6.

Anhang der Geometriæ handelt von der TRIGONOMETRIA PLANA,

Das ist

Auff-Lösung der flachen Triangul, Welche zu vollkommener Wissenschafft der Geodæsiæ und Fortification Insonderheit hoch von nöthen ist;

Von

M. JOACHIMO SCHELENIO, Mathem: in Regiâ Acad. GUSTAVIanâ Professore Ordinario.

Zum Besten der Studirenden Jugend und Liebhabern der Mathematic, aus den bewehrtesten Authoribus zusammen getragen und mit eigenen Unkosten in offentlichen Druck außgegeben.

Reval/
Gedruckt von Adolph Simon/
Anno 1665.

TRIGONOMETRIA PLANA.

Die Trigonometria entspringet aus der Geometria mit Zuziehung der Arithmetic, und lehret / welcher Gestalt ein jeglicher Triangul sey zu solviren, oder auffzulösen.

Nun sind aber die Triangul zweyerley Arth / nemblich flache und Sphærische Triangul; Darumb ist auch die Trigonometria zweyerley / als plana und Sphærica. Alhie soll nur von der Trigonometria plana gehandelt werden; die Trigonometria Sphærica aber bleibet außgesetzet und versparet bis zur Astronomia, woselbst ihr Gebrauch angehet.

Die Trigonometria plana lehret alle Stücke eines flachen Trianguls durch hülffe der Tabularum Sinuum, Tangentium & Secantium richtig abmässen.

Selbige begreifft zwar in sich drey Theile / in welcher 1. die Länge aller Linien / so in und umb einen Circul geschrieben werden / aus Geometrischen Gründen gesucht und erwiesen wird. Im II.

Im II. Theil wird der Canon Triangulorum dadurch verfertiget. Im III. Theile wird der Gebrauch desselben Canonis vorgestellet.

Allein / weil der Canon Triangulorum, das ist / die Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium alhier nicht können gedruckt werden / sondern aus Holland häuffig und correct zu bekommen sind; Als setze ich die beyden ersten Theile über Seite und wil nur vom Gebrauch derselben Tabularum handeln.

DEFINITIONES

I. Ein flacher oder rechtlinischer Triangul ist / welcher auff einer ebenen Fläche von drey geraden Linien oder Seiten beschlossen wird / als ABC im Kupffer ⊙ Num. 1.

[Ist unterschieden von einem Sphærischen Triangul, dessen drey Seyten sind Circkelbogen / und auff der Erd- und Himmels-Kugel eigentlich gefunden werden.

2. Bestehet demnach ein Triangul von sechs Stücken / nemblich / von drey Seyten und von drey Winckeln. Denn der Inhalt eines flachen Trianguls alhie nicht gesuchet / sondern in die Geodæsiam verschoben wird.

 3. wie

3. Wie lang die Seiten eines Trianguls seyn/ solches wird durch Ruhten und derselben Theile/ als Schuh/ Zoll/ Grahne; Wie weit aber die Winckel geöffnet seyn/ wird durch Gradus und Minuta erkant/ auch außgesprochen.

Von jenen Maassen kan man mit mehrem besehen meine decimal Arithmetic, von diesen das 3. Cap. des I. Buches meiner Geometriæ

4. Ein flacher Triangul/ der einen Winckel von 90. Grad hat / wird ein Winckelrecht; der aber einen Winckel mehr als von 90. Grad, oder alle unter 90. Grad hat/ wird ein Schrägwinckellicht Triangul genennet. Jener ist No. 2. diese No. 3. vorgebildet.

5. Ein Triangul solviren oder abmässen ist/ vermittels dreyer bekandten Stücke / nach Anweisung der Regul Detri erforschen/ oder außrechnen so wol die Länge seiner unbekanten Seiten/ als die öffnung der Winckel.

6. Solche drey bekandten Stücke werden Data genennet/ und sind entweder zwo Seiten und ein Winckel / oder eine Seite und Zween Winckel oder alle drey Seiten/ weñ nemblich die Länge der Seiten mit der Kette/ die

die Grösse der Winckel aber mit dem Graduirten gantzen oder halben Circul nach Anweisung der 4. 8. 10. 11. Auffgabe des 1. Buchs meiner Geodæsiæ, genommen worden.

Aus drey Winckeln aber allein kan die Länge der Seiten nicht erfunden werden/ sondern nur ihre proportion.

7. Weiln aber die Massen der Seiten und der Winckel nicht einerley Arth / sondern wiederwertiger Natur sind / nemblich gerade und Circul Linien: Als ist der Circkelbogen Grösse in denen Tabulis Sinuum, Tangentium & Secantium mit geraden Linien abgebildet und vorgestellet / in solchen kleinen Theilen / welche der Radius 100000. in sich hält.

