Tartu Ülikool

Loodus- ja täppisteaduste valdkond

Matemaatika ja statistika instituut

Matemaatika- ja informaatikaõpetaja eriala

Inge Sillaste

Lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni õpetamiseks materjalide loomine ning tagasiside loodud materjalidele

Magistritöö (15 EAP)

Juhendaja: Kerli Orav-Puurand, PhD

TARTU 2026

Lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni õpetamiseks materjalide loomine ning tagasiside loodud materjalidele

Magistritöö

Inge Sillaste

Lühikokkuvõte. Käesoleva magistritöö eesmärgiks oli koostada õppematerjalid lineaar- ja ruutfunktsioonide käsitlemiseks/õpetamiseks, mis toetaksid alustavat või vähese kogemusega õpetajat õppetöö planeerimises. Loodud materjalide eesmärk oli pakkuda õpetajale tuge teema struktureerimisel ning tundide planeerimisel ja läbiviimisel. Töö raames koostati kaks õppematerjali. Lineaarfunktsiooni õppematerjalid loodi 7. klassile ning ruutfunktsiooni õppematerjalid 9. klassile. Materjalide koostamisel lähtuti põhikooli riiklikust õppekavast, funktsioonide õpetamise teoreetilistest põhimõtetest ning õpilaste võimalikest raskustest funktsioonide õppimisel. Loodud õppematerjalidele koguti tagasisidet nii õpetajatelt kui ka õpilastelt. Õpetajate hinnangute kogumiseks kasutati küsimustikku, mille koostamisel lähtuti LORI-mudeli kriteeriumitest. Lineaarfunktsiooni õppematerjalidele andis tagasisidet neli matemaatikaõpetajat ja 19 õpilast ning ruutfunktsiooni õppematerjalidele kolm matemaatikaõpetajat ja 25 õpilast. Lisaks tagasisidele võrreldi õppematerjale kasutanud klasside kontrolltööde keskmisi tulemusi paralleelklasside tulemustega. Saadud tagasiside põhjal võib järeldada, et loodud materjale peeti üldiselt kvaliteetseks, loogilise ülesehitusega ning õpetaja tööd toetavaks. Tagasiside põhjal täiendati loodud õppematerjale.

CERCS teaduseriala: S270 Pedagoogika ja didaktika

Märksõnad: lineaarfunktsioon, ruutfunktsioon, õppematerjalid, alustav õpetaja.

Development of teaching materials for linear and quadratic functions and feedback on the developed materials

Master's thesis

Inge Sillaste

Abstract. The aim of this master's thesis was to create teaching materials for linear and quadratic functions that would support novice or less experienced teachers in planning the syllabus. The purpose of the developed materials was to aid teachers in structuring the topic as well as in preparing and conducting lessons. As part of the thesis, two sets of teaching materials were created. One set of materials are for teaching linear functions in Grade 7 and the other set is for teaching quadratic functions in Grade 9. The materials were developed based on the Estonian national curriculum for basic schools, theoretical principles of teaching functions, and students' possible difficulties in learning functions. Feedback on the developed teaching materials was collected from both teachers and students. Teachers' feedback was gathered using a questionnaire based on the criteria of the LORI-model. The linear function materials were evaluated by four mathematics teachers and 19 students, while the quadratic function materials were evaluated by three mathematics teachers and 25 students. In addition to the feedback, the average test results of the classes that used the developed materials were compared with the results of other same year students. Based on the feedback, it can be concluded that the developed materials were generally considered to be of good quality, logically structured, and supportive of teachers' work. The materials were improved based on the feedback received.

CERCS teaduseriala: S270 Pedagogy and didactics

Märksõnad: linear function, quadratic function, teaching materials,novice teacher.

Sisukord

Sissejuhatus

Kolmandas kooliastmes on ligikaudu 40% matemaatika tundidest pühendatud algebra õppimisele (Matemaatika III kooliaste, 2015). Funktsioonide teema on oluline osa algebralisest mõtlemisest, kuna seotakse omavahel nii graafiline kui algebraline esitusviis. Funktsioonide õppimisel ei piisa ainult arvutusoskuse arendamisest, vaid õpilane peab mõistma teemat sügavamalt. Olulist rolli mängivad muutujate vahelised seosed ning oskus liikuda erinevate esitusviiside vahel. Nende seoste omavaheline sidumine toetab funktsioonide sisulist mõistmist (Leinhardt *et al*., 1990).

Eesti põhikooli riiklikus õppekavas on lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni käsitlemisel pandud rõhk graafikute joonestamisele, jooniste lugemisele ning graafiku ja valemi vahelise seose tundmisele (Matemaatika III kooliaste, 2015). Nende teemade omandamisel võib õpilastel esineda raskusi funktsiooni valemi ning graafiku vaheliste seoste mõistmisel (Birgin *et al*., 2012; Pierce *et al*., 2010). Lisaks punktide leidmisele peab õpilane teadma funktsiooni valemi kordajate tähendusi ja seoseid funktsiooni graafiku kujuga. Mitme komponendi rakendamine ning analüüsimine korraga võib olla õpilase ajule ülekoormav (Sweller, Ayres & Kalyuga, 2011). Seetõttu on oluline uue teema õppimist planeerida nii, et õpe toimuks järk-järgult ning eesmärgiks oleks seoste loomine (Sweller, 2016).

Alustava või vähese kogemusega õpetaja jaoks võib lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni õppe struktureerimine ning planeerimine olla keeruline. Õpetaja peab otsustama, milliseid eelteadmisi korrata, millises järjekorras peatükke käsitleda, milliseid ülesandeid lahendada ning kuidas suunata õpilasi ise seoseid looma ja märkama. Kuigi Eestis on kasutusel mitmed erinevad õpikud ning koostatud on erinevaid töökavasid, siis ei pruugi nendest leida ühtset didaktilist materjali, mis aitaks õpetajal luua kompaktne ja tõhus õppeplaan. Segaseks teeb olukorra ka nüanss, et igas õpikus ja töökavas on teemade järjestus erinev.

Käesolev magistritöö keskendub lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni õppe planeerimiseks ning läbiviimiseks mõeldud materjalide loomisele ning analüüsimisele. Töö raames koostati 7. klassile lineaarfunktsiooni ning 9. klassile ruutfunktsiooni õppematerjalid, mille eesmärgiks on toetada alustavat või vähese kogemusega õpetajat õppetöö planeerimises. Materjalide koostamisel lähtuti põhikooli riiklikust õppekavast ja funktsioonide õpetamise teoreetilistest põhimõtetest. Välja töötatud materjalide ning nende kvaliteeti hinnati kolmel viisil. Esmalt paluti oma ala spetsialistidel õppematerjale analüüsida ning tagasisidestada LORI (*Learning Object Review Instrument*) mudeli kriteeriumite põhjal. Teiseks rakendati loodud materjali vastavalt 7. klassi ning 9. klassi funktsiooni õppes, mille järgselt paluti õpilastelt tagasisidet. Viimaks võrreldi õppematerjale kasutanud klasside kontrolltöö tulemusi teiste klasside tulemustega.

Töö koosneb neljast osast, millest esimeses antakse ülevaade lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni õpetamise teoreetilisest taustast, põhikooli riikliku õppekava nõuetest ning olemasolevatest didaktilistest materjalidest. Teises osas sõnastatakse töö eesmärk ning uurimisküsimused. Kolmandas osa on pühendatud metoodikale, kus kirjeldatakse õppematerjalide koostamist, valimit, uurimisvahendeid ja protseduuri. Viimases osas analüüsitakse õpetajate ja õpilaste poolset tagasisidet ning kontrolltööde tulemusi.

1 Teoreetiline taust

Käesolevas peatükis käsitletakse algebra rolli Eesti põhikooli riiklikus õppekavas ning lineaar- ja ruutfunktsiooni õpetamise põhimõtteid. Lisaks selgitatakse, kuidas neid teemasid õpetatakse Eestis ning antakse ülevaade Eestis kasutatavatest õpikutest ja olemasolevatest didaktilistest materjalidest.

1.1 Algebra Eesti põhikooli riiklikus õppekavas

Põhikooli riikliku õppekava kohaselt on matemaatika õppe eesmärgiks kujundada õpilastes matemaatikapädevus, mille kohaselt nad on võimelised kasutama matemaatika keelt, sümboleid ja metoodikat nii matemaatikas kui ka mujal elus. Peamiselt pööratakse tähelepanu loogilisele arutlemisele, probleemi lahendusoskusele ja erinevate esitusviiside kasutamisele (Ainevaldkond „Matemaatika", 2025).

Algebrat õpetatakse nii teises kui kolmandas kooliastmes. Teises kooliastmes on asetatud rõhk põhioskuste arendamisele, milleks on põhimõistete tundmine, ühetehtelistes avaldistes tundmatu avaldamine ja lihtsamate võrrandite lahendamine (Ainevaldkond „Matemaatika", 2025). Nimetatud baasoskused võimaldavad õpilastel järgnevate teemade juures paremini mõista matemaatilisi esitusviise. Sellised pädevused lihtsustavad kolmandas kooliastmes funktsiooni ja teiste matemaatiliste seoste mõistmist.

Kolmandas kooliastmes õpitakse algebrat süvenenumalt ning teemad muutuvad abstraktsemaks. Õpitakse üks- ja hulkliikmeid, ratsionaalavaldisi, lineaar- ja ruutfunktsioone ning lineaar- ja ruutvõrrandeid. Õpitulemustes on esile toodud arvutiprogrammide ja digitaalsete õppematerjalide kasutamine nii õpetajapoolsel juhendamisel kui ka iseseisvas õppes (Ainevaldkond „Matemaatika", 2025). Digitaalsete vahendite kasutamine võimaldab õpilastel visuaalselt erinevaid algebralisi seoseid uurida ning luua loogilisi seoseid.

Kolmandas kooliastmes on matemaatika õppeks ette nähtud 455 tundi, millest ligikaudu 180 tundi on mõeldud algebra õppele. See tähendab, et ligikaudu 40% tundidest on suunatud algebraliste teemade õppimiseks. Kolmandas kooliastmes käsitletakse järgmisi teemasid: *võrdeline ja pöördvõrdeline sõltuvus, lineaarfunktsioon, võrrand ja üksliikmed, hulkliikmed, kahe tundmatuga lineaarvõrrandisüsteem, ruutvõrrand, ruutfunktsioon* ning *ratsionaalavaldised* (Matemaatika III kooliaste, 2015).

1.2 Lineaarfunktsioon ja selle õpetamine

Käesolevas alapeatükis tehakse ülevaade lineaarfunktsiooni õpetamise põhimõtetest ning õpetamisest Eestis.

1.2.1 Lineaarfunktsiooni õpetamine ja õppimine

Lineaarfunktsioonide õppimine on oluline alus algebralise mõtlemise kujunemisel. See on esimene teema, mis nõuab õpilastelt arusaamist nii muutujate kui ka kordajate rollist. Õpilased peavad mõistma, et funktsiooni valemis $y = ax + b$ tähistavad sümbolid x ja y muutujaid, samas kui a ja b on kordajad, mis kirjeldavad funktsiooni omadusi (Pierce *et al.*, 2010). Õpetaja ei tohiks käsitleda funktsiooni üksnes arvutamise ülesandena, vaid peaks teadlikult võtma eesmärgiks funktsiooni valemi kordajate tähenduse selgitamise.

Teiseks on oluline lineaarfunktsiooni õpetamisel rakendada vaheldumisi mitut erinevat esitusviisi, nagu graafikud, tabelid ja valemid. Erinevate esitusviiside lõimitud kasutamine aitab õpilastel paremini mõista nendevahelisi seoseid (Mpuangnan *et al.*, 2024). Praktikas peab õpetaja teadlikult suunama õpilasi rakendama koos erinevaid esitusviise, mitte käsitlema neid eraldi teemade või alapeatükkidena.

Funktsiooni mõiste õpetamisel on soovitatav kasutada reaalse eluga seotud ülesandeid. Need aitavad õpilastel matemaatilisi seoseid paremini mõista ning seostada neid igapäevaeluga (Kilp-Kabel, 2025). Siinkohal ei ole mõeldud otseselt reaalelulisi olukordi, vaid ülesandeid, mis käsitlevad õpilastele juba teada olevaid seoseid. Sellise lähenemisega ei pruugi ülesanded olla õpilaste jaoks lihtsamad ning nad vajavad jätkuvalt õpetajapoolset suunamist. Elulise kontekstiga ülesanded on keerulised, kuna õpilased peavad esmalt mõistma kirjeldatud olukorda, eristama olulise info ebaolulisest ning koostama selle põhjal mõne matemaatilise mudeli. Taoliste ülesannete lahendamine nõuab funktsionaalset lugemisoskust ja matemaatiliste seoste sügavamat tundmist.

Visuaalsete esituste kasutamine, näiteks graafikute joonestamine arvutiprogrammi abil, toetab õpilaste arusaama lineaarfunktsioonidest ning aitab vähendada teema abstraktsust (Fletcher & Mudaly, 2019). Seoste ja graafikutega tutvudes tuleks panustada rohkem õppevahenditele, mille abil õpilane saab vahetult näha, kuidas üks või teine kordaja funktsiooni kuju mõjutab.

1.2.2 Lineaarfunktsiooni õpetamine ja õppimine Eestis

Põhikooli riiklikus õppekavas on lineaarfunktsiooni teemaga seotud kolm õpitulemust. Kolmanda kooliastme lõpuks peab õpilane olema suuteline selgitama eluliste näidete kaudu, mida tähendab lineaarne sõltuvus. Samuti peab ta oskama joonistada lineaarfunktsiooni graafikut nii käsitsi kui ka arvutiprogrammi abil ning lugema graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi. Lõpetuseks oskab õpilane selgitada arvutiga loodud dünaamiliste jooniste abil, kuidas funktsiooni graafiku asend ja kuju sõltuvad funktsiooni avaldises olevatest kordajatest (Ainevaldkond „Matemaatika”, 2025).

Koolibri kirjastuse 7. klassi matemaatikaõpiku 2. osas käsitletakse lineaarfunktsiooni teemat (Kaljas, Lepik, Nurk & Telgmaa, 2023). Eelnevalt on Koolibri 7. klassi matemaatikaõpiku 1. osas tehtud tutvust lineaarvõrrandiga (Kaljas, Nurk & Telgmaa, 2023). Enne lineaarfunktsiooni juurde jõudmist tutvuvad õpilased muutuva ja jääva suuruse mõistega ning funktsiooni üldmõistega. Seejärel käsitletakse võrdelist sõltuvust, kus õpilased õpivad seoseid kirjeldama tabeli ja valemi abil ning joonestama graafikuid (Kaljas, Lepik, Nurk & Telgmaa, 2023). Taoline lähenemine aitab paremini mõista, kuidas muutujad ning väärtuste tabel, graafik ja valemid omavahel seotud on. Need on olulised eeldused lineaarfunktsiooni mõistmiseks. Järgmisena tutvutakse pöördvõrdelise sõltuvuse ning selle graafilise esitusega ja jõutakse lõpuks lineaarfunktsiooni mõisteni. Siin keskendutakse lineaarse sõltuvuse omadustele ja nende seostamisele varasemalt õpitud teemadega (Kaljas, Lepik, Nurk & Telgmaa, 2023). Lineaarfunktsiooni käsitlemisel pööratakse tähelepanu nii valemi kui ka graafilisele esitusele, kus õpilased joonestavad graafikuid ning analüüsivad nende põhjal funktsioonide omadusi.

Avita kirjastuse 7. klassi matemaatikaõpikutes on lineaarfunktsiooni käsitlemise järjekord mõnevõrra erinev. Õpiku esimeses osas alustatakse ühtlase liikumise graafikute uurimisest, millele järgneb võrdeline seos (Kaldmäe, Kontson, Matiisen & Pais, 2023). Õpilased õpivad kirjeldama seose omadusi tabeli ja valemi abil ning joonestama graafikuid. Säärane lähenemine loob taas aluse muutujatevahelise seose mõistmiseks ning rõhutab väärtuste tabeli, graafiku ja valemi omavahelist sidet. Järgmisena jõutakse lineaarfunktsiooni peatükini, kus täiesti uue kontseptsiooni õppimiseks rakendatakse varasemalt võrdelise seose juures õpitud teadmisi. Õpitakse joonestama funktsiooni graafikut nii kahe punkti meetodi kui ka tõusu ja algordinaadi abil. Lisaks pööratakse tähelepanu seostele sirge ja funktsiooni valemi kordajate vahel (Kaldmäe *et al.*, 2023). Mainitud kirjastuste käsitluste oluline erinevus seisneb selles, et Avita õpikus tutvuvad õpilased lineaarvõrrandi lahendamisega alles peale lineaarfunktsiooni teema käsitlemist (Kaldmäe *et al.*, 2024). See võib muuta lineaarfunktsiooni õppimise mõne õpilase jaoks keerukamaks, kuna osa ülesandeid eeldab võrrandi lahendamise oskust või vähemalt arusaama muutujaga avaldistest.

1.3 Ruutfunktsioon ja selle õpetamine

Antud alapeatükis tehakse ülevaade ruutfunktsiooni õpetamise põhimõtetest ning õpetamisest Eestis.

1.3.1 Ruutfunktsiooni õpetamine ja õppimine

Ruutfunktsiooni õppimine on põhikooli matemaatikas suur samm algebralise mõtlemise arengus, kuna tegemist on esimese mittelineaarse funktsiooniga. Taas tuleb panna rõhku funktsiooni valemi kordajate ja funktsiooni graafiku kuju vahelisele seosele. Kui lineaarfunktsiooni puhul kirjeldab graafik ühtlast muutumist, siis ruutfunktsiooni korral muutub sõltuvus keerukamaks. Seetõttu eeldab ruutfunktsiooni mõistmine õpilaselt oskust seostada funktsiooni valemit ja graafiku omadusi. Õpilased peavad mõistma, kuidas funktsiooni valemis $y = ax^2 + bx + c$ kordajad a, b ja c mõjutavad parabooli kuju, asendit ja sümmeetriat (O'Connor & Norton, 2024). Seetõttu on oluline, et õpetaja ei keskenduks üksnes arvutamisoskuste arendamisele, vaid pööraks tähelepanu ka sisulisele poolele.

Ruutfunktsiooni õpetamisel on vajalik rakendada koos mitut erinevat esitusviisi, kuna nende kombineeritud kasutamine aitab õpilastel paremini mõista funktsiooni omadusi ja nendevahelisi seoseid (Leinhardt *et al.*, 1990). Praktikas tähendab see, et õpetaja peab teadlikult suunama õpilasi liikuma erinevate esitlusviiside vahel ning siduma graafilise ja algebralise esituse üheks tervikuks. Graafikute joonestamine ja analüüsimine toetab õpilaste arusaama ruutfunktsioonidest ning aitab vähendada abstraktse mõtlemisega seotud raskusi. Siinkohal on tähtis pöörata tähelepanu graafiku olulistele tunnustele, nagu haripunkt ja nullkohad. Terviklike teadmiste kujundamisel tuleb eelnev siduda funktsiooni avaldisega.

Samuti on keskne kasutada digivahendeid, näiteks GeoGebra, mis võimaldavad õpilastel uurida, kuidas parameetrite muutmine mõjutab parabooli kuju ja asendit. Uuringud on näidanud, et tehnoloogia kasutamine toetab õpilaste arusaama kujunemist, sest võimaldab visuaalselt ja vahetult näha muutuste mõju funktsiooni graafikule (Arnal-Palacián *et al.*, 2022).

Funktsiooni mõiste õpetamisel on soovitatav kasutada ka elulisi näiteid, mis aitavad õpilastel mõista ruutfunktsiooni rakendusi ning seostada matemaatilisi mudeleid reaalse eluga. Samas tuleb arvestada, et sellised ülesanded vajavad õpetajapoolset juhendamist, et õpilased suudaksid eristada matemaatilist mudelit ja tegelikku olukorda (Kilp-Kabel, 2025).

1.3.2 Ruutfunktsiooni õpetamine ja õppimine Eestis

Põhikooli riiklikus õppekavas on välja toodud kolm ruutfunktsiooniga seotud õpitulemust. Õpilane peab oskama selgitada ruutfunktsiooni nullkohtade ja haripunkti tähendust ning nende omavahelist seost. Lisaks peab õpilane leidma nullkohad ja haripunkti nii funktsiooni valemist kui ka jooniselt. Teiseks joonestab õpilane ruutfunktsiooni graafiku nii käsitsi kui ka arvutiprogrammiga ning loeb graafikult funktsiooni ja argumendi väärtusi. Viimaseks selgitab õpilane lahti arvutiga tehtud dünaamilisi jooniseid nii ruutliikme kordaja kui vabaliikme abil (Ainevaldkond „Matemaatika", 2025).

Koolibri kirjastuse 9. klassi matemaatikaõpiku 1. osa järgi tutvutakse ruutfunktsiooni teemaga pärast ruutvõrrandi ja sellega seotud mõistete õppimist (Lepmann *et al.*, 2024). Selline lähenemine loob tugeva aluse ruutfunktsiooni mõistmiseks. Õpilased tutvuvad eelnevalt ruutvõrrandiga, mis on vajalik nullkohtade ja funktsiooni avaldise tõlgendamiseks. Ruutfunktsiooniga tutvumine algab parabooli mõistega ning seejärel käsitletakse erinevaid mittetäielikke ruutvõrrandeid, näiteks $y = ax^2$ ja $y = ax^2 + n$ (Lepmann *et al.*, 2024). Nende funktsioonide põhjal tutvutakse parabooli omadustega, haripunkti ja sümmeetriateljega. Edasi liigutakse järk-järgult keerukamate kujude juurde, käsitledes lõpuks ka ruutfunktsiooni üldkuju. Õpilased õpivad joonestama parabooli, leidma nullkohti ja haripunkti ning seostama neid funktsiooni avaldisega (Lepmann *et al.*, 2024). Samuti pööratakse tähelepanu graafiku uurimisele arvutiprogrammide abil.

Avita kirjastuse 9. klassi õpiku 1. osas käsitletakse ruutfunktsiooni teemat mõnevõrra teistsuguses järjekorras. Ruutfunktsiooni ja selle graafiku käsitlemist alustatakse juba enne ruutvõrrandi lahendamise õppimist (Kaldmäe *et al.*, 2015). Esmalt tutvuvad õpilased parabooli omadustega ning õpivad tundma ruutfunktsiooni valemi liikmeid ja nende seost graafikuga. Lisaks harjutatakse graafikult oluliste tunnuste, näiteks haripunkti ja nullkohtade, lugemist. Seejärel õpitakse mittetäieliku ruutfunktsiooni parabooli joonestama ning vastavat ruutvõrrandit lahendama. Viimaks jõutakse ruutfunktsiooni üldkujuni, mille nullkohtade leidmiseks õpitakse rakendama ruutvõrrandi lahendivalemit nii tavalises kui taandatud kujus. Viimaks harjutatakse parabooli joonestamist ning lihtsamate eluliste ülesannete lahendamist ruutfunktsiooni ja ruutvõrrandiga (Kaldmäe *et al.*, 2015).

1.4 Olemasolevad didaktilised materjalid ja nende analüüs

Järgnevalt antakse ülevaade olemasolevatest materjalidest, mille abil saab alustav või vähese kogemusega õpetaja kavandada ja läbi viia funktsioonide teema õpetamist 7. ja 9. klassis.

Üheks oluliseks allikaks on soovitusliku sisuga valdkonnaraamat „Matemaatika”, mis avaldati 2010. aastal. Materjali eesmärk on toetada õpetajaid ja õpikute autoreid riikliku õppekava rakendamisel. Valdkonnaraamat sisaldab metoodilisi soovitusi, õppeprotsesside kirjeldusi ning juhiseid, mis aitavad siduda õpitulemusi ja õppesisu ning kavandada õppetöö ajastust (Pihlap, 2010). Valdkonnaraamatus esitatud materjalidest analüüsiti kolme.

Valdkonnaraamatus leiduvad Daire Krabi ja Margit Arro loodud 7. ja 9. klassi õpetaja näidistöökavad, mis on üles ehitatud nädalate lõikes. Iga õppenädala kohta on esitatud õppeteema ja sellega seotud mõisted, õpitulemused, metoodilised soovitused ning võimalikud lõimingukohad. Lisaks on esitatud iga nädala juurde võimalikud info- ja kommunikatsioonitehnoloogia ehk IKT vahendid, õppekeskkonnad, hindamine ning praktilised tööd. Soovituste juurde on ka lisatud materjalideni viivad lingid. Lineaarfunktsiooni õppeks on arvestatud 5 õppenädalat ehk 25 tundi ning ruutfunktsiooni ja võrrandi õppeks 10 nädalat ehk 40 tundi (Krabi & Arro, n.d.).

Lisaks eelnevalt kirjeldatud materjalidele leidub valdkonnaraamatus ka üksikuid didaktilisi käsitlusi, mis keskenduvad konkreetsemalt erinevate teemade õpetamisele. Siinkohal analüüsiti Allar Veelmaa (2016) loodud materjali, mis käsitleb funktsioonide õpetamist põhikooli matemaatikakursusel ning toob välja kõige olulisemad kohad õppe planeerimises. Iga alateema juures on lahti seletatud, millele õpetades rõhku panna, millised on võimalikud raskused õpilastel ning kuidas omavahel siduda erinevaid esitlusviise (Veelmaa, 2016).

Olenevalt, kas koolis kasutatakse Koolibri või Avita õpikut, on võimalik oma õppetöö kavandamiseks kasutada õpiku autorite poolt loodud näidistöökava. Oluline on siinkohal mainida, et 2026. aasta aprilli seisuga on võimalik leida 7. klassi õpikutest ainult Koolibri õpikule koostatud töökava. Avita 7. klassi õpikule ei ole lisatud juurde toetatavat töökava, mis suunaks õpetajat õpiku rakendamisel. 9. klassi õpikutele on mõlemad kirjastused lisanud näidistöökavad. Koolibri koostatud näidistöökavas on iga ainetunni kohta esitatud alateemad, õpitavad põhimõisted, õppevara ning oodatud õpitulemused. 7. klassi kavas kulub lineaarfunktsiooni õppele 5 nädalat ehk 25 tundi ning 9. klassi kavas on ruutfunktsiooni õppele planeeritud 4 nädalat ehk 16 tundi. Avita näidistöökavas on alateemad, õppematerjalid, põhimõisted ja oodatavad õpitulemused esitatud nädalalõikes. Lisaks eelnevalt mainitule on tabelis esitatud ka peamised õppemeetodid ning teadmiste kontroll. Avita 9. klassi kavas on ruutfunktsiooni ja ruutvõrrandi samaaegseks õppeks planeeritud 8 nädalat ehk umbes 32 tundi. Leiduvad ka Haridus- ja Teadusministeeriumi (edaspidi HTM) kui ka selle haldusala valitsusasutus Haridus- ja Noorteameti (edaspidi HARNO) koostatud töökavad. HTMi loodud 7. ja 9. klassi töökavad annavad õpetajale ülevaate õpitavatest teemadest, riiklikest õpitulemustest ning soovituslikest õppetegevustest. Iga teema juures on välja toodud võimalikud metoodilised lähenemised ning soovituslikud õppematerjalid. Lisaks on töökavade alguses käsitletud ka tagasisidestamise, hindamise ning õpiraskustega õpilaste toetamise põhimõtteid. 7. klassi töökavas on lineaarfunktsiooni õppeks planeeritud 30 tundi. Ruutfunktsiooni ja võrrandi õppeks on planeeritud umbes 40 tundi. (HTM, 2025; HTM, 2024). Siinkohal on oluline välja tuua, et 7. klassi töökavas esitatud teemade järjekord ei ühti kummagi peatükis 1.2.2 analüüsitud õpikuga. HARNO loodud III kooliastme matemaatikaõppe kirjeldus erineb HTMi töökavadest oma üldisema ja didaktilisema lähenemise poolest. Kui HTMi materjalid keskenduvad eelkõige teemade järjestusele ja konkreetsetele õppetegevustele, siis HARNO materjal annab laiemat ülevaadet matemaatika õpetamise põhimõtetest ning õppeprotsessi kujundamisest (Matemaatika III kooliaste, 2015). Materjalis pööratakse suurt tähelepanu ainetevahelisele lõimingule, mille toetamiseks on iga teema juures välja toodud võimalikud lõimingu kohad ja praktilised rakendused. Samuti tuuakse esile õpilaste aktiivse osalemise olulisus, soovitades kasutada mitmekesiseid õppemeetodeid, nagu rühmatööd, arutelud ja iseseisev töö. Lisaks pööratakse suurt tähelepanu üldpädevuste arendamisele, sealhulgas probleemilahendusoskusele, loogilisele mõtlemisele ning matemaatilise keele kasutamisele. HARNO materjal soovitab kasutada erineva raskusastmega ülesandeid, et toetada nii nõrgemaid kui ka tugevamaid õpilasi ning rõhutab kujundava hindamise vajadust, mille eesmärgiks on anda õpilastele sisukat ja edasiviivat tagasisidet. 7. klassi töökavas on lineaarfunktsiooni õppeks planeeritud 30 tundi ja ruutfunktsiooni ning võrrandi õppeks 40 tundi. (Matemaatika III kooliaste, 2015). Kuigi olemasolevad materjalid pakuvad õpetajale sisulist tuge, puudub ühtne ja praktiline õppematerjal, mis toetaks alustavat või vähese kogemusega õpetajat lineaar- ja ruutfunktsiooni õpetamise süsteemsel planeerimisel ning läbiviimisel.

