

E. KILKSON JA J. LANG

# FÜÜSIKA

GÜMNAASIUMI III KLASSILE

---

---

TARTU EESTI KIRJASTUS



E. KILKSON — J. LANG

# FÜÜSIKA

GÜMNAASIUMI III KLASSILE

MEHHAANIKA  
VEDELIKUD JA GAASID  
SOOJUS

~~hoiatus~~

TARTU EESTI KIRJASTUS



2-63888

A-13890 II

3., ümbertöötatud trükk.

Korrektor M. Kindlam.

Majandus- ja Transpordidirektooriumi trükikäitised.  
End. nats. O/ü. K. Mattieseni trükikoda. Tartu, 1942.

## Eessõna.

Käesolev „Füüsika gümnaasiumi III klassile“ 3. trükk on tublisti ümber töötatud, võrreldes 1. trükiga. Materjal on paigutatud õppekavas ettenähtud järjekorda ja täiendatud sissejuhatusega ning aine ehitust käsitleva osaga. Et uue kava kohaselt kogu füüsikaõpetus gümnaasiumis langeb ühe aasta võrra nooremale vanuseastmele, siis muutub I astme kursus tunduvalt nõrgemaks. Sellest tingituna tuleb II astme kursust ühelt poolt täiendada varemini I astmel käsitlusel olnud küsimustega, teiselt poolt aga kogu II astme kursuse käsitlust muuta lihtsamaks, nähtlikumaks ja konkreetsemaks. Neist seisukohtadest lähtudes on autorid senisest kursusest välja jätnud rea matemaatilist arutlust nõudvaid küsimusi, eriti mehhaanika osas, täiendanud kursust hulga uute selgitavate joonistega ning teinud kogu kursuse ulatuses põhjalikku revisjoni, et sellega hõlpsamaks teha õpiku kasutamist koolitöös.

Osa küsimusi on laotud peenema kirjaga. Need on mõeldud reaalharu jaoks, kus füüsikale on määratud rohkem tunde, samuti paremate õpilaste huvi rahuldamiseks.

**Autorid.**

Tartu, aprill 1942.



# I. Sissejuhatus.

**1. Füüsika ülesanne ning jaotus.** Vana-kreeka teadusmehed (Aristoteles, 384—322 e. Kr.) nimetasid füüsikaks kogu teadust loodusest (kreeka keeles *physis* tähendab loodust). Seepärast kuulusid tol ajal füüsikasse teadmised astronoomia, geograafia, meteoroloogia, bioloogia jt. aladelt. Sellisena käsitleti füüsikat kuni uue aja alguseni (XVI saj.).

Teadmiste hulga suurenemisega igal looduse tundmaõppimise alal hakkasid füüsikast järk-järgult eralduma üksikud loodust käsitlevad teadusharud ning kujunema iseseisvaks. Esimesena eraldus füüsikast laiemas mõttes bioloogia, s. o. teadus elavatest olevustest (inimene, loomad, taimed). Samuti muutusid järk-järgult iseseisvateks teadusharudeks mitmed elutu loodust käsitlevad teadused, nagu astronoomia, geograafia, meteoroloogia, geoloogia jt.

Mainitud suurte alade eraldumisega jäi füüsika valdkonda ainult elutu aine kõige üldisemate omaduste ning nähtuste uurimine. Sellisteks nn. füüsikalisteks nähtusteks on liikumise, soojuse, hääle, valguse, magnetismi ja elektri nähtused.

Et füüsikalised nähtused kuuluvad kõige üldisemate nähtuste hulka, siis ei pääse neist mööda nii elutu kui ka elusa looduse nähtuste lähemal tundmaõppimisel. Seetõttu on teadmised füüsikast üldiseks aluseks paljude teiste teadusharude käsitlel, eriti aga tehnikas. On ju meie moodsa tehnika hiiglasaavutised suurel määral osutunud võimalikuks ainult tänu füüsikaliste nähtuste põhjalikule tundmisele ning rakendamisele.

Füüsikalisi nähtusi on väga palju. Nende lähemaks tundmaõppimiseks on otstarbekohane korraldada nad suuremateks rühmadeks või aladeks nõnda, et iga ala nähtused moodustaksid läbimõeldud ühtlase terviku. Sellisteks suuremateks aladeks, milledeks füüsika jaguneb, on järgmised: mehhaanika (õpetus tahkete, vedelate ja gaasiliste kehade liikumisest ning tasakaalust), õpetus soojusest, häälest (akustika), valgusest (optika), magnetismist ja elektrist.

**2. Füüsikaliste nähtuste tundmaõppimise viise.** Füüsikaliste nähtuste tundmaõppimisel püüame selgusele jõuda, **kuidas** need nähtused toimuvad ja **mispärast** nad nõnda toimuvad. Vahendina selleks kasutab uurija nähtuse otsest **vaatlust**, looduses, kui see osutub võimalikuks, eeskätt aga nähtuse kunstlikku esilekutsumist **katse** näol, mis pole õieti muud kui küsimuse seadmine loodusele. Saadud tähelepanekute põhjal loob uurija endale kujutluse nähtuse üksikasjalisest käigust ja sõnastab selle mõne korrapärasuse kujul, näiteks valguse peegeldumise seadused, või teeb mõne oletuse (hüpoteesi), millest püüab matemaatilisel teel tuletada nähtuse üksikasju. Viimasel juhul on meil tegemist küsimuse deduktiivse (teoreetilise) käsitlusega.

Kogu loodusteadusliku uurimistöö eelduseks ja aluseks on kindel veendumus, et samade eelduste puhul toimuvad kõik elutu looduse nähtused alati ühteviisi, s. o. sama põhjus kutsub alati esile sama tagajärje.

Tahame näiteks selgusele jõuda, kuidas oleneb vee ruumala temperatuurist, siis võtame teatud hulga, näiteks 1 dm<sup>3</sup>, vett 0° C juures ja hakkame seda soojendama. Seejuures märgime üles iga kraadi järel ruumala muutuse V mm<sup>3</sup>-tes, võrreldes algruumalaga (4° C). Sel teel saame kaks arvude rida, mis võime korraldada tabelina järgmiselt:

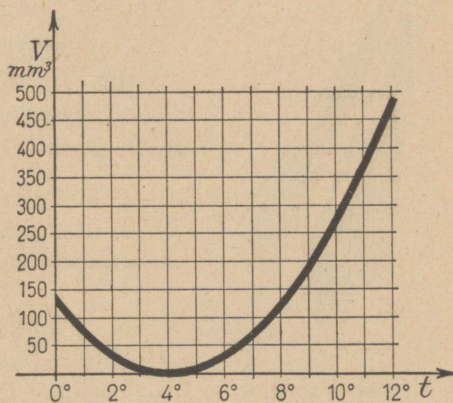
t°	V mm <sup>3</sup>	t°	V mm <sup>3</sup>
0	132	8	124
1	73	9	191
2	33	10	272
3	8	11	367
4	0	12	475
5	8	13	596
6	32	14	729
7	71	15	874

Esitatud tabel annab meile seose temperatuuri ja vee ruumala muutuste vahel ning seda mitte üksnes katse korraldamise ajal, vaid ka hiljemini. Me oleme veendunud, et samasugune seos nende kahe suuruse vahel püsib alati, kui kõik tingimused, milledes katse toimus, jäävad endiseks. Ilma sellise veendumuse puuduks üldse võimalus kasutada endiste mõõtmiste tulemusi.