8. Radius ist eine gerade Linie / so vom Centro des Circkels bis an seine Circumferentz reichet. Wird sonsten genand Semidiameter oder halber diameter als AB. Num. 4.

9. Diameter ist die gerade Linie / so von einem punct der Circumferentz bis an das gegen überstehende Punct, recht durchs centrum gehet / als BAC. Num. 4.

10. Sinus oder die halbe Sehne / ist eine gerade Linie / die von einem End des gegebenen Bogens perpendiculariter oder bleyrecht fället auff den Radium , als DE. Num. 4.

11. Tangens oder die Rührlinie / ist eine gerade Linie / die vom eussersten Punct des Rady, ausserhalb des Circkelrisses perpendiculariter in die höhe steiget / bis an die Secantem, als BF.

12. Secans oder Schneide-Linie / ist eine gerade Linie / so vom centro durch die Circumferentz läufft / bis sie die Tangentem berühret / als AF. im Kupffer ⊙ Num. 4.

13. Das Complement oder die Erfüllung eines Winckels ist / was ihm noch fehlet / biß entweder ein rechter Winckel / oder ein halber Circul daraus werde. Ist demnach Zweyerley / nemblich ein Complement zum Quadranten und ein Complement zum halben Circkel Also Num. 5. ist der Winckel DAB. des spitzen Winckels BAC. Complement zum Quadranten DAC. oder zu 90. Grad. Der Winckel BAC. aber ist des stumpffen Winckels BAE. Complement zum halben Circkel EDBC. das ist zu 180. Grad.

AXIOMA I.

In allen flachen Trianguln verhalten sich die Seiten gegen einander / wie die Sinus der gegenüberstehenden Winckel / und hergegen.

Als im Triangul ABC. des Kupffers ⊙ Num. 6. verhält sich die Seite BC. zur Seite AB / wie der Sinus des Winckels CAB. zum Sinu des Winckels BCA.

Denn man continuire die Seite CB bis in D. damit CD. der BA. gleich werde / und beschreibe aus C. nach dem Radio CD / wie auch aus A. nach dem Radio AB. einen Bogen. Aus den Enden aber solcher Bogen B. und D. lasse man eine perpendicular herunter fallen auff AC. in E. nnd F. Weil nun BE. ist der Sinus des Winckels A. und DF. der Sinus des Winckels C. nach der 10. defin: Darumb heisset es vermöge der 4. proposit. VI. Elem. Euclidis oder des 13. Theor. im 3. Cap. des II. Buchs meiner Geometry : Wie sich verhält die Seite CB. zur Seite CD. oder BA. also verhält

hält sich BE. der Sinus des gegen ihm überstehenden Winckels A. zu DF. dem Sinu des gegen ihm überstehenden Winckels C.

AXJOMA II.

In allen flachen Trianguln wie sich verhält die Summa zwoer Seiten zu ihrer Differentz ; Also verhält sich die Tangens von der halben Summa der unbekanten Winckel zum Tangenten der halben Differentz derselben.

Als es sey gegeben in dem Triangul ABC. des Kupffers ☉ Num. 7. Die Seiten AB. und BC. neben dem eingeschlossenen Winckel ABC. So verlängert die Seite AB. nach der weite BC. bis in D. und ziehet aus dem Winckel-Punct B. nach der Weite BC. einen Bogen CD ; Schneidet auch von BD. der AB. eine gleiche BE. Alsden ist AD. die Summa der beyden Seiten AB. BC. Ihre differentz aber ist ED.

Ferner connectiret beyde Enden des Bogens mit der geraden Linie CD. und fället auff dieselbe aus B. die perpendicular BF; nach dieser Weite BF. aber beschreibet den Bogen GH. welcher die Linie CD. in der mitten anrühret in F.

Weiln

Weiln nun der Winckel CBD. ein auswendiger Winckel ist / darumb ist er denen beyden inwendigen unbekandten und entgegenstehenden Winckeln BAC. und ACB. gleich / Krafft der 32. prop. I. Eucl. und 4. theo. im 3. Cap. des II. Buchs meiner Geom. und ist von diesen beyden die helffte der Winckel CBF. oder DBF. vermöge des 16. theor. im 3. Cap. des II. Buchs meiner Geomet. welcher Tangens CF. DF. nach der 11. defin.

Weil aber die Linie BJ. und EK. der AC. parallel gezogen worden / darumb ist der Winckel IBD. und KED dem Winckel CAB. gleich / Krafft der 29. prop. I. Eucl. und des 10. theor. im 3. Cap. des 1. Buchs meiner Geom. und ist der Winckel IBF. wie auch FBL. die halbe differentz der unbekandten Winckel welcher Tangens FI. FL. Daher der Rest IC. dem Rest LD. gleich / vermöge des 6. Axiom. 1. Eucl.