2 Töö eesmärk ja uurimisküsimused

Käesoleva magistritöö eesmärk oli koostada ja analüüsida õppematerjale lineaar- ja ruutfunktsiooni õpetamiseks põhikoolis, mis toetavad alustava või vähese kogemusega õpetajat funktsioonide teema õpetamisel. Töö eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimisküsimused:

1) Milline on õpetajate hinnang loodud õppematerjalide kasutatavusele ja didaktilisele sobivusele?
2) Millised on õpetajate ettepanekud õppematerjalide parendamiseks?
3) Milline on õpilaste hinnang õppematerjalide arusaadavusele ja toetavusele õppimisel?
4) Millised on õpilaste ettepanekud õppematerjalide parendamiseks?
5) Kuidas erinevad loodud õppematerjale kasutanud klasside kontrolltööde keskmised tulemused paralleelklasside ja varasema õppeaasta tulemustega?

3 Metoodika

3.1 Õppematerjalide koostamine

Antud alapeatükis antakse ülevaade materjalide koostamise teoreetilistest alustest ning koostatud töölehtede sisust.

3.1.1 Õppematerjalide koostamine lähtudes ADDIE mudelist

Õppematerjalide koostamisel lähtuti ADDIE mudelist, mis toetab õppematerjalide ja õppeprotsesside süsteemset kavandamist ja arendamist. ADDIE mudeli järgi peab õppematerjalide loomine olema süsteemne protsess, mis algab õppijate vajaduste ja õpieesmärkide määratlemisega ning lõpeb loodud materjalide tõhususe hindamisega. Oluline on seejuures ka asjaolu, et hindamine ei toimu ainult protsessi lõpus, vaid on pidev tegevus, mis võimaldab õppematerjale arendamise käigus täiustada.

Mudel koosneb viiest etapist:

1. analüüs (ingl k *analysis*);
2. kavandamine (ingl k *design*);
3. väljatöötamine (ingl k *development*);
4. rakendamine (ingl k *implementation*);
5. hindamine (ingl k *evaluation*) (Greaney & Ellis, 2005).

Analüüsi etapis uuritakse, mis on materjali eesmärk, mis on selle sisu ning kellele õppematerjal on suunatud (Greaney & Ellis, 2005). Antud etapis analüüsiti autori kogemust alustava õpetajana ning vesteldi erinevate matemaatika õpetajatega. Arutelude käigus tuli esile, et funktsioonide teema on nii õpetajale kui õpilasele väljakutseks. Õpilaste jaoks on funktsioonide õppimine keeruline, kuna see nõuab mitme erineva esitusviisi samaaegset mõistmist ja kasutamist. Uurimused on näidanud, et õpilastel esineb raskusi graafiku ja funktsiooni valemi vahelise seose mõistmisega (Birgin, Gürbüz & Çatlıoğlu, 2012). Alustava õpetaja jaoks võib selliste teemade õpetamine olla keeruline, kuna ta peab aitama õpilastel siduda tabeli, graafiku ja valemi ühtseks tervikuks. Vähese kogemusega õpetajal võib olla keeruline hinnata, millised teemad või ülesanded võivad õpilastele raskusi valmistada ning millised mitte. Vestlustes kogenud matemaatikaõpetajatega toodi esile, et funktsioonide õpetamisel on oluline pöörata tähelepanu sellele, kuidas õpilased mõistavad seoseid graafiku, valemi ja tabeli vahel. Samuti rõhutati, et õpilased võivad küll osata lahendada ülesandeid mehaaniliselt, kuid neil puudub sageli sügavam arusaam käsitletavatest seostest. Lisaks leiti, et õpetaja roll on suunata õpilasi neid seoseid ise märkama ja sõnastama, mis eeldab õpetajalt teadlikku ja läbimõeldud juhendamist. Seetõttu võib alustaval õpetajal olla keeruline valida sobivaid ülesandeid ja õpetamisviise, mis toetaksid õpilaste arusaama kujunemist.

Kavandamise etapis pannakse paika õppematerjali ülesehitus, valitakse sobivad õpetamismeetodid ning määratakse ülesannete sisu ja järjestus (Greaney & Ellis, 2005). Käesoleva töö raames kavandati kaks õppematerjalide kogumit, mille abil on võimalik õpetada lineaar- ja ruutfunktsiooni teemat ilma õpikuta. Loodud materjalide eesmärk on toetada õpilaste arusaama kujunemist funktsioonide teemal ning luua õpikeskkond, mis soodustab erinevate seoste loomist ja nende talletumist pikaajalisse mällu. Lisaks on materjalide eesmärgiks toetada vähese kogemusega õpetajat tundide planeerimisel ja teema ülesehitamisel. Töölehtede loogiline järjestus ja ülesehitus pakuvad õpetajale struktuuri, mille abil on võimalik õppetööd süsteemselt korraldada ning keskenduda õpilaste juhendamisele ja arusaama kujundamisele.

Väljatöötamise etapis loodi konkreetsed õppematerjalid (Greaney & Ellis, 2005). Ruutfunktsiooni materjalid loodi vahemikus oktoober-november 2025. Lineaarfunktsiooni materjalid loodi vahemikus veebruar-märts 2026. Materjalide väljaarendamisel tehti tihedat koostööd nii juhendaja kui varasemalt mainitud matemaatikaõpetajatega, kes hindasid materjalide kvaliteeti ja sisu ning toetasid paranduste tegemisel. Lõplikul hindamisel lähtuti LORI (*Learning Object Review Instrument*) mudeli üheksast kriteeriumist, milleks on sisu kvaliteet, õpieesmärkide kooskõla, tagasiside ja kohandamine, motiveerimine, esitluse kujundus, kasutusmugavus, ligipääsetavus, taaskasutatavus ning standarditele vastavus (Nesbit, 2009).

Rakendamise etapis kasutatakse loodud materjale õppetöös (Greaney & Ellis, 2005). Autor valis vastavalt lineaar- ja ruutfunktsiooni materjalile oma 7. ja 9. klassi õpilased testijateks. Autor oli ise juhendaja rollis ning kasutas materjale teemade läbimiseks.

Hindamise etapis hinnatakse materjale, analüüsitakse saadud tulemusi ning tehakse vajadusel muudatusi õppematerjalides (Greaney & Ellis, 2005). Hinnangu saamiseks küsiti tagasisidet nii õpilastelt kui eelnevalt mainitud matemaatikaõpetajatelt. Õpilastelt tagasiside saamiseks koostati elektrooniline küsimustik (lisa 1), millele vastamine toimus kogu materjali kasutamise järgselt. Õpetajatele edastati töölehed ning küsimustik (lisa 2), millele õpetajad said vastata peale materjali hindamist.

3.1.2 Õppematerjalide koostamise teoreetilised alused

Töölehtede koostamisel lähtuti mitmetest õppimise ja õpetamise teoreetilistest käsitlustest, mis toetavad õpilaste arusaama kujunemist ning aktiivset õppimist. Töölehtede ülesehituse kavandamisel lähtuti eelkõige kognitiivse koormuse, eneseregulеeritud õppimise, järkjärgulise juhendamise ning visuaalsete esituste kasutamise põhimõtetest.

Iga uue teema õpetamise eel on oluline läbi mõelda, kuidas uut teooriat õpilastele tutvustada ja varasemaga seostada. Õppimise eesmärk on luua õpilase jaoks loogilisi seoseid, mis talletuksid pikaajalisse mällu süsteemselt (Sweller, 2016). Kui õpilane näeb seoseid uue teema ja varem õpituga, suureneb tema õpimotivatsioon. Mida suurem on motivatsioon, seda paremini suudab õpilane õppimist juhtida.

Uut materjali hõlmavad töölehed koostati kooskõlas kognitiivse koormuse teooriaga, mille kohaselt on õppimise efektiivsuse seisukohalt oluline arvestada töömälu piiratusega ning planeerida uue info edastamist nii, et see ei koormaks õppijat liigselt (Sweller, Ayres & Kalyuga, 2011). Sellest tulenevalt on teemad jagatud väiksemateks osadeks nii, et õpilane saab järk-järgult luua teooria ning praktilise osa vahel seoseid ja teha nende kohta loogilisi järeldusi.

Oluline on arvestada ka avastusõppe elementidega, mille kohaselt võib õpilaste iseseisev avastamine toetada sügavamat mõistmist. Samas on leitud, et selline lähenemine on kõige efektiivsem juhul, kui õppimine toimub struktureeritud ja toetatud keskkonnas (Alfieri *et al*., 2011). Seetõttu on õppematerjalide koostamisel oluline leida tasakaal õpilaste iseseisva avastamise ning õpetajapoolse juhendamise vahel. Õpetaja roll ei ole seoseid ette anda, vaid suunata õpilasi neid ise märkama ja järeldusi tegema.

Kognitiivse koormuse ja avastusõppe sidumiseks võeti töölehtede koostamisel aluseks ka järkjärgulise õppe mudel ehk toestatud õppe mudel (ingl k *scaffolding teaching model*), kus õppijale pakutakse iga uue teema alguses rohkem tuge, mida vähendatakse samm-sammult (Zhu *et al*., 2023). *Scaffolding*-õpe soovitab esmase tutvustuse järel tuua sisse grupitöö, mille järgselt lahendavad õpilased ülesandeid iseseisvalt. Sellise meetodi kaudu tekkinud iseseisvus annab õpilastele enesekindluse keerulisemate ülesannete korral proovida erinevaid lahendusi ja õpetaja peale vähem toetuda. Õppe lõpuks on õpilasel paranenud probleemilahendamise oskus ning motivatsioon on seotud enda teadmiste suurendamisega (Zhu *et al*., 2023). Nii saavad õpilased vabamalt ja omas tempos arutleda ülesannete üle ning toetada üksteist. Suureneb iseseisvus ning motivatsioon ise probleemidele lahendust leida.

Iseseisvalt lahendatavate töölehtede koostamisel lähtuti madal lävi ja kõrge lagi põhimõtetest. Madal lävi ja kõrge lagi (ingl k *low floor, high ceiling*) on ülesannete loomise põhimõte, mille eesmärk on võimaldada kõigil õpilastel ülesandega alustada, pakkudes samal ajal võimalusi ka keerukamate ideede ja seoste uurimiseks (NRICH, 2013). Selline lähenemine võimaldab igal õpilasel alustada oma tasemelt, samas kui tugevamad õpilased saavad liikuda keerukamate seoste ja üldistusteni.

Uurimused on leidnud, et reaalse eluga seotud ülesannete kasutamine võib toetada õpilaste oskuste arengut ning aidata vähendada matemaatikaärevuse negatiivset mõju õpitulemustele (Kilp-Kabel, 2025). Sellele tuginedes sisaldavad töölehed ka elulisi näiteid, mis aitavad õpilastel paremini mõista algebralisi seoseid juba tuttavate seoste abil.

Funktsioone käsitletakse erinevate esitlusviiside kaudu, mis aitab õpilastel mõista funktsiooni kui sõltuvusseost. Visuaalsete esitluste kasutamine toetab eriti nende õpilaste õppimist, kelle jaoks abstraktne sümboolne esitus võib olla keeruline (Barnett & Cleary, 2019). Graafilise esitluse mõistmise toetamiseks sisaldavad töölehed ülesandeid, kus õpilased joonistavad graafikuid, tõlgendavad neid ning seostavad graafikuid vastavate funktsioonidega. Visuaalsete ja dünaamiliste vahendite kasutamine, sealhulgas digitaalsete tööriistade, nagu GeoGebra võimaldamine, toetab matemaatiliste seoste paremat mõistmist (Fletcher & Mudaly, 2019; Uwingabire *et al.*, 2025).

3.1.3 Lineaarfunktsiooni õppematerjali kirjeldus

Käesoleva töö raames koostati lineaarfunktsiooni töölehtede kogum, mis on mõeldud 7. klassi õpilaste õpetamiseks. Töölehtede koostamisel lähtuti põhikooli riikliku õppekava nõuetest ning arvestati õpilaste eelteadmisi ja võimalikke raskusi funktsioonide õppimisel. Töölehtede ülesehituses lähtuti eelnevas peatükis kirjeldatud teoreetilistest alustest.

Kokku loodi 15 töölehte, millest esimesed kaks, tööleht number 1 ja 2, on suunatud varem õpitu kordamisele. Varemõpitu kordamine aitab õpilasel paremini seostada uut teooriat juba õpitud teadmistega, mis omakorda suurendab tema õpimotivatsiooni ning aitab uuel infol talletuda pikaajalisse mällu (Sweller, 2016). Nendes töölehtedes keskendutakse koordinaatteljestikule, muutujatele ning võrrandi lahendamisele. Kuna võrrandite ja funktsioonide õpetamise järjekord võib kooliti erineda, saab muutujate töölehel esitatud võrrandi näidet vajaduse korral täiendada õpetaja enda valitud lisa näidetega. Tööleht 1 on mõeldud iseseisvaks lahendamiseks, mille juures õpetaja saab olla suunavaks toeks ning juhendada infot leidma erinevatest allikatest. Vastavalt õpilaste tasemele võib tööleht 2 olla nii iseseisvaks kui klassiga lahendamiseks.

Kolmandast töölehest alates liigutakse uue materjali juurde, alustades võrdelise seosega. Antud teema kohta on kaks töölehte, tööleht 3 ja 4. Töölehel 3 tutvustatakse võrdelist seost elulise näite kaudu, kus kinopiletite hind sõltub ostetud piletite arvust. Õpilased õpivad kasutama väärtuste tabelit ning selle abil graafiku joonestamist ja analüüsimist. Siinkohal on oluline õpetaja juhendamine ja tugi. Töölehel 4 rakendavad õpilased omandatud teadmisi iseseisvalt, koostades väärtuste tabeleid ja joonestades graafikuid. Harjutava lehe lõpus on õpilastel vaja iseseisvalt analüüsida graafikuid ja näha seost tõusu ja sirge vahel. Vajadusel on võimalik töölehte kasutada ka rühmatöö vormis, kus õpilased saavad omavahel arutada ja toetada üksteist järelduste tegemisel.

Töölehel 5 tutvutakse funktsiooni mõistega ning harjutatakse funktsiooni väärtuse arvutamist.

Lineaarfunktsiooni teema on jaotatud neljaks osaks, mis hõlmavad töölehti 6 kuni 11. Teema on jaotatud väiksemateks osadeks kooskõlas kognitiivse koormuse teooriaga (Sweller, Ayres & Kalyuga, 2011). Esimene osa töölehel 6 hõlmab lineaarfunktsiooni valemi, selle osade ning funktsiooni väärtuse mõistmist. Õpetaja roll on suunata õpilasi ning toetada neid seoste märkamisel. Selline toestatud ja struktureeritud avastusõpe aitab kujundada õpilastes sügavamat mõistmist ning seoste talletumist (Alfieri *et al*., 2011). Töölehe lõpus on kaheksa ülesannet, mis on järjestatud lihtsamast keerukamani. Madal lävi ja kõrge lagi põhimõte võimaldab kõigil uusi teadmisi harjutada ning kinnistada (NRICH, 2013).

Teine osa hõlmab töölehti 7.1 ja 7.2, kus keskendutakse lineaarfunktsiooni graafiku ning sirge seose uurimisele lineaarfunktsiooni valemiga. Tegemist on töölehe number 7 kahe erineva versiooniga, kus versioon 7.1 on mõeldud kasutamiseks koos GeoGebraga, lähtuvalt põhikooli riiklikust õppekavast. Teine versioon ehk tööleht 7.2 on mõeldud õpetajatele, kellel ei ole võimalik kasutada GeoGebrat. Viimasel juhul on vajalikud joonised ja graafikud juba töölehele lisatud. Mõlema versiooni õpieesmärgid ja ülesannete sisu on sarnased, erinevus seisneb kasutatavates vahendites ja töölehe ülesehituses. Töölehe 7.1 ülesanded suunavad õpilasi sisestama lineaarfunktsiooni valemeid programmi, uurima saadud graafikuid ning tegema nende põhjal järeldusi. Näiteks analüüsivad õpilased, kas graafik läbib etteantud punkte, kuidas muutub funktsiooni väärtus erinevate sisendite korral ning millistes punktides lõikab sirge telgi. Lisaks suunatakse õpilasi muutma funktsiooni kordajaid ning jälgima, kuidas see mõjutab graafiku kuju. See aitab kujundada arusaama lineaarliikme kordaja ja vabaliikme tähendusest. Visuaalsete ja dünaamiliste vahendite kasutamine aitab õpilasel paremini näha erinevate esitusviiside vahelisi seoseid ning neid oma mällu efektiivsemalt talletada (Fletcher & Mudaly, 2019; Uwingabire *et al*., 2025). Samuti saavad õpilased võrrelda käsitsi joonistatud graafikuid arvuti loodud graafikutega, mis aitab märgata ja analüüsida võimalikke vigu.

Kolmandas osas on kaks töölehte, töölehed 8 ja 9, millest esimeses õpivad õpilased joonestama lineaarfunktsiooni graafikut kahe punkti meetodi abil. Kuna varasemates töölehtedes on käsitletud väärtuste tabeli koostamist ja selle abil graafiku joonestamist, siis saavad õpilased siin ühendada eelnevalt omandatud teadmised ning rakendada neid uues kontekstis. Lisaks graafiku joonestamisele pööratakse tähelepanu ka graafiku analüüsimisele. Õpilased kirjeldavad graafiku omadusi ja loevad graafikult väärtusi. Graafilise esitluse tõlgendamine on oluline osa funktsiooni mõistmisel.

Tööleht 9 on suunatud õpitu kinnistamisele. Õpilased lahendavad iseseisvalt erinevat tüüpi ülesandeid, mis võimaldab neil harjutada nii graafiku joonestamist kui ka selle tõlgendamist.

Neljandas osas käsitletakse põhjalikumalt sirge tõusu ja algordinaati. Siinses osas on samuti kaks töölehte, tööleht 10 ja 11, millest esimeses õpilased õpivad graafikult tõusu lugema, sirge tõusu iseseisvalt arvutama ning joonestama graafikut, kasutades tõusu ja algordinaati. Kuigi varasemates töölehtedes on tõusu ja algordinaadi mõiste põgusalt läbi käinud, siis antud tööleht keskendub sügavamate teadmiste loomisele. Teine tööleht on suunatud õpitu kinnistamisele ning hiljem funktsiooni valemi koostamisele tõusu abil.

Tööleht 12 on suunatud sirgete omavaheliste asendite käsitlemisele. Õpilased uurivad, millistel tingimustel on sirged paralleelsed või lõikuvad ning kuidas see on seotud lineaarfunktsiooni valemi osadega. Ülesannete kaudu suunatakse õpilasi märkama, et sirgete omavaheline asend sõltub eelkõige nende tõusust. Lisaks analüüsivad õpilased erinevaid graafikuid ning teevad järeldusi sirgete omavahelise paiknemise kohta koordinaattasandil.

Töölehed 13 ja 14 on suunatud õpitu kordamisele, kinnistamisele ja teadmiste hindamisele.

3.1.4 Ruutfunktsiooni õppematerjali kirjeldus

Käesoleva töö raames koostati ka teine töölehtede kogum, mis on suunatud 9. klassi õpilastele ruutfunktsiooni teema õpetamiseks. Töölehtede koostamisel lähtuti põhikooli riikliku õppekava nõuetest ning arvestati õpilaste eelteadmisi ja võimalikke raskusi funktsioonide õppimisel. Töölehtede ülesehituses lähtuti peatükis 3.1.2 kirjeldatud teoreetilistest alustest.

Kokku koostati 11 töölehte, millest esimene on suunatud lineaarfunktsiooni teema kordamisele, mis toetab uue teooria seostamist varem õpituga ning vähendab kognitiivset koormust (Sweller, 2016; Sweller, Ayres & Kalyuga, 2011). Kordamises on fookusesse võetud nii teoreetiline taust kui funktsiooni graafiku joonestamise ja uurimine. Graafiku uurimisel meenutatakse punkti leidmist graafikult, funktsiooni väärtuse arvutamist ning funktsiooni valemi kordajate ning sirge vahelist seost. Tööleht on mõeldud iseseisvaks lahendamiseks, mille juures õpetaja saab olla suunavaks toeks ning juhendada infot leidma erinevatest allikatest.

Töölehed 2 ja 3 on koostatud kahe erineva variandina, vastavalt 2.1 ja 2.2 ning 3.1 ja 3.2. Kuna Koolibri ja Avita õpikutest (Lepmann *et al*., 2024; Kaldmäe *et al*., 2015) ilmnes vastuolu, kus õpilased ei pruugi olla ruutvõrrandi lahendamist ruutfunktsioonile eelnevalt õppinud, siis loodi mõlemale olukorrale sobilikud töölehed. Töölehtede paarides variandid 1 on õpilastele, kes ei ole ruutvõrrandi lahendamist õppinud, ning variandid 2 on mõeldud kasutamiseks koos võrrandi lahendamise oskusega.

Töölehed 2.1 ja 2.2 on loodud ruutfunktsiooni ja selle graafikuga tutvumiseks. Esimeseks ülesandeks on joonestada ruutfunktsiooni graafik lineaarfunktsiooni graafiku joonestamise sammudega. Selline lähenemine aitab uurida uut funktsiooni ja selle kuju. Analüüsitakse väärtuste tabelisse tekkivate funktsiooni väärtuste sümmeetrilisust ja tekkinud parabooli kuju. Õpetaja roll on toetada õpilasi iseseisval lahendamisel. Töölehe teine pool on suunatud ette antud jooniste abil sümmeetriatelje, nullkohtade ja haripunktiga tutvumiseks. Töölehel 2.2 luuakse ka seos nullkohtade ja vastava ruutvõrrandi lahendite vahel. Antud töölehtede mõte on luua teoreetiline alus, mille abil õpilane saab edasi liikuda korrektse ruutfunktsiooni joonestamisvõtete juurde. Õpetaja roll on suunata õpilasi ning toetada neid seoste märkamisel. Toestatud avastusõpe aitab kujundada sügavamat mõistmist (Alfieri *et al*., 2011).

Töölehed 3.1 ja 3.2 käsitlevad ruutfunktsiooni joonestamist nullkohtade ja haripunkti abil. Õpilased tutvuvad taas uute mõistetega ning õpivad joonestamiseks vajalikke andmeid ise leidma. Nullkohtade leidmiseks lahendatakse ruutvõrrand, mille jaoks töölehel 3.1 on tutvustatud võrrandi lahendamise lahendivalemit. Haripunkti x-koordinaadi saamiseks leitakse nullkohtade aritmeetiline keskmine ning y-koordinaat leitakse funktsiooni valemiga. Mõlema töölehe lõpp suunab õpilasi võrdlema oma joonestatud parabooli arvuti poolt joonestatud paraboolīga ning leidma nende vahel erinevusi. Antud lähenemine suunab õpilasi võrdlema enda joonestatud parabooli arvuti poolt loodud graafikuga. Eesmärgiks on aidata õpilasel mõista, milline parabool ideaalis olema peaks ning analüüsida, kuidas oma joonistamise tehnikat parandada. Arvuti poolt loodud graafikut saab vaadata nii telefonist, tahvelarvutist kui arvutist. Õpetaja roll on taas suunata õpilasi ning toetada neid. Dünaamiliste ja visuaalsete rakenduste kasutamine aitab õpilasel märgata seoseid ning ise katsetada, kuidas üks või teine tegur funktsiooni graafiku kuju mõjutab (Fletcher & Mudaly, 2019; Uwingabire *et al*., 2025).

Kuna igal ruutfunktsioonil ei ole nullkohti, siis selliste paraboolide haripunkti x-koordinaadi leidmiseks tuleb kasutada teistsugust lähenemist. Selliste olukordade analüüsiks ongi loodud tööleht 4. Antud töölehel on kaks eesmärki. Esmalt anda ülevaade haripunkti x-koordinaadi leidmise valemist. Teiseks suunab see õpilasi harjutama ja kinnistama parabooli joonestamist.

Töölehtedega 5.1 ja 5.2 analüüsitakse, kuidas ruutfunktsiooni graafiku kuju ning asend on seotud funktsiooni valemiga. Vastavalt riikliku õppekava õpitulemustele analüüsitakse funktsiooni $y = ax^2 + bx + c$ valemi kordajate a ja c mõju (Ainevaldkond „Matemaatika", 2025). Kuna kõikidel koolidel ja õpilastel ei ole alati ligipääsu GeoGebrale, siis töölehed on tehtud mõlemale olukorrale sobilikuks. Tööleht 5.1 on mõeldud õpilastele, kellel on ligipääsu GeoGebrale, ning töölehel 5.2 on GeoGebras loodud graafikud ette antud. Mõlema töölehe lõpus on ülesandeks luua õpitud seoste kohta mõttekaart. Töölehe 5.1 lõpus on ka lisaülesanne, mille abil saavad õpilased uurida, kuidas lineaarliikme kordaja parabooli mõjutab.

Tööleht 6 on mõeldud funktsiooni valemiga seotud ülesannete harjutamiseks. Ülesanded on järjestatud lihtsamast keerukamani. Siinjuures on võimalik lisaülesandena lisaks joonestada vastavate funktsioonide graafikuid vihikusse.

Töölehed 7 ja 8 on suunatud eelnevalt õpitud teemade kordamisele, kinnistamisele ja teadmiste hindamisele.

3.2 Valim

Magistritöö eesmärkide saavutamiseks koguti hinnanguid loodud õppematerjalidele matemaatikaõpetajatelt ning õppematerjale kasutanud õpilastelt. Lisaks kasutati töös kontrolltööde üldistatud tulemusi, et võrrelda loodud õppematerjale kasutanud klasside tulemusi nende klasside tulemustega, kes õppematerjale ei kasutatud.

Õpetajate kaasamine oli oluline, kuna käesoleva töö eesmärk on luua õppematerjalid, mis toetavad alustavat või vähese kogemusega õpetajat lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni teema õpetamisel. Õpetajate valim moodustati mugavusvalimi põhimõttel, mis tähendab, et uurimuses kutsuti osalema inimesed, kes olid autori jaoks kättesaadavad ning tuttavad (Beilmann & Rämmer, 2025). Uuringusse kaasati põhikooli matemaatikaõpetajad, kes olid autorile kättesaadavad ning valmis õppematerjalidega tutvuma ja nende kohta tagasisidet andma.

Hinnanguid küsiti kokku seitsmelt matemaatikaõpetajalt, kelle seas oli nii algajaid kui üle 30 aastase staažiga spetsialiste. Lineaarfunktsiooni õppematerjalidele andis tagasisidet 4 õpetajat, kellest kaks olid vanuses 41-50 aastat, üks 51-60 aastat ning üks 31-40 aastat. Kaks õpetajat olid töötanud matemaatikaõpetajana 1-5 aastat, üks 6-10 aastat ning üks 26-30 aastat. Hetkel õpetas 7. klassis matemaatikat 2 õpetajat ning teised kaks hetkel ei õpetanud ning neil puudus ka varasem kogemus.

Ruutfunktsiooni materjale hindas 3 matemaatikaõpetajat, kellel oli vanust 31-40 aastat, 41-50 aastat ning 61-70 aastat. Matemaatikaõpetajana olid nad töötanud vastavalt alla ühe aasta, 6-10 aastat ning üle 30 aasta. Hetkel õpetas 9. klassis matemaatikat kaks õpetajat ning ühel puudus ka varasem kogemus.

Õpilaste tagasisidet koguti klassidelt, kus autor loodud õppematerjale õppetöös kasutas. Tagasisidet küsiti 19 seitsmenda klassi ja 25 üheksanda klassi õpilaselt. Küsimustikus ei kogutud õpilaste nimesid ega muid isikut tuvastavaid andmeid ning küsimused keskendusid ainult õppematerjalide kasutamise kogemusele.

Lisaks kasutati töös kontrolltööde tulemusi. Loodud õppematerjale kasutanud 7. ja 9. klassi kontrolltööde tulemusi võrreldi sama kooliastme klasside tulemustega, kus vastavat teemat õpetati ilma käesoleva töö raames loodud õppematerjalideta. Kontrolltööde tulemusi kasutati üldistatud kujul, kus võrreldi klassi keskmist hinnet ja protsenti. Üksikute õpilaste tulemusi töös ei esitata.