Seosed üksikute mõnd nähtust iseloomustavate suuruste vahel väljendatakse võimalikult matemaatilise valemiga, nagu näiteks ühtlasel liikumisel käidud tee pikkus:  $s = vt$ . Alati aga pole see võimalik, nagu eespooltoodud näites

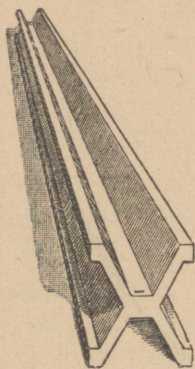
vee ruumala muutuse ja temperatuuri vahelise seose kohta. Viimasel juhul kasutame andmete esitamist tabeli kujul. Saadud tabeli põhjal võime joonestada graafiku (1. joon.), mis annab meile tabeli andmete muutumise käigust selge ja ülevaatliku kujutluse. Niisiis on füüsikalise nähtuse käik täiesti teada, kui oleme suutnud teda iseloomustavad suurused esitada kas tabeli, matemaatilise valemi või graafiku kujul. Selleks aga on igal juhul vaja osata füüsikalisi suurusi mõõta.

**3. Mõõtmisest üldse.** Mõõtmine on antud suuruse, näiteks toa pikkuse, võrdlemine mõne teise sama liiki suurusega, näiteks 1 meetriga, mida nimetame ühikuks. Otstarbekohasus nõuab, et mõõtühikud oleksid muutumatud, kõigil tarvitajail samad, oma suuruselt mitmesugused, kuid üksteisega lihtsalt seotud. Kõige suuremal määral rahuldab neid nõudeid XVIII sajandi lõpul prantslaste loodud meetermõõdustik.



1. joon. Vee paisumise graafik.

4. **Meeter.** Meetermõõdustiku põhiühikuks on pikkusühik **meeter**. Meetriks nimetatakse rahvusvahelisele algmeetritele tõmmatud kahe paralleelse kriipsu kaugust teineteisest, mõõdetud jää sulamise temperatuuris.



2. joon. Algmeeter.

Rahvusvaheline algmeeter on valmistatud plaatina ja iriidiumi sulamist ning hoitakse alal Rahvusvahelises Mõõtude Büroses Sèvres'is, Pariisi lähedal.

1. Kui pikk on Maa ekvaator?
2. Kui pikk on Maa meridiaan Maa põhjapoolusest lõunapooluseni? Tallinnast ekvaatorini?

5. **Pikkusühikud.** Meetermõõdustik on üles ehitatud kümnendsüsteemi alusel. **Meeter (m)** jaguneb 10 detsimeetriks (**dm**), detsimeeter 10 sentimeetriks (**cm**), sentimeeter 10 millimeetriks (**mm**);  $0,001 \text{ mm} = 1 \text{ mikron } (\mu)$ ;  $0,001 \mu = 1 \text{ millimikron } (\text{m}\mu)$ . Meetrist suurema pikkusühikuna tarvitatakse kilomeetrit. 1 kilomeeter (**km**) = 1000 m. Niisiis:

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ mm} = 1000 \mu = 10^6 \text{ m}\mu$$

Pind- ja ruumalaühikud tuletatakse vastavatest pikkusühikutest, näiteks  $1 \text{ cm}^2$ ,  $1 \text{ m}^3$ ,  $1 \text{ km}^2$ ,  $1 \text{ mm}^3$  jt.

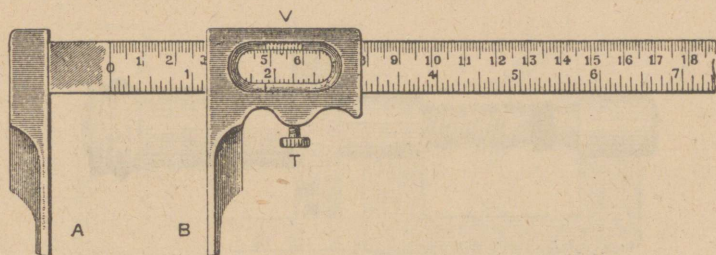
Mõõtarvu väljendamisel mõne teise ühiku abil on lühiduse ja ülevaatlikkuse otstarbel soovitav kasutada ülemineku-koefitsientidena 10-ne vastavaid astmeid. Nii näiteks  $5 \text{ km} = 5 \cdot 10^3 \text{ m} = 5 \cdot 10^5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^6 \text{ mm}$ ;  $6 \text{ cm} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ km}$ ;  $3 \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10^2 \text{ mm}^2 = 3 \cdot 10^8 \mu^2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  jne.

1. Väljenda selle raamatu rea pikkus (m-tähe kõrgus) mikronites ja millimikronites!

2. Väljenda enda pikkus kilomeetrites; Tallinna—Tartu vaheline kaugus mööda raudteed (191 km) mm-tes!

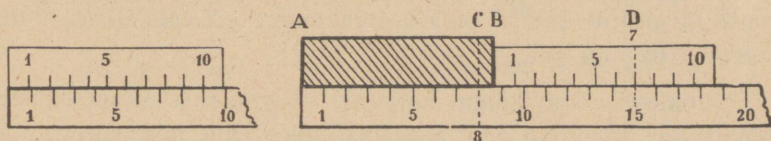
3. Väljenda oma keha ruumala  $\text{m}\mu^3$ -tes!

6. **Pikkuse mõõtmine.** Pikkuse mõõtmiseks tarvitatakse mitmesuguseid riistu, nagu mõõtpuud, -paela ning -ahelat, varbsirklit (3. joon.) ja mikromeetrit.



3. joon. Varbsirkel.

Mõõtarvu murrulise osa määramiseks tarvitatakse pikkuse mõõtmisel sagedasti abimõõtu, **nooniust**, mille ehitus ja tarvitamine selgub 4. joon.



4. joon. Nooniust ja selle tarvitamine.

Mõõdu 9 jaotist (kriipsuvahet) võrdub nooniusse 10 jaotisega, seega on siis mõõdu iga jaotis 0,1 võrra pikem nooniusse vastavast jaotisest. Nagu joon. näha, on asja  $AB$  pikkus 8 mõõdujaotist pluss pikkus  $CB$ . Et 7-mes nooniusse kriips mõõdu kriipsuga ühte langeb, siis on pikkus  $CB = 7$  mõõdujaotist — 7 nooniussejaotist, s. o. 0,7 mõõdujaotist, ja kogu asja pikkus 8,7 mõõdujaotist.

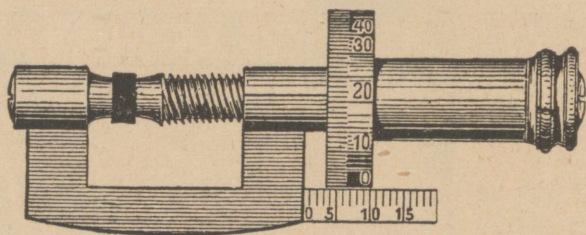
Üldse on seda liiki nooniusse tarvitamisel asja pikkust mõõtvate arvu murruline osa nii mitu kümnendikku, kui mitmes nooniusse kriips mõõdu kriipsuga kõige rohkem ühte langeb.

1. Tee noonius (papist, puust jne.), millega saab mõõta veega alla 1 mm! Harjuta selle riista tarvitamist ja kontrolli tulemusi, samu pikkusi mõnel teisel viisil mõõtes!

2. 19 mõõtpuu kriipsuvahet võrduvad 20 nooniusse kriipsuvahega. Mis-suguse täpsusega on võimalik mõõta?

3. 3. joon. põhjal seleta varbsirkli ehitus ja tarvitamine!