Es ist aber dasselbe Segment, wegen vorgedachten Parallelismi, auch dem Segment IK gleich / Krafft des 12. theor. im 3. Cap. des II. Buchs meiner Geom. darumb so

sind

sind auch LD. und IK. einander gleich. Und wenn ich von ihnen wegwerffe das gemeine Stück KL. so bleibet die KD. der IL. das ist der differentz der Tangenten beyder unbekandten Winckel gleich/ besage des 6. Axiom. 1. Eucl. welcher helffte IF. Kan demnach schliessen: Wie sich verhält AD. die Summa der gegebenen beyden Seiten zu ihrer differentz ED. also verhält sich auch CD. die Summa der Tangenten beyder unbekandten Winckel zu ihrer differentz KD. oder IL. laut des 10. theor. im 3. Cap. des 1. Buchs meiner Geom. und ferner: Wie sich verhält AD. die Summa der gegebenen beyden Seiten zu ihrer differentz ED. also verhält sich CF. die Tangens der halben Summà der unbekanten Winckel zu der halben KD. oder IF. welches ist die Tangens der halben differentz derselben unbekanten Winckel. Vermöge der 15. propos. V. Euclidis. Den wie sich verhält die gantze CD zu der gantzen IL also verhält sich auch jener helffte CF zu dieser helffte IF.

AXIOMA III.

In allen flachen Trianguln wie sich verhält die basis (das ist die grösseste Seite / oder eine von zwo gleichen) zur Summa der andern beyden Seiten; Also verhält sich die differentz dieser beyden Seiten zur differentz beyder Segmenten der basis, welche wenn sie von der basi abgezogen/ und der Rest halbieret wird/ so entstehet das kleinere Segment.

Als es sey im Kupffer ⊙ Num. 8. gegeben das schrägwincklicht Triangul ABC, dessen basis BC und kleineste Seite AB. Man beschreibe recht aus dem Winckelpunct A nach dem Radio der kleinesten Seiten AB einen Circul, welcher die andere Seite und die basin durchschneidet in E und F. Continuire auch die Seite CA bis an die circumferentz in D. und fälle aus A die perpendicular AG, connectire dazu die Puncten A und F. Also werden die Linien AD, AE, AF, AB, als Rady eines Circuls einander gleich seyn/ laut der 15. def. 1. Eucl. und des 3. theor. im 2. Cap. des 3. Buchs meiner Geom. und DC wird die Summa der beyden Seiten AB, AC; Ihre differentz aber EC und die differentz der Segmentorum basis CF. Ich sage das

1. wie

1. Wie sich verhält die basis CB, zur Summa der andern beyden Seiten CD; Also verhält sich dieser beyden Seiten differentz CE, zur differentz den Segmentorum basis CF.

2. Wen ich diese CF von der basi CB subtrahire und den Rest FB halbiere in G, sey BG das kleine und GC das grosse Segment der basis.

Den weil die beyden geraden Linien CB, CD aus dem auswendigen Punct C in den Circul lauffen/ und ihn durchschneiden in E und F; So ist daß Winckelrechte Parallelogram von CB, CF dem Winckelrechten Parallelogram von CD, CE gleich vermöge der 36. prop. III. Eucl. Und haben also ihre bases und höhen eine umbgekehrte Proportion, besage des 6. theor. im 1. Cap. des II. Buchs meiner Geom. Darumb heisset es:

Wie sich verhalt die basis CB zur Summa der andern beyden Seiten CD; Also verhält sich CE die differentz der beyden Seiten CA, AB oder AD, zu CF der differentz der Segmentorum basis CB.

Weiln auch im gleichfüssigen Triangul BAF die perpendicular AG aus dem Winckel A fället recht mitten auff die basin BF, nemblich in G, laut der 23. prop. 1. Eucl. und des 16. theor. im 3. Cap. des II. Buchs meiner Geom. Darumb wenn ich CF von CB Subtrahire und den Rest FB halbiere/ so ist BG das kleine Segment der basis CB.

AXIOMA IV.

Im Winckelrechten Triangul kan eine jegliche Seite zum Radio angenommen werden.

Denn wen ich zum Exempel im Winckelrechten Triangul ABC des Kupffers ⊙ Num. 9. die hypotenusam AB für einen Radium gebrauche/ so ist BC Sinus des Winckels A.

Nehme ich aber AC zum Radio an Num. 10. so ist BC Tangens und AB Secans des Winckels A.