3.3 Uurimisvahendid

Magistritöös kasutati kolme liiki uurimisvahendeid: õpetajate küsimustikku, õpilaste tagasisideküsimustikku ning kontrolltööde tulemusi. Peamiseks uurimisvahendiks oli õpetajatele koostatud küsimustik, kuna nende hinnangud on otseselt seotud töö eesmärgiga. Õpetajate tagasiside põhjal saab analüüsida, kas loodud materjalid on sisuliselt korrektsed, õppekavaga kooskõlas, kasutatavad ning alustavat õpetajat toetavad.

Õpetajatelt hinnangute kogumiseks kasutati veebikeskkonnas Google Forms loodud küsimustikku, mille koostamisel lähtuti LORI-mudeli kriteeriumitest, mida kasutatakse õppematerjalide kvaliteedi hindamiseks. Valimis olnud õpetajatele kinnitati, et vastamine on vabatahtlik ja anonüümne ning kogutud andmeid kasutatakse vaid magistritöö koostamisel (Tartu Ülikooli eetikakeskus, 2023). Vastajatele edastati kirjaga nii materjalid kui küsimustik. Kirjas mainiti ka kuupäeva, mis ajaks autor vastuseid ootas.

Seitsmest õpetajast 4 hindasid lineaarfunktsiooni teema ning 3 ruutfunktsiooni teema õpetamiseks loodud materjale. Küsimustik koosnes 12 osast: taustandmed, sisu kvaliteet, õpieesmärkide kooskõla, tagasiside ja kohandamine; motiveerimine, kujundus, kasutusmugavus, ligipääsetavus, taaskasutus, standarditele vastavus, toetus alustavale õpetajale ja üldhinnang (lisa 2). Küsimustiku esimeses osas koguti vastajate taustandmeid, milleks oli nende vanus, tööstaaž ning varasem kogemus vastavalt 7. või 9. klassi matemaatika õpetamisel.

Õpetajatele saadetud küsimustiku teises kuni kümnendas osas koguti hinnanguid õppematerjali kohta vastavalt LORI-mudeli kriteeriumite alusel. Hinnati sisu kvaliteeti, õpieesmärkide kooskõla, tagasiside ja kohandamist, motiveerimist, kujundust, kasutusmugavust, ligipääsetavust ehk sobivust erineva tasemega õpilaste jaoks, taaskasutust ning standarditele vastavust. Taseme määramiseks kasutati Likerti skaalat (1 – ei ole üldse nõus, 2 – pigem ei ole nõus, 3 – nii ja naa, 4 – pigem nõus, 5 – täiesti nõus), mis aitab kvantifitseerida subjektiivseid hinnanguid ning lihtsustab tulemuste analüüsi (Joshi *et al.*, 2015). Iga osa lõpus oli võimalik oma vastuseid kommenteerida või selgitada avatud küsimuse abil. Antud küsimustele vastamine ei olnud kohustuslik.

Üheteistkümnes osa analüüsis materjalide sobivust alustava õpetaja kontekstis. Ka siin kasutati taseme määramiseks Likerti skaalat ning hinnati kuivõrd materjalid on abiks tundide planeerimises ja teema struktureerimises. Viimases osas andsid õpetajad materjalide üldist tagasisidet kvaliteedi ja kasutamise osas. Ka nendes osades oli võimalik oma vastuseid kommenteerida.

Õpilaste tagasiside kogumiseks kasutati veebikeskkonda Mentimeter. Õpilaste küsimustik oli lühike ning keskendus õppematerjalide kasutamise kogemusele. Küsimustega uuriti, kas õpilaste meelest olid töölehed huvitavad, arusaadavad ja sobiva raskusastmega. Lisaks uuriti, kas töölehtede pikkus oli õpilaste hinnangul sobiv ning kas töölehtedel olnud vihjed toetasid lahendamist. Õpilased said oma vastuseid ka vabas vormis selgitada või täiendada (lisa 1). Küsimustikus ei kogutud õpilaste nimesid ega muid isikut tuvastavaid andmeid ning küsimused keskendusid ainult õppematerjalide kasutamise kogemusele.

Kolmanda andmeallikana kasutati kontrolltööde keskmisi hindeid ja protsendilisi tulemusi. Kontrolltööde tulemuste põhjal võrreldi loodud õppematerjale kasutanud klasside tulemusi nende klasside tulemustega, kus sama teemat õpetati ilma töö raames loodud õppematerjalideta. Võrdluses kasutati kahte 7. klassi paralleelklasside keskmisi tulemusi ning kolme 9. klassi paralleelklasside keskmisi tulemusi. Kontrolltööde tulemuste analüüsimise eesmärk oli saada täiendavat infot selle kohta, millised olid õppematerjale kasutanud klasside tulemused, võrreldes teiste sama kooliastme klassidega.

3.4 Protseduur

Analüüsiti eraldi õpetajate hinnanguid, õpilaste tagasisidet ning keskmisi kontrolltöö tulemusi. Õpetajatelt hinnangute kogumine toimus 2026. aasta maikuu esimeses pooles. Valimisse kuulunud õpetajatele edastati selged juhised küsimustiku täitmiseks, mis aitab motiveerida vastajaid ning tagada, et kogutud vastused on kvaliteetsed (Õunapuu, 2014). Seitsmest õpetajast 4 hindasid lineaarfunktsiooni teema ning 3 ruutfunktsiooni teema õpetamiseks loodud materjale.

Tulemuste analüüsimiseks kasutati Google Forms ja Google Sheets tööriistu. Avatud küsimuste vastuseid analüüsiti Google Forms keskkonnas ning nendest tehti kokkuvõtvad järeldused.
Õpilaste tagasiside kogumine toimus 9. klassis 2025. aasta novembri lõpus ning 7. klassis 2026. aasta aprilli lõpus, kui materjalide abil oli omandatud vastavalt ruutfunktsiooni ja lineaarfunktsiooni teema ning viidud läbi ka kontrolltöö. Tulemuste analüüsimiseks kasutati veebikeskkonna Mentimeter tööriistu. Siinkohal on ka oluline mainida, et 7. klassis kasutati lineaarfunktsiooni õppematerjale ka tundides, kus autor ei saanud ise kohal olla. Seetõttu töötasid õpilased osa tundidest töölehtede abil iseseisvamalt või asendusõpetaja juhendamisel.
Keskmiste tulemuste analüüsimiseks küsiti paralleelklasside matemaatikaõpetajatelt kontrolltööde keskmist hinnet ning protsenti. Tulemuste hindamiseks kasutati Google Sheet tööriistu.

4 Tulemused

Käesolevas peatükis esitatakse õpetajate ja õpilaste tagasiside loodud lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni õppematerjalidele ning kontrolltööde keskmiste tulemuste võrdlus. Esmalt esitatakse õpetajate hinnanguid LORI-mudeli kriteeriumite alusel, seejärel õpilaste tagasisidet töölehtede kasutuskogemuse kohta. Viimases alapeatükis võrreldakse õppematerjale kasutanud klasside kontrolltööde keskmisi tulemusi paralleelklasside tulemustega.

4.1 Õpetajate tagasiside lineaarfunktsiooni õppematerjalidele

Lineaarfunktsiooni õppematerjalide kohta andsid tagasisidet neli õpetajat, kellelt paluti hinnanguid LORI-mudeli kriteeriumitele tuginevatele väidetele. Hinnati sisu kvaliteeti, õpieesmärkide kooskõla, tagasiside ja kohandamise võimalusi, motiveerimist, kujundust, kasutusmugavust, ligipääsetavust, taaskasutatavust, standarditele vastavust ning toetust alustavale õpetajale. Hinnangute sagedused on esitatud tabelis 1 (Lisa 3). Taseme määramiseks kasutati Likerti skaalat, kus 1 tähendas täielikku mittenõustumist ning 5 täielikku nõustumist väitega. Lisaks andsid õpetajad loodud materjalidele üldist tagasisidet.

Esmalt sooviti saada tagasisidet materjali sisulisele kvaliteedile. Kolm õpetajat neljast olid täiesti nõus kahe väitega: „Õppematerjalide sisu on matemaatiliselt korrektne" ning „Õppematerjalid katavad funktsiooni teema olulisi aspekte". Üks õpetaja jäi nende kahe väite puhul neutraalseks. Väidetega „Näited ja ülesanded toetavad teema mõistmist" ja „Materjalide raskusaste on sobiv 7. klassi õpilastele" nõustuti täielikult või pigem nõustuti. Siinkohal lisas üks õpetaja: „Kohati on selgitused ja tekst 7. klassi õpilasele keerulised. Mingi osa vajab kindlasti õpetajapoolseid lisaselgitusi." Üks õpetaja tõi ka välja, et õpilased vajavad lisatuge mõne teema juures, näiteks tõusu käsitlemisel.

Teiseks hindasid õpetajad materjalide ja õpieesmärkide vahelist kooskõla. Väitega „Õppematerjalidest on selgelt aru saada, mida õpilane peaks õppima" nõustus täielikult kaks õpetajat, üks õpetaja oli pigem nõus ning üks õpetaja jäi neutraalseks. Neutraalse hinnangu andnud õpetaja soovitas töölehtede algusesse lisada sissejuhatused, mis aitaksid nii õpetajal kui ka õpilastel paremini mõista, mida õppima hakatakse. Kõik neli õpetajat nõustusid täielikult, et teemad on üles ehitatud loogilises järjekorras.

Järgmisena hinnati tagasisidestamist ning kohandatavust. Kolm õpetajat nõustusid täielikult ja üks õpetaja oli pigem nõus, et loodud materjal võimaldab anda õpilasele tagasisidet. Kõik neli õpetajat nõustusid täielikult, et materjalides on piisavalt varieeruvust. Väidetega „Õpetajal on lihtne materjale kohandada erineva tasemega õpilastele" ja „Materjale saab kohandada vastavalt õpetaja vajadustele" olid õpetajad kas pigem või täiesti nõus.

Õpilaste motiveerimise osas oli esitatud kaks väidet. Väitega „Materjalid soodustavad aktiivset õppimist" olid õpetajad pigem või täiesti nõus. Teise väitega hinnati, kas ülesanded arendavad lisaks arvutamisele ka mõtlemist. Selle väitega nõustusid täielikult kõik neli õpetajat.

Neljanda ja viienda punktina hinnati loodud materjalide kujundust ja kasutusmugavust. Kujunduse osas esitati kolm väidet: „Töölehed on visuaalselt selged ja loogilised", „Juhised on arusaadavad" ning „Kasutatud tabelid ja joonised on selged, loetavad ning loogilised". Kõigi kolme väitega nõustusid täielikult kolm õpetajat ja pigem nõustus üks õpetaja. Üks õpetaja lisas: „Osa töölehti vajab õpetajapoolseid lisaselgitusi. Õpiraskustega lastele võivad paljud töölehed üksi tehes käia üle jõu."

Kasutusmugavuse kohta esitati samuti kolm väidet. Esimese väitega, et materjale on lihtne kasutada tunnis, nõustusid täielikult kaks õpetajat ning kaks õpetajat pigem nõustusid. Väitega „Materjalide kasutamine ei nõua liigset lisatööd" nõustusid täielikult kaks õpetajat ning kaks õpetajat jäid neutraalseks. Viimasena hinnati, kas õpetaja saab materjale kergelt rakendada. Täielikult nõustus kaks õpetajat, pigem nõustus üks õpetaja ning üks jäi neutraalseks. Siinkohal lisas üks õpetaja, et paljude töölehtede juures on tunni esimeses osas õpetajal olulisem juhendaja roll. See tähendab, et loodud materjale kasutades peab õpetaja läbi mõtlema, kuidas tundi võimalikult efektiivselt läbi viia, et suurem osa õpilastest suudaks hiljem iseseisvamalt edasi liikuda.

Selleks, et hinnata, kas loodud materjal sobib erineva taseme ja võimekusega õpilastele, esitati neli väidet. Esimese väitega „Materjalid on selgelt loetavad (nt font, paigutus)" nõustusid täielikult kolm õpetajat ja üks õpetaja jäi neutraalseks. Siinkohal lisas üks õpetaja, et HEV ehk haridusliku erivajadusega õpilaste puhul oleks soovitatav teha font ja reavahed suuremaks. Kaks õpetajat nõustusid täielikult, et ülesannete sõnastused on arusaadavad erineva tasemega õpilaste jaoks. Üks õpetaja oli pigem nõus ning üks jäi neutraalseks. Õpetajad pigem või täielikult nõustusid, et üldine keelekasutus on materjalis lihtne ning arusaadav. Väitega, et materjalid sobivad erineva võimekusega õpilastele, nõustusid täielikult kaks õpetajat ning kaks jäid neutraalseks.

Järgmisena hinnati, kas loodud materjale saab kasutada korduvalt ja erinevates tingimustes. Õpetajatele esitati kolm väidet: „Materjale saab kasutada erinevates klassides või gruppides", „Materjalid sobivad kasutamiseks erinevates õpikeskkondades" ja „Materjale saab kasutada korduvalt erinevates klassides ja gruppides". Kõigi kolme väitega nõustus täielikult kolm õpetajat ning pigem nõustus üks õpetaja. Üks õpetaja tõi välja, et koordinaattasandit kordav tööleht sobib 6. klassile ning sirgete vastastikuse asendi tööleht sobib 5. klassile.

LORI-mudeli viimaseks kriteeriumiks on standarditele vastavus. Neljast õpetajast kolm nõustusid täielikult, et materjalid vastavad riiklikule õppekavale, kuid üks jäi neutraalseks. Väidetega „Õppesisu on kooskõlas 7. klassi matemaatika nõuetega" ja „Materjalid toetavad õppekavas kirjeldatud õpitulemusi" nõustusid täielikult kaks õpetajat, üks oli pigem nõus ning üks jäi neutraalseks.

Loodud materjalide eesmärgiks on toetada alustavat õpetajat. Selleks, et hinnata, kas ja kui hästi oli antud eesmärk täidetud, esitati õpetajatele viis väidet. Kolme väitega „Materjalid aitavad mul planeerida funktsiooni teema tunde", „Materjalid annavad piisava struktuuri kogu teema õpetamiseks" ja „Materjalid aitavad mõista, kuidas teemat üles ehitada" pigem nõustus üks õpetaja ning kolm õpetajat nõustusid täielikult. Väitega, et õpetaja tunneks ennast teemat õpetades materjalide abil kindlamalt, olid õpetajad kas pigem või täiesti nõus. Kõik õpetajad nõustusid täielikult, et loodud materjalid vähendavad ettevalmistusaega.

Viimasena küsiti loodud materjalide kohta üldist tagasisidet. Esmalt andsid õpetajad õppematerjalide üldisele kvaliteedile hinde viiepallisüsteemis. Kaks õpetajat andsid hindeks „5" ning kaks õpetajat hindeks „4". Keskmiseks hindeks kujunes 4,5. Viimaks esitati õpetajatele kaks küsimust: „Kas kasutaksid loodud materjale tundide planeerimiseks ja läbiviimiseks?" ja „Kas soovitaksid loodud materjale teistele õpetajatele?". Mõlemale küsimusele vastati 100% jaatavalt.

Kokkuvõttes võib õpetajate hinnangute põhjal järeldada, et lineaarfunktsiooni õppematerjale peeti üldiselt kvaliteetseks, loogilise ülesehitusega ja alustavat või väheses kogemusega õpetajat toetavaks. Õpetajate tagasiside kinnitab, et loodud materjalid täidavad oma eesmärki ning sobivad 7. klassi lineaarfunktsiooni teema struktureerimiseks, tundide planeerimiseks ning tunnis kasutamiseks. Samas ilmnes tagasisidest ka, et mõne töölehe puhul vajavad õpilased õpetajapoolseid lisaselgitusi ning haridusliku erivajadusega või õpiraskustega õpilaste jaoks tuleks teha mõningaid muudatusi. Seega on materjalid õpetajate hinnangul kasutatavad, kuid nende rakendamisel jääb oluline roll õpetaja juhendamisele ja vajadusel materjalide kohandamisele.

4.2 Õpetajate tagasiside ruutfunktsiooni õppematerjalidele

Ruutfunktsiooni õppematerjalidele andis tagasisidet kolm matemaatikaõpetajat. Õpetajatel paluti hinnata loodud materjale LORI-mudeli kriteeriumite põhjal koostatud väidete abil. Hinnati sisu kvaliteeti, õpieesmärkide kooskõla, tagasiside ja kohandamise võimalusi, motiveerimist, kujundust, kasutusmugavust, ligipääsetavust, taaskasutatavust, standarditele vastavust ning toetust alustavale õpetajale. Väidetele vastati viiepallisel Likerti skaalal, kus 1 tähendas täielikku mittenõustumist ning 5 täielikku nõustumist. Hinnangute sagedused on esitatud tabelis 2 (Lisa 4). Lisaks küsiti loodud materjalide kohta üldist tagasisidet.

Sisulise kvaliteedi kohta antud hinnangud olid väga kõrged. Kõik kolm õpetajat nõustusid täielikult väidetega, et õppematerjalide sisu on matemaatiliselt korrektne, näited ja ülesanded toetavad teema mõistmist, õppematerjalid katavad funktsiooni teema olulised aspektid ning materjalide raskusaste on sobiv 9. klassi õpilastele.

Loodud materjalide ja õpieesmärkide vahelise kooskõla hindamiseks esitati kaks väidet. Esmalt hinnati väidet, et õppematerjalidest on selgelt aru saada, mida õpilane peab õppima. Selle väitega nõustus täielikult kaks õpetajat ning pigem nõustus üks õpetaja. Siinkohal soovitas üks õpetajatest, et töölehtedega võiks kaasneda lühike õpetajamaterjal koos nii-öelda miinimumtaseme kirjeldusega. Väitega „Teema on üles ehitatud loogilises järjekorras" nõustusid kõik kolm õpetajat täielikult.

Tagasisidestamise ja materjali kohandatavuse plokis olid hinnangud veidi tagasihoidlikumad, kuid siiski positiivsed. Väitega, et materjalid võimaldavad õpetajal anda õpilastele tagasisidet, pigem nõustusid kõik kolm õpetajat. Kaks õpetajat pigem nõustusid ning üks õpetaja nõustus täielikult väidetega, et materjalides on piisavalt varieeruvust ning materjale on lihtne kohandada erineva tasemega õpilastele. Väitega, et loodud materjale on üldiselt võimalik vastavalt vajadusele kohandada, nõustus täielikult kaks õpetajat ning pigem nõustus üks õpetaja. Tagasisidestamise toetamiseks tehti ettepanek lisada ülesandeid, millel on vastused ette antud või mille puhul saaks õpilane mõnel muul moel ise oma tulemust hinnata. Lisaks märgiti, et „töölehel on küll lisaülesanded, kuid ülesannete raskusaste võiks olla õpetaja materjalides üheselt ja selgelt välja toodud".

Motiveerimise kohta esitati õpetajatele kaks väidet. Väitega „Materjalid soodustavad aktiivset õppimist" nõustus täielikult üks õpetaja ning kaks õpetajat olid pigem nõus. Väitega „Ülesanded arendavad mõtlemist, mitte ainult arvutamist" nõustusid täielikult kõik kolm õpetajat. Üks õpetaja tõi välja, et „loodud materjalis on kasutatud mõttekaardi ja muid erinevaid metoodikaid õppimise toetamiseks".

Kujunduse hindamiseks esitati kolm väidet. Väitega „Töölehed on visuaalselt selged ja loogilised" nõustusid täielikult kõik kolm vastanut. Üks õpetaja pigem nõustus ja kaks õpetajat nõustusid täielikult väidetega, et juhised on arusaadavad ning kasutatud tabelid ja joonised on selged, loetavad ning loogilised. Üks õpetajatest tõi välja, et töölehed ei ole läbivalt ühtsed, märkides: „Esimesel töölehel peab õpilane selgitama, et väärtuste tabeli koostamiseks tuleb ise valida x-koordinaadi väärtus ja selle abil arvutada vastava y-koordinaadi väärtus. Punktis 2 on aga vaja täita väärtuste tabel, kus on juba ette antud üks x-koordinaat ja üks y-koordinaat. Minu hinnangul võiks olla rohkem ühtsust sellega, mis on lünktekstis kirjeldatud."

Kasutusmugavust hinnates nõustusid kõik kolm õpetajat täielikult, et õpetaja saab loodud materjale kergelt rakendada. Kaks õpetajat nõustusid täielikult, et materjale on lihtne tunnis kasutada ning nende kasutamine ei nõua liigset lisatööd. Viimase kahe väitega üks õpetaja pigem nõustus.

Erineva tasemega õpilastele ligipääsetavuse plokis olid tulemused mõnevõrra varieeruvamad. Kõik kolm õpetajat olid pigem nõus, et materjalid on selgelt loetavad. Sellega, et keelekasutus on lihtne ja arusaadav, nõustus kaks õpetajat täielikult ning üks õpetaja pigem nõustus. Ainult üks õpetaja nõustus täielikult, et ülesannete sõnastus on sobiv ning arusaadav erineva tasemega õpilaste jaoks. Üks õpetaja oli eelneva väitega pigem nõus ning üks jäi neutraalseks. Samamoodi jagunesid vastused väite puhul, et materjalid sobivad kasutamiseks erinevate võimetega õpilastele.

Taaskasutatavuse hindamiseks esitati kolm väidet. Väitega, et materjale saab kasutada erinevates klassides või gruppides, nõustus täielikult üks õpetaja ja pigem nõustus kaks õpetajat. Kõik kolm õpetajat olid pigem nõus, et materjalid sobivad kasutamiseks erinevates õpikeskkondades, ning nõustusid täielikult, et materjale saab kasutada korduvalt erinevates klassides ja gruppides.

Viimaseks LORI-mudeli kriteeriumiks on standarditele vastavus, mille hindamiseks esitati õpetajatele kolm väidet: „Materjalid vastavad riiklikule õppekavale", „Õppesisu on kooskõlas 9. klassi matemaatika nõuetega" ja „Materjalid toetavad õppekavas kirjeldatud õpitulemusi". Kõigi kolme väitega olid õpetajad täielikult nõus.

Eraldi hinnati, kuivõrd toetavad materjalid alustavat õpetajat. Kõik kolm õpetajat nõustusid täielikult, et materjalid aitavad planeerida funktsiooni teema tunde, annavad piisava struktuuri kogu teema õpetamiseks, aitavad õpetajal end teemat õpetades kindlamalt tunda ning vähendavad ettevalmistusaega. Väitega „Materjalid aitavad mõista, kuidas teemat üles ehitada" nõustus kaks õpetajat täielikult ning üks õpetaja oli pigem nõus.

Üldise tagasisidena andsid kõik õpetajad loodud materjalidele hindeks „5" viiepallisüsteemis. Küsimustele, kas õpetajad kasutaksid antud materjale tundide planeerimiseks ja läbiviimiseks ning kas nad soovitaksid neid materjale teistele õpetajatele, vastasid kõik kolm õpetajat jaatavalt. Siinkohal täpsustas üks õpetaja, et ta kasutaks loodud materjale osaliselt. Lisaks soovitas üks õpetajatest vältida kas-küsimusi ning tegi ettepaneku sõnastada ümber järgnev küsimus „Kas märkad x-koordinaadi väärtuste ja funktsioonide väärtuste vahel seaduspärasust?" kujule „Millist seaduspära märkad x-koordinaadi väärtuste ja funktsiooni väärtuste vahel?".

Saadud hinnangute põhjal saab järeldada, et ruutfunktsiooni teema õpetamiseks loodud materjalid on kvaliteetsed, õppekavaga kooskõlas ning õpetaja tööd toetavad. Eriti kõrgelt hinnati sisu kvaliteeti, teema loogilist ülesehitust, standarditele vastavust ning tuge alustavale õpetajale. Mõnevõrra rohkem tähelepanu vajavad ligipääsetavuse ja erineva tasemega õpilaste toetamisega seotud aspektid. Seega on materjalid õpetajate hinnangul 9. klassi ruutfunktsiooni teema õpetamiseks kasutatavad, kuid nende rakendamisel tuleb arvestada õpilaste erineva tasemega ning vajadusel pakkuda lisaselgitusi või kohandada töölehti õpiraskustega õpilastele jõukohasemaks.

4.3 Õpilaste tagasiside lineaarfunktsiooni õppematerjalidele

Lineaarfunktsiooni õppematerjalide kohta koguti tagasisidet 7. klassi õpilastelt Mentimeteri keskkonnas ning küsimustikule vastas 19 õpilast. Õpilastel paluti hinnata töölehtede huvipakkuvust, arusaadavust ja raskusastet viiepallisüsteemis. Lisaks küsiti hinnangut töölehtede pikkusele ja vihjete kasulikkusele. Õpilastel oli võimalik oma hinnanguid ka vabas vormis põhjendada ning teha ettepanekuid töölehtede muutmiseks.

Õpilased hindasid töölehtede huvipakkuvust keskmiselt 3,6 punktiga. Avatud vastustest ilmnes, et mõne õpilase jaoks olid töölehed meeldiv vaheldus õpiku ülesannetele. Samas leidus ka vastuseid, kus õpilased märkisid, et ülesanded olid mõnel juhul igavad.

Töölehtede arusaadavuse keskmiseks hinnanguks kujunes 4,1 punkti. Avatud vastustes tõid õpilased esile, et juhised ja nipid olid arusaadavad ning aitasid teemasid mõista. Samas märkisid mõned õpilased, et alati ei saadud töölehtedest aru või oleks soovitud rohkem pilte ja selgitusi.

Töölehtede raskusastme keskmiseks hinnanguks kujunes 3,3 punkti. Õpilased lisasid oma vastustele, et töölehed ei olnud liiga rasked ja aitasid kontrolltööks õppida. Samas leidus ka vastuseid, kus märgiti, et mõned ülesanded olid rasked ja neid oli keeruline iseseisvalt lahendada. See on kooskõlas õpetajate tagasisidega, kus toodi samuti esile, et mõne töölehe puhul on õpetajapoolne juhendamine oluline.

Õpilased hindasid ka töölehtede pikkust. 19 õpilasest 15 leidis, et töölehtede pikkus oli täiesti paras ja neli õpilast pidas töölehti liiga pikaks. Ka avatud vastustes soovitati mõnel juhul töölehti lühemaks teha või vähendada küsimuste arvu.

Töölehtedes olevaid vihjeid pidas kasulikuks 17 õpilast. Vihjete kasulikkus on oluline, kuna töölehtede koostamisel oli üheks eesmärgiks pakkuda õpilastele järkjärgulist tuge, mille abil nad saaksid liikuda õpetaja juhendamiselt iseseisvama lahendamiseni.

Õpilastelt küsiti viimaks, kas ja mida nad töölehtedel muudaksid. Üheksa õpilast ei muudaks midagi, kuus õpilast muudaks töölehed värvilisemaks ning lisaks rohkem pilte ja neli õpilast muudaks töölehed lühemaks ja lihtsamaks.

Kokkuvõttes näitavad õpilaste hinnangud, et lineaarfunktsiooni õppematerjalid olid õpilaste jaoks üldiselt arusaadavad ja sobiva pikkusega. Töölehtede raskusastet hinnati keskmiseks ning vihjed toetasid õppimisel enamikku õpilastest. Õpilaste tagasisidest ilmnes siiski, et osade ülesannete puhul vajatakse õpetajapoolset lisaselgitust ning töölehtede visuaalset poolt võiks edaspidi täiendada, lisades rohkem pilte või muutes töölehti õpilaste jaoks atraktiivsemaks.

4.4 Õpilaste tagasiside ruutfunktsiooni õppematerjalidele

Ruutfunktsiooni materjalile andis tagasisidet 25 9. klassi õpilast veebikeskkonnas Mentimeter. Sarnaselt 7. klassi õpilastega, paluti ka 9. klassi õpilastel hinnata töölehtede huvipakkuvust, arusaadavust ja raskusastet viiepallisüsteemis. Lisaks küsiti hinnangut töölehtede pikkusele ja vihjete kasulikkusele. Õpilastel oli võimalik oma hinnanguid ka vabas vormis põhjendada ning teha ettepanekuid töölehtede muutmiseks.

Õpilaste hinnang töölehtede huvipakkuvusele oli keskmiselt 3,5 punkti. Avatud vastustest ilmnes, et osa õpilasi pidas töölehti kasulikuks ja heaks vahelduseks õpikule. Samas leidus ka vastuseid, kus õpilased märkisid, et töölehed ei meeldinud neile eriti või mõni tööleht oli segane.