Hästi väikeste pikkuste täpseks mõõtmiseks tarvitatakse **mikromeeterkruvi** ehk **mikromeetrit** (5. joon.), mis pole muud midagi kui kindlas klambris edasi-tagasi liikuv kruvi. Kui kruvi pea teeb ühe täispöörde, siis nihkub kruvi edasi ühe kruvikäigu



5. joon. Mikromeeter.

kõrguse (kahe teineteisele järgneva kruvikeerme vahe) ehk kruvisammu võrra. Olgu näiteks kruvikäigu kõrgus 1 mm, siis 0,2 täispöörde juures on edasinihkumine 0,2 mm, 0,02 juures vastavalt 0,02 mm, jne.

Mikromeetri kruvikäigu kõrgused võivad olla mitmesugused, harilikult aga 1 või 0,5 mm. Seepärast tuleb enne mikromeetri tarvitamist alati selgusele jõuda, kui palju nihkub kruvi edasi pöördumisel ühe kruvi pea peal märgitud jaotise võrra.

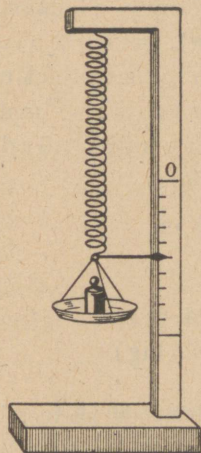
Seleta 5. joonise põhjal, kuidas tuleb mikromeetrit mõõtmisel tarvitada!

**7. Mass ja kaal.** Meil on igapäevases elus alatasa tegemist mitmesuguste asjade ehk füüsiliste kehadega, nagu laud, raamat, vesi, õhk, sulg, kivi jt. Kõik need füüsilised kehad ehk lihtsalt kehad koosnevad ühest või teisest ainest. Aine hulka, millest keha koosneb, nimetatakse keha **massiks**, keha tungi Maa poole aga keha **raskuseks** ehk raskustungiks. Raskus on iga massi oluliseks omaduseks.

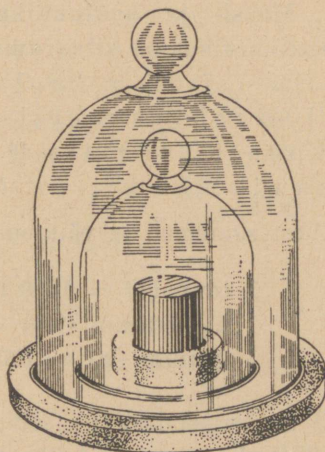
Keha raskuse suuruse ehk **kaalu** üle otsustame kõige lihtsamalt selle rõhumise põhjal, mida keha avaldab meie lihastele. Et niisugune keha kaalu üle otsustamise viis on väga ebatäpne, tarvitatakse keha kaalu täpsemaks määramiseks sellekohaseid riistu — kaalusid. Lihtsaim neist on vedrukaal (6. joon.), kus terasvedru

tema otsa riputatud kehade raskuse mõjul korrapäraselt pikemaks venib ja pikenemise suurus antud keha kaalu üle lubab otsustada.

Ehita endale vedrukaal!



6. joon. Vedrukaal.



7. joon. Algkilogramm.

**8. Side massi ja raskuse vahel.** On selge, et samast täiesti ühtsast ainest, näit. veest, tinast jne. koostuvad kehad, kui nad on võrdsed ruumalalt, peavad olema võrdsed ka oma massilt. Nii on iga liitri vee ainehulk ehk mass sama — 1 kg. Katse näitab, et sel juhul on kehad võrdsed ka kaalult. Võrdmassilisi kehi kaaludes näeme, et keha massi suurenedes 2, 3 ... korda suureneb ka tema kaal vastavalt 2, 3 ... korda, s. o. **kehade kaal on võrdeline massiga**. Siit järgneb, et kaalult võrdsed kehad on ka võrdmassilised. See kehade omadus võimaldab masse kaalumise abil võrrelda, mis on väga tähtis, sest **kaalud mõõdavad ainult kehade tungi Maa poole**.

Keha massi ja kaalu vahel tuleb kindlasti vahet teha. Kuna keha mass on jääv, oleneb keha kaal kaugusest maapinnast ja väheneb kauguse suurenedes. Ka on pooluse lähedal Maa pöörlemise ja lapikuse tõttu kehade kaal veidi suurem kui ekvaatori lähedal (umbes 5 g 1 kg kohta).

Vees kaalub keha vähem kui õhus (Archimedese seadus), Kuu pinnal 6 korda vähem ja Päikese pinnal 28 korda rohkem kui Maa pinnal. Kuidas on lugu sel juhul massiga?

**9. Massi- ja kaaluühikud.** Massi mõõtmise põhiühikuks meetermöödistikus on **kilogramm** ehk **kilo (kg)**, mis on plaatina ja iriidiumi sulamist valmistatud keha (vihi) — rahvusvahelise algkilogrammi — mass. 1 dm<sup>3</sup> puhta vee mass 4<sup>o</sup> C temperatuuris võrdub ligikaudu ühe kiloga (27 mg vähem).

Kilost suuremad ja väiksemad massiühikud on:

**1 tonn (t) = 1000 kilogrammi**

**1 kilogramm (kg) = 1000 grammi (g)**

**1 gramm (g) = 1000 milligrammi (mg)**

Et meetermöödistikus, samuti ka teistes mõõtude süsteemides, **kaaluühikuks on võetud ühe massiühiku kaal** (1 kg massi kaalub 1 kg), siis väljenduvad keha mass ja kaal, vastavais ühikuis mõõdetud, alati sama arvuga; näiteks keha, mille mass on 5 kg, kaalub 5 kg, jne. Seepärast käesolevas raamatus meie ei teegi vahet samanimeliste massi- ja kaaluühikute (kg, g) tähistamisel. Lause mõttest selgub isegi, kas on tegemist keha massi või kaaluga.

1. Mitu milligrammi sina kaalud? Väljenda enda mass tonnides!
2. Väljenda veetilga (15 mm<sup>3</sup>) mass tonnides, 3 m<sup>3</sup> vee mass grammides!

**10. Tihedus.** Keha **tiheduseks** nimetatakse selle keha ühe kuupsentimeetri **massi** grammides. Kui näiteks keha mass on  $m$  grammi ja ruumala  $V$  cm<sup>3</sup>, siis selle keha tihedus

$$d = \frac{m}{V} \left( \frac{g}{\text{cm}^3} \right).$$

Nagu teame, nimetatakse keha **erikaaluks** selle keha 1 cm<sup>3</sup> **kaalu** grammides. Et keha mass ja kaal on arvuliselt võrdsed, siis ka keha tihedus ja erikaal on samuti arvuliselt võrdsed. Nii on vee tihedus 1  $\frac{g}{\text{cm}^3}$ , raua tihedus

7,8  $\frac{g}{cm^3}$  jne. Tiheduse määramine toimub samal viisil kui erikaalu määraminegi.

Toome alljärgnevas tabelis mõne enamtuntud aine tiheduse  $\frac{g}{cm^3}$  -tes.

Plaatina . . . . .	21,4	$\frac{g}{cm^3}$	Tammepuu . . . . .	0,8	$\frac{g}{cm^3}$
Kuld . . . . .	19,3	„	Kuusepuu . . . . .	0,5	„
Seatina (plii) . . . . .	11,3	„	Kork . . . . .	0,2	„
Hõbe . . . . .	10,5	„	Elavhõbe . . . . .	13,6	„
Vask . . . . .	8,9	„	Vesi (4° C) . . . . .	1,0	„
Raud . . . . .	7,8	„	Petrooleum . . . . .	0,8	„
Alumiinium . . . . .	2,7	„	Piiritus . . . . .	0,79	„
Graniit . . . . .	2,5	„	Õhk . . . . .	0,0013	„
Jää . . . . .	0,9	„			

1. 5 l piima kaalub 5,15 kg. Leia piima tihedus!