Entlich wenn ich im Kuffer ⊙ Num. 11. setze/ das die Seite BC sol Radius seyn/ so wird AC Tangens und AB Secans des Winckels B.

THEOREMATA

1. Eines jeglichen Trianguls zwo Seiten sind zusammen grösser den die Dritte.

II. In

II. In allen Trianguln sind alle drey Winckel zween Rechten gleich / das ist sie machen zusammen 180. Grad. Darumb

1. Wenn zween Winckel eines jeglichen Trianguls bekand seyn / und ihre Summ von 180. Grad subtrahiret wird; So bleibet der Dritte übrig.

2. Im Winckelrechten Triangul machen die beyden Spitzen-Winckel zusammen 90. Grad und ist einer des andern Complement zum Quadranten.

III. In einem jeglichen Triangul stehet der grösseste Winckel gegen der grössesten Seite; Der kleinester gegen der kleinesten; Und gleiche Winckel gegen gleichen Seiten; Und hergegen:

IV. In allen gleichseitigen und gleichfüssigen Trianguln wen aus dem Obersten Winckel eine perpendicular gefället wird auff die basin; So theilet sie so wol den Winckel / als die basin und das gantze Triangul in zwey gleiche Theile.

Diese sind das 2. 3. 6. 16. Theorema im 3. Cap. des II. Buchs meiner Geometriæ / woselbs ihre Erklärung und Gewißheit mit mehrem zu ersehen.

I. Auff-

I. Auffgabe

Eines gegebenen Bogens Sinum, Tangentem, und Secantem aus den Tabulis erfinden.

Weil die Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium also disponiret seyn / das alle Gradus eines Quadranten in natürlicher Ordnung sich folgen und ein jeder Grad seine Minuten bey sich hat / jedoch mit dem Unterscheid / das die Grad des ersten halben Quadranten (das ist von 0 Grad bis 45. Grad) auff der lincken Seiten des Blates allewege oben stehen / und die Minuta herunter gehen; Im andern halben Quadranten aber (das ist / von 45. Grad bis 90. Grad) unten auff der rechten Seiten rückwerts folgen / und die Minuta hinauff zu zehlen: Als schlage man das Blat auff / an welchem unten oder oben die Gradus des gegebenen Bogens stehen; Auff selbiger Seiten Rande zur Lincken suche man die gegebene Minuta / so findet man schnurgleich daneben zur rechten Hand in der ersten Columna den begehrten Sinum / in der andern die Tangentem, in der Dritten die Secantem, wie die Titul ausweisen.

Zum Exempel sey gegeben ein Bogen von 24. Grad und 15. Minut; So ist sein Sinus 41072. die Tangens 45047. die Secans 109678.

Wehren aber noch Minuta Secunda dazu gegeben / so setzet man ab des gegebenen Minuti Primi und des nechstfolgenden ihre Sinus, Tangentes oder Secantes, zeucht sie von einander ab / und spricht:

60. //. (das ist / Minuta Secunda) geben mir solch eine differentz der Sinuum, Tangentium & Secantium; Was geben den die //. (Minuta Secunda) so an meinen Scrupulis oder Minutis primis hangen.

Wenn man nun die andere mit der Dritten Zahl multipliciret und das Product in die Erste dividiret, so zeiget der Quotient partem proportionalem, welche zum Sinu, Tangente und Secante des gegebenen Minuti primi allewege zu addiren, auff das man den eigentlichen Sinum, Tangentem und Secantem des gegebenen Bogens erlange.

Als wen ein Bogen von 24. gr. 15. m. 40. sec. gegeben

wehre / so findet man seinen eigentlichen Sinum also:

° ′	
24 15	41072
° ′	
24 16	41098

′ ″
1—26—40
oder 60″—26—40″
40
Product 1040

1040(17. pars prop. add
60 ° ′
41072. Sin. von 24. 15.
41089. der eigentliche
° ′ ″
Sinus von 24 15 40.

Eben also werden auch die Tangentes und Secantes erfunden.

Erinnerung

Wen der gegebene Bogen über 90. Grad ist / subtrahire man ihn zu erst von 180. Grad / und suche solches Complementi Sinum, Tangentem oder Secantem. Selbiger Sinus, Tangens oder Secans ist dem gegebenen Bogen und seinem Complement zum halben Circkel gemein / wie im Kupffer ⊙ Num. 5. augenscheinlich zu sehen.

Als wen begehret würde der Sinus, Tangens oder Secans des Winckels von 120. Grad /

Grad / so nehme ich seines Complementi Sinum, Tangentem oder Secantem, nemblich von 60. Grad.

II. Auffgabe

Eines gegebenen Sinus, Tangentis oder Secantis Bogen aus den Tabulis erfinden.