Töölehtede arusaadavust hinnati keskmiselt 3,9 punktiga. Avatud vastustes toodi välja, et töölehtedel oli piisavalt informatsiooni, juhised olid mõistetavad ning töölehed aitasid õppida. Esines ka vastuseid, kus märgiti, et mõne töölehe juures olid lüngad arusaamatud või oleks vaja olnud täpsemaid selgitusi. Ka siin on ühtivus õpetajate tagasisidega.

Töölehtede raskusastme keskmiseks hinnanguks kujunes 3,2 punkti. Avatud vastustes tuli samuti esile, et osa töölehti olid kergemad, kuid osa raskemad. Mõned õpilased soovitasid lisada näidisülesandeid koos lahenduskäiguga.

Töölehtede pikkust pidas parajaks 80% ehk 20 õpilast. Neli õpilast arvas, et töölehed olid liiga pikad ning üks õpilane leidis, et need olid liiga lühikesed.

Vihjeid pidas kasulikuks 19 õpilast ning kuus õpilast vastas, et vihjed ei aidanud. Üks õpilane märkis avatud vastuses, et ta ei teadnud, et töölehtedel olid vihjed. Antud tagasiside järgi tuleb töölehtedel olevad vihjed paremini esile tõsta või muuta selgemaks.

Lõpetuseks uuriti õpilastelt, milliseid muudatusi nad ise töölehtedes teeksid. 12 õpilast ehk 48% vastanutest ei muudaks midagi ja 13 ehk 52% vastanutest tõi välja vähemalt ühe asja, mida muuta. Kõige sagedamini sooviti, et töölehed oleksid visuaalselt atraktiivsemad, nendes võiks rohkem olla värve ja pilte. Töölehtedes olev tekst võiks olla selgem, töölehed ise aga lühemad ja lihtsamad. Kaks õpilast soovis rohkem ruumi ülesannete lahendamiseks ning põnevamaid näiteid.

Kokkuvõttes näitavad 9. klassi õpilaste hinnangud, et ruutfunktsiooni õppematerjalid olid üldiselt arusaadavad ja sobiva pikkusega. Töölehed olid pigem huvitavad ja arusaadavad ning keskmise keerukusega. Enamik õpilasi leidis, et vihjed aitasid töölehti lahendada, kuid õppematerjale võiks täiendada selgemate näidisülesannetega. Lisaks võiksid olla töölehed parema kujundusega.

4.5 Kontrolltöö tulemuste võrdlus paralleelklasside tulemustega

Lisaks õpetajate ja õpilaste tagasisidele võrreldi loodud õppematerjale kasutanud klasside kontrolltööde keskmisi tulemusi paralleelklasside tulemustega. Võrdluse eesmärk oli saada täiendavat infot selle kohta, millised olid õppematerjale kasutanud klasside tulemused, võrreldes sama kooliastme klassidega. Paralleelklassides ei kasutatud töö raames loodud materjale õppimiseks. Kontrolltööde tulemuste võrdlemisel tuleb arvestada, et paralleelklassid ei sooritanud õppematerjale kasutanud klassidega täpselt sama kontrolltööd. Siiski olid kontrolltööde ülesannete põhimõtted sarnased ning need kontrollisid sama teema põhilisi teadmisi ja oskusi. Seetõttu on tulemusi võimalik kasutada kirjeldavaks võrdluseks, kuid nende põhjal ei tehta lõplikke järeldusi õppematerjalide kasutanud õpilaste õpitulemuste kohta.

Analüüsis kasutati klasside keskmist hinnet ja keskmist protsendilist tulemust. Üksikute õpilaste tulemusi ei kasutatud ega esitata. Lineaarfunktsiooni teema puhul võrreldi loodud õppematerjale kasutanud 7. klassi kontrolltöö keskmisi tulemusi esmalt kahe paralleelklassi tulemustega. Tulemused on esitatud tabelis 1.

Tabel 1. 2025/2026. õppeaasta 7. klasside lineaarfunktsiooni kontrolltöö keskmised tulemused

Klass	Kasutas loodud õppematerjale	Keskmine hinne	Keskmine tulemus (%)
7. klass 1	Jah	3,76	74,2
7. klass 2	Ei	3	57,04
7. klass 3	Ei	3,27	58,77

Tabelist 3 on näha, et loodud õppematerjale kasutanud 7. klassi keskmine hinne oli 3,76 ning keskmine tulemus 74,2%. Kahe paralleelklassi keskmised hinded olid vastavalt 3,00 ja 3,27 ning keskmised protsendilised tulemused 57,04% ja 58,77%. Seega oli õppematerjale kasutanud klassi keskmine tulemus sama kooliastme klassidega võrreldes kõrgem nii keskmise hinde kui ka protsendilise tulemuse põhjal. Õppematerjale kasutanud klassi keskmine tulemus protsentides oli 17,16 protsendipunkti kõrgem kui 7. klassi 2 tulemus ning 15,43 protsendipunkti kõrgem kui 7. klassi 3 tulemus. Keskmise hinde põhjal oli erinevus vastavalt 0,76 ja 0,49 hindepunkti. Tulemuste tõlgendamisel tuleb siiski arvestada, et tegemist oli kirjeldava võrdlusega. Klasse ei jaotatud juhuslikult katse- ja kontrollrühmadeks ning tulemusi võisid mõjutada klasside varasem tase, õpilaste õpimotivatsioon, õpetajate erinevad lähenemised ning juhendamise maht ja muud õppeprotsessiga seotud tegurid. Seetõttu ei saa tabeli põhjal järeldada, et kõrgem tulemus tulenes ainult loodud õppematerjalide kasutamisest, kuid võrdlus annab positiivse lisainfo materjalide rakendamise kohta.

Ruutfunktsiooni teema puhul võrreldi loodud õppematerjale kasutanud 9. klassi kontrolltöö keskmisi tulemusi kolme sama õppeaasta paralleelklassi tulemustega, kellel olid ka erinevad õpetajad. Tulemused on esitatud tabelis 2.

Tabel 2. 2025/2026 õppeaasta 9. klassi ruutfunktsiooni kontrolltöö keskmised tulemused.

Klass	**Kasutas loodud õppematerjale**	**Keskmine hinne**	**Keskmine tulemus (%)**
9. klass 1	Jah	4,11	83
9. klass 2	Ei	3,92	75,2
9. klass 3	Ei	4,35	87,4
9. klass 4	Ei	4	76

Tabelist 5 on näha, et loodud õppematerjale kasutanud 9. klassi keskmine hinne oli 4,11 ning keskmine protsendiline tulemus 83%. Paralleelklasside keskmised hinded olid 3,92, 4,35 ja 4,00 ning keskmised protsendilised tulemused vastavalt 75,2%, 87,4% ja 76,0%. Protsendilise tulemuse põhjal oli õppematerjale kasutanud klassi keskmine tulemus 7,8 protsendipunkti kõrgem kui 9. klassi 2 tulemus ning 7 protsendipunkti kõrgem kui 9. klassi 4 tulemus. Võrreldes 9. klassiga 3 jäi õppematerjale kasutanud klassi tulemus 4,4 protsendipunkti madalamaks.

Keskmise hinde põhjal oli õppematerjale kasutanud klassi tulemus samuti kahe paralleelklassi tulemusest kõrgem, kuid jäi alla 9. klassi 3 keskmisele hindele. Ka siinkohal tuleb mainida, et tulemuste tõlgendamisel tuleb arvestada, et tegemist oli kirjeldava võrdlusega ning tulemusi võisid mõjutada klasside varasem tase, õpilaste õpimotivatsioon, õpetajate erinevad lähenemised ning juhendamise maht ja muud õppeprotsessiga seotud tegurid.

Arutelu

Käesoleva magistritöö eesmärk oli koostada ja analüüsida lineaar- ja ruutfunktsiooni õppematerjale, mis toetaksid alustavat või vähese kogemusega õpetajat nimetatud teemade õpetamisel. Lisaks sooviti koguda õpetajatelt ja õpilastelt tagasisidet loodud õppematerjalidele ning täiendada materjale saadud ettepanekute põhjal. Tulemused näitavad, et loodud õppematerjalid toetavad nii õpetajat kui õpilast, kuid vajavad kohandamist eelkõige diferentseerimise ja juhendamise osas. Järgnevalt arutletakse rakendatud muudatuste üle. Lisaks tuuakse välja töö piirangud, praktilisus ja võimalikud edasiarendused.

Tagasiside põhjal ilmnes, et osa töölehti oli õpilaste jaoks kohati liiga pikad. Lineaarfunktsiooni õppematerjalide puhul pidas neli õpilast töölehti liiga pikaks ning ruutfunktsiooni õppematerjalide puhul tõi sama välja samuti neli õpilast. Lisaks soovitati avatud vastustes mõnel juhul töölehti lühemaks ja lihtsamaks muuta. Kuna õppematerjalide eesmärk oli toetada õpilaste järkjärgulist liikumist uue teema mõistmiseni, siis ei olnud võimalik kõiki töölehti oluliselt lühendada ilma nende sisulist ülesehitust muutmata. Samas vaadati tagasiside põhjal üle töölehtedel olevad ülesanded ning eemaldati korduvad küsimused. Küsimused, mida sai sõnastada lühemalt, muudeti lühemaks. Edaspidi võiks mõne pikema töölehe jagada väiksemateks osadeks, et vähendada õpilaste kognitiivset koormust, mis on kooskõlas kognitiivse koormuse teooriaga (Sweller *et al.*, 2011).

Õpetajate tagasisidest tuli välja, et mõne töölehe juures ei ole kohe selgelt aru saada, mida õpilane selle töölehe abil õppima peaks. Probleemi lahendamiseks lisati töölehtedele kokkuvõtlikud pealkirjad ning lühikesed sissejuhatavad lõigud. Sellised sissejuhatused toetavad õpetajat töölehe kasutamisel ning aitavad õpilastel mõista, mida nad õpivad ja miks. See on oluline ka õppimise eesmärgistamise seisukohalt, mis toetab eneseregulleeritud õppimist.

Nii õpilased kui õpetajad tõid välja, et osa töölehtedel olevatest ülesannetest võiksid olla esitatud koos vastustega. Tagasisidet arvesse võttes lisas autor peamiselt iseseisvaks lahendamiseks mõeldud ülesannetele juurde ka vastused. Need aitavad kindlustada, et õpilased muutuvad järk-järgult iseseisvamaks ning nad saavad ka ise kontrollida, kas nad on ülesanded korrektselt lahendanud.

Õpetajate tagasisides soovitati vähendada töölehtedes kas-küsimuste osakaalu. Töölehtede üheks eesmärgiks on suunata õpilasi ise seoseid märkama ja järeldusi tegema. Küsimused, millele saab vastata ainult ühe sõnaga, võivad selle eesmärgi täitmist piirata. Seetõttu muudeti mitmed küsimused avatumaks, et toetada avastusõpet ja sügavamat arusaamist (Alfieri *et al.*, 2011).

Ühe olulise probleemina tõi üks õpetajatest välja, et hariduslike erivajadustega õpilastel (edaspidi HEV) võivad loodud õppematerjalid olla keerulised nii kujunduse kui ka sisu poolest. See on oluline tähelepanek, sest õppematerjalid peaksid olema kasutatavad erineva tasemega õpilastega. Kui töölehel on liiga palju teksti, vähe lahendamisruumi või väike kiri, võib see muuta ülesannete mõistmise õpilase jaoks keerulisemaks. Tagasiside põhjal vaadati üle töölehtede kujundus ja sõnastus ning pöörati rohkem tähelepanu juhiste selgusele.

Magistritöö piiranguks võib pidada väikest valimit. Kuna tagasisidet andsid kokku ainult seitse õpetajat ning kaks klassi, siis tulemusi ei saa üldistada. Lisaks tuleb piiranguna arvestada, et kontrolltööde tulemuste analüüsiks ei loodud katse- ja kontrollgruppi. Seetõttu ei saa ka teiste klasside tulemustega võrreldes teha kindlaid järeldusi materjalide kvaliteedi ja mõju osas. Piiranguks võib pidada ka asjaolu, et loodud materjalide ei praktiseerinud alustav või vähese kogemusega õpetaja.

Vaatamata piirangutele on töö praktiline väärtus selles, et töö tulemusena valmisid kaks õppematerjalide kogumit, mida saab kasutada 7. klassi lineaarfunktsiooni ja 9. klassi ruutfunktsiooni õppe planeerimises ning läbiviimises. Eriti võiksid materjalid olla abiks alustavale või vähese kogemusega õpetajale, kellel ei pruugi veel olla kindlat ülevaadet, kuidas funktsioonide teemat samm-sammult üles ehitada.

Üheks edasiarendus kohaks võiks olla töölehtedest eraldi HEV-õpilasele mõeldud versioonide loomine. Lisaks võiks õppematerjalide abil 7. või 9. klassi tunde planeerida ja läbi viia alustavad või vähese kogemusega õpetajad. Nende tagasiside baasil saab loodud kogumikke veelgi edasi arendada ning kvaliteetsemaks muuta. Töölehtede tulemuslikkust tuleks kontrollida eraldi kontroll- ja katsegrupiga, et hinnata täpsemalt, kas ja kuidas loodud materjalid mõjutavad õpilaste õpitulemusi.

Kokkuvõte

Käesoleva magistritöö eesmärgiks oli koostada lineaar- ja ruutfunktsiooni õppematerjalid, mis toetaksid alustavat või vähese kogemusega õpetajat õppetöö planeerimises. Loodud materjalide eesmärk oli pakkuda õpetajale tuge teema struktureerimisel ning tundide planeerimisel ja läbiviimisel. Lisaks sooviti töö käigus välja selgitada, kuidas hindavad loodud materjale oma ala spetsialistid ja õpilased ning millised on õppematerjale kasutanud klasside kontrolltööde tulemused võrreldes teiste klassidega.

Töö raames koostati kaks õppematerjali. Lineaarfunktsiooni õppematerjalid loodi 7. klassile ning ruutfunktsiooni õppematerjalid 9. klassile. Materjalide koostamisel lähtuti põhikooli riiklikust õppekavast, funktsioonide õpetamise teoreetilistest põhimõtetest ning õpilaste võimalikest raskustest funktsioonide õppimisel. Töölehtede ülesehituses peeti oluliseks, et õpilased saaksid liikuda varasemate teadmiste kordamiselt uue teema juurde järk-järgult.

Loodud õppematerjalidele koguti tagasisidet nii õpetajatelt kui ka õpilastelt. Õpetajate hinnangute kogumiseks kasutati küsimustikku, mille koostamisel lähtuti LORI-mudeli kriteeriumitest. Lineaarfunktsiooni õppematerjalidele andis tagasisidet neli ning ruutfunktsiooni õppematerjalidele kolm matemaatikaõpetajat. Nende seas oli nii alla ühe aastase töökogemusega, kui ka üle 30 aastase töökogemusega õpetajaid. Õpetajate tagasiside põhjal võib järeldada, et nii lineaarfunktsiooni kui ka ruutfunktsiooni õppematerjale peeti üldiselt kvaliteetseks, õppekavaga kooskõlas olevaks ning alustavat või vähese kogemusega õpetajat toetavaks. Mõlema materjali puhul hinnati kõrgelt teema loogilist ülesehitust, sisulist korrektsust ning seda, et materjalid aitavad õpetajal tunde planeerida ja ettevalmistusaega vähendada. Samas ilmnes tagasisidest, et materjalid ei sobi täielikult erineva tasemega õpilastele. Küsimustikust saadud ettepanekute ja soovituste põhjal täiustati materjale.

Õpilaste tagasisidet koguti Mentimeteri keskkonnas. Lineaarfunktsiooni õppematerjalidele andis tagasisidet 19 õpilast ja ruutfunktsiooni õppematerjalidele 25 õpilast. Õpilaste hinnangute põhjal olid töölehed üldiselt arusaadavad, huvitavad ja sobiva pikkusega. Mõlema teema puhul hinnati töölehtede raskusastet keskmiseks. Õpilased tõid välja, et töölehed võiksid olla visuaalselt atraktiivsemad ning sisaldada näidisülesandeid koos lahenduskäiguga. Õppematerjale täiendati saadud tagasisidest lähtuvalt.

Lisaks tagasisidele võrreldi õppematerjale kasutanud klasside kontrolltööde keskmisi tulemusi paralleelklasside tulemustega. 7. klassi lineaarfunktsiooni kontrolltöö tulemuste võrdlus näitas, et loodud õppematerjale kasutanud klassi keskmine tulemus oli paralleelklasside tulemustest kõrgem. 9. klassi ruutfunktsiooni kontrolltöö puhul oli õppematerjale kasutanud klassi tulemus kõrgem kahe paralleelklassi tulemusest, kuid madalam ühe paralleelklassi tulemusest.

Magistritöö autor leiab, et töö peamiseks piiranguks on väike valim ning kontrolltööde tulemuste kirjeldav võrdlus. Kuna klasse ei jaotatud katse- ja kontrollrühmadeks, ei saa tulemuste põhjal väita, et kontrolltöö tulemused olid otseselt seotud ainult loodud õppematerjalide kasutamisega. Samuti tuleb arvestada, et 7. klassi puhul oli õpetaja otsene juhendamine osades tundides piiratud. Töö edasiarenduse võimalusena näeb autor loodud õppematerjalide täiendamist ja süsteemsemat katsetamist. Materjale tuleks veel täiendada ning võimalusel anda kasutamiseks nii algajale kui pika tööstaažiga õpetajale. Lisaks võiks läbi viia katse- ja kontrollgrupiga uuring, mis võimaldaks täpsemalt hinnata, kas ja mil määral mõjutavad loodud õppematerjalid õpilaste õpitulemusi.

Kasutatud allikad

Ainevaldkond „Matemaatika" . Põhikooli riiklik õppekava. Lisa 4. (2025). *Riigi Teataja I,* 13.06.2025,1. https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1231/2202/5006/VV2011_m1_lisa5_2025.pdf#

Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, 103(1), 1–18. https://doi.org/10.1037/a0021017

Arnal-Palacián, M., Baeza, M. A., Mellado, F. J. C. (2022). Quadratic functions representation: pencil and paper vs GeoGebra. *International Journal for Technology in Mathematics Education.* 29(3): 165-178. https://doi.org/10.1564/tme_v29.3.04

Barnett, J. H., & Cleary, S. (2019). Visual supports to teach algebraic equations to a middle school student with autism spectrum disorder. *Preventing School Failure*, 63(4), 345–351. https://doi.org/10.1080/1045988X.2019.1608897

Beilmann, M., & Rämmer, A. (2025). Valimi moodustamine. *Sotsiaalse analüüsi meetodite ja metodoloogia õpibaas.* Tartu Ülikool. https://samm.ut.ee/valimi-moodustamine/

Birgin, O., Gürbüz, R., & Çatlıoğlu, H. (2012). Determining eighth grade students' understandings and difficulties of linear functions. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*, 4(4), 2305–2314.

Fletcher, T., Mudaly, V. (2019). The effectiveness of geogebra when teaching linear functions using the IPad. *Problems of Education in the 21st Century.* 77(1):55-81. DOI: 10.33225/pec/19.77.55

Greaney, M., & Ellis, J. (2005). Using the ADDIE model for effective pedagogical interventions. *Le cégep, pour savoir agir: actes du 25e Colloque de l'AQPC*, 141–145. Association québécoise de pédagogie collégiale.

Haridus- ja Teadusministeerium. (2025). *Õppekava materjalide veeb. 9. klass.* https://projektid.edu.ee/spaces/OKMV/pages/267884079/9.+klass+matemaatika

Haridus- ja Teadusministeerium. (2024). *Õppekava materjalide veeb. 7. klass.* https://projektid.edu.ee/spaces/OKMV/pages/211453847/7.+klass+matemaatika

Joshi, A., Kale, S., Chandel, S., & Pal, D. K. (2015). Likert Scale: Explored and Explained. *British Journal of Applied Science & Technology,* 7(4), 396−403. https://doi.org/10.9734/BJAST/2015/14975

Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., & Pais, E. (2023). *Matemaatika õpik 7. klassile, 1. osa.* Avita.

Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., & Pais, E. (2024). *Matemaatika õpik 7. klassile, 2. osa.* Avita.

Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., & Pais, E. (2015). *Matemaatika õpik 9. klassile, 1. osa.* Avita.

Kaljas, T., Lepik, M., Nurk, E., & Telgmaa, A., Undusk, A. (2023). *Matemaatika 7. klassile, 2. osa.* Koolibri.

Kaljas, T., Nurk, E., & Telgmaa, A. (2023). *Matemaatika 7. klassile, 1. osa.* Koolibri.

Kilp-Kabel, T. (2025). *Students' math motivation and math skills in basic school.* Tallinna Ülikool. https://doi.org/10.60518/etera/76

Krabi, D., & Arro, M. (n.d.). *Matemaatika 9. klassi näidistöökava*. Haridus- ja Noorteamet.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1–64. https://doi.org/10.3102/00346543060001001

Lepmann, L., Lepmann, T., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2024). *Matemaatika 9. klassile, 1. osa.* Koolibri. Matemaatika III kooliaste. (2015). Külastatud aadressil: http://oppekava.innove.ee/matemaatika-oppeprotsessid/

Mpuangnan, K. N., Adjei, B. K., & Govender, S. N. (2024). Impact of multiple representations-based instruction on teaching and learning of linear equations. *Journal of Pedagogical Sociology and Psychology*, 6(1), 58-76. https://doi.org/10.33902/jpsp.202425242

Nesbit, J. (2009). Learning Object Review Instrument (LORI).

NRICH. (2013). *Low threshold high ceiling: An introduction.* https://nrich.maths.org/articles/low-threshold-high-ceiling-introduction.

O'Connor, B. R., & Norton, S. (2024). Exploring the challenges of learning quadratic equations and reflecting upon curriculum structure and implementation. *Mathematics Education Research Journal*, 36, 151–176. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00434-w

Pihlap, S. (2010). *Põhikooli valdkonnaraamat: matemaatika*. Haridus- ja Teadusministeerium. https://oppekava.ee/pohikooli-valdkonnaraamat-matemaatika/

Pierce, R., Stacey, K., & Bardini, C. (2010). Linear functions: Teaching strategies and students' conceptions associated with y = mx + c. *Pedagogies: An International Journal*, 5(3), 202–215. https://doi.org/10.1080/1554480X.2010.486151

Sweller, J. (2016). Working memory, long-term memory, and instructional design. *Journal of Applied Research in Memory and Cognition*, 5(4), 360–367. https://doi.org/10.1016/j.jarmac.2015.12.002

Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8126-4

Zhu, C., Wang, H., *et al*. (2023). A study on the application of scaffolding teaching model in middle school mathematics teaching. *In Proceedings of the 2023 13th International Conference on Information Technology in Medicine and Education (ITME)* (pp. 524–527). DOI: 10.1109/ITME60234.2023.00132.

Uwingabire, I., Ndagijimana, J.-B., & Alphonse, U. (2025). A Scoping Review of Multimedia Learning Theory in Teaching and Learning Quadratic Functions. *The International Journal of Science, Mathematics and Technology Learning,* 32 (2): 95-122. doi:10.18848/2327-7971/CGP/v32i02/95-122.,

Tartu Ülikooli eetikakeskus. (2023). *Hea teadustava (täiendatud trükk)*. Tartu Ülikool. https://www.eetika.ee/et/hea-teadustava

Veelmaa, A. (2016). *Funktsioonide õpetamisest põhikooli matemaatikakursuses*. https://oppekava.ee//wp-content/uploads/2016/09/Funktsioonid_allar_veelmaa.pdf

Õunapuu, L. (2014). *Kvalitatiivne ja kvantitatiivne uurimisviis sotsiaalteadustes* [e-õpik, Tartu Ülikool]. DSpace. http://hdl.handle.net/10062/36419

Lisad

Lisa 1. Küsimustik õpilastele

Tere! Olen Tartu Ülikooli matemaatika- ja informaatikaõpetaja eriala magistrant Inge Sillaste ning palun Sul osaleda minu magistritöö raames läbiviidavas uurimuses.
Küsimustiku eesmärk on selgitada, kuivõrd toetas loodud õppematerjal Sinu õppimist ja arusaamist käsitletavast teemast.

Küsimustiku täitmine võtab umbes 3–5 minutit. Vastamine on anonüümne ning saadud andmeid kasutatakse ainult magistritöö koostamisel.
Aitäh vastamast!

Legend:

- ● Ühe vastusevariandiga küsimus
- \- Vabas vormis vastus

1. Töölehtede huvipakkuvus.

   (skaala, igav 1 – 5 huvitav)

2. Töölehtede arusaadavus

   (skaala, ei saanud üldse juhistest aru 1-5 sain hästi juhistest aru)

3. Töölehtede raskusaste

   (skaala, väga rasked ülesanded 1-5 väga kerged ülesanded)

\- Miks nii vastasid?

4. Töölehtede pikkus oli

   - ● Liiga lühike
   - ● Täiesti paras
   - ● Liiga pikk

5. Kas lahendamisel vihjed aitasid?

- Jah
- Ei

- Kui peaksid töölehtedel midagi muutma, siis mida muudaksid?

- Kas sooviksid veel midagi lisada?

Lisa 2. Küsimustik õpetajatele 7. klass/9. klass

Tere! Olen Tartu Ülikooli matemaatika- ja informaatikaõpetaja eriala magistrant Inge Sillaste ning palun Sul osaleda minu magistritöö raames läbiviidavas uurimuses.
Küsimustiku eesmärk on selgitada, kuivõrd toetab loodud õppematerjal matemaatika õpetamist ja õppimist. Küsimustiku täitmine võtab umbes 5-10 minutit. Vastamine on anonüümne ning saadud andmeid kasutatakse ainult magistritöö koostamisel.
Aitäh vastamast!

Legend:

- ● Ühe vastusevariandiga küsimus
- \- Vabas vormis vastus

I Taustandmed

1. Vanus

- Kuni 20-aastane
- 21-30- aastane
- 31-40-aastane
- 41-50-aastane
- 51-60-aastane
- 61-70-aastane
- Üle 71-aastane

2. Staaž õpetajana

- Alla 1 aasta
- 1-5 aastat
- 6-10 aastat
- 11-15 aastat
- 16-20 aastat
- 21-25 aastat
- 26-30 aastat
- üle 30 aasta

3. Kas õpetate või olete õpetanud matemaatikat 7. klassis?/Kas õpetate või olete õpetanud matemaatikat 9. klassis?

- Olen varem õpetanud, kuid hetkel ei õpeta.
- Hetkel õpetan.
- Ei ole varem õpetanud.

II Sisu kvaliteet

1. Õppematerjalide sisu on matemaatiliselt korrektne.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Näited ja ülesanded toetavad teema mõistmist.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Õppematerjalid katavad funktsiooni teema olulised aspektid.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

4. Materjalide raskusaste on sobiv 7. klassi õpilastele.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

III Õpieesmärkide kooskõla

1. Õppematerjalidest on selgelt aru saada, mida õpilane peaks õppima.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Teema on üles ehitatud loogilises järjekorras.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

IV Tagasiside ja kohandamine

1.Materjalid võimaldavad õpetajal anda õpilastele tagasisidet.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Materjalides on piisavalt varieeruvust.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Õpetajal on lihtne materjale kohandada erineva tasemega õpilastele.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

V Motiveerimine

1. Materjalid soodustavad aktiivset õppimist.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Ülesanded arendavad mõtlemist, mitte ainult arvutamist.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

VI Kujundus

1. Töölehed on visuaalselt selged ja loogilised.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Juhised on arusaadavad.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Kasutatud tabelid ja joonised on selged, loetavad ning loogilised.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

VII Kasutusmugavus

1. Materjale on lihtne kasutada tunnis.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Materjalide kasutamine ei nõua liigset lisatööd.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Õpetaja saab materjale kergelt rakendada.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

VIII Ligipääsetavus

1. Materjalid on selgelt loetavad (nt font, paigutus).

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Ülesannete sõnastus on arusaadav erineva tasemega õppijatele.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Materjalid sobivad kasutamiseks erinevate võimetega õpilastele.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

4. Keelekasutus on lihtne ja arusaadav.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

IX Taaskasutatavus

1.Materjale saab kohandada vastavalt õpetaja vajadustele.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Materjale saab kasutada erinevates klassides või gruppides.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Materjalid sobivad kasutamiseks erinevates õpikeskkondades.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

4. Materjale saab kasutada korduvalt erinevates klassides ja gruppides.

(skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

X Standarditele vastavus

1. Materjalid vastavad riiklikule õppekavale.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Õppesisu on kooskõlas 7. klassi matemaatika nõuetega./Õppesisu on kooskõlas 9. klassi matemaatika nõuetega.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Materjalid toetavad õppekavas kirjeldatud õpitulemusi.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

XI Toetus alustavale õpetajale

1. Materjalid aitavad mul planeerida funktsiooni teema tunde.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Materjalid annavad piisava struktuuri kogu teema õpetamiseks.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

3. Ma tunneksin end kindlamalt seda teemat õpetades nende materjalide abil.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

4. Materjalid aitavad mõista, kuidas teemat üles ehitada.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

5. Materjalid vähendavad ettevalmistusaega.

    (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

- Kas soovid mõnda vastust täpsustada?