2. Määra klassitoas oleva õhu mass kg-des!

3. Mitme kuupmeetri jää mass on 4,5 tonni?

4. Mitu meetrit 1 mm<sup>2</sup>-lise läbilõikega vasktraati on keras, mis kaalub 3 kg?

5. Maa keskmine tihedus on 5,5  $\frac{g}{cm^3}$ . Kirjuta üles avaldis, mis väljendab Maa massi tonnides (kg-des, g-des)!

**11. Aja mõõtmine.** Ajamõõtmise ühikuks on **sekund (sek)**,

mis võrdub  $\frac{1}{86400}$  keskmisest Päikese ööst-päevast. Sekundilisi ajavaheikke saame kaunis õieti tekitada pendli abil, mille pikkus on 1 m (õigemini 99,4 cm). Niisugune pendel tarvitab ühest äärmisest asendist teise liikumiseks ühe sekundi ja teda nimetatakse seetõttu **sekundpendliks**.

Mitu sekundit on tunnis? öös-päevas?

**12. Põhiühikud.** Nagu nägime, on võimalik pind- ja ruumalaühikuid tuletada pikkusühikute abil (cm<sup>3</sup>, m<sup>2</sup> jne.), samuti tihedusühikut massi- ja ruumalaühikute abil. Ühikuid, millede abil saab väljendada kõiki füüsikaliste suuruste mõõtühikuid, nimetatakse **põhiühikuiks**. Niisuguseiks põhiühikuiks füüsikas on võetud **pikkusühik sentimeeter (C)**, **massiühik**

gramm (G) ja ajaühik sekund (S). Nagu edaspidi näeme, lasevad kõik teised füüsikalised ühikud, peale temperatuuriskaala kraadi, endid väljendada nende kolme põhiühiku abil. Seepärast nimetatakse neile kolmele põhiühikule rajatud füüsikaliste mõõtühikute süsteemi sentimeeter-gramm-sekund- (lühidalt CGS-) ehk absoluutseks mõõtühikute süsteemiks. Tehnikas tarvitatakse eeskätt nn. tehnilist mõõtühikute süsteemi, kus põhiühikuteks on võetud pikkusühik 1 m, raskustungi ühik 1 kg ja ajaühik 1 sekund.

## II. Mehhaanika.

### Ühtlane sirgjooneline liikumine.

**13. Mehhaanika ja selle jaotus.** Mehhaanikaks nimetatakse õpetust kehade liikumisest ja tasakaalust.

See osa mehhaanikast, kus õpitakse tundma kehade liikumise nähtusi ja püütakse neid sellekohaste mõistete abil võimalikult lühidalt ning täpselt kirjeldada, kannab *kinemaatika* nime (kreeka keeles *kinema* — liikumine). Kinemaatika vaatleb kehade liikumist vastava aja suhtes, kuid jätab hoopis kõrvale nende põhjuste käsitlemise, millest liikumine oleneb; viimase küsimusega tegeleb *dünaamika* (kr. k. *dynamis* — tung, jõud). Seda mehhaanika osa, kus käsitellakse kehasse mõjuvate tungide tasakaalu-tingimusi, nimetatakse *staatikaks* (kr. k. *statikos* — paigalseisev, tasakaalus).

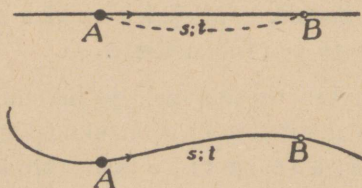
**14. Liikumine ja paigalolek.** Keha, mis oma asendit mõne teise keha suhtes muudab, **liigub** selle teise keha suhtes. Keha, mis mõne teise keha suhtes oma asenditei muuda, on selle teise keha suhtes **paigal**.

Sama keha võib ühe keha suhtes liikuda, teise keha suhtes aga olla paigal. Nii näiteks reisija võib olla raudteevagunis paigal vaguni suhtes, kuid liikuda Maa suhtes, jne. Liikumisest ja paigalolekust rääkides peame alati küsima, missuguse keha suhtes toimub antud liikumine või paigalolek, sest meie tunneme ainult suhtelist ehk relatiivset liikumist ja suhtelist paigalolekut.

Iga liikumine kui keha asendi muutumine ruumis ei toimu silmapilkselt, vaid nõuab selleks teatavat aega. Tähendab, täpseks liikumise kirjeldamiseks peame tarvitama ruumi ja aja mõõtmise ühikuid (cm ja sek). Et kõik füüsikalised nähtused on seotud liikumisega, siis kuuluvad ka ruumi ja aja mõiste füüsika põhimõistete hulka.

1. Too näiteid suhtelise liikumise ja paigaloleku kohta!
2. Mispärast ei või meie kõnelda absoluutsest paigalolekust?
3. Nimeta meile tuttavaid Maa liikumisi!

**15. Liikumiste liigitelu.** Looduses ja igapäevases elus paneme tähele mitmesuguste kehade (Päike, inimene, sõiduk, kivi, püssikuul jne.) liikumist.



8. joon. Sirg- ja kõverjooneline liikumine.

Et keha kui terviku liikumine on võrdlemisi keeruline nähtus, siis on kasulik alustada liikumise tundmaõppimist nn. ainepunkti liikumisega. Ainepunkti all mõeldakse ruumalalt niivõrra väikest keha, et võime tegelikult loobuda selle keha ruumala arvestamisest, kuna tema ainehulk võib olla suuruselt missugune tahes. Lühidalt: lõplik mass mõõtmatu väikeses ruumalas. Iga keha

võime enestele kujutella koosnevana üksikuist ainepunktidest. Teades keha üksikute punktide liikumist võime otsustada kogu keha liikumise üle.

Ainepunkti nimetatakse teisiti ka mass- ehk materiaalseks punktiks.

Iga liikumise tundmaõppimisel tuleb meil tähele panna: 1) liikumise tee kuju, 2) liikumise suunda, 3) käidud tee pikkust ja 4) sellele vastavat aega.

Kuidas liigitatakse liikumised tee kuju ja suuna suhtes? Too näiteid!

Liikumine on täiesti määratud, kui teame tee kuju, liikumise suunda ja seost ehk valemite, mille abil võime kindlaks määrata iga momendi kohta liikuva keha kauguse teatavast tee punktist, milles keha asus meie vaatluse alguses.

Kui näiteks (8. joon.) keha liigub mööda sirget noole suunas ja tema kaugus  $s$  punktist  $A$  on määratud valemiga  $s = 3t$ , siis võime kergesti määrata keha asendi igal momendil.

1. Olgu kaugus  $s$  mõõdetud cm-tes, kui aeg  $t$  mõõtab sek-tes. Kus kohal asetseb keha 1., 5., 10.,—8. jne. sekundi lõpul?

2. Määra täiesti enese liikumine kodust kooli!

Arvesse võttes liikumisel käidud tee pikkust ja sellele vastavat aega võime kõik liikumised jagada ühtlasteks ja ebaühtlasteks. Liikumist, kus keha mistahes võrdseis ajavahemikes, näiteks sekundeis, ära käib võrdsed teeosad, nimetatakse **ühtlaseks** liikumiseks. Liikumist aaga, kus keha võrdseis ajavahemikes ära käib mittevõrdsed teeosad, nimetatakse **ebaühtlaseks** liikumiseks.

Inimesel on võimatu tekitada kauemat aega kestvat ühtlast liikumist. Parimadki kellad ei käi kauemat aega õieti. Looduses on ühtlastest liikumistest meile kõige enam tuntud Maa pöörlemise ümber telje. See liikumine peegeldub meile taevaskera näivas ööpäevases pöörlemises, mis ongi meile aluseks õige kellaaja saamisel.