Gleich wie die Sinus und Tangentes von 0 / die Secantes aber vom Radio anfangen / und immerfort wachsen / die Tangentes und Secantes zwar in infinitum, die Sinus aber / bis sie dem Radio gleich werden: Also zu Erfindung des begehrten Bogens / hat man erstlich auff die Vielheit der Zieffern in der gegebenen Zahl / darnach auff die erste und folgende Zieffer zusehen. Selbige schläget man in der benandten Tabell auff und suchet alda / bis man die gegebene Zahl finde. Alsden werden entweder oben oder unteu auff solcher Seite angezeiget die Gradus / und gerad gegen der Zahl über am lincken Rande die zugehörigen Minuta prima.

Als des Sinus 2007. (von 4. Zieffern / derer erste ist 2. die andere 0) Bogen ist von 1. Grad 9. Minuten.

Der Tangenten 61000. (von 5. Zieffern / derer erste 6. die andere 1.) Bogen ist von 31. Grad 23. Minuten.

Der Secanten 130700 (von 6. Zieffern / davon die erste 1. die andere 3. die dritte 0) Bogen ist von 40. Grad 5. Minuten.

Wird aber die gegebene Zahl im Canone nicht præcisè gefunden / so ists eine Anzeigung / das noch Minuta secunda erfordert werden. Darumb setzet man ab die beyde Zahlen / zwischen welche meine vorgegebene einfält / thut hinzu ihre Gradus und Minuta secunda, und schreibet noch einmahl hin die kleine Zahl / unter sie aber die gegebene. Darnach subtrahiret man alle die obenstehende / als kleinere / von ihren untersten / als grössern Zahlen und argumentiret:

Die grössere Differentz der Zahlen gibt mir 1. Minutum primum, oder 60. secunda; Was gibt den die kleinere Differentz?

Alsden operiret man wtiter nach der Regul detri und erlanget im Quotienten die Minuta secunda, welche den vorigen Graden und Minutis primis müssen zugesetzet werden / damit man der gegebenen Zahl eigentlichen Bogen überkomme.

Als es sey gegeben dieser Sinus 54010.

54000	32 Gr. 41 m.	54000	600 (25″
54024	42 m.	54010	24

24 —— 1′ —— 10

24 —— 60″ —— 10

Kompt sein eigentlicher Bogen von 32. Gr. 41. m. 25. sec.

III. Auffgabe

Wenn zwene Winckel und eine gegenüberstehende Seite gegeben ist / die andern Seiten eines jeglichen Trianguls / sampt dem dritten Winckel erfinden.

Für die unbekandte Seite argumentiret man also vermöge des 1. Axiomatis dieser Trigonometriæ.

Wie sich verhält der Sinus des Winckels / welcher gegen der gegebenen Seite übersteht / zur gegebenen Seite; Also verhält sich auch der Sinus des Winckels / welcher gegen der begehrten Seite übersteht / zur begehrten Seite.

Als es sey im Kupffer ⊙ Num. 12. gegeben das Triangul ABC, dessen Winckel A 40. gr. 19. m. B 72. gr. 5. m. und Seite AC 50. (0) wird begehret die Seite BC.

Wie der Sinus B 72 gr. 5. m. zu AC also der Sinus A 40. gr. 19. m.

95150 —— 50(0) —— 64701

zu BC 34 (0).

Ferner muß der dritte Winckel gesuchet werden / durch das erste Corollarium des II. Theor. also nemblich das man den Winckel A und B addiret / ihre Summ aber von 180. gr. subtrahiret.

	°	′	°	′	
A	40	19	180	0	
B	72	5	112	24	
Sum.	112	24	67	36	begehrte Winck. C.

Entlich für die dritte Seite AB spricht man wiederumb.

Sin. B 72° 5′ — AC — Sin. C. 67° 36′

95150 —— 50(0) —— 92455

Kompt AB 48, 584 (3)

IV. Auffgabe

Wenn Zwo Seiten eines jeglichen Triangula mit einem gegenüberstehenden Winckel bekand sind / die übrigen beyden Winckel und die dritte Seite erfinden.

Mann verkehre nur die vorhergehende Argumentation und spreche also:

Wie sich verhält dieselbe gegebene Seite / welche gegen dem bekandten Winckel übersteht / zum Sinu des gegenüberstehenden Winckels; Also verhält sich die Seite / welche gegen dem begehrten Winckel übersteht / zum Sinu des begehrten Winckels.