XII Üldhinnang

1. Palun hinda õppematerjalide üldist kvaliteeti.

   (skaala, ei ole üldse nõus 1 – 5 täiesti nõus)

2. Kas kasutaksid antud materjale tundide planeerimiseks ja läbiviimiseks?

   - Jah
   - Ei

3. Soovitaksin neid materjale teistele õpetajatele?

   - Jah
   - Ei

- Kas soovid materjale või oma vastuseid veel kommenteerida?

Lisa 3. Õpetajate hinnangud lineaarfunktsiooni õppematerjalidele

Tabel 3. Õpetajate hinnangud lineaarfunktsiooni materjalide kohta koostatud väidetele.

Väide	Hinnang				
Sisu kvaliteet	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Õppematerjalide sisu on matemaatiliselt korrektne.	0	0	1	0	3
Näited ja ülesanded toetavad teema mõistmist.	0	0	0	2	2
Õppematerjalid katavad funktsiooni teema olulised aspektid.	0	0	1	0	3
Materjalide raskusaste on sobiv 7. klassi õpilastele.	0	0	0	2	2
Õpieesmärkide kooskõla	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Õppematerjalidest on selgelt aru saada, mida õpilane peaks õppima.	0	0	1	1	2
Teema on üles ehitatud loogilises järjekorras.	0	0	0	0	4
Tagasiside ja kohandamine	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid võimaldavad õpetajal anda õpilastele tagasisidet.	0	0	0	1	3
Materjalides on piisavalt varieeruvust.	0	0	0	0	4
Materjale saab kohandada vastavalt õpetaja vajadustele.	0	0	0	1	3
Õpetajal on lihtne materjale kohandada erineva tasemega õpilastele.	0	0	0	2	2

Motiveerimine	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid soodustavad aktiivset õppimist.	0	0	0	1	3
Ülesanded arendavad mõtlemist, mitte ainult arvutamist.	0	0	0	0	4
Kujundus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Töölehed on visuaalselt selged ja loogilised.	0	0	0	1	3
Juhised on arusaadavad.	0	0	0	1	3
Kasutatud tabelid ja joonised on selged, loetavad ning loogilised.	0	0	0	1	3
Kasutusmugavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjale on lihtne kasutada tunnis.	0	0	0	2	2
Materjalide kasutamine ei nõua liigset lisatööd.	0	0	2	0	2
Õpetaja saab materjale kergelt rakendada.	0	0	1	1	2
Ligipääsetavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid on selgelt loetavad (nt font, paigutus).	0	0	1	0	3
Ülesannete sõnastus on arusaadav erineva tasemega õppijatele.	0	0	1	1	2
Materjalid sobivad kasutamiseks erinevate võimetega õpilastele.	0	0	2	0	2
Keelekasutus on lihtne ja arusaadav.	0	0	0	2	2
Taaskasutatavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus

Materjale saab kasutada erinevates klassides või gruppides.	0	0	0	1	3
Materjalid sobivad kasutamiseks erinevates õpikeskkondades.	0	0	0	1	3
Materjale saab kasutada korduvalt erinevates klassides ja gruppides.	0	0	0	1	3
Standarditele vastavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid vastavad riiklikule õppekavale	0	0	1	0	3
Õppesisu on kooskõlas 7. klassi matemaatika nõuetega.	0	0	1	1	2
Materjalid toetavad õppekavas kirjeldatud õpitulemusi.	0	0	1	1	2
Toetus alustavale õpetajale	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid aitavad mul planeerida funktsiooni teema tunde.	0	0	0	1	3
Materjalid annavad piisava struktuuri kogu teema õpetamiseks.	0	0	0	1	3
Ma tunneksin end kindlamalt seda teemat õpetades nende materjalide abil.	0	0	0	2	2
Materjalid aitavad mõista, kuidas teemat üles ehitada.	0	0	0	1	3
Materjalid vähendavad ettevalmistusaega.	0	0	0	0	4

Lisa 4. Õpetajate hinnangud ruutfunktsiooni õppematerjalidele

Tabel 4. Õpetajate hinnangud ruutfunktsiooni materjalide kohta koostatud väidetele.

Väide	Hinnang				
Sisu kvaliteet	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Õppematerjalide sisu on matemaatiliselt korrektne.	0	0	0	0	3
Näited ja ülesanded toetavad teema mõistmist.	0	0	0	0	3
Õppematerjalid katavad funktsiooni teema olulised aspektid.	0	0	0	0	3
Materjalide raskusaste on sobiv 7. klassi õpilastele.	0	0	0	0	3
Õpieesmärkide kooskõla	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Õppematerjalidest on selgelt aru saada, mida õpilane peaks õppima.	0	0	0	1	2
Teema on üles ehitatud loogilises järjekorras.	0	0	0	0	3
Tagasiside ja kohandamine	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid võimaldavad õpetajal anda õpilastele tagasisidet.	0	0	0	3	0
Materjalides on piisavalt varieeruvust.	0	0	0	2	1
Materjale saab kohandada vastavalt õpetaja vajadustele.	0	0	0	1	2
Õpetajal on lihtne materjale kohandada erineva tasemega õpilastele.	0	0	0	2	1

Motiveerimine	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid soodustavad aktiivset õppimist.	0	0	0	2	1
Ülesanded arendavad mõtlemist, mitte ainult arvutamist.	0	0	0	0	3
Kujundus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Töölehed on visuaalselt selged ja loogilised.	0	0	0	0	3
Juhised on arusaadavad.	0	0	0	1	2
Kasutatud tabelid ja joonised on selged, loetavad ning loogilised.	0	0	0	1	2
Kasutusmugavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjale on lihtne kasutada tunnis.	0	0	0	1	2
Materjalide kasutamine ei nõua liigset lisatööd.	0	0	0	1	2
Õpetaja saab materjale kergelt rakendada.	0	0	0	0	3
Ligipääsetavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid on selgelt loetavad (nt font, paigutus).	0	0	0	3	0
Ülesannete sõnastus on arusaadav erineva tasemega õppijatele.	0	0	1	1	1
Materjalid sobivad kasutamiseks erinevate võimetega õpilastele.	0	0	1	1	1
Keelekasutus on lihtne ja arusaadav.	0	0	0	1	2
Taaskasutatavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus

Materjale saab kasutada erinevates klassides või gruppides.	0	0	0	2	1
Materjalid sobivad kasutamiseks erinevates õpikeskkondades.	0	0	0	3	0
Materjale saab kasutada korduvalt erinevates klassides ja gruppides.	0	0	0	0	3
Standarditele vastavus	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid vastavad riiklikule õppekavale	0	0	0	0	3
Õppesisu on kooskõlas 7. klassi matemaatika nõuetega.	0	0	0	0	3
Materjalid toetavad õppekavas kirjeldatud õpitulemusi.	0	0	0	0	3
Toetus alustavale õpetajale	1 Ei ole üldse nõus	2 Pigem ei ole nõus	3 Nii ja naa	4 Pigem nõus	5 Täiesti nõus
Materjalid aitavad mul planeerida funktsiooni teema tunde.	0	0	0	0	3
Materjalid annavad piisava struktuuri kogu teema õpetamiseks.	0	0	0	0	3
Ma tunneksin end kindlamalt seda teemat õpetades nende materjalide abil.	0	0	0	0	3
Materjalid aitavad mõista, kuidas teemat üles ehitada.	0	0	0	1	2
Materjalid vähendavad ettevalmistusaega.	0	0	0	0	3

Lisa 5. Lineaarfunktsiooni töölehed

Lineaarfunktsiooni töölehed

Autor: Inge Sillaste

Kaassõna

Antud materjalide eesmärk on toetada alustavat või vähese kogemusega õpetajat 7. klassi lineaarfunktsiooni teema õpetamisel. Materjalid on loodud abivahendiks teema ülesehitamisel, tundide planeerimisel ja läbiviimisel ning õpilaste teadmiste kujundamisel ja kinnistamisel. Töölehtede koostamisel lähtuti põhikooli riikliku õppekava nõuetest ning arvestati õpilaste eelteadmisi ja võimalikke raskusi funktsioonide õppimisel.

Kokku on materjalis 15 töölehte, mille järjekord vastab teemade läbimise loogilisele järjestusele. Töölehti saab kasutada ka ilma õpiku või muu lisamaterjalita.

Esimesed töölehed on suunatud eelteadmiste kordamisele. Alates kolmandast töölehest käsitletakse võrdelist seost ja funktsiooni mõistet ning seejärel keskendutakse lineaarfunktsioonile, selle graafikule ja omadustele. Viimased töölehed on mõeldud õpitu kordamiseks ja teadmiste hindamiseks.

Materjalid liiguvad samm-sammult lihtsamatelt mõistetelt (koordinaatteljestik, muutujad) keerukamate teemadeni (lineaarfunktsioon, graafikud, tõus ja algordinaat). Töölehed on koostatud arvestusega, et üks tööleht sobib ligikaudu üheks 45-minutiliseks tunniks. Sõltuvalt klassi tasemest ja töötempost võib osa ülesandeid jätta koduseks tööks või järgmiseks tunniks. Samuti on võimalik töölehti kasutada paindlikult, kombineerides neid, lühendades või laiendades vastavalt õpilaste vajadustele.

Õpetajal on oluline roll õppimise suunamisel. Uue teema käsitlemine on kavandatud toetatud avastusõppe põhimõttel, mille puhul õpetaja juhib arutelu ning suunab õpilasi märkama seaduspärasusi ja tegema järeldusi. Selle lähenemise toetamiseks on töölehtedel uued teemad jagatud väiksemateks osadeks. Teooria harjutamiseks on soovitatav kasutada järkjärgulist juhendamist: tunni alguses pakkuda rohkem tuge (nt koos lahendamine ja arutelu), seejärel suunata õpilasi töötama paarides või rühmades ning tunni lõpus lahendama ülesandeid iseseisvalt. See aitab õpilastel järk-järgult suurendada iseseisvust ja enesekindlust.

Diferentseerimise toetamiseks on harjutuslikud töölehed koostatud põhimõttel „madal lävi ja kõrge lagi“. See võimaldab kõigil õpilastel ülesandega alustada ja teadmisi kinnistada, samas kui kiiremad õpilased saavad tegeleda keerukamate ülesannetega.

Funktsiooni graafiku ja valemi kordajate vaheliste seoste mõistmiseks on koostatud tööleht GeoGebraga kasutamiseks. Kui digivahendite kasutamine ei ole võimalik, on loodud ka alternatiivne tööleht, millel on vajalikud graafikud juba ette antud.

Tööleht 1 (koordinaatteljestik)

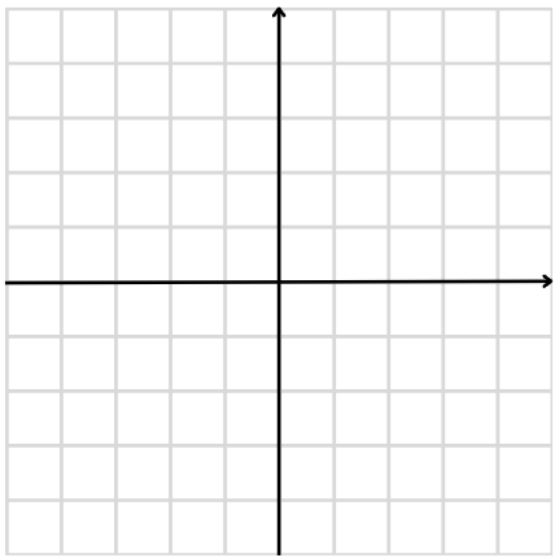
Tööleht

Koordinaatteljestik

Selles töölehes kordad koordinaatteljestiku teemat. Neid oskusi on vaja selleks, et hiljem joonestada funktsioonide graafikuid ja lugeda graafikult vajalikku infot.

1. Märgi paremal olevale joonisele järgmised mõisted ja graafiku osad, vajadusel täienda joonist:

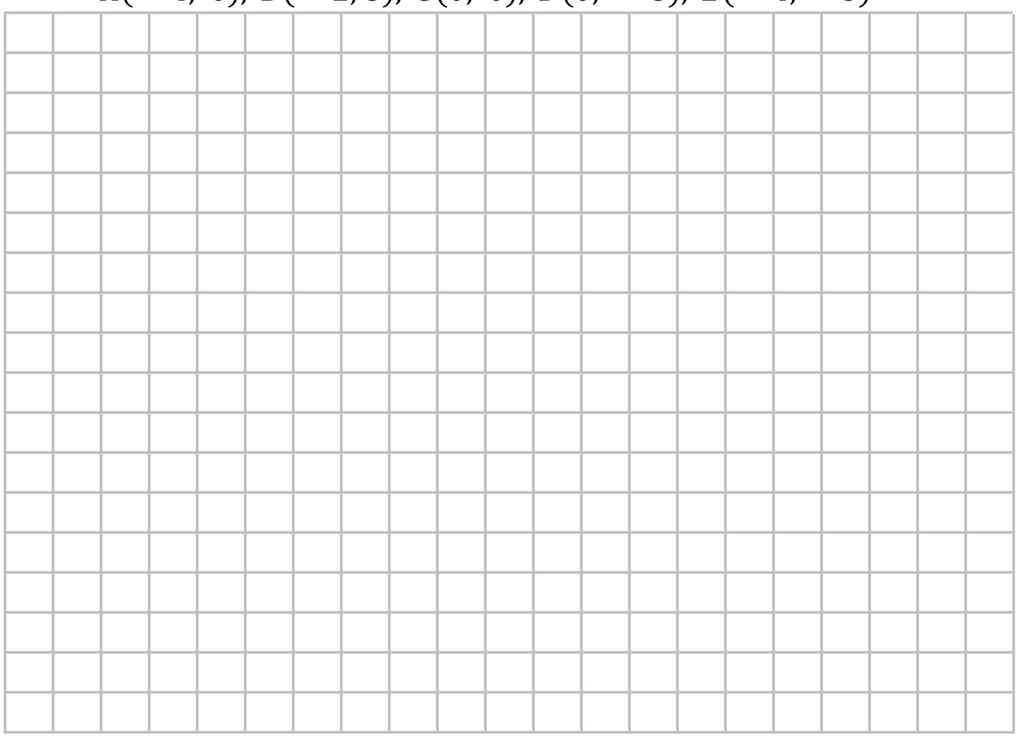
- x-telg;
- y-telg;
- abstsisstelg;
- ordinaattelg;
- koordinaatide alguspunkt;
- I veerand;
- II veerand;
- III veerand;
- IV veerand;
- ühiklõik



Meenutus! Kui kirjutada punkti koordinaate, siis esimesel kohal on alati x-koordinaat ja teisel y -koordinaat ehk $(x; y)$ ning punkti tähistatakse suure tähega. Näiteks $A(1; 2)$, kus $x = 1$ ja $y = 2$.

2. Joonesta koordinaatteljestik ja kanna järgmised punktid graafikule

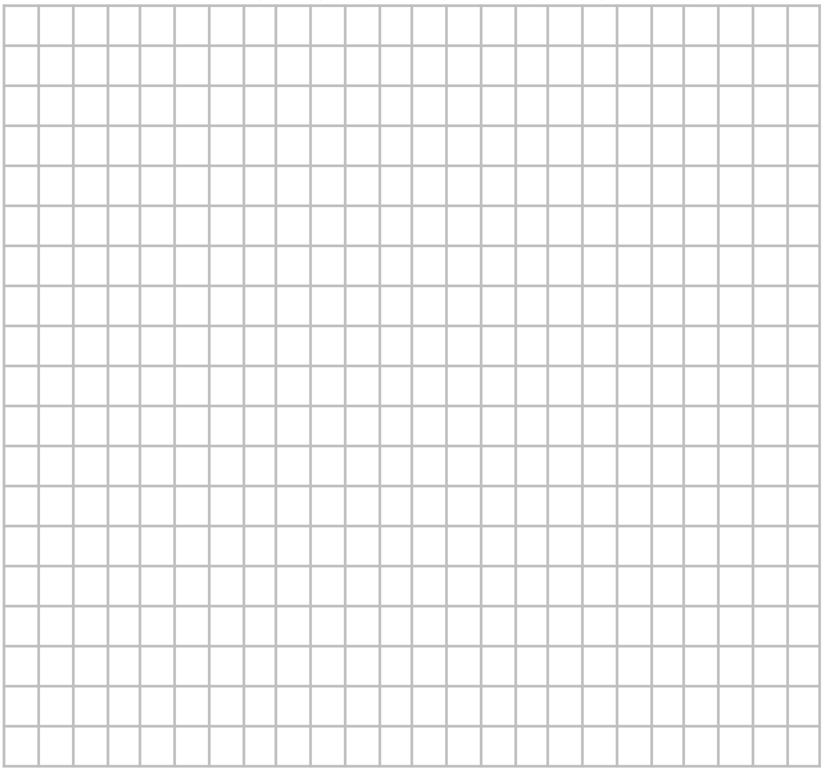
$A(-4;\ 0),\ B(-2; 3),\ C(0;\ 0),\ D(0; -3),\ E(-4; -3)$



Ühenda punktid lõikudega tähestiku järjekorras ning leia tekkinud kujundi pindala.

3. Joonesta koordinaatteljestik ja kanna järgmised punktid graafikule

$K(-3; -2),\ L(0; 1),\ M(-4; 1),\ N(2; -1)$



Kuidas erinevad üksteisest sirge ja lõik?

Ühenda punktid K ja L sirgega s ning M ja N omavahel sirgega t.

- Kuidas sirged s ja t paiknevad üksteise suhtes?
- Kas sirgetel s ja t on ühiseid punkte? Kui jah, siis mis on selle punkti koordinaadid ja kuidas seda punkti kutsutakse?
- Kas sirge s läbib punkti $R(-2; -1)$?
- Kas sirge t läbib punkti $P(1; -1)$?

Tööleht 2 (muutujad)

Tööleht

Muutujad

Selles töölehes kordad muutuja mõistet ja lihtsamate võrrandite lahendamist. Need teadmised aitavad hiljem paremini mõista, kuidas funktsiooni valemis ühe suuruse muutumine mõjutab teist suurust.

Muutuja on täht, mis tähistab erinevaid arve. Näiteks avaldises $2x + 3$ on x muutuja. Kasutatakse sõna muutuja, kuna selle tähe väärtus muutub ehk selle asemele sobivad mitmed erinevad arvud.

1) Leia avaldise $2x + 3$ väärtus, kui

$x = 0$

$x =- 1$

$x = 3$

- Mida sa märkad avaldise väärtuse kohta, kui asendame x'i erinevate arvudega?

2) Leia avaldise $2(a + 1)$ väärtus, kui

$a = 5$

$a = 0,5$

$a =- 5$

3) Koosta ise avaldis, mille väärtus on 15, kui $u = 3$. ____________________

Sellised muutujad on ka igapäevaelus - poes on 1,5 eurone kommipakk.

- Kui palju maksab 2 kommipakki? ____________________
- Aga 5 pakki? __________________________

Kui asendada tehtes pakkide arvu muutujaga n, siis tekib kogu hinna arvutamiseks avaldis ______

Kasutades uut avaldist, leia mis on summa, kui $n = 14$.

Kui kirjutaksime loodud avaldise hoopis $s = 1,5n$, siis mida tähistab muutuja s?

____

Ka s on muutuja, kuna muutes muutuja n väärtust, siis muutub ka s väärtus.
Koosta tabel, mis aitaks meil paremini kommipakkide arvu ja hinna kohta ülevaadet saada.

n	7	8	9	10
s	$s = 1,5 \cdot 7 =$			

Selliseid tabeleid kutsutakse **väärtuste tabeliks.**
Kuidas muutub s'i väärtus, kui muudame n'i väärtust?

Vaata uut avaldist $y = 4x + 1$
1) Leia muutuja y väärtus, kui $-1 \leq x \leq 1$. Koosta selleks väärtuste tabel.
See viimane osa tähendab, et muutuja x'i väärtus peab olema -1-st 1ni ehk -1; 0; 1.

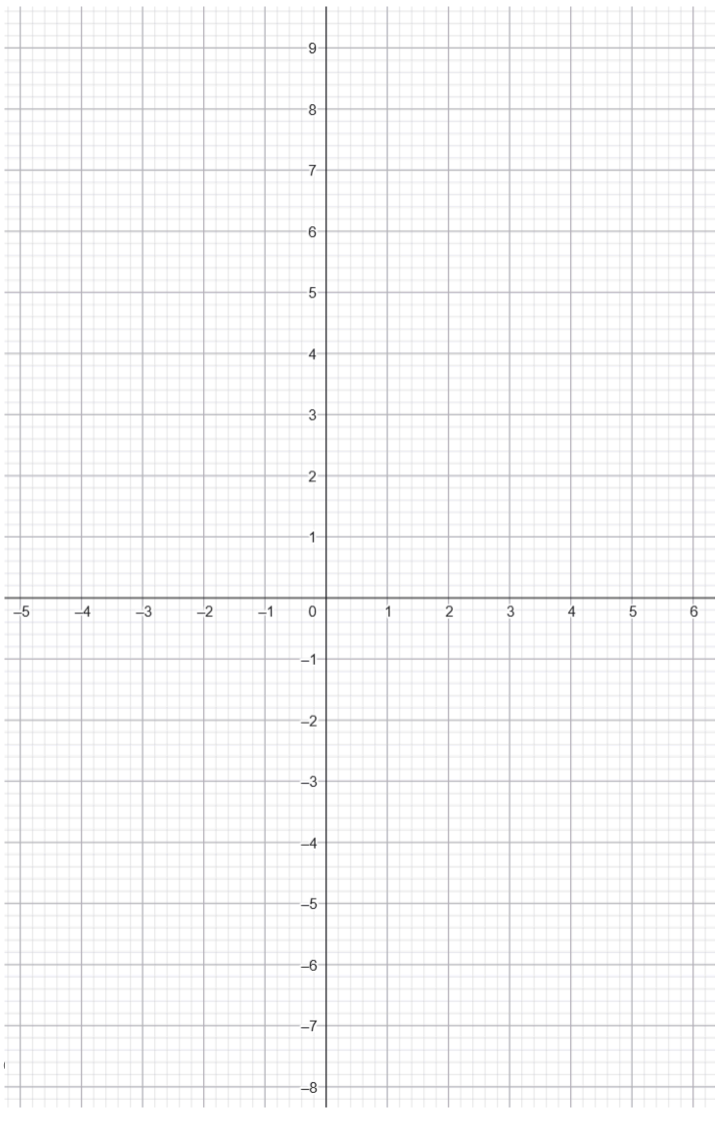
x			
y			

2) Mis on puudu koordinaatteljestikult? Lisa puuduvad osad.

3) Väärtuse tabelis iga x ja y paar on ühe punkti koordinaatideks. Kanna leitud punktid graafikule. Ühenda punktid sirgega.

3) Sirge näitab, milline y vastab millisele x-ile. Kas muutuja $y = -7$, kui $x =$-2?

4) Meenuta võrrandi lahendamist. Leia muutuja x väärtus, kui $y = 9$.



Tööleht 3 (võrdeline seos)

Tööleht

Võrdeline seos

Selles töölehes tutvud võrdelise seosega ning õpid koostama väärtuste tabelit ja joonestama graafikut.

Üks kinopilet maksab 8 eurot. Jüri ostab 3 piletit ja maksab 24 eurot. Kui ta ostaks 2 korda rohkem pileteid, ehk 6 piletit, siis ta peaks ka maksma 2 korda rohkem ehk $24 \cdot 2 = 48$ eurot.

Teeme järeldusi:

- Kui suurendada ostetavate piletite arvu 2 korda, siis piletite hind ______________ 2 korda.
- Kui vähendada ostetavate piletite arvu 3 korda, siis piletite hind _______________3 korda.
- Mida rohkem pileteid Jüri ostab, seda ____________ peab ta maksma.
- Mida vähem pileteid Jüri ostab, seda _____________ peab ta maksma.

Sellist seost, kus ühte suurust suurenedes suureneb sama arv kordi ka teine ning vastupidi ühe vähenedes väheneb teine sama arv kordi, nimetatakse **<u>võrdeliseks seoseks</u>**.

Võrdelist seost kujutatakse avaldisega $y = ax$, kus a on võrdeteguriks, mis näitab mitu korda on y x-ist suurem või väiksem ehk $\frac{y}{x} = a$.

See tähendab, et kinopiletite näite juures a tähistab _______________________,

x tähistab _______________________ ja

y tähistab ________________________ .

Kontrolli, kas seos kehtib. Kui Jüri ostis 4 piletit ja maksis 32 eurot, siis $a =$___________

Väljaspool reaalelu võivad muutujate väärtused olla nii positiivsed kui ka negatiivsed. Uuri seost $y = 2x$ ja koosta väärtuste tabel.

x	-2	0	2
y			

Väärtuste tabeli abil saab kujutada seost graafikuna. Selle jaoks on väärtuste tabelid, kus iga erinev x ja y paar tähistab punkti koordinaat teljestikul.

Väärtuste tabelist saab välja lugeda punktid (;), (;) ja (;)

Koosta koordinaatteljestik ja kanna leitud punktid graafikule.

Võrdelise seose graafikuks on **sirge**, mis alati läbib **koordinaatide alguspunkti**. Palun tõmba läbi punktide seost $y = 2x$ kirjeldav sirge.

Graafikult saab ilma arvutamata leida muutujate väärtusi.

1) Leia y'i väärtus, kui $x = -1$.

2) Leia x'i väärtus, kui $y = 6$.

3) Vaata graafikult, kas sirge läbib punkti $(-2;\ -4)$?

4) Vaata graafikult, kas sirge läbib punkti $(-3;\ -8)$?

Tööleht 4 (võrdeline seos, harjutused)

Tööleht

Võrdeline seos

Selles töölehes harjutad võrdelise seose kirjeldamist tabeli, valemi ja graafiku abil. Püüa märgata, kuidas tabelis olevad arvud ja graafiku kuju on omavahel seotud.

1. Koosta võrdelistele seostele $y = 3x$ ja $y =- 3x$ väärtuste tabelid ja joonesta nende graafikud <u>ühte ja samasse teljestikku.</u> Tabelid tee ka ruudustikku.

Vasta küsimustele.

- Mis joon on võrdelise seose graafikuks?

- Mis punkti läbib alati võrdelise seose graafik?

- Vaata graafikult, kas $y = 3x$ graafik läbib punkti $(-1; \ -3)$?

- Vaata graafikult, kas $y =- 3x$ graafik läbib punkti $(1; \ -2)$?

- Vaata $y = 3x$ graafikult, leia x'i väärtus, kui $y = 6$? Vajadusel pikenda oma koordinaattelgi ja sirget.

- Leia arvutades $y = 3x$ y'i väärtus, kui $x = 16$?.

- Kuidas erinevad omavahel $y = 3x$ ja $y =- 3x$ graafikud?

- Kuidas erinevad omavahel $y = 3x$ ja $y =- 3x$ võrdetegurid?

- Kuidas võiks võrdetegur a mõjutada graafikul olevat sirget?

2. Võrdetegur a on võrdne võrdelise seose graafiku $y = ax$ **tõusuga** ja näitab, kas sirge **tõuseb** või **langeb.**

Täida lüngad koostatud graafiku abil.

Kui a on $a <$___ ehk positiivne, siis sirge tõuseb.
See tähendab, et kui x-koordinaadi väärtus suureneb, siis suureneb ka y-koordinaat.

Kui a on ____________ ehk $a >$___, siis sirge ____________ .
See tähendab, et kui x-koordinaadi väärtus suureneb, siis ________________ y-koordinaat.

Vastused: 1. Sirge; $(0; \ 0)$; Jah; Ei; $x = 2$; $y = 48$; üks langeb ja teine tõuseb; üks on positiivne ja teine negatiivne; muudab tõusvaks või langevaks.

Tööleht 5 (funktsioon)

Tööleht

Funktsioon

Selles töölehes õpid, mida tähendab funktsioon ja kuidas arvutada funktsiooni väärtust. Eesmärk on mõista, kuidas ühe muutuja väärtus määrab teise muutuja väärtuse.

Taksosõidu hind koosneb kahest komponendist. Esiteks on sõidu alustamise tasu ja teiseks kilomeetritasu. Olgu sõidu alustamise tasu on 2 eurot ning üks kilomeeter maksab 0,5 eurot. Mati sõitis taksoga 10 kilomeetrit, mis tähendab, et ´ta pidi kokku maksma 7 eurot.

Koosta avaldis, kus x tähistab sõidetud kilomeetreid ja y sõidu lõpphinda.

