) 15mal.
72) 12 Hemden.
73) a. Der Vorrath beträgt $75\frac{1}{3}$ Berkowez; b. $42\frac{6}{8}$ Rbl.