Als wenn im Triangul ABC des Kupffers ☉ Num. 13. gegeben wird die Seite AB 55 (0) AC 40 (0) und der Winckel ABC 36. gr. suchet man den Winckel ACB also:

Wie AC zum Sinu ABC 36 gr also AB

40(0) ——58779——55(0)

Zum Sinu 80821 / dessen Bogen 53 gr. 55 m. 10 sec. nach der vorhergehenden II. Auffgabe / zeiget die begehrte Grösse oder öffnung des Winckels ACB.

Weiln nun Zwene Winckel bekand sind / kan man nach Anleitung der nechstvorhergehenden III. Auffgabe / so wol den dritten Winckel / als die dritte Seite erfinden / welche sind CAB 90 gr. 4 m. 50 sec. und BC 69/051(3)

I. Erinnerung.

Wen der Winckel / welcher gegen der Mittelsten Seite stehet / entweder von 45 Grad oder kleiner ist; als den muß nothwendig der Winckel welcher gegen der grössesten Seite übersteht / stumpff / das ist über 90. Grad seyn. Darumb ist nicht der gefundene Bogen / sondern sein Complement zum halben Circkul der wahre gesuchte Winckel.

Als im Triangul ABC Num. 14. sey gegeben die Seite AC 48. (0) BC 36 (0) und der Winckel BAC 45. Grad. Es wird begehret der Winckel ABC.

BC　　BAC 45 gr. Sin.　　AC

36 (0) ——70711.——48(0)

Kommen heraus 70. gr 31 m. 46 sec. diese von 180 gr. abgezogen / geben den wahren begehrten Winckel ABC 109 gr. 28 m. 14 sec. vermöge des 3. und 2. Theorem.

II. Erinnerung.

Wen die letzte Zieffern der Seiten ungleiche Benennung haben; So müssen der kleinesten / ehe denn man zur division schreitet / eine oder mehr Nullen zugeworffen werden / damit sie einen Nahmen bekommen.

Zum Exempel sey im Triangul ABC Num. 15. gegeben die Seite BC 75 (0) AC 102/092 (5) und der Winckel BAC 38 gr. 26 m. wird gesucht der Winckel ABC.

BC	BAC 38 gr. 26 m. Sin.	AC
75 (0) ——	62160 ——	102/092 (3)

Hie müssen dem divisori drey Nullen zugesetzet werden folgender massen 75/000 (3) so kompt entlich der Quotient 84614. und ist ein Sinus des Bogens von 57 gr. 47 m. 40 sec. dessen Complement 122 gr. 12 m. 20 sec. ist der Winckel ABC. nach der 1. Erinnerung.

V. Auffgabe

Wen Zwo Seiten mit dem eingeschlossenen Winckel gegeben sind / die andern Stücke eines jeglichen Trianguls finden.

Man spreche vermittels des 2. Axiomatis: Wie

Wie die Summa der gegebenen beyden Seiten sich verhält zu derselben differentz; Also verhält sich auch die Tangens von der halben Summ der unbekandten Winckel zum Tangenten; Dessen Bogen so er zu der halben Summ der unbekandten Winckel addiret wird / machet den grössern Winckel: Wird er aber davon subtrahiret / so bleibet übrig der kleinere Winckel.

Welcher nun unter den begehrten der grössere / welcher der kleinere Winckel sey / erhellet aus dem 3. Theor. nemblich durch Ansehen ihren entgegenstehenden Seiten.

Wenn den alle Winckel dergestalt bekand worden sind / so wird die dritte Seite gefunden durch die vorhergehende III. Auffgabe.

Als im Stumpff Wincklichten Triangul ABC des Kupffers ⊙ Num. 16. wird gegeben die Seite BC 16 (0) und AC 24 (0) neben dem eingeschlossenen Winckel BCA 30 gr. 0 m. Es werden gesucht die Winckel BAC und ABC.

B v 180 gr.

180 gr. 0 m. alle Winck.

AC 24 (0) AC 24 (0) BCA 30 0 der gegeb. w.

BG 16 (0) BC 16 (0) 150 0 Sũ. der unb. w.

——— ——— halb 75 0 Tang.

Sũ. 40 (0) — diff. 8 (0) — 373205

8

———

2985640 (74641 Tang. 2985640

4 0

Dessen Bogen 36 gr. 44 m. 17. sec. nach der 2. Auffgab. darumb zur halben Summ der unbekanten Winckel 75 gr. 0 m. 0 sec.

des Tang. Bog. hinzugethan 36 44 17.

gibt den grössern W. ABC 111 gr. 44 m. 17 sec.

uñ võ der halb. Sũ. der unb. w. 75 gr. 0 m. 0 sec.

des Tang. Bog. abgezog. 36 44 17

läss. übrig den klein. w. BAC 38 gr. 15 m. 43 sec.

VI Auffgabe

Wenn alle drey Seiten eines jeglichen Trianguls gegeben sind / die Segmenten der basis, wie auch die Winckel und perpendicular erfinden.