Sellist eeskirja ehk valemit, kus ühe muutuja väärtuse abil saab arvutada välja teise muutuja väärtuse, kutsutakse **funktsiooniks**.

Muutuja y'i väärtust kutsutakse ka **funktsiooni väärtuseks**, kuna kui x'i asendada mõne arvuga, siis saadud avaldise väärtus ehk funktsiooni väärtus on y'i väärtuseks.

1) Proovi! Leia funktsiooni $y = 4 + 2x$ väärtus, kui $x = 1$.

Kui $x = 3$

Kui $x =- 0,5$

2) Leia x'i väärtus, kui $y = 1,25x - 4$ ja funktsiooni väärtus on $4,75$

Tööleht 6 (lineaarfunktsioon)

Tööleht

Lineaarfunktsioon

Selles töölehes tutvud lineaarfunktsiooni valemiga ning uurid, mida tähendavad valemis olevad kordajad. Töölehe eesmärk on mõista, kuidas valem kirjeldab kahe suuruse vahelist seost. Ülesanded lõpus liiguvad lihtsamatest keerukamateni.

Võrdle avaldisi $y = 2x$ ja $y = 2x + 1$.

- Kumb nendest on võrdeline seos?

- Mille poolest erineb teine võrdelisest seosest?

Avaldis $y = 2x + 1$ ei ole tõesti võrdelise seose valem, vaid **lineaarfunktsiooni** valem.

Lineaarfunktsioon on funktsioon, mis sarnaneb väga võrdelisele seosele, kuid mis sisaldab ka muutumatut väärtust ehk liiget, kus ei ole tähte. Uuritud avaldises $y = 2x + 1$ on selleks 1.

Lineaarfunktsiooni üldkuju on $y = ax + b$. See tähendab, et muutuja x'i ees on kordaja a ning sellele liidetakse mingi arv b. Nendel liikmetel on ka omad nimed. Lisa alumisele valemile.

$$y = ax + b$$

Sarnaselt võrdelisele seosele tähistavad lineaarfunktsiooni muutujad omavahel paarides punkte koordinaatteljestikul. Neid on võimalik välja arvutada, kui ühe muutuja väärtus on teada.

Proovi funktsiooniga $y = 2x - 4$

1) Leia y, kui $x = 1$.

2) Leia x, kui $y = 0$.

3) Vaata punkti $A(3;\ y)$. Leia y koordinaat, kui on antud x koordinaat.

4) Vaata punkti $B(x;\ 4)$. Leia x koordinaat, kui on antud y.

Harjutused.

1) Täida väärtuste tabel lineaarfunktsiooni $y = 3x - 3$ kohta, kus $-2 \leq x \leq 2$.

Ehk muutuja x'i väärtus peab olema -2-st 2ni ehk -2; -1; 0; 1; 2.

x					
y					

2) Leia funktsiooni $y = 3 - 2x$ väärtus, kui $x = 4$.

3) Leia funktsiooni $y = 2,5x + 1,5$ väärtus, kui $x = 3$.

4) Leia punkti $P(3;\ y)$ puuduv koordinaat, kui funktsiooniks on $y = 13x + 2$.

5) Koosta funktsiooni $y = \frac{1}{2}x - 2$ väärtuste tabel, kui $-4 \leq x \leq 0$

6) Antud on funktsiooni $y =- x - 5$ väärtuste tabel. Täida puuduvad lahtrid.

x	-10		2		12	
y		-4		5		-12

7) Koosta funktsiooni valem, mille korral

a) kui $x = 0$, siis $y = 5$

b) kui $x = 1$, siis $y = 3$

c) kui $x = 0,5$, siis $y = 7$

8) Kas on võimalik, et kui x suureneb, siis y jääb alati samaks? Kui jah, kirjuta selline funktsioon. Kui ei, selgita miks.

Vastused: 2) -5; 3) 9; 4) 41; 6) $y = 5$; $x = 1$; $y =- 7$; $x =- 10$; $y =- 17$; $x = 7$

Tööleht 7.1 (graafik, GeoGebra)

Tööleht

Lineaarfunktsiooni graafik

Selles töölehes uurid GeoGebra abil lineaarfunktsiooni graafikut. Eesmärk on märgata, kuidas funktsiooni valemis olevad arvud mõjutavad sirge asendit koordinaatteljestikus.

Iga lineaarfunktsiooni $y = ax + b$ saab esitada sirgena, nii nagu võrdelise seose graafikut.

Joonesta lineaarfunktsiooni $y = 2x + 1$ graafik. Selleks sisesta GeoGebrasse funktsiooni valemi.

Uuri graafikut ja vasta küsimustele.
1) Kas graafik läbib punkti $C(0;\ 1)$? ________

2) Kas graafik läbib punkti $D(15;\ 31)$? ________

3) Mis on funktsiooni väärtus, kui $x =- 0,5$? ________

4) Mis on funktsiooni väärtus, kui $x =- 38$? ________

5) Millises punktis lõikab sirge x-telge? ________

6) Millises punktis lõikab sirge y-telge? Kuidas võiksid olla selle punkti koordinaadid seotud funktsiooni valemiga?

7) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni $y = 2x + 1$ väärtused positiivsed?

8) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused suuremad, kui -3?

9) Kuidas kasvab või kahaneb y-koordinaadi väärtus, kui x-koordinaadi väärtus kasvab ühe ühiku võrra?

Lineaarfunktsiooni graafikuks on **alati sirge.** Selle sirge kuju ja omadused graafikul olenevad funktsiooni valemist.

1) Uurime funktsioonide $y = 2x + 3$ ja $y =- 2x + 3$ valemeid.
Funktsioonis $y = 2x + 3$ on lineaarliikme kordaja $a =$____ ja funktsioonis $y =- 2x + 3$ on $a =$____ .

Mille poolest funktsioonide valemid üksteisest erinevad?

2) Joonesta nüüd funktsioonide $y = 2x + 3$ ja $y =- 2x + 3$ graafikud. Milliseid erinevusi märkad sirgete vahel?

Kuidas võiksid valemite ja sirgete vahelised erinevused seotud olla?

Lineaarliikme kordaja a on funktsiooni graafiku **tõusuks** ning näitab, kas sirge **tõuseb** või **langeb.** Kui a on positiivne, siis sirge __________ ehk kui x-koordinaadi väärtus suureneb, siis suureneb ka y-koordinaat.
Kui a on ____________, siis sirge ____________ ehk ______________________________
____

Funktsioonis $y = 2x + 3$ on **algordinaat ehk vabaliige** $b =$_____ ja funktsioonis $y = 2x + 3$ on $b =$_____ .
Mida võiks vabaliige näidata?

Vabaliige b ehk **algordinaat** näitab, millise y'i väärtuse juures funktsiooni sirge lõikab y-telge. Kui vabaliige $b = 0$, siis tekib $y = ax$, mis on ____________ seos.

Harjutused graafikuga:
1) Kas funktsioon $y = 2x + 3$ graafik läbib punkti $(- 1;\ 1)$? ________
2) Kas funktsiooni $y =- 2x + 3$ graafik läbib punkti $(1;\ 2)$? ________
3) Mis on kummagi funktsiooni väärtus, kui $x = 1$? ________ ja ________
4) Kuidas kasvab või kahaneb kummalgi funktsioonil y-koordinaadi väärtus, kui x-koordinaadi väärtus kasvab ühe võrra?

Vastused: 1) Jah; 2) Ei; 3) 5 ja 1; 4) 2 võrra suureneb ja 2 võrra väheneb.

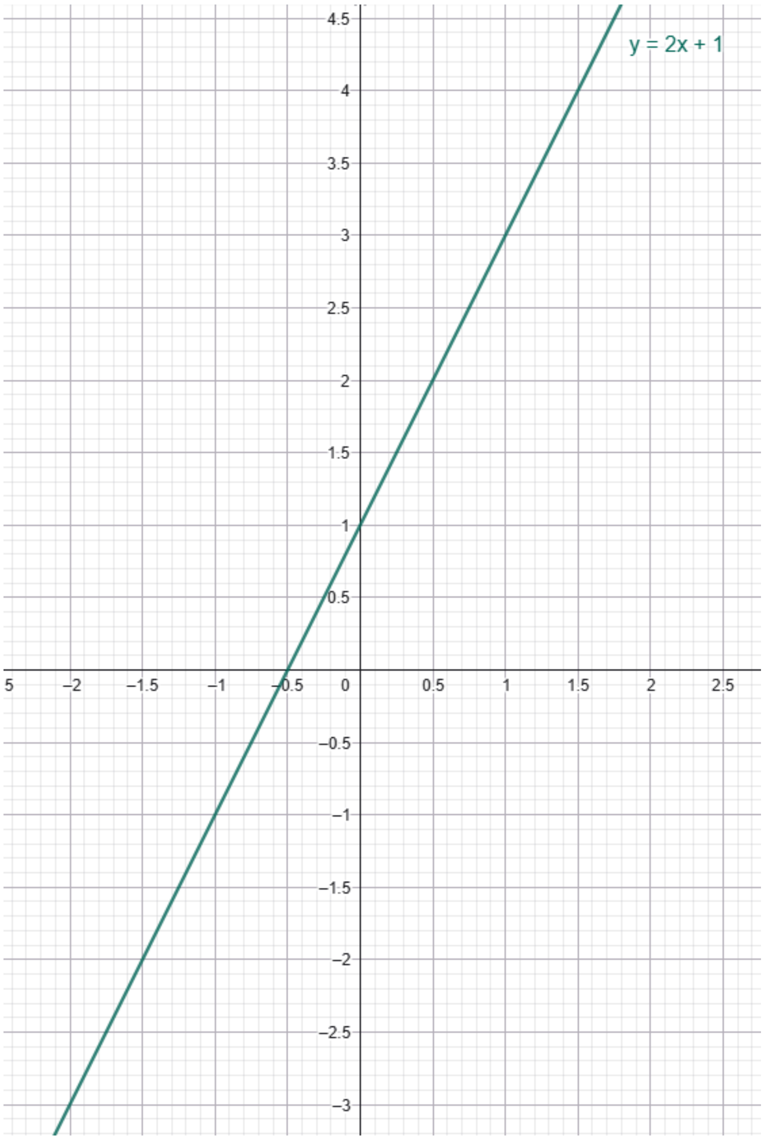
Tööleht 7.2 (graafik, ilma GeoGebrata)

Tööleht

Lineaarfunktsiooni graafik

Selles töölehes uurid jooniste abil lineaarfunktsiooni graafikut. Eesmärk on märgata, kuidas funktsiooni valemis olevad arvud mõjutavad sirge asendit koordinaatteljestikus.

Igat lineaarfunktsiooni $y = ax + b$ saab esitada sirgena, nii nagu võrdelise seose graafikut.



Uuri lineaarfunktsiooni $y = 2x + 1$ graafikut paremal ja vasta küsimustele.

1) Kas graafik läbib punkti $C(0;\ 1)$?

____

2) Kas graafik läbib punkti $D(-\ 2;\ \ -\ 6)$?

____

3) Mis on funktsiooni väärtus, kui $x =-\ 1$?

____

4) Mis on funktsiooni väärtus, kui $x\ =\ 1,5$?

____

5) Millises punktis lõikab sirge x-telge?

____

NB! Kui sirge lõikab x-telge, siis selles lõikepunktis on y-i väärtus alati 0. Vastupidiselt, kui sirge lõikab y-telge.

6) Millises punktis lõikab sirge y-telge? Kuidas võiksid olla selle punkti koordinaadid seotud funktsiooni valemiga?

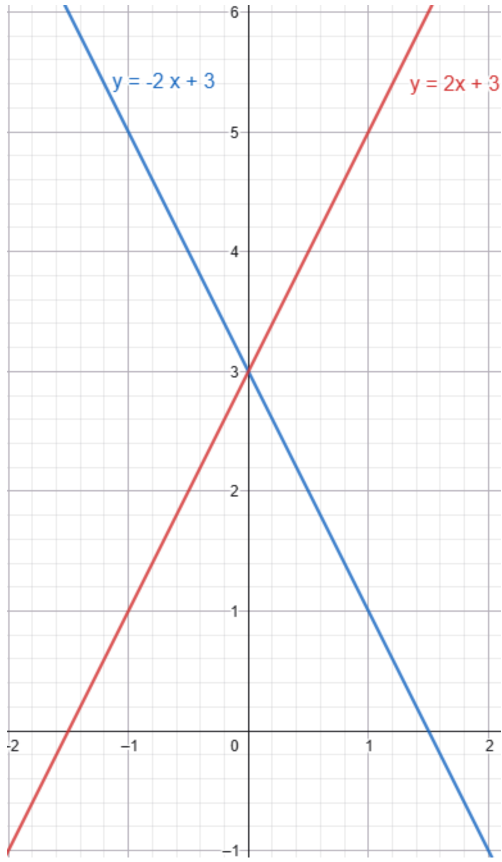
7) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni $y = 2x + 1$ väärtused positiivsed?

8) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused suuremad, kui -3?

9) Kuidas kasvab või kahaneb y-koordinaadi väärtus, kui x-koordinaadi väärtus kasvab ühe ühiku võrra?

<u>Lineaarfunktsiooni graafikuks</u> on alati **<u>sirge.</u>** Selle sirge paiknemine graafikul oleneb funktsiooni valemist.

Vaatame kahe erinevat funktsiooni $y = 2x + 3$ ja $y =- 2x + 3$.



1) Mille poolest erinevad funktsioonide valemid üksteisest?

2) Milliseid erinevusi märkad sirgete vahel?

3) Kuidas võiksid valemite ja sirgete vahelised erinevused seotud olla?

<u>Lineaarliikme kordaja a</u> on funktsiooni graafiku **<u>tõusuks</u>** ning näitab, kas sirge **tõuseb** või **langeb.** Kui a on positiivne, siis sirge ___________ ehk kui x-koordinaadi väärtus suureneb, siis suureneb ka y-koordinaat.
Kui a on _____________, siis sirge _____________ ehk
____

Funktsioonis $y = 2x + 3$ on **algordinaat ehk vabaliige** $b =$_____ ja funktsioonis $y = 2x + 3$ on $b =$_____ .
Mida võiks vabaliige näidata?

<u>Vabaliige</u> b ehk **<u>algordinaat</u>** näitab, millise y'i väärtuse juures funktsiooni sirge lõikab y-telge.
Kui vabaliige $b = 0$, siis tekib $y = ax$, mis on _____________ seos.

Harjutused graafikuga:
1) Kas funktsioon $y = 2x + 3$ graafik läbib punkti $(- 1;\ 1)$? _________
2) Kas funktsiooni $y =- 2x + 3$ graafik läbib punkti $(- 1;\ 4)$? _________
3) Mis on kummagi funktsiooni väärtus, kui $x = 1$? _________ ja _________
4) Kuidas kasvab või kahaneb kummalgi funktsioonil y-koordinaadi väärtus, kui x-koordinaadi väärtus kasvab ühe võrra?

<u>Vastused:</u> 1) Jah; 2) Ei; 3) 5 ja 1; 4) 2 võrra suureneb ja 2 võrra väheneb.

Tööleht 8 (kahe punkti meetod)

Tööleht

Lineaarfunktsiooni graafiku joonestamine

Selles töölehes õpid joonestama lineaarfunktsiooni graafikut kahe punkti abil. Selleks kasutad väärtuste tabelit ja märgid saadud punktid koordinaatteljestikku.

Õpime, kuidas ise funktsiooni graafikut joonestada.

Lineaarfunktsiooni graafiku joonestamiseks on vaja kahte punkti, mille leidmiseks koosta väärtuste tabel. Tabelisse vali ise x-i väärtused ning arvuta nende abil vastavad y väärtused. Lihtsuse mõttes on hea valida punktide koordinaadid nii, et vähemalt üks koordinaatidest on 0.

1. Joonestame funktsiooni $y = 2x + 4$ sirge. Selleks koostame esmalt väärtuste tabeli.

x		
y		

Joonesta koordinaatteljestik, kanna leitud punktid graafikule ning joonesta sirge.

2. Joonesta sirge $y = x + 1$ ja vasta küsimustele.

1) Märgi joonisele punkt A, kus sirge lõikab x-telge, ja kirjuta selle punkti koordinaadid.

2) Kontrolli jooniselt, kas punkt $K(-2;\ 1)$ asub graafikul.

3) Kontrolli arvutuste teel, kas punkt $L(-12;\ -11)$ asub joonisel.

4) Millises punktis lõikub sirge y-teljega?

5) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused positiivsed?

6) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused suuremad kui 2?

7) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused väiksemad kui -1 ?

Vastused: 1)$(-1; 0)$; 2) Ei; 3) Jah; 4) $(0; 1)$; 5) $x > -1$; 6) $x > 1$; 7) $x < -2$

Tööleht 9 (graafiku joonestamise harjutamine)

Tööleht

Funktsiooni graafiku joonestamine

Selles töölehes harjutad lineaarfunktsiooni graafiku joonestamist ja graafikult info lugemist. Pööra tähelepanu sellele, kuidas valem, tabel ja graafik omavahel seotud on.

1. Joonesta sirge $y = 2x - 3$ ja vasta küsimustele.

1) Märgi joonisele punkt T, kus sirge lõikab x-telge, ja kirjuta selle punkti koordinaadid. ______

2) Kontrolli jooniselt, kas punkt $K(0,5; -2)$ asub graafikul. Vastus: _____________

3) Kontrolli arvutuste teel, kas punkt $L(15; 33)$ asub joonisel. Vastus:___________

4) Millises punktis lõikub sirge y-teljega?______________

5) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused positiivsed? _________________

6) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused suuremad kui -1? _________________

7) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused väiksemad kui -5? _______________

8) Leia funktsiooni väärtus, kui $x = 6$. Vastus:___________

Vastused: 1)$(1,5; 0)$; 2) Jah; 3) Ei; 4) $(0; -3)$; 5) $x > 1,5$; 6) $x > 1$; 7) $x < -1$; 8) 9

2. Joonesta sirgete $y = \frac{1}{2}x - 1$ ja $y = x - 2$ graafikud samasse koordinaatteljestikku ja vasta küsimustele.

1) Märgi sirgete lõikepunkt tähega A ja kirjuta välja selle koordinaadid. ________________

2) Kontrolli jooniselt, kas funktsiooni $y = \frac{1}{2}x - 1$ sirge läbib punkti $K(1; -0,5)$.__________

3) Millises punktis lõikub sirge $y = x - 2$ y-teljega?__________

4) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni $y = x - 2$ väärtused positiivsed? __________

5) Leia funktsiooni $y = x - 2$ väärtus, kui $x = 6$.

6) Leia funktsiooni $y = \frac{1}{2}x + 1$ väärtus, kui $x = 7$.

Vastused: 1)(2; 0); 2) Jah; 3)(0; $-$ 2) ; 4) $x > 2$; 5) 4 ; 6) 4,5

Tööleht 10 (tõus ja algordinaat)

Tööleht

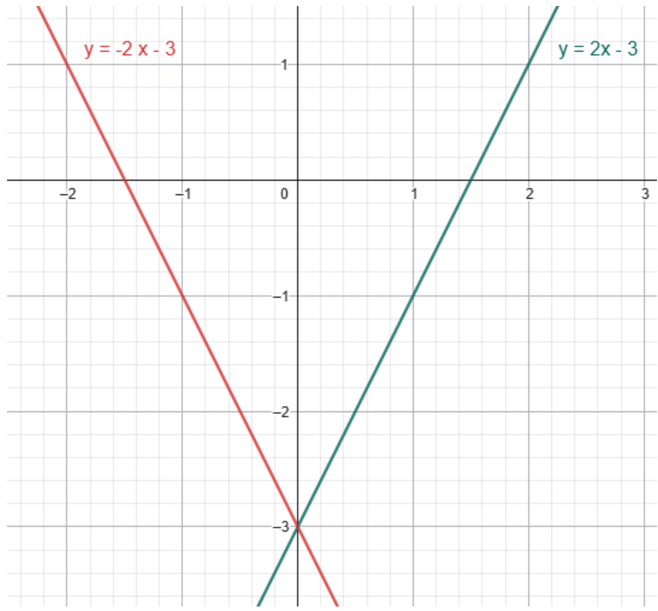
Tõus ja algordinaat

Selles töölehes õpid tundma sirge tõusu ja algordinaati. Eesmärk on mõista, kuidas need kaks suurust mõjutavad lineaarfunktsiooni graafiku asendit.

Lineaarliikme kordaja a on funktsiooni graafiku tõusuks.
Meenuta! Kui $a<$___, siis sirge ____________ ja kui $a>$___, siis sirge ____________.

<u>Tõusu</u> a väärtus näitab, kuidas x ja y-koordinaadi väärtused muutuvad. Mingi väärtuse muutust tähistatakse märgiga Δ. Näiteks, kui x on esialgu 1 ja hiljem 3, siis x muutus $3-1=2$ võrra ning seda tähistatakse $\Delta x=2$.

Tõus $a=\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ehk y muut jagatud x muuduga. Muutumise uurimist alustatakse alati sirge ja y -telje lõikepunktist.



Vaatame funktsioonide $y=2x-3$ ja $y=-2x-3$ graafikute sirgeid paremal.

1) Funktsiooni $y=2x-3$ ja y-telje lõikepunkti koordinaatideks on (;   ).

Suurenda x-koordinaadi väärtust kuni saad täisarvulise y-i väärtuse.

Kui x-i suurendada 1 võrra, saame $x=1$ ja $y=$____ . Seega $\Delta x=1$ ja $\Delta y=$____.
Saame, et funktsiooni tõus $a=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\quad}{\quad}=2$

Kokkuvõte. Funktsioonis $y=2x-3$ on $a=$___. See tähendab, et kui x-koordinaat suureneb 1 ühiku võrra, siis y-koordinaat _________ _____ ühiku võrra.

2) Uuri samamoodi ka funktsiooni $y=-2x-3$. Selle funktsiooni sirge langeb. See tähendab, et mida suuremaks lähevad x-i väärtused, seda __________ muutuvad y-id.

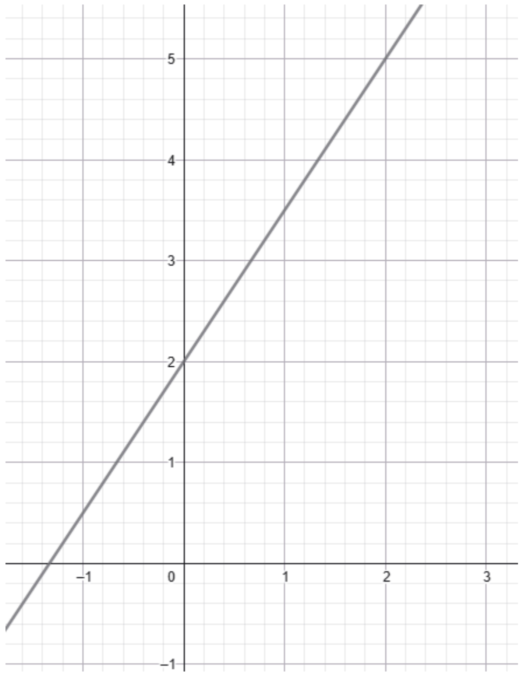
Funktsiooni $y=-2x-3$ ja y-telje lõikepunkti koordinaatideks on (;   ).

Kui x-i suurendada 1 võrra, on uueks väärtuseks $x=1$, aga y-i väärtust ei ole võimalik jooniselt lugeda. See tähendab, et hoopis vähenda x-i 1 võrra.

Kui x-i vähendada 1 võrra, saame $x =$____ ja $y =$____ . Seega $\Delta x =$_____ ja $\Delta y =$____.

Saame, et funktsiooni tõus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\quad}{\quad} =$______

Kokkuvõte. Funktsioonis $y = -2x - 3$ on $a =$___.
See tähendab, et kui x-koordinaat suureneb 1 ühiku võrra, siis y-koordinaat ________ _____ ühiku võrra.



3) Vaatame funktsiooni $y = ax + 2$ ja selle graafikut paremal, kus a peame ise leidma.

Funktsiooni ja y-telje lõikepunkti koordinaatideks on
(;   ).

Kui x-i suurendada 1 võrra, siis y-i väärtus ei ole täisarv. See tähendab, et suurendame x-i veel 1 võrra. Nüüd on $x =$_____ ja $y =$____ . Seega $\Delta x =$______ ja

$\Delta y =$____. Saame, et funktsiooni tõus $a = \frac{\quad}{\quad}$

4) Joonestame tõusu abil funktsiooni sirge. Selleks on vaja teada tõusu ja algordinaati. Funktsioonis $y = 3x - 1$ $a =$_______ ja $b =$______. Tõusust loeme välja, et kui x-koordinaat suureneb ______ ühiku võrra, siis y-koordinaat ________________ .

Sammud:
1. Joonesta teljestik.
2. Märgi graafikule sirge ja y-telje lõikepunkt.
3. Alusta liikumist lõikepunktist ja suurenda tõusu järgi x ja y koordinaati, et leida teine punkt.

Tööleht 11 (tõusu ja algordinaadi ülesanded)

Tööleht

Funktsiooni tõus

Selles töölehes harjutad lineaarfunktsiooni graafiku joonestamist tõusu ja algordinaadi abil. Lisaks õpid graafiku põhjal koostama lineaarfunktsiooni valemit.

Meenuta!

- Kui funktsioonis $a = \frac{2}{3}$, siis tõusu järgi, kui kui x-koordinaat suureneb ____ ühiku võrra, siis y-koordinaat ________ _____ ühiku võrra.

1. Joonesta funktsiooni $y = \frac{1}{2}x + 2$ graafik kasutades tõusu ja algordinaati.

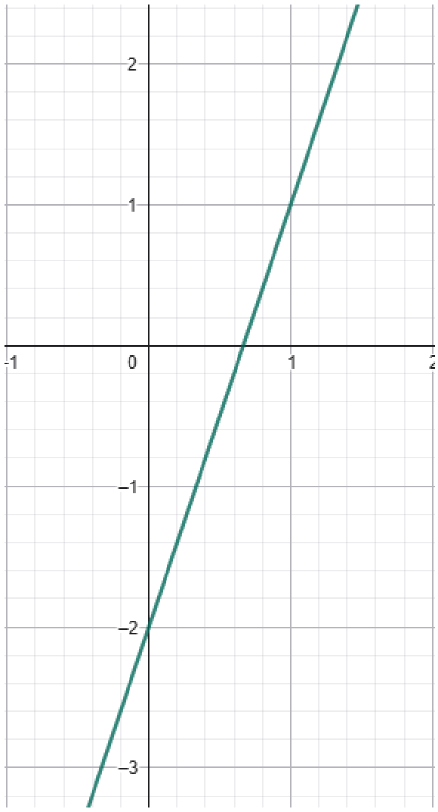
1) Joonesta samasse teljestikku tõusu ja algordinaadi abil ka funktsiooni $y =- x - 1$ sirge.

2) Märgi joonisele sirgete lõikepunkt P ja kirjuta selle punkti koordinaadid. ________

3) Kontrolli jooniselt, kas funktsiooni $y = \frac{1}{2}x + 2$ sirge läbib punkti $K(1; 3)$ asub graafikul. _

4) Millises punktis lõikub funktsiooni $y =- x - 1$ sirge x-teljega?_______

2. Koostada ise paremal oleva tundmatu funktsiooni valemi.



Lineaarfunktsiooni üldkuju oli $y = ax + b$, seega on vaja ise leida tõus a ja vabaliige ehk algordinaat b.

Algordinaat näitas, millises punktis sirge lõikab ___-telge, seega grafikul $b =$______.

Leia nüüd tõus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ehk y-i väärtuste muutus jagatud x-i muutusega.

Sirge ja y-telje lõikepunktist hakka suurendama x-i väärtust, kuni jõuad täisarvulise y-ni. Järgmine täisarvuline y-i väärtus on punktis (;).

Seega kokku muutus x-i väärtust $\Delta x =$______ ja $\Delta y =$_______

ning $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\quad}{\quad} =$_______

Saad joonisel oleva funktsiooni avaldiseks $y =$____________

3.Antud on lineaarfunktsioon $y = ax + 2$, mille sirge läbib punkti $K(1; 4)$. Leia a. 3

Selleks tuleb asendada punkti koordinaadid vastavate muutujate asemele.
Punktis $K(1; 4)$ $x =$_____ ja $y =$_______.

Kui asendada need väärtused antud funktsiooni avaldises muutujate asemele, saame

______$= a \cdot$ _______$+ 2$

Tuleb lahendada tekkinud võrrand.