Too näiteid ühtlase ja ebaühtlase liikumise kohta!

**16. Ühtlase liikumise kiirus.** Kiiruse suurus võrdub tee pikkusega, mis keha ära käib ühe ajaühiku jooksul.

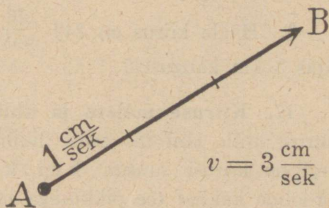
Sellest järgneb, et ühtlaselt liikuva keha

$$\text{kiirus} = \frac{\text{käidud tee pikkus}}{\text{vastav aeg}} \text{ ehk } v = \frac{s}{t}, \text{ kui}$$

tähistame vastavais ühikuis mõõdetud kiiruse suuruse tähega  $v$  (ladina keeles *velocitas* — kiirus), käidud tee pikkuse tähega  $s$  (l. k. *spatium* — ruum, kaugus) ja aja tähega  $t$  (l. k. *tempus* — aeg).

Ainult kiiruse suuruse põhjal ei saa otsustada, kus kohal asetseb liikuv keha liikumise aja lõpul; selleks on vaja veel teada, missugust teed (trajektoori) mööda ja

mis suunas (kuhu poole) liigub keha. Keha liikumise suund loetakse ühtlase kiiruse suunaks.



9. joon. Kiiruse graafiline kujutamine.

Kiiruse suuna ja suuruse näitlikult kujutamiseks tarvitatakse noolt (9. joon.), kus noole suund ( $AB$ ) näitab kiiruse suunda ja noole pikkus on võrdeline kiiruse suurusega, näiteks kiirus  $AB$  ehk  $v = 3 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ .

### Mõningaid kiirusi.

Jalakäija . . . . .	1,4 $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$	Torm . . . . .	kuni 50 $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$
Hobune kõndides . . . . .	1,2 „	Mürsk . . . . .	300—1000 „
„ sõites . . . . .	2,3 „	Hääl . . . . .	340 „
Auto . . . . .	10—20 „	Valgus . . . . .	$3 \cdot 10^8$ „
Kiirrong . . . . .	25—40 „	Maa ümber Päikese .	$30 \cdot 10^3$ „
Ookeaniaurik . . . . .	kuni 12 „	Kuu „ Maa . . . . .	$1 \cdot 10^3$ „
Lennuk . . . . .	50—170 „	Vesiniku aatom . . . . .	$1,8 \cdot 10^3$ „

1. Võrdle eelmisi kiirusi omavahel! Väljenda nad  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes ja  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ -des!

2. Jalamees käib ühtlaselt 12 minutiga 1,2 km. Kui suur on ta kiirus  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,

$\frac{\text{m}}{\text{min}}$  ja  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes?

3. Mitu km liigub edasi 2 tunniga raudteerong, mille sõidukiirus on  $15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

4. Mitu km liigub edasi 6 tunniga laev, mille sõidukiirus on 20 sõlme (1 sõlm =  $1852 \frac{\text{m}}{\text{h}}$ )?

5. Milline on ekvaatoril asetseva punkti kiirus tema öö-päevalisel pöörlemisel ümber Maa telje? Lahenda sama küsimus Tallinna laiuse ( $59^{\circ} 26'$ ) kohta!

6. Hääle kiirus on  $342 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Millal kuulduv müristamine, kui välg sähvatas 3 km kaugusel?

17. **Kiiruse mõiste ja ühiku tuletamine.** Ühtlase liikumise kiirus on suurus, mille abil me seda liikumist iseloomustame. Meie otsese arusaamise järgi on kiiruse suurus, kui kõik teised tingimused ei muutu, võrdeline käidud tee pikkusega ja pöördvõrdeline selleks kulutatud ajaga. Tarvitades endisi tähistusi võime selle kiiruse omaduse üles kirjutada järgmiselt:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Sellest valemist järgneb: kui  $s=1$  ja  $t=1$ , siis peab olema ka  $v=1$ . Tähendab: kiiruse ühikuks on niisuguse keha kiirus, kus

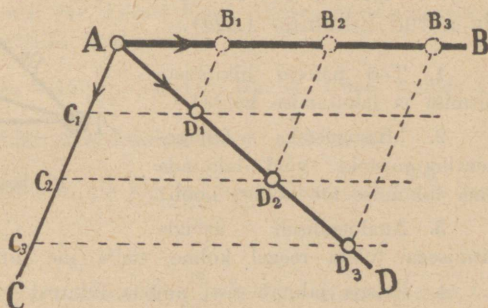
keha ühe ajaühiku jooksul edasi liigub ühe kaugusühiku võrra.

Niisugune ühikute valik osutub väga otstarbekohaseks, sest ta võimaldab meil uue suuruse, antud juhul kiiruse, mõõtühikut tuletada juba varemini tuntud suuruste, antud juhul kauguse ja aja, mõõtühikute abil.

Ka kiiruse ühiku nimetus tuletatakse kauguse ja aja ühikute nimetuste abil. Kui näiteks kiiruse suuruse leidmisel on kaugus mõõdetud cm-tes ja aeg sek-tes, siis mõõtab kiirus  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes, see tähendab, et kiiruse mõõtmisel on sel juhul ühikuks võetud niisuguse keha kiirus, kus keha iga sekundi jooksul ühe cm võrra edasi liigub. Tuleb kindlasti meeles pidada, et kiirust võib mõõta ainult kiiruse ühikuga, kaugust kauguse ühikuga, jne.

Sedaviisi tuletatud liitühikuid võib käidelda kui matemaatilisi suurusi ja opereerida nendega sümboliliselt samuti kui arvudega. Näiteks: kui keha kiirus on  $v \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ , siis  $t$  sek jooksul liigub see keha edasi  $vt \frac{\text{cm} \cdot \text{sek}}{\text{sek}} = vt$  cm.

**18. Liikumisteede liitmine ja lahutamine.** Kriiditükk liigub ühtlaselt mööda joonlaua  $AB$  äärt (10. joon.); joonlaud omakorda aga nihkub ühtlaselt edasi mööda tahvli rööpselt esialgse asendiga nõnda, et ta ots  $A$  kogu aeg püsib sirgel  $AC$ . Missugune on kriiditüki tee tahvli suhtes? Käsitله seda küsimust geometriliselt 10. joon. põhjal!

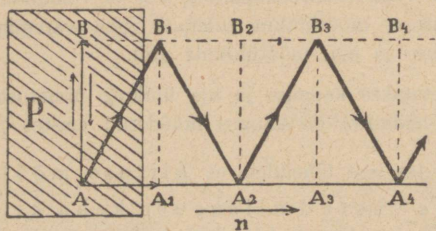


10. joon. Liikumisteede liitmine.

Reisija jalutab ühtlaselt parvel edasi-tagasi joonel  $AB$  (11. joon.). Parv liigub ühtlaselt noole  $n$  suunas. Leia reisija tee jõekallaste (maa) suhtes!

Katsed näitavad, et kahe ühtlase sirgjoonelise liikumise puhul on liitliikumise tee liidetavate liikumiste kui külgede põhjal joonestatud rööpküliku diagonaal.