Man spreche vermöge des 3 Axiomatis. Wie sich verhält die basis (das ist die läng-

längste Seite) zur Summ der andern beyden Seiten; also verhält sich die differentz dieser Seiten zur differentz der Segmenten.

Selbige subtrahire man von der gantzen basi und halbiere den Rest / so entstehet das kleine Segment. Hergegen wenn man dieselbe differentz der Segmenten zu dem halben Rest addiret / so hat man das grosse Segment.

Als es sey im Stumpffwincklichten Triangul ABC Num. 17. gegeben die basis AC 45 (0) die Seite AB 32 (0) und BC 22 (0) es werden gesucht die Segmenten der basis.

AB 32 (0) AB 32 (0)

AC BC 22 (0) BC 22 (0)

45 (0) — Sum 54 (0) — diff. 10 (0)

Kompt die differentz der Segmenten 12 (0) welche vom 45 (0) abgezogen / lassen übrig 33 (0) derer helffte 16 / 5 (1) ist das kleine Segment CD. wenn ich aber 12 (0) und 16 / 5 addire / entstehet das grosse Segment DA 28 / 5 (1)

Nun lasse man aus B auff das End der beyden Segmenten D eine perpendicular fal-

 len

len / selbige machet auff beyden Seiten rechte Winckel / laut der 5 defin. des 3 Cap. im 1. Buch meiner Geom. und zerschneidet das grosse gegebene Triangul ABC in zwene kleine Winckelrecht Triangul ADB und BDC / in welchen der rechte Winckel von 90 Grad bey D gegeben wird neben zwo Seiten ; darumb können die andern Winckel erfunden werden durch die 4 Auffgabe dieser Trigon. nemblich ABD von 62 gr. 57 m. 5 sec. und DBC von 48 gr. 35 m. 25 sec. daher der Winckel BAC von 27 gr. 2 m. 55 sec. und BCA von 41 gr. 24 m. 35 sec. vermöge des 2 Corol. des 2 Theorem. und CBA 111 gr. 32 m. 30 sec.

Endlich wen also alle Winckel bekand seyn / kan man die perpendicular *BD* finden durch die 3. Auffgabe alhie 14 / 552. (3) oder vortheilhafftiger durch folgende 7 Auffgabe.

VII. Auffgabe.

Wenn in einem Winckelrechten Triangul die Cathetus oder basis mit dem nebengelegenen spitzen Winckel gegeben wird / die ander Seite und die Hypotenus erfinden.

Mann

Man argumentiret vermöge des 4 *Axiom*-

Für die andere Seite des rechten Winckels.

Wie sich verhält der Radius zum Tangenten des Winckels / welcher an der gegebenen Seite lieget : Also verhält sich die gegebene Seite zur begehrten.

Als im Winckelrechten Triangul *ABC* Num. 18 sey gegeben die basis *AC* 54 (0) und der Winckel B*CA* 36 gr. 25 m. wird begehret die Cathetus *AB*.

Radius *BCA* 36 gr. 25 m. Tang. *AC*
100000 — 73771 ——— 54(0)

Kompt die Cathetus *AB* 39|836 (3)

Für die Hypotenusam *BC*.

Wie sich verhält der Radius zum Secanten des an der gegebenen Seite liegenden Winckels ; also verhält sich die gegebene Seite zur begehrten Hypotenusa.

Als wen aus vorigen datis in nechstem Triangul die Hypotenusa *BC* zu suchen wehre / setzet man :

Radius *BCA* 36 gr. 25 m. Secans *AC*
100000 —— 124267 ——— 54 (0)

Kompt die Hypotenusa *BC* 67 / 104 (3)

Erinnerung.

Wenn

Wenn etwa der abgelegne spitze Winckel gegeben würde / so kan man den nechstgelegenen spitzen Winckel finden durch jenes subtraction von 90. Grad / vermöge des 2. Theorem.

VIII. Auffgabe.

Wenn im Winckelrechten Triangul die Cathetus mit der basi gegeben wird / die spitzen Winckel erforschen.

Man schliesse wiederumb durch das 4. Axio. Wie die eine gegebene Seite sich verhält zur andern ; also verhält sich der Sinus totus, das ist Radius zum Tangenten desselben Winckels / welcher an der vorn an gesetzten Seite lieget.

Zum Exempel. Im Winckelrechten Triangul *ABC* Num. 19. sey gegeben die Seite *AC* 60 (0) und *AB* 24 (0) Es werden begehret die Winckel.

AC	*AB*	*Radius*	Tang.
60 (0) —	24 (0) —	100000 —	40000.