Tööleht 12 (sirgete vastastikune asend)

Tööleht

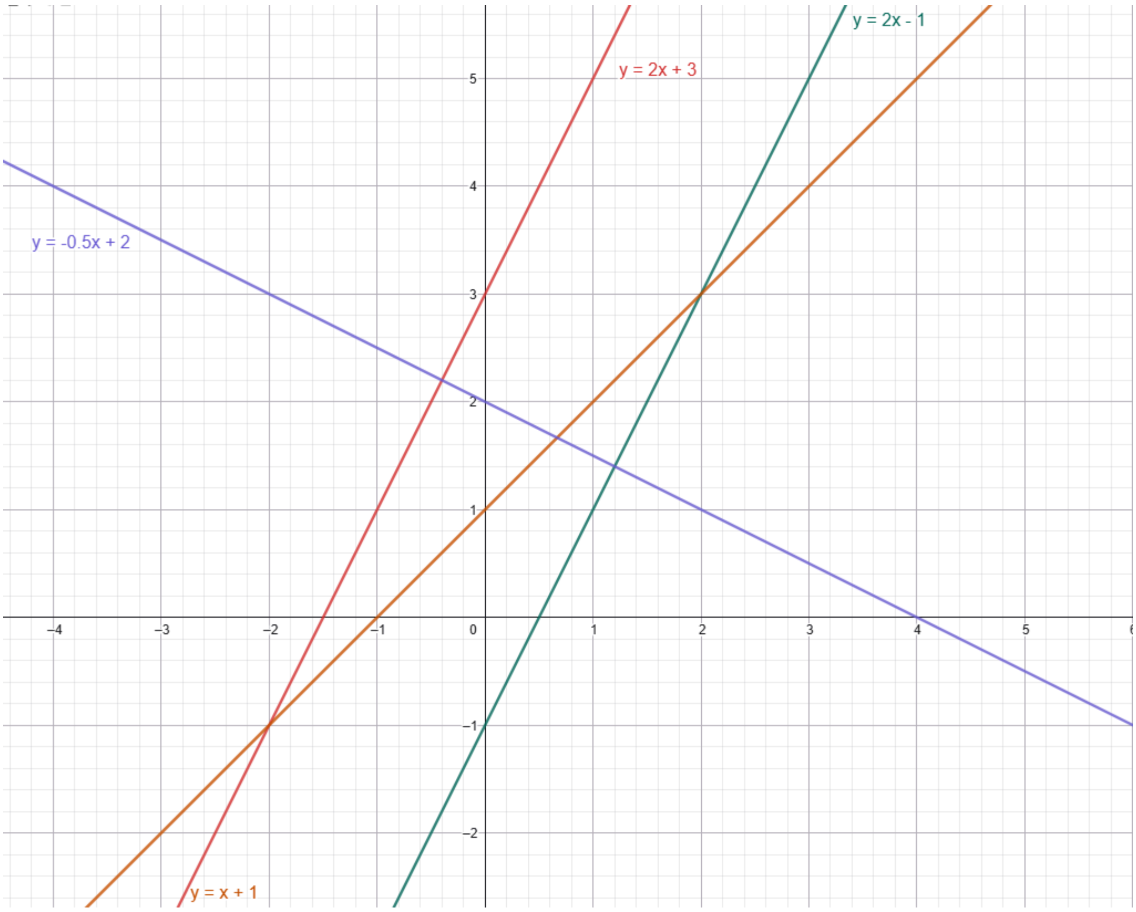
Sirgete vastastikune asend

Selles töölehes uurid, millal sirged on paralleelsed ja millal nad lõikuvad. Eesmärk on seostada sirgete omavaheline asend lineaarfunktsiooni valemis oleva tõusuga.

Kaks sirget saavad omavahel

- lõikuda - ehk omada ühte ühist punkti;
- ristuda - lõikuda nii, et sirgete vahel on nurk 90°;
- olla paralleelsed - nad ei oma ühtegi ühist punkti ehk ei lõiku kunagi.

1. Uuri joonist ja vasta küsimustele.



1) Kas funktsioonide $y = 2x + 1$ ja $y = 2x + 3$ sirged lõikuvad, ristuvad või on paralleelsed?

____

2) Kas funktsioonide $y = 2x + 3$ ja $y = x + 1$ sirged lõikuvad, ristuvad või on paralleelsed?

____

3) Kas funktsioonide $y = 2x + 1$ ja $y =- 0,5x + 2$ sirged lõikuvad, ristuvad või on paralleelsed? ________

4) Kas funktsioonide $y = x + 1$ ja $y =- 0,5x + 2$ sirged lõikuvad, ristuvad või on paralleelsed? ________

Kui kahe funktsiooni _________ on omavahel võrdsed, siis funktsioonide sirged on omavahel paralleelsed. Kui kahe funktsiooni ______________________________________, siis funktsioonid sirged lõikuvad. Kahe funktsiooni sirged ____________, kui sirgete tõusude korrutis on -1.

2. Täida tabel.

Funktsioonid	Lõikuvad/paralleelsed	Lõikepunkti koordinaadid
$y = 4x + 1$ ja $y = 4x - 8$		
$y = 3x + 4$ ja $y =- 3x + 4$		
$y =- 5x + 2$ ja $y =- 3x + 2$		
$y = 0,5x + 3$ ja $y = 0,5x - 4$		

3. Otsusta, kas väide on tõene või väär. Paranda valed väited.

1) Funktsioonide $y = 5x + 1$ ja $y = 5x - 7$ sirged, on paralleelsed. ________

2) Funktsioonide $y =- 6x + 3$ ja $y = 6x + 3$ sirged, lõikuvad punktis (3; 0). ________

3) Funktsiooni $y = 9x$ graafik läbib koordinaatide alguspunkti. ________

4) Funktsiooni $y = 2$ on paralleelne y-teljega. ________

Tööleht 13 (kordamine)

Kordamine

Funktsioonid ja nende graafikud

1. Joonesta sirge $y = 2x + 2$ vabalt valitud meetodiga.

1) Märgi joonisele punkt M, kus sirge lõikab x-telge, ja kirjuta selle punkti koordinaadid. ______

2) Kontrolli joonisel, kas punkt $K(-2; -2)$ asub joonisel. Vastus: _____________

3) Kontrolli arvutuste teel, kas punkt $L(28; 48)$ asub joonisel. Vastus:___________

4) Millises punktis lõikub sirge y-teljega?_________________________

5) Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused positiivsed? _________________

6) Leia arvutuste teel funktsiooni väärtus, kui $x = 6$. Vastus:___________

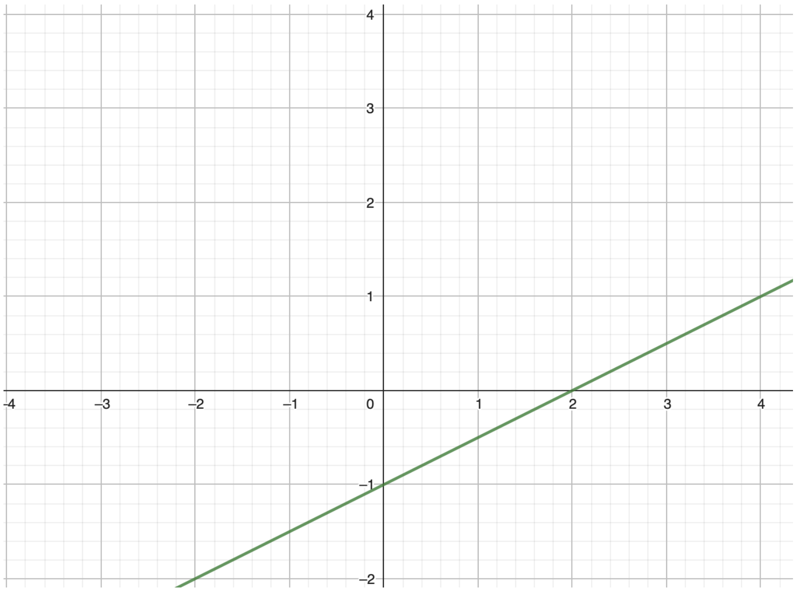
<u>Vastused:</u> 1)$(-1; 0)$; 2) Jah; 3) Ei ; 4) $(0; 2)$; 5) $x > -1$; 6) 14

2. Vasta küsimustele

- Kirjuta võrdelise seose avaldis:________________
- Kirjuta lineaarfunktsiooni avaldis:________________
- Kuidas nimetatakse joont, mis on lineaarfunktsiooni graafikuks? _________________
- Kuidas nimetatakse lineaarfunktsiooni valemis $y = ax + b$ liiget b? ____________

- Kuidas nimetatakse lineaarfunktsiooni valemis $y = ax + b$ liiget ax? ____________
- Milline on lineaarfunktsiooni graafikuks olev sirge, kui $a < 0$? _________________
- Milline on lineaarfunktsiooni sirge, kui $a > 0$? _________________

3. Vaata joonist ning vasta järgmistele küsimustele.



- Mis on selle funktsiooni valem (leia tõus ja algordinaat)?

  ____

- Millises punktis lõikab see x-telge? _____________________
- Kas punkt $K(-2; -2)$ asub sellel sirgel? ______________
- Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused positiivsed?

  ____

- Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused suuremad kui -2? _________________

<u>Vastused:</u> 1)$y = 0,5x - 1$; 2)(2; 0) ; 3) Jah ; 4) $x > 2$; 5) $x >- 2$

4. Otsusta, kas väide on tõene või väär. Paranda valed väited.

1) Funktsioonide $y = 2x + 1$ ja $y = 2x - 7$ sirged, on paralleelsed. ________

2) Funktsioonide $y =- 2x + 1$ ja $y = 2x + 1$ sirged, lõikuvad punktis $(1; 0)$. ________

3) Funktsiooni $y = 7x$ graafik läbib koordinaatide alguspunkti. _________

4) Funktsiooni $x = 2$ on paralleelne x-teljega. _________

<u>Vastused:</u> 1) Tõene; 2) Väär, (0; 1); 3) Tõene ; 4) Väär, y-teljega

5. Lineaarfunktsiooni $y = ax + 2$ graafik läbib punkti $K(1; 4)$.

1) Leia a väärtus. $a =$_______________ 2) Kirjuta valem $y =$______________

<u>Vastused:</u> 1) 2; 2) $y = 2x + 2$

Tööleht 14 (kontrolltöö)

Kontrolltöö

Funktsioonid ja nende graafikud

1. Vasta küsimustele.
   1) Milline on võrdelise seose avaldis? ________________
   2) Kuidas nimetatakse lineaarfunktsiooni valemis $y = ax + b$ liiget ax? ___________
   3) Milline on lineaarfunktsiooni sirge, kui $a < 0$? ________________

2. Joonesta sirge $y = -2x + 4$ ja vasta küsimustele.

1) Märgi joonisele punkt A, kus sirge lõikab x-telge, ja kirjuta selle punkti koordinaadid. ________

2) Kontrolli jooniselt, kas punkt $K(-1; 1)$ asub joonisel. Vastus: _____________

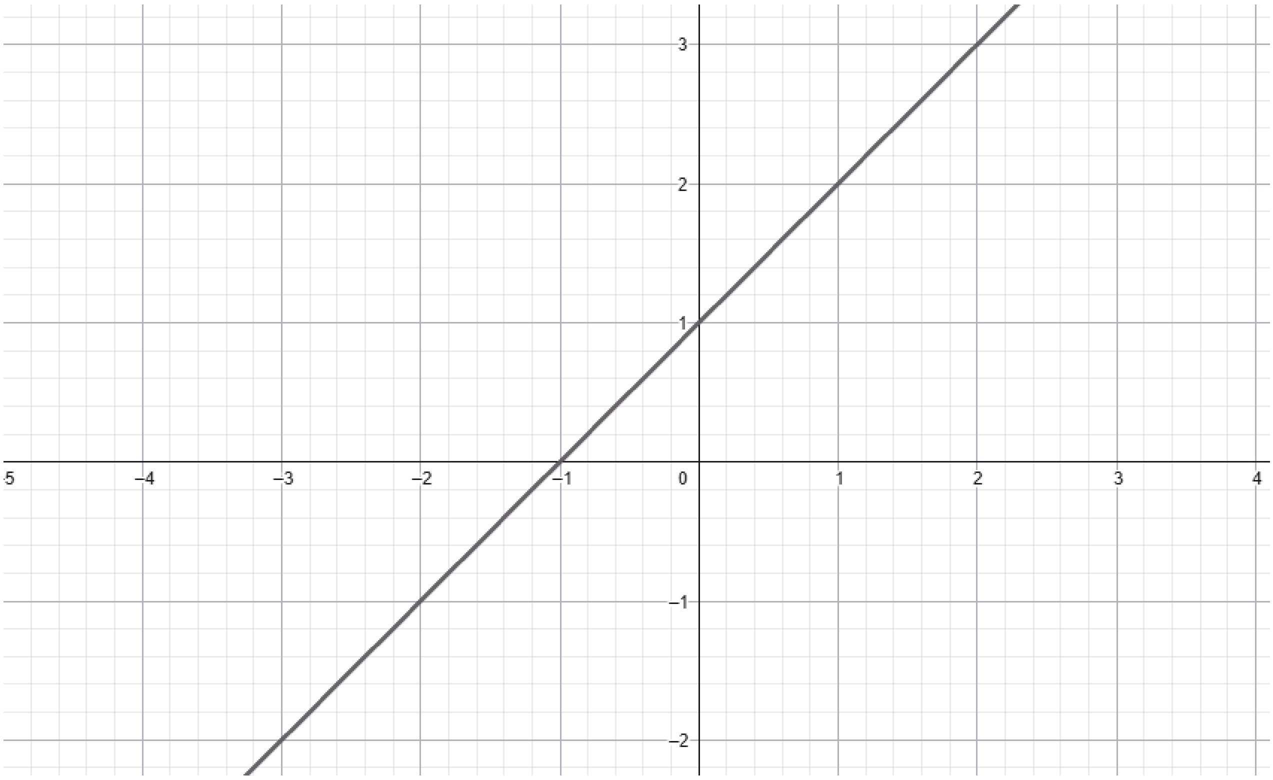
3) Kontrolli arvutuste teel, kas punkt $L(15; 47)$ asub sirgel. Vastus:___________

4) Millises punktis lõikub sirge y-telge?_________________________

5) Mis on selle sirge tõus? _________________

6) Leia funktsiooni väärtus, kui $x = 6$. Vastus:___________

3. Vaata joonist ning vasta küsimustele.



- Mis on selle funktsiooni graafiku tõus? __________________
- Mis punktis lõikab sirge y-telge?__________________
- Millises punktis lõikab sirge x-telge? ____________________
- Kas punkt $K(-\ 2; -\ 2)$ asub sellel sirgel? ______________
- Mis on funktsiooni väärtus, kui $x\ =\ 2$? _______________
- Mis on selle funktsiooni valem? __________________

LISAÜLESANNE:

Lineaarfunktsiooni $y\ =\ ax\ -\ 10$ graafik läbib punkti $K(3; 5)$.

1) Leia a väärtus. $a\ =$_______________ 2) Kirjuta valem $y\ =$______________

Lisa 6. Ruutfunktsiooni töölehed

Ruutfunktsiooni töölehed

Autor: Inge Sillaste

Kaassõna

Antud materjalide eesmärk on toetada alustavat või vähese kogemusega õpetajat 9. klassi ruutfunktsiooni teema õpetamisel. Materjalid on loodud abivahendiks teema ülesehitamisel, tundide planeerimisel ja läbiviimisel ning õpilaste teadmiste kujundamisel ja kinnistamisel. Töölehtede koostamisel lähtuti põhikooli riikliku õppekava nõuetest ning arvestati õpilaste varasemaid teadmisi funktsioonidest ning võimalikke raskusi uue teema omandamisel.
Kokku on materjalis 11 töölehte, mille järjekord vastab teemade läbimise loogilisele järjestusele. Töölehti saab kasutada ka ilma õpiku või muu lisamaterjalita.
Esimene tööleht on suunatud lineaarfunktsiooni teema kordamisele, mis loob aluse uue teema mõistmiseks. Järgnevatel töölehtedel tutvutakse ruutfunktsiooni ja selle graafikuga. keskendutakse graafiku joonestamisele, ruutvõrrandi ja ruutfunktsiooni seostele ning funktsiooni kordajate mõjule parabooli kujule ja asukohale. Viimased töölehed on suunatud õpitu rakendamisele, kordamisele ja teadmiste hindamisele.
Materjalid liiguvad samm-sammult lihtsamatelt tegevustelt (graafikute skitseerimine ja seaduspärasuste märkamine) keerukamate teemadeni (nullkohtade leidmine, haripunkti määramine, funktsiooni valemi koostamine). Töölehed on koostatud arvestusega, et üks tööleht sobib ligikaudu üheks 45-minutiliseks tunniks. Sõltuvalt klassi tasemest ja töötempost võib osa ülesandeid jätta koduseks tööks või järgmiseks tunniks. Samuti on võimalik töölehti kasutada paindlikult, kombineerides neid, lühendades või laiendades vastavalt õpilaste vajadustele.
Õpetajal on oluline roll õppimise suunamisel. Uue teema käsitlemine on kavandatud toetatud avastusõppe põhimõttel, mille puhul õpetaja juhib arutelu ning suunab õpilasi märkama seaduspärasusi ja tegema järeldusi. Selle lähenemise toetamiseks on töölehtedel uued teemad jagatud väiksemateks osadeks. Teooria harjutamiseks on soovitatav kasutada järkjärgulist juhendamist: tunni alguses pakkuda rohkem tuge (nt koos lahendamine ja arutelu), seejärel suunata õpilasi töötama paarides või rühmades ning tunni lõpus lahendama ülesandeid iseseisvalt. See aitab õpilastel järk-järgult suurendada iseseisvust ja enesekindlust.
Diferentseerimise toetamiseks on harjutuslikud töölehed koostatud põhimõttel „madal lävi ja kõrge lagi". See võimaldab kõigil õpilastel ülesandega alustada ja teadmisi kinnistada, samas kui kiiremad õpilased saavad tegeleda keerukamate ülesannetega.
Funktsiooni graafiku ja valemi kordajate vaheliste seoste mõistmiseks on koostatud tööleht GeoGebraga kasutamiseks. Kui digivahendite kasutamine ei ole võimalik, on loodud ka alternatiivne tööleht, millel on vajalikud graafikud juba ette antud.

Tööleht 1 (lineaarfunktsiooni kordamine)

Kordamine

Lineaarfunktsioon ja selle graafik

Meenuta varem õpitud **lineaarfunktsiooni**. Lineaarfunktsiooni teema juures mängisid olulist rolli **funktsiooni valem, väärtuste tabel ja graafik.**

1. Täida lüngad.
Lineaarfunktsiooni valemis $y = ax + b$ liiget ax nimetatakse ____________________ ja liiget b nimetatakse ____________________ . Lineaarfunktsiooni graafikuks on ___________. Lineaarfunktsiooni ja y-telje lõikepunkti y-koordinaat on võrdne _______________. Selleks, et lineaarfunktsiooni graafikut joonestada, on vaja teada, milliseid __________ graafik läbib. Selle jaoks koostatakse ________________, milles valisid ise ___-koordinaadi väärtused ning selle abil arvutad vastavad ___-koordinaadi väärtused. Väärtuste arvutamiseks kasutatakse lineaarfunktsiooni valemit. Graafiku tegemiseks on minimaalselt vaja leida ________ punkti

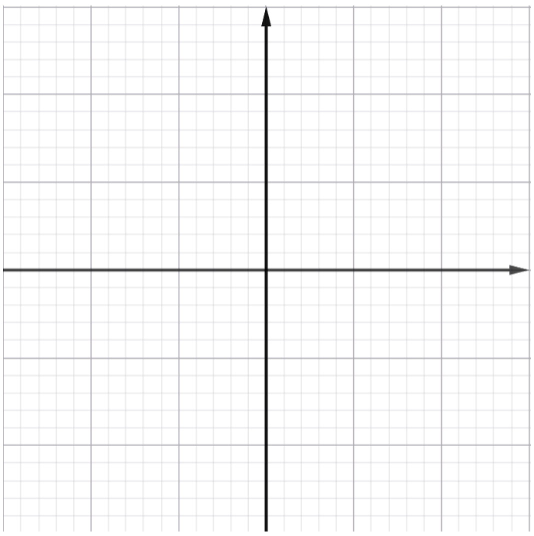
2. Vaata funktsiooni $y = 2x + 1$. Joonesta antud funktsiooni graafik ja uuri seda.

1) Koostada on vaja väärtuste tabel x ja y leidmiseks. Täida tühjad lahtrid.

x		
y		

Leitud punktid on (;), (;).

2) Kanna punktid koordinaattasandile.



1. Koordinaattelgedel peavad alati olema nooled ning vastavalt teljel x või y tähis. **Märgi need joonisele.**

2. Telgedel peavad olema ühikud, mille abil punkte märkida saab. Ühikud peavad olema ______________ vahedega, et graafik oleks korrektne. **Kanna ühikud telgedele.**

3. **Kanna leitud punktid graafikule ning ühenda sirgega.**

3) Funktsiooni uurimine.

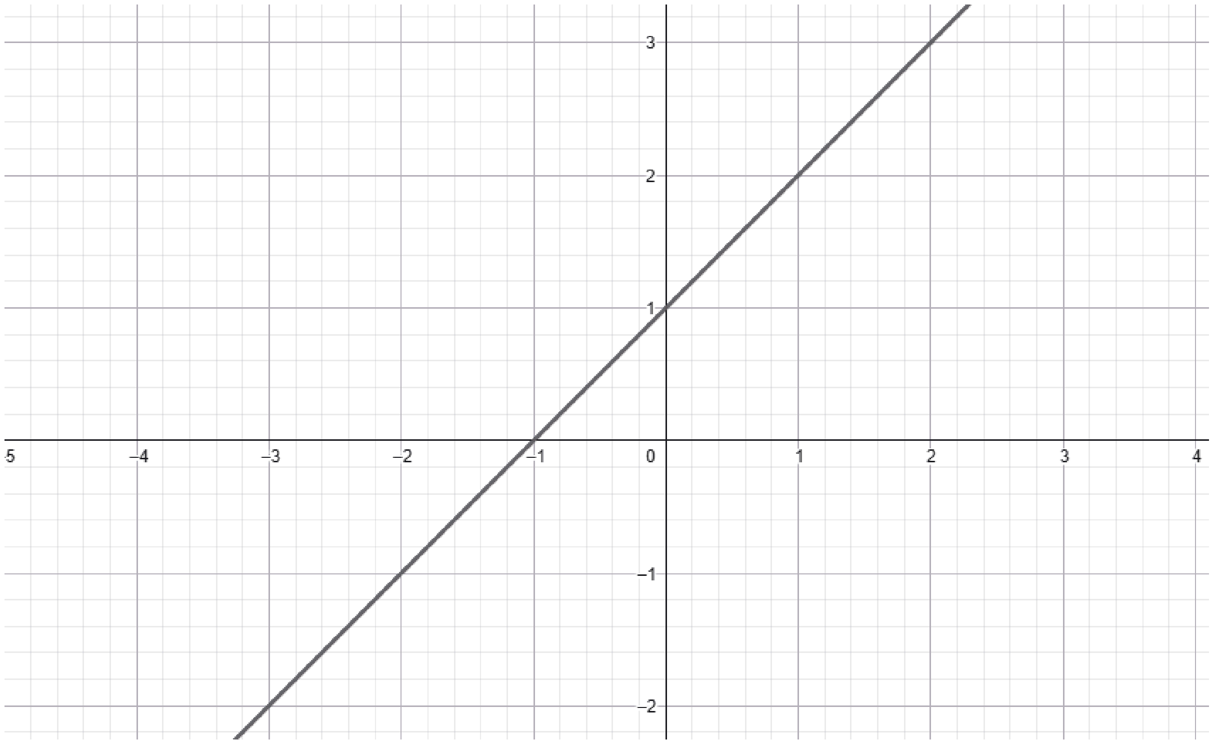
- Märgi joonisele punkt A, kus sirge lõikab x-telge, ja kirjuta selle punkti koordinaadid. _____
- Märgi joonisele punkt B, kus sirge lõikab y-telge, ja kirjuta selle punkti koordinaadid. _____

- Kontrolli joniselt, kas punkt $K(-\ 0,5;\ 1)$ asub joonisel. Vastus: _________
- Kontrolli arvutuste teel, kas sirge läbib punkti $L(15;\ 47)$. Vastus:__________

  NB! Peab kontrollima, kas $y\ =\ 47$, kui $x\ =\ 15$.

- Mis on funktsiooni väärtus, kui $x\ =\ 6$. Vastus: _________
- Milliste x väärtuste korral on funktsiooni väärtused positiivsed?Vastus: _________
- Mis on selle sirge tõus? Vastus: _________

3. Vaata joonist ning vasta küsimustele.



- Mis on selle funktsiooni graafiku tõus? __________________
- Mis punktis lõikab sirge y-telge?__________________
- Millises punktis lõikab sirge x-telge? ____________________
- Kas punkt $K(-\ 2;-\ 2)$ asub sellel sirgel? _____________
- Mis on funktsiooni väärtus, kui $x\ =\ 2$? _______________
- Mis on selle funktsiooni valem? __________________

Tööleht 2.1 (ruutfunktsioon ja selle graafik, ilma võrrandita)

Tööleht

Ruutfunktsiooni ja selle graafikuga tutvumine

Selles töölehes tutvud ruutfunktsiooni ja selle graafikuga. Koostad väärtuste tabeleid, joonestad graafikuid ning uurid, millise kujuga on ruutfunktsiooni graafik.

1. Koosta funktsioonide $y = 2x^2$ ja $y =- 2x^2$ väärtuste tabel, kus x täisarvulised väärtused on lõigul $- 2 \leq x \leq 2,$ ja skitseeri leitud punktide abil graafik.

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	$y = 2 \cdot (\quad)^2 = 2 \cdot 4 = 8$				
$y =- 2x^2$	$y =- 2 \cdot (\quad)^2 =- 2 \cdot 4 =- 8$				

Millist seaduspära märkad x-koordinaadi väärtuste ja funktsioonide väärtuste vahel?

____

Järgmiseks joonesta mõlema funktsiooni graafikud ühte koordinaatteljestikku.

Nüüd ühenda <u>ilma joonlaua abita</u> punktid omavahel ühtseks jooneks.

Milline graafik tuli? ____

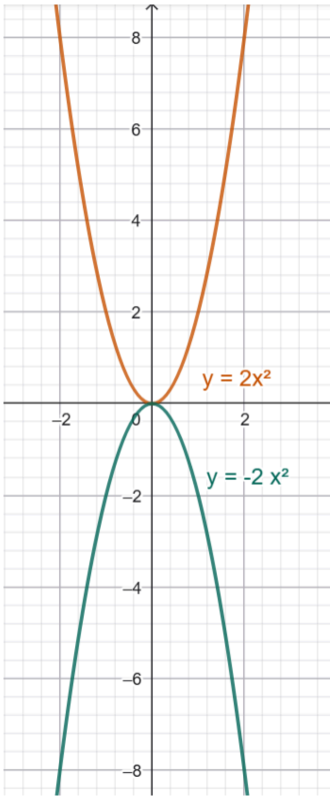
Mis erinevus on $y = 2x^2$ ja $y =- 2x^2$ graafikutel?

____

Millest võiks see erinevus tingitud olla?

____

Vaatame lähemalt arvuti poolt joonestatud graafikuid.



1) Milliseid erinevusi enda joonestatud graafikute ja arvuti graafikute vahel näed?____

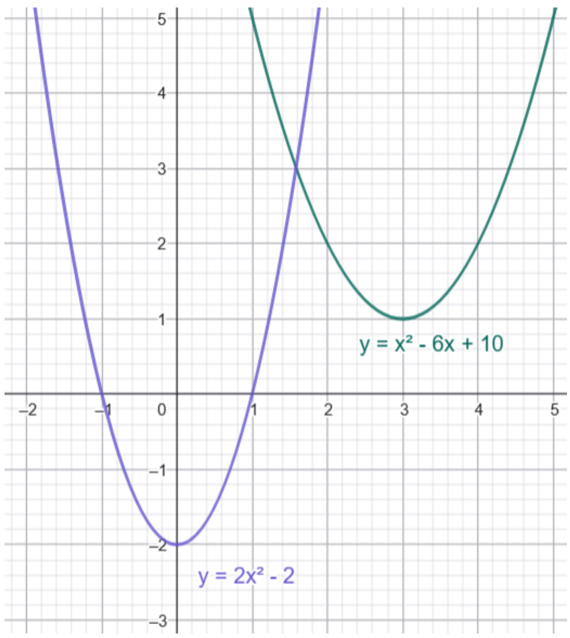
2) Mida märkad parabooli y-telje suhtes vasaku ja parema poole kohta?

____

Järeldus: Mõlema graafiku juures on y-telg kui **sümmeetriatelg** ehk parabooli harud on üksteise peegeldused.

3) Teiseks tähtsaks mõisteks on parabooli **haripunkt**, milleks on punkt, mis asub sümmeetriateljel. Meie funktsioonide haripunktid on samas punktis ning koordinaadiks on (;).