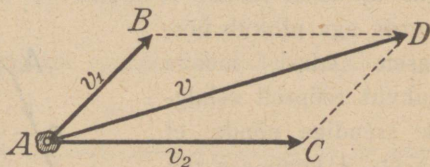
Kui on võimalik kaks antud liikumist liita üheks liit- ehk resultantliikumiseks, siis ümberpöörduvalt on samuti võimalik antud



11. joon. Liikumisteede liitmine liikuvall parvel.

liikumist lahutada kaheks liidetavaks ehk komponentliikumiseks. Nii näiteks võime (10. joon.) liikumise  $AD_3$  lahutada kaheks komponentliikumiseks  $AB_3$  ja  $AC_3$ , liikumise  $AB_1$  (11. joon.) komponentliikumisteks  $AB$  ja  $AA_1$ .

Üldse, et antud ühtlast sirgjoonelist liikumist lahutada kaheks komponendiks, selleks joonestame rööpküliku, mille diagonaal (12. joon.,  $AD$ ) kujutaks antud liikumist. Diagonaaliga samast tipust lähtuvad küljed ( $AB$  ja  $AC$ ) ongi otsitavad komponentliikumised, millega võime asendada antud liikumise ( $AD$ ).



12. joon. Kiiruste rööpkülik.

1. Too näiteid liikumiste liitmisega ja lahutamise kohta!

2. Missugusteks komponentliikumisteks võid lahutada oma liikumise tee kodust kooli?

3. Analoogiliselt arvude liitmisega tuleta reegel kolme, nelja jne. liikumise liitmisega!

4. Reisija jalutab risti mööda liikuvat vagunit edasi-tagasi. Missugune on reisija tee raudtee suhtes?

5. Näita, et ühtlaste sirgjooneliste liikumiste liitmisel saadud resultantliikumine on samuti ühtlane ja sirgjooneline!

**19. Kiiruste liitmine ja lahutamine.** Kiirus näitab ühe ajaühiku jooksul liikumisel käidud teed oma suuna ja suuruse poolest; järelikult on liikumisteede liitmisega juhised kehtivad ka kiiruste liitmisel, s. o. liit- ehk resultantliikumise kiirus ( $v$ ) võrdub alati oma suuruse ja suuna poolest liidetavate ehk komponentliikumiste kiiruste

( $v_1$  ja  $v_2$ ) kui külgede põhjal joonestatud rööpküliku diagonaaliga (12. joon.).

Ümberpöördult liitmisele on vahel tarvis lahutada antud kiirus ( $v$ ) kaheks komponendiks, s. o. leida kaks niisugust kiirust ( $v_1$  ja  $v_2$ ), mille resultant oleks antud kiirus (12. joon.). Nagu liitmise juhiseist selgub, tuleb kiiruse lahutamisel kui liitmisele vastupidisel tegevusel ehitada rööpkülik antud diagonaali  $AD$  põhjal. Tipust  $A$  väljuvad küljed  $AB$  ja  $AC$  ongi otsitavad komponendi kiirused. Et antud diagonaali põhjal, kui pole teisi lisatingimusi, saab ehitada lõpmata palju rööpkülikuid, siis tuleb ülesande üheselt lahendamiseks anda ka komponentide kohta mõned lisatingimused, näiteks: 1) mõlema komponendi suund; 2) ühe komponendi suund ning suurus, jne. Näita kolmnurkade ehitamise põhjal, et need lisatingimused on piisavad kiiruse lahutamise ülesande ainult üheselt lahendamiseks! Seejuures tuleb silmas pidada, et mõlemad komponendid ei saa asetseda ühel pool resultanti.

1. Mispoolest erineb kiiruste liitmine ning lahutamine samanimelistest tehetest aritmeetikas?

2. Kuidas tuleks kolm, neli jne. kiirust liita? Näita, et resultantkiirus ei olene komponentkiiruste liitmise järjekorrast!

3. Kõva läänetuulega ( $v_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ) sõidab lennuk lõuna suunas kiirusega  $v = 40 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leia lennuki omaliikumise suund ja kiirus!

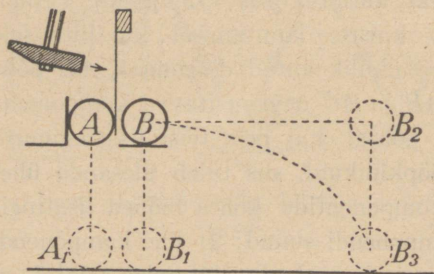
4. Kas on võimalik ujuda risti üle jõe, kui voolu kiirus on  $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , ujuja kiirus seisvas vees aga  $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?

5. Jõe laius on 72 m, voolu kiirus  $1,2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , sõudja kiirus seisvas vees  $1,5 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Kui palju tarvitab sõudja aega, et kõige lühemat teed mööda kord üle jõe ja tagasi sõita? Mis suunas tuleks hoida lootsik, et kõige kiiremini (mitme sekundiga?) jõuda teisele kaldale? Missugune on viimasel juhul sõudja tee kalda suhtes?

6. Lahuta antud kiirus kaheks komponendiks, mis oleksid suuruselt antud kiirusega ühesugused!

**20. Liikumiste olenematus printsiip.** Võtame kaks ühesugust (puust) kera ( $A$  ja  $B$ ) ning laseme neil mõlemal samast kõrgusest põrandale langeda (13. joon.). Kera  $A$  laseme vabalt

püsti alla langeda, kuna kerale  $B$  anname langemise alguse momendil rõhtsuunalise tõuke, mille mõjul kera  $B$  liigub mööda kõverjoont  $BB_3$ . Katse näitab, et mõlemad kerad jõuavad põrandale samal momendil. Sellest järeldame, et keha liikumine püstsuunas



13. joon. Liikumiste olenematus.

ha suhtes ei olene sellest, missugustest teistest liikumistest see keha osa võtab. Näiteks ühtlaselt liikuvale laeval (rongil) võib niisama hästi palli mängida, märki lasta jne. nagu seisvalgi. Samuti ei olene liikumised meie Maa suhtes viimase liikumisest.

**21. Skalaarsed ja vektorilised suurused.** Füüsikalised suurused võime jagada kahte liiki: skalaarsed ja vektorilised suurused. Esimeste hulka kuuluvad näiteks: ruumala, mass, temperatuur, valgustugevus jne. Nende väärtuste täpseks määramiseks on küllalt vastusest küsimusele: kui palju? Keha ruumala on  $2 \text{ m}^3$ , mass on  $5 \text{ kg}$ , temperatuur  $25^\circ$ , pinna valgustugevus  $10 \text{ luks}$  jne. Teiste, s. o. vektoriliste suuruste väärtuste täpseks määramiseks on vähe vastusest küsimusele „kui palju?“, vaid peame sellele lisaks veel andma vastuse küsimusele „millises suunas?“. Niisuguste suuruste hulka kuuluvad kiirus, kiirendus, tung jt. Tõepoolest, sellest on veel vähe, kui teame, et tuule kiirus on  $5 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , tarvis on ka teada, mis suunas tuul puhub; samuti ei olene tungi mõju kehasse mitte ainult tungi suurus, vaid ka tungi mõjumise suunast.

Skalaarsete suuruste väärtuste täpne tähistamine toimub vastavate mõõt- arvude abil, vektoriliste suuruste väärtuste tähistamiseks kasutatakse nooli ehk nn. vektoreid. Seejuures võetakse vektori pikkus võrdeline antud vektorilise suuruse arvsuurusega, kuna vektori suund vastab antud vektorilise suuruse suunale.

Nii skalaarsete kui ka vektoriliste suuruste mõõtmisel saadud arvude

hindamisel peab alati teada olema, milliste mõõtühikutega võrdlemise teel on need arvud saadud.

Kas on võimalik skalaarsete suuruste kohta tarvitata vaid mõisteid „suurem“, „väiksem“ üle kanda vektorilistele suurustele?

## Tung. Tungide liitmine ja lahutamine ühise rakenduspunkti puhul.

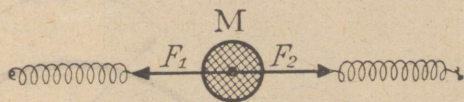
**22. Inerts.** Ükski paigalolev keha ei hakka liikuma ilma põhjuseta — iseendast; samuti ükski liikuv keha ei jää iseendast, ilma põhjuseta seisma ega muuda oma liikumise suunda ega kiirust.

Need kaks kehade omadust võttis Newton kokku järgmises lauses, mida nimetatakse inertsiks ehk Newtoni esimeseks seaduseks: **iga keha püsib kas paigal või ühtlases sirgjoonelises liikumises seni, kuni mingi põhjus, mida me tungiks nimetame, seda olekut ei muuda.**

Seda üldist kehade omadust alal hoida oma liikumise olekut nimetatakse **inertsiks**. Too näiteid inertsiks kohta!

**23. Tung ja selle mõõtmine.** Inertsiseaduse järgi nimetame tungiks põhjust, mis paigaloleva keha liikuma paneb või juba olemasolevat liikumist suuna või kiiruse suuruse poolest muudab.

Säärasteks keha liikumise oleku muutumise põhjusteks võivad olla: inimeste ja loomade lihas- ja raskustung, hõõrdumistung, elastustung jt.

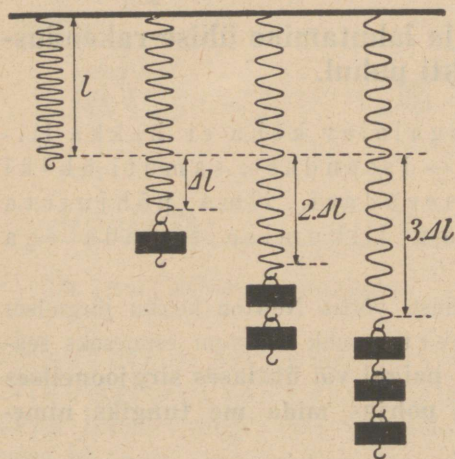


14. joon. Võrdsete tungide mõju.

Kaks tungi  $F_1$  ja  $F_2$  on suuruselt võrdsed, kui nad ei muuda keha liikumise olekut (14. joon.): paigaloleva keha jääb tungide mõjule vaatamata paigale, ühtlaselt sirgjooneliselt liikuv keha jätkab oma liikumist samal viisil. Näi-

teks kui raudteerong liigub ühtlase kiirusega, siis ütleme, et veduri tõmme võrdub rongi liikumist takistavate tungide kogusummaga (hõõrdumine, õhutakistus).

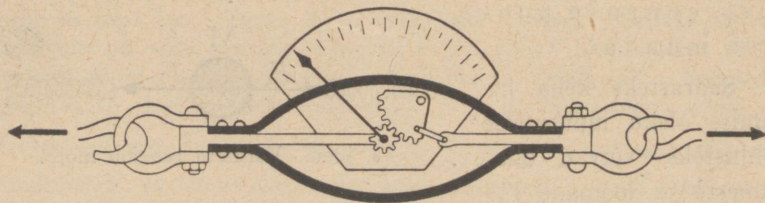
Kuid tung muudab mitte üksnes keha liikumise olekut, vaid ta



võib muuta ka keha kuju, s. o. tekitada kehas deformatsiooni. Nii näiteks võime tungi mõjul keha pikemaks venitada, kokku suruda, painutada või mõnel muul viisil talle hoopis teise kuju anda. Teatud piirides on keha deformatsiooni suurus, näiteks vedru pikenemine, võrdeline deformeeriva tungi suurusega. Sellel kehade omadusel põhinebki tungide mõõtmine, näiteks raskustungi mõõtmine vedrukaalu abil. Samuti võime vedrukaaluga mõõta ka

15. joon. Vedru pikenemine on võrdeline deformeeriva tungi suurusega.

kõiki teisi tunge, näiteks lihaste- või magnetitungi, ning väljendada nende suurust raskusühikutes (kg, g). See nn. staatiline tun-



16. joon. Dünamomeeter.

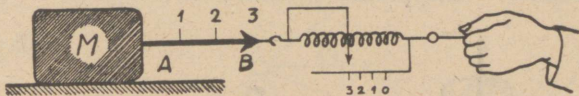
gide mõõtmise viis on üldiselt tarvitusel igapäevases elus kui ka tehnikaš. Liikumise oleku muutumisel põhineva tungide mõõtmise viisiga (dünaamiline viis) tutvume hiljemini.

Riistu, millede abil saab tungi suurust mõõta, nimetatakse

dünamomeetriteks (16. joon.) Selleks otstarbeks võib tarvitada ka iga kaalu.

**24. Tung graafiline kujutamine.** Tung on täiesti teada, kui on antud tema **rakenduspunkt, suund ja suurus.** Kõiki

neid kolme tungi tunnust on võimalik graafiliselt näitlikult kujutada noole abil.

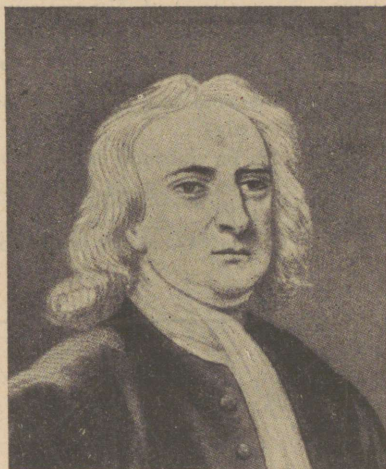


17. joon. Tung graafiline kujutamine.

Noole (AB) algus on antud tungi rakenduspunktis (A), suund näitab antud tungi suunda ja pikkus mahutab enesesse nii mitu mõõtu, kui mitu tungiühikut on antud tungi suuruses.

Eelöeldust järgneb, et tung on vektoriline suurus, järelikult peab ka tungide liitmine ja lahutamine toimuma rööpküliliku reegli põhjal.

Isaac Newton, 1643—1727, kuulus inglise matemaatik ja füüsik, õppis Cambridge'i ülikoolis matemaatikat, oli pärast 30 aastat matemaatikaprofessoriks sealsamas. Hiljemini kuni surmani Kuningliku Rahapaja ülem Londonis ja Kuningliku Seltsi (Royal Society) president. Newtoni peateos „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“ ilmus a. 1686. Selles teoses Newton liikumiseadustega põhjendab mehhaanika ja gravitatsiooniseadusega paneb aluse taeva mehhaanikale. Valguse emanatsiooni teooria ja diferentsiaal- ning integraal-arvutuse põhjendaja, peegelteleskoobi ja sekstandi leiutaja.



18. joon.

**25. Newtoni mõju ja vastumõju seadus.** Päkaga vastu lauda rõhudes (tee seda!) tunneme, et laud rõhub päkka. Vedrukaalu abil teist vedrukaalu välja venitades näeme, et mõlemad vedrud on alati samatugevuselt välja venitatud. Kui lootsikus olles teist lootsikut nõoriga esimese poole tõmmata, siis hakkab ka esimene teise poole liikuma. Kõik katsed ja tähelepanekud näi-

tavad, et me ei saa ainult ühte tungi tekitada. Iga kord, kui mõnesse kehasse hakkab mõjuma mingisugune tung (aktsioon), siis tingimata peab kuski leiduma mõni teine keha, millesse mõjub teine tung, mis on suuruselt esimesega ühesugune, kuid suunalt vastupidine (reaktsioon). Lühidalt kokku võttes võime



19. joon. Mõju ja vastumõju.

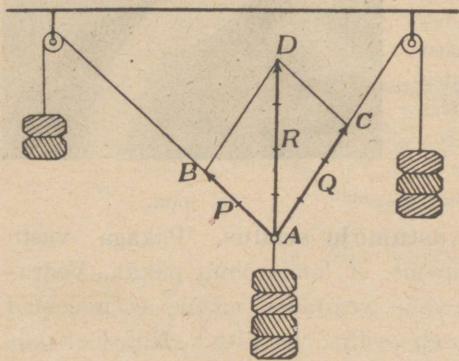
öelda: **igale mõjule (aktsioon) on alati olemas vastassuunaline ja võrdne vastumõju (reaktsioon).**

See tungide üldine omadus kuulub mehhaanika põhilause te hulka ja on tuntud Newtoni III seaduse nime all.

1. Kumb tõmbab tugevamini teist enda poole: kas Maa kivi või kivi Maad? Vasta sama küsimus Päikese ja Maa ning Maa ja Kuu kohta!
2. Kas võib üks keha anda teisele tugevama hoobi, kui ta ise suudab välja kannatada?
3. Kas on aktsioon ja reaktsioon rakendatud samas punktis või mitte?
4. Kui lootsikust kaldale hüpata, hakkab lootsik liikuma vastassuunas. Millest see tuleb?
5. Jälgi aktsiooni ja reaktsiooni kelgu ning koorma vedamisel!

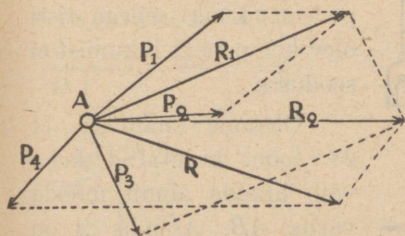
## 26. Tungide liitmine.

Katse näitab, et samas punktis ( $A$ ) rakendatud tungide (komponentide)  $P$  ja  $Q$  resultant  $R$  oma suuna ja suuruse poolest on  $P$  ja  $Q$  kui külgedepõhjaljoonestatud rööpküliku diagonaal (20. joon.). Resultant mõjub üksinda samasuguselt kui kõik antud tungid ühtekokku.

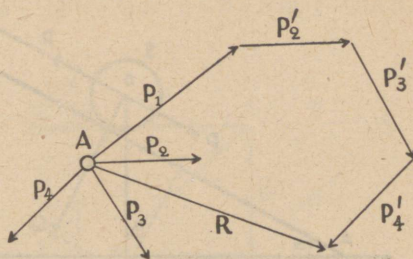


20. joon. Tungide rööpkülik.

Jälgi tähelepanelikult, kuidas on liidetud 21. ja 22. joonisel antud tungid  $P_1, P_2, P_3$  ja  $P_4$ !



21. joon.



22. joon.

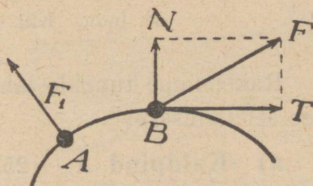
1. Leia graafiliselt järgmiste komponentide  $P$  ja  $Q$  resultandid, kui komponentide ja nende vahel oleva nurga  $A$  suurused on: a)  $P=3$  kg,  $Q=5$  kg,  $A=90^\circ$ ; b)  $P=Q=10$  kg,  $A=120^\circ$ ; c)  $P=9$  g,  $Q=12$  g,  $A=90^\circ$ ; d)  $P=3$  kg,  $Q=4$  kg,  $A=60^\circ$ .

2. Rakenduspunktis  $A$  mõjuvad 4 tungi: põhjasuunas  $P_1=15$  kg, idasuunas  $P_2=10$  kg, lõunasuunas  $P_3=11$  kg ja läänesuunas  $P_4=7$  kg. Leia suuna ja suuruse poolest nende resultant  $P$ !

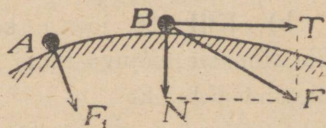
3. Jälgi, kuidas muutub samas punktis rakendatud kahe võrdse komponendi resultant nende vahel oleva nurga muutudes!

**27. Tungide lahutamine.** Antud tungi kui resultandi lahutamisel kaheks komponendiks tuleb ehitada rööpkülik antud tungi kui diagonaali põhjal. Et ühesuuruse diagonaaliga on võimalik ehitada väga palju isesuguseid rööpkülikuid, siis on ka antud tungi kaheks või enam komponendiks lahutamine võimalik väga mitmel viisil.

Kui keha liigub tungi mõjul, kuid mitte selle tungi mõjumissuunas, näiteks 23. joonisel kujutatud juhul, kus keha saab liikuda ainult mööda varba  $AB$ , siis on sageli kasulik antud tung lahutada kaheks komponendiks nõnda, et ühe komponendi suunaks on võetud

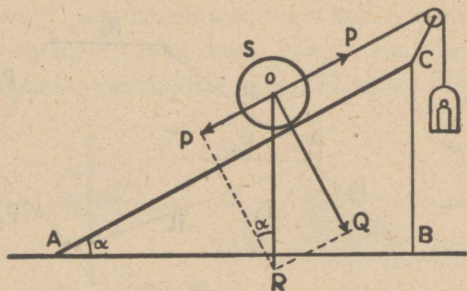


23. joon. Tasakaal varval.

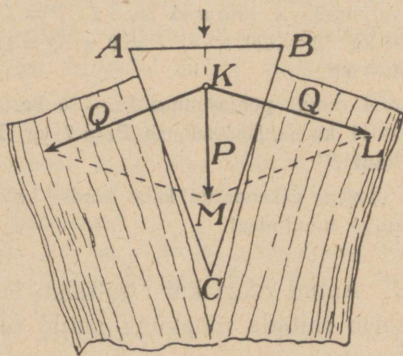


24. joon. Tasakaal pinnal.

keha liikumise suund, kuna teise komponendi suund on sellega risti. Liikumist mõjustab vaid liikumissuunas mõjuv tungi komponent, kuna sellega risti olev komponent liikumist ei soodusta.



25. joon. Kaldpind.



26. joon. Kiil.

Oletame näiteks, et 23. joon. kujutatud keha võib liikuda ainult mööda varba  $AB$ . Asendis  $A$  on tung liikumissuunaga risti, järelkult keha ei saa liikuda, ta on tasakaalus. Asendis  $B$  lahutame mõjuva tungi  $BF$  komponentideks: liikumise suunas —  $BT$  (tangentsiaalne) ja sellega risti —  $BN$  (normaalne). Arusaadav, et sel juhul komponendi  $BT$  mõjul keha hakkab liikuma. Samalaadiliselt tuleb käsitleda keha tasakaalu liikumisel mööda pinda, nagu näha 24. joon.

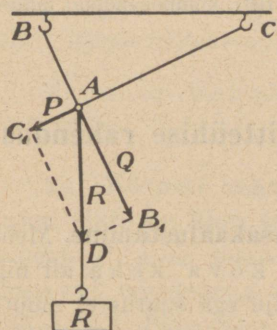
Rakendame tungide lahutamise reeglid mõne meile tuntud nähtuse seletamiseks.

a) **Kaldpind**  $AC$  (25. joon.) moodustab rõhttasapinnaga  $AB$  nurga  $\alpha$ . Näita, et kaldpinnaga rööbitine komponent  $P = R \sin \alpha$ , kui  $R$  on kaldpinnal lasuva silindri  $S$  raskus! Millega võrdub komponent  $Q$ ? Mis tasakaalustab neid komponente?