Dessen Bogen / laut der 2. Auffg. 21 gr. 48 m. 5 sec. ist der begehrte Winckel *ACB*. Darumb der Winckel *ABC* 68 gr. 11 m. 55 sec. vermöge des 2. Coroll. des 2. Theorem:

Ende der Trigonometriæ Planæ.

An den günstigen Leser.

Über verhoffen sind in dieser Trigometria plana pag. 8. am Ende / im rein schreiben außgelassen worden / diese Wort / welche nach angerühret in F folgen sollen : Ziehet auch aus B und E der Seite AC zwo parallelen BI, EK, und machet dem Triangul IBF ein gleiches FBL. Darumb bitte ich dieselben unbeschwert hinzu zusetzen.

Imgleichen wie ich meine Geodæsy jetzo durchgelauffen / habe ich mehr Errata, als in ihrer Vorrede angemeldet worden / angetroffen / welche zu corrigiren, wie folget.

Am 1. Blate in der 15 Zeile leset woselbst. Blat 12 zeile 5 leset 30 gr. alda z. 6 löschet aus / Secunda. bl. 19 z. 6 l. Circkel. alda z. 16 l. seines bl. 21 z. 20 l. zahlen entweder. bl. 38 z. 10 l. darauff. bl. 43 z. 11 l. vor vorige / die. bl. 47 z. 16 l. horizontal. bl. 48 z. 16 löschet weg B. bl. 49 z. 8 l. vor E, F. alda z. 11 l. vor F, E. bl. 50 z. 5. 6. l. vor G, D. bl. 51 z. 15 l. der 34. bl. 59 z. 12 l. 10 m. bl. 60 z. 5 l. vor 12/9. bl. 68. z. 13. l. ECF. bl. 71 z. 7/15 l. 50 gr. 11 m. 39. sc. bl. 72 z. 5 l. BEG 40 gr. 35. m. und BEG 49 gr. 20 m. bl. 74 z. 17 l. einem. bl. 87 z. 19 l. Distantz. bl. 90 z. 13 l. proposit: bl. 99 z. 7 l. gevierdtes. bl. 98. z. 21 l. im Anfang fehlet 10. bl. 100 am End $21\frac{4}{5}$. bl. 115 z. 24 l. am End vor (3) (2)□ bl. 117 z. 21 l. 59 (2)□ alda z. 22 l. 96 (2)□. bl. 139.

z. 21

z. 21 l. zu IE. bl.154 z.12 l.nach auch/ gegeben. bl.
162 z. 18 löschet weg 49. blat 166 differiret das
Exempel von dem angezogenen Kupffer/ umb ge-
liebter Veränderung willen/weil die Diagonal CF
zuvor gezogen worden in der 15 Aufg. Es kan aber
die Diagonal EB, an stat der CF leichtlich gezogen
und die perpendicularen durch Hülffe des Win-
ckelhakens gefället werdẽ/ wie das Exempel anwei-
set. Bl.168 z.20 l.laut des. bl.171 z.17 l. Winckel
FAD. bl.173 z.9 l.vor 17/12. bl.175 vorm End zu E,
zu Exempel. bl.177 z.17 l.proportional Linie DH.
bl.184 z.5 l.zusam̃en. bl.203 z.13 l. Argumentiret.
bl.204 z.3 l.50(0). alda z.4 l.20(0). bl.228 z.10
l.parallel Circkel. bl.229 z.14. l.man. bl.233 z.23
l.Kupffer. bl.235 z.12 l. Geschütze alhie. bl.236 z.9
l.Qvintlein. bl.237 z.20 l.10 Pud. alda am End
löschet weg/Stockholm. bl.238 z. 4. nach/in Kö-
nigsberg/setzet ein: 16 Schal ℔ aber uñ 20½ ℔ zu
Stockholm. bl.243 z.19 l.393 ℔. bl. 247. z. 23 l.
Corpulentz 513(0). bl.266 z. 14. l. eigendlichen.
bl.269 am End/einen. bl.268 z.3 l.dieses. bl.280
am Ende/Bödem des. bl.281 z. 13 l. will. bl. 282
z.17. l. Aber die. bl.285 z.24 l.nemblich auff. bl.297
z.4 l. Radix 215. bl.299 z.9 l.in 1000. bl.300 z.8
l.alhie im Kupffer H. Num.8. bl.308 z 14 l. Or-
heupt des Kupffers H. Num. 9. blat 321 z. 17 l.
Stockholmische Ellen und Pfunde. bl.329. z.20
löschet weg 2(3) 7 (2).

p 6. 7. 8. 9. 10. 13–17.
22–27. 35. 97–106.
181. 190. — —
231 etc 239. 242 etc
245. 266 etc 321