4) Viimaks vaatame, mis on nullkohad. **Nullkohad** on x väärtused, kus parabool kas läbib või puudutab x-telge. Meie kaks parabooli ________________ x-telge kohas, kus x =________.



Vaatame funktsiooni $y = 2x^2 - 2$ graafikut. Näeme, et sellel on __________ nullkohta väärtustega _______ ja _______. Nende lõikepunktide koordinaadid on _______ ja ________.

Viimasena vaatame funktsiooni $y = x^2 - 6x + 10$ graafikut. Antud paraboolil _____________ nullkohti.

Tööleht 2.2 (ruutfunktsioon ja selle graafik, võrrandiga)

Tööleht

Ruutfunktsiooni ja selle graafikuga tutvumine

Selles töölehes tutvud ruutfunktsiooni ja selle graafikuga ning uurid, kuidas on ruutfunktsiooni nullkohad seotud vastava ruutvõrrandi lahenditega.

1. Leia funktsioonide $y = 2x^2$ ja $y =- 2x^2$ lõikepunktid x-teljega, koosta väärtuste tabel ja skitseeri leitud punktide abil graafik.

Lahenda antud võrrandid.

$2x^2 = 0$ $- 2x^2 = 0$

Graafikud lõikavad x-telge punktides (;) ja (;).

x	-2	-1	1	2
$y = 2x^2$	$y = 2 \cdot (- 2)^2 = 2 \cdot 4 = 8$			
$y =- 2x^2$	$y =- 2 \cdot (- 2)^2 =- 2 \cdot 4 =- 8$			

Kuna me ei tea, milline ruutfunktsiooni graafik on, siis leiame väärtuste tabeli abil veel nelja punkti koordinaadid. Millist seaduspära märkad x-koordinaadi väärtuste ja funktsioonide väärtuste vahel?

Järgmiseks joonesta mõlema funktsiooni graafikud ühte koordinaatteljestikku.

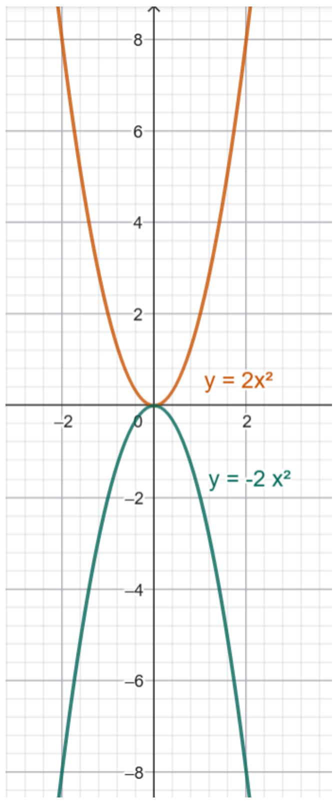
Nüüd ühenda <u>ilma joonlaua abita</u> punktid omavahel ühtseks jooneks.

Milline graafik tuli? ____

Mis erinevus on $y = 2x^2$ ja $y =- 2x^2$ graafikutel?

____

Millest võiks see erinevus tingitud olla?



____

Vaatame lähemalt arvuti poolt joonestatud graafikuid paremal.

1) Milliseid erinevusi enda joonestatud graafikute ja arvuti graafikute vahel näed?____

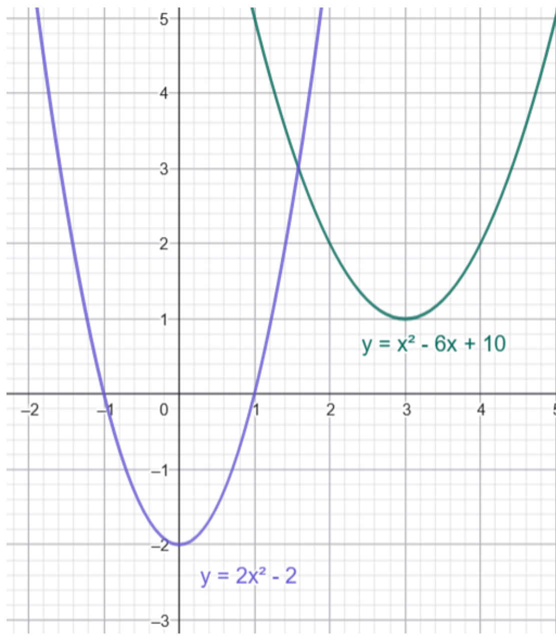
2) Mida märkad parabooli y-telje suhtes vasaku ja parema poole kohta?

____

Järeldus: Mõlema graafiku juures on y-telg kui **sümmeetriatelg** ehk parabooli harud on üksteise peegeldused.

3) Teiseks tähtsaks mõisteks on parabooli **haripunkt**, milleks on punkt, mis asub sümmeetriateljel. Meie funktsioonide haripunktid on samas punktis ning koordinaadiks on (;).

4) Viimaks vaatame, mis on nullkohad. **Nullkohad** on x väärtused, kus parabool, kas läbib või puutub x-telge. Seega need on ka ruutfunktsiooni valemist koostatud võrrandi lahendid. Meie kaks parabooli _______________ x-telge kohas $x =$________.



2. Vaatame funktsiooni $y = 2x^2 - 2$ graafikut. Näeme, et sellel on _______ nullkohta väärtustega _______ ja _______. Nende lõikepunktide koordinaadid on _______ ja ________. Kui graafik lõikab x-telge kahest kohast, siis on võrrandil $2x^2 - 2 = 0$ ___________ lahendit.

Viimasena vaatame funktsiooni $y = x^2 - 6x + 10$ graafikut. Antud paraboolil _____ nullkohti. Kui graafikul ei ole nullkohti, siis võrrandil $x^2 - 6x + 10 = 0$ _____________ lahendid.

Tööleht 3.1 (ruutfunktsiooni graafiku joonestamine, ilma võrrandita)

Tööleht

Ruutfunktsiooni graafiku skitseerimine

Selles töölehes õpid joonestama ruutfunktsiooni graafikut nullkohtade ja haripunkti abil. Nullkohtade leidmiseks tutvud ruutvõrrandi lahendivalemiga ning kasutad saadud tulemusi parabooli joonestamisel.

Joonestame funktsiooni $y = x^2 + 4x - 5$ graafiku haripunkti, nullkohtade ja väärtuste tabeli abil.

1) Leiame graafiku **nullkohad**.
   Nullkohtadeks on funktsiooni valemist loodud võrrandi **lahendid** x_1 **ja** x_2. Kui antud ruutfunktsioonil on **kaks nullkohta**, peab võrrandil olema ka **kaks erinevat lahendit** (näiteks $x_1 = 1$ ja $x_2 = -2$). Kui ruutfunktsioonil on **üks nullkoht**, peab võrrandil olema ka **kaks võrdset lahendit** (näiteks $x_1 = 1$ ja $x_2 = 1$). Kui ruutfunktsioonil on **ei ole nullkohta**, siis võrrandil **puuduvad reaalarvulised lahendid**.
   Ruutvõrrandi $ax^2 + bx + c = 0$ **lahendamiseks** on oma **valem** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, kus ***a, b* ja *c* on liikmete kordajad**.
   Meie funktsiooni $y = x^2 + 4x - 5$ võrrandiks on $x^2 + 4x - 5 = 0$, kus $a =$___, $b =$ ____ ja $c =$____.
   Nüüd lahendame võrrandi $x^2 + 4x - 5 = 0$ uue valemi abil.

   Nullkohad on: __________________

2) Leiame haripunkti koordinaadid. Haripunkt asub nullkohtade keskel, seega saame leida *x*-koordinaadi nullkohtade aritmeetilise keskmisena.
   $x_h = \frac{x_1 + x_2}{2} =$
   $y_h = x_h^2 + 4x_h - 5 = (\ \ )^2 + 4 \cdot \quad - 5 =$
   Haripunktiks on ______________

3) Viimaks on vaja leida lisa punkte, mille abil parabooli visandada. Valime sümmeetriatelje suhtes võrdsel kaugusel *x*-i väärtused.

x	-4	-3	-2,5	-1,5	-1	0
y						

Viimase sammuna skitseeri lehe pöördele antud funktsiooni graafik ehk **parabool.**

Joonesta ise koordinaatteljestik, kanna sellele vajalikud punktid ja skitseeri parabool.

Viimase sammuna kontrolli üle, kas sinu graafik tuli selline nagu peaks. Selleks sisesta Google otsingusse “y=x^2+4x-5”. Otsingu tulemusena pakub Google erinevaid programme, mille abil lahendus leida. Vali GeoGebra. Võrdle arvuti koostatud graafikut ja enda oma.

Mis on peamised erinevused?

Tööleht 3.2 (ruutfunktsiooni graafiku joonestamine, võrrandiga)

Tööleht

Ruutfunktsiooni graafiku skitseerimine

Selles töölehes harjutad ruutfunktsiooni graafiku joonestamist nullkohtade ja haripunkti abil.

Joonestame funktsiooni $y = x^2 + 4x - 5$ graafiku haripunkti ja nullkohtade abil.

1) Leiame graafiku **nullkohad**. Nullkohtadeks on funktsiooni valemist loodud võrrandi $x^2 + 4x - 5 = 0$ **lahendid** x_1 **ja** x_2. Kui antud ruutfunktsioonil on **kaks nullkohta**, peab võrrandil olema ka **kaks erinevat lahendit** (näiteks $x_1 = 1$ ja $x_2 = -2$). Kui ruutfunktsioonil on **üks nullkoht**, peab võrrandil olema ka **kaks võrdset lahendit** (näiteks $x_1 = 1$ ja $x_2 = 1$). Viimaks, kui ruutfunktsioonil on **ei ole nullkohta**, siis võrrandil **puuduvad reaalarvulised lahendid**.
   Nüüd lahendame võrrandi $x^2 + 4x - 5 = 0$ uue valemi abil.

   Nullkohad on: ___________________

2) Leiame haripunkti koordinaadid. Haripunkt asub nullkohtade keskel, seega saame leida *x*-koordinaadi nullkohtade aritmeetilise keskmisena.

   $x_h = \frac{x_1 + x_2}{2} =$

   $y_h = x_h^2 + 4x_h - 5 = (\ )^2 + 4 \cdot \qquad - 5 =$

   Haripunktiks on ______________

3) Viimaks on vaja leida lisa punkte, mille abil parabooli joonestada. Teame, et parabool on sümmeetriline oma sümmeetriatelje suhtes, mille asukoha saame haripunkti abil. Valime sümmeetriatelje suhtes võrdsel kaugusel *x*-i väärtused.

x	-4	-3	-2,5	-1,5	-1	0
y						

Viimase sammuna skitseeri lehe pöördele antud funktsiooni graafik ehk **parabool.**

Joonesta ise koordinaatteljestik, kanna sellele vajalikud punktid ja skitseeri parabool.

Viimase sammuna kontrolli üle, kas sinu graafik tuli selline nagu peaks. Selleks sisesta Google otsingusse “y=x^2+4x-5”. Otsingu tulemusena pakub Google erinevaid programme, mille abil lahendus leida. Vali GeoGebra. Võrdle arvuti koostatud graafikut ja enda oma.

Mis on peamised erinevused?

Tööleht 4 (ruutfunktsiooni joonestamine ilma nullkohtadeta)

Tööleht

Ruutfunktsioonide skitseerimine ilma nullkohtadeta

Selles töölehes õpid leidma parabooli haripunkti ka siis, kui ruutfunktsioonil ei ole nullkohti.

1. Joonesta funktsioon $y = x^2 - 4x + 5$ graafik.

   1) Leia nullkohad.

      Funktsioonile vastav ruutvõrrand on __________________=___

Nullkohta ___________________________

Nullkohtade puudumise korral ei ole võimalik seni õpitud meetodiga haripunkti x koordinaati leida. Haripunkti x-koordinaadi leidmiseks olemas ka eraldi valem $x_h = \frac{-b}{2a}$

y-koordinaadi leidmiseks kasutame ikka sama meetodit, mis alati.

   2) Leia haripunkti koordinaadid.

Haripunkt on ___________________________

   3) Vajadusel leia lisapunktid ja skitseeri parabool.

2. Joonesta **ühele koordinaattasandile** funktsioonide $y = -3x^2 + 3$ ja $y = -0,5x^2 - x - 2$ graafikud.

Tööleht 5.1 (ruutfunktsiooni sõltuvus ruutvõrrandi kordajatest, GeoGebraga)

Tööleht

Ruutfunktsiooni sõltuvus ruutvõrrandi kordajatest

Selles töölehes uurid GeoGebra abil, kuidas ruutfunktsiooni valemis olevad kordajad mõjutavad parabooli kuju ja asendit. Eesmärk on märgata seoseid funktsiooni valemi ja graafiku vahel.

Ruutfunktsiooni $y = ax^2 + bx + c$ **kordajateks** on ruutliikme kordaja ***a*,** lineaarliikme kordaja ***b* ja** vabaliige ***c***. Antud kordajate väärtused **mõjutavad parabooli kuju** ja **asukohta koordinaattasandil**.

1. Esmalt tahame teada, kuidas kordaja a mõjutab parabooli kuju.

1) Joonesta funktsioonide $y = x^2$ ja $y =- x^2$ graafikud. Funktsiooni $y = x^2$ korral $a =$___ ja $y = - x^2$ korral $a =$____ . Kuidas erinevad paraboolid üksteisest?

____

2) Joonesta esmalt funktsioone $y = x^2$ ja $y = 2x^2$ ja $y = 10x^2$ graafikud.
Funktsiooni $y = x^2$ korral $a =$_____, $y = 2x^2$ korral $a =$_____ ja $y = 10x^2$ korral $a =$____ . Kuidas erinevad paraboolid üksteisest?

____

Nüüd vaatame funktsioone $y = - x^2$ ja $y =- 2x^2$ ja $y =- 10x^2$.
Funktsiooni $y = x^2$ korral $a =$____, $y = 2x^2$ korral $a =$_____ ja $y = 10x^2$ korral $a =$_____ . Kuidas erinevad paraboolid üksteisest?

____

Milliseid järeldusi saame teha parabooli kuju ja ruutliikme kordaja *a* vahel?

- Kui $a > 0$ ehk positiivne, siis on parabooli harud suunatud _________.
- Kui $a < 0$ ehk negatiivne, siis on parabooli harud suunatud _________.
- Mida suurem on ruutliikme kordaja *a*, seda ___________ on parabooli haarad üksteisest ehk seda ____________ on parabool.

2. Kuidas mõjutab vabaliikme kordaja *c* parabooli.

Vaatame funktsioonide $y = x^2$, $y = x^2 + 2$ ja $y = x^2 - 2$ graafikuid.
Funktsiooni $y = x^2$ on $c =$____, $y = x^2 + 2$ on $c =$_____ ja $y = x^2 - 2$ on $c =$_____.

Mida märkad ruutfunktsiooni asukoha kohta?

____

Kui aga vaatame, millises y-i väärtuses parabool lõikab y-telge ja võrdleme seda oma vabaliikmega, siis mida sa märkad?

Milliseid järeldusi saame teha parabooli kuju ja ruutliikme kordaja a vahel?

3. Koosta kokkuvõtteks mõttekaart selle kohta, kuidas ruutfunktsiooni liikmete kordajad mõjutavad graafikut.

Lisaülesanne. Joonesta kaks parabooli, mille funktsiooni valemis erinevad üksteisest ainult lineaarliikmed.
1) Kuidas erinevad need paraboolid üksteisest?

2) Kuidas võiks lineaarliikme kordaja mõjutada parabooli kuju või asukohta?

Tööleht 5.2 (ruutfunktsiooni sõltuvus ruutvõrrandi kordajatest, ilma GeoGebrata)

Tööleht

Ruutfunktsiooni sõltuvus ruutvõrrandi kordajatest

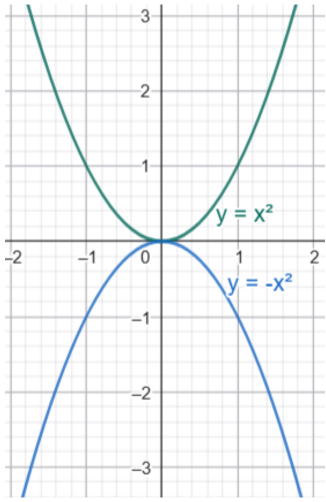
Selles töölehes uurid jooniste abil, kuidas ruutfunktsiooni valemis olevad kordajad mõjutavad parabooli kuju ja asendit. Eesmärk on märgata seoseid funktsiooni valemi ja graafiku vahel.

Ruutfunktsiooni $y = ax^2 + bx + c$ **kordajateks** on ruutliikme kordaja ***a*,** lineaarliikme kordaja ***b* ja** vabaliige ***c***. Antud kordajate väärtused **mõjutavad parabooli kuju** ja **asukohta koordinaattasandil**.

1. Esmalt tahame teada, kuidas kordaja a mõjutab parabooli kuju.

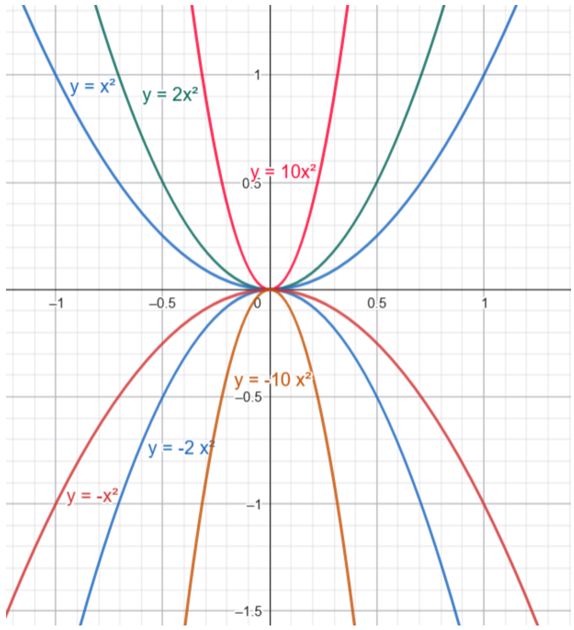
1) Uurime funktsioone $y = x^2$ ja $y = -x^2$ graafikuid. Funktsiooni $y = x^2$ korral $a = 1$ ja i $y = -x^2$ korral $a = -1$.
Kuidas erinevad paraboolid üksteisest?

____



2) Uurime esmalt funktsioone $y = x^2$ ja $y = 2x^2$ ja $y = 10x^2$. Funktsiooni $y = x^2$ korral $a =$_____, $y = 2x^2$ korral $a =$_____ ja $y = 10x^2$ korral $a =$____ .
Kuidas erinevad paraboolid üksteisest?

____



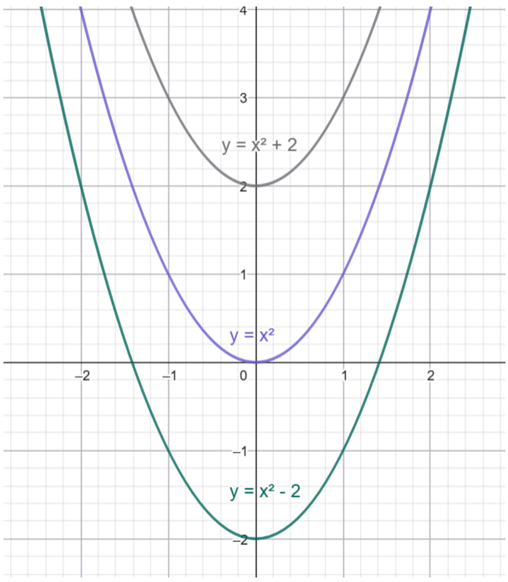
Nüüd vaatame funktsioone $y = -x^2$ ja $y = -2x^2$ ja $y = -10x^2$. Funktsiooni $y = x^2$ korral $a =$____, $y = 2x^2$ korral $a =$_____ ja $y = 10x^2$ korral $a =$_____ .
Kuidas erinevad paraboolid üksteisest?

____

Milliseid järeldusi saame teha parabooli kuju ja ruutliikme kordaja a vahel?

- Kui $a > 0$ ehk positiivne, siis on parabooli harud suunatud __________.
- Kui $a < 0$ ehk negatiivne, siis on parabooli harud suunatud __________.
- Mida suurem on ruutliikme kordaja a, seda ____________ on parabooli haarad üksteisest ehk seda _____________ on parabool.

2. Kuidas mõjutab vabaliikme kordaja *c* parabooli.



Vaatame funktsioonide $y = x^2$, $y = x^2 + 2$ ja $y = x^2 - 2$ graafikuid. Funktsiooni $y = x^2$ on $c =$____, $y = x^2 + 2$ on $c =$_____ ja $y = x^2 - 2$ on $c =$_____.

Mida märkad ruutfunktsiooni asukoha kohta?

____

Kui aga vaatame, millises *y*-i väärtuses parabool lõikab *y*-telge ja võrdleme seda oma vabaliikmega, siis mida sa märkad?

____

Milliseid järeldusi saame teha parabooli kuju ja ruutliikme kordaja *a* vahel?

____

3. Koosta kokkuvõtteks mõttekaart selle kohta, kuidas ruutfunktsiooni liikmete kordajad mõjutavad graafikut.

Tööleht 6 (punktid graafikul, väärtuste leidmine ja funktsiooni valemi koostamine)

Tööleht

Punktid graafikul, väärtuste leidmine ja funktsiooni valemi koostamine.

Selles töölehes harjutad ruutfunktsiooni valemi kasutamist erinevates ülesannetes. Ülesanded liiguvad lihtsamatest keerukamateni ning aitavad kinnistada ruutfunktsiooni valemi ja graafiku vahelisi seoseid.

1. Leia arvutades, kas järgmised punktid asuvad funktsiooni $y =- 2x^2 + 3x - 5$ graafikul.

1) $(- 3; - 32)$

2) $(- 1; 10)$

3) $(2; - 7)$

2. Leia arvutades, kas punkt (2; 5) asub funktsiooni $y = (x + 3)(x - 1)$ graafikul.

3. Leia funktsiooni $y = 3x^2 + 4x - 10$ väärtus kohal $x = 6$

4. Ruutfunktsiooni $y = ax^2 - 6x$ väärtus on 80, kui $x =- 5$. Leia *a* ja kirjuta funktsiooni valem.

5. Ruutfunktsioon $y =- 0,5x^2 + c$ läbib punkti C$(- 4; - 3,5)$. Leia *c* ja kirjuta funktsiooni valem.

6. Leia ruutfunktsiooni $y = ax^2 + bx + c$ kordajate *a, b* ja *c* väärtused, kui graafik läbib punkte $K(2; 0)$, $L(0; 2)$ ja $M(- 1; 18)$. Kirjuta funktsiooni valem.

7. Lihtsusta avaldis $(2x - 1)^2 - (3x + 1)(x - 3) - (x - 2)(x + 2)$ ja arvuta selle väärtus, kui $x =- 2$.

<u>Vastused:</u> 1. Jah; Ei; Jah. 2. Jah. 3. $y = 122$. 4. $a = 2$. 5. $c = 4,5$ 6. $a = 5$; $b =- 11$; $c = 2$ 7. 0

Tööleht 7 (kordamine)

Kordamine

Ruutfunktsioon

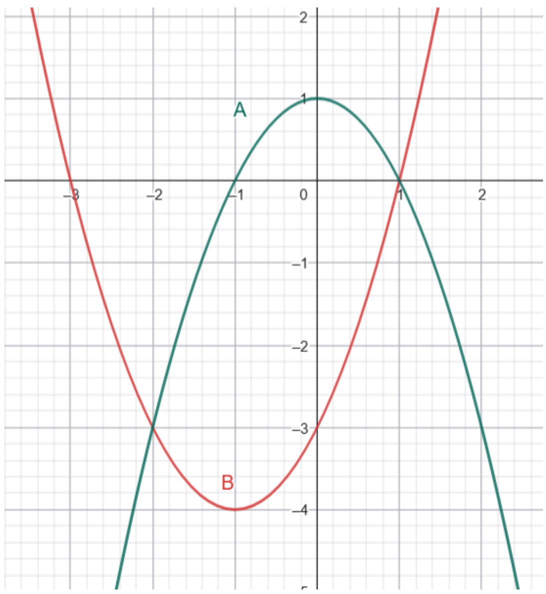
1. On antud funktsioon $y = x^2 - 2x - 8$.

1) Leia selle funktsiooni graafiku haripunkti koordinaadid.
2) Leia selle funktsiooni nullkohad.
3) Arvuta funktsiooni väärtus, kui $x = 3$.
4) Millises punktis läbib selle funktsiooni graafik *y*-telge?
5) Joonesta selle funktsiooni graafik.

<u>Vastused:</u> 1) $(1; \ -9)$; 2) $x_1 = -2$ ja $x_2 = 4$; 3) -5; 4) $(0; \ -8)$

2. Kontrolli arvutades, kas punktid $L(-2; 16)$ ja $M(5; -4)$ asuvad ruutfunktsiooni $y = 0,5x^2 - 4x + 6$ graafikul.

<u>Vastused:</u> $L(-2; 16)$ asub ja $M(5; -4)$ ei asu



3. Joonesta ühes teljestikus funktsioonide $y = -x^2 - 2x + 3$ ja $y = -x + 1$ graafikud. Tähista ja kirjuta välja nende graafikute lõikepunktide koordinaadid.

<u>Vastused:</u> $(1; 0)$ ja $(-2; \ 3)$

4. Kirjuta jooniselt graafikute A ja B haripunkti koordinaadid, nullkohad ja *y*-koordinaadi väärtuse, kus graafik lõikab *y*-telge. Mis on funktsiooni A väärtus, kui $x = -2$?

<u>Vastused:</u> A: $(0; 1)$; $x_1 = -1$ ja $x_2 = 1$; $y = 1$

B: $(-1; \ -4)$; $x_1 = -3$ ja $x_2 = 1$; $y = -3$

Kui $x = -2$, siis $y = -3$

5. Joonesta funktsiooni $y = x^2 + 2x - 3$ graafik, kui $-4 \le x \le 2$. Kirjuta jooniselt nullkohad ja haripunkti koordinaadid.

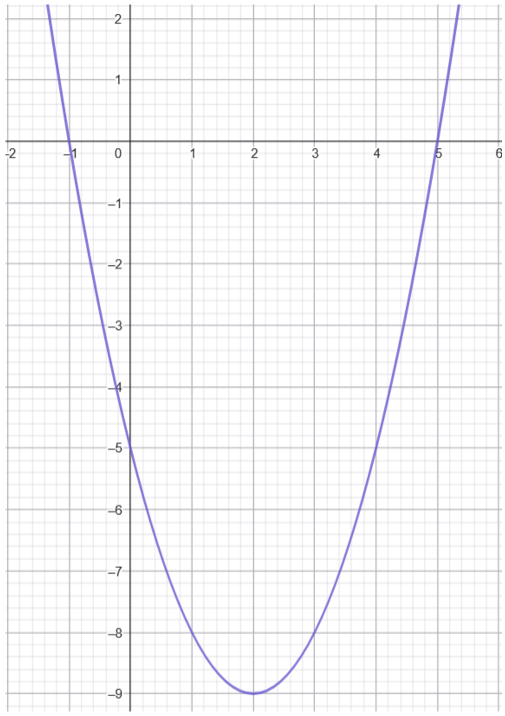
<u>Vastused:</u> $x_1 = -3$ ja $x_2 = 1$; $(-1; \ -4)$

Tööleht 8 (kontrolltöö)

Kontrolltöö

Ruutfunktsioon

1. On antud funktsioon $y = x^2 + 2x - 3$.
   1) Leia selle funktsiooni graafiku haripunkti koordinaadid.
   2) Leia selle funktsiooni nullkohad.
   3) Arvuta funktsiooni väärtus, kui $x = 5$.
   4) Millises punktis läbib selle funktsiooni graafik y-telge?
   5) Joonesta selle funktsiooni graafik.
   6) Kontrolli arvutades, kas punktid $M(4; 20)$ ja $K(-6; 15)$ asuvad funktsiooni graafikul.
   7) Joonesta samas teljestikus ka $y =- x + 1$ funktsiooni graafik. Tähista ja kirjuta välja parabooli ja sirge lõikepunktide koordinaadid.



2. Leia jooniselt funktsiooni nullkohad, haripunkti koordinaadid ja y-teljega lõikepunkti koordinaadid. Mis on funktsiooni väärtus kohal $x = 1$?

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Inge Sillaste,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose lineaarfunktsiooni ja ruutfunktsiooni õpetamiseks materjalide loomine ning tagasiside loodud materjalidele, mille juhendaja on Kerli Orav-Puurand, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commonsi litsentsiga CC BY NC ND 4.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Inge Sillaste
19.05.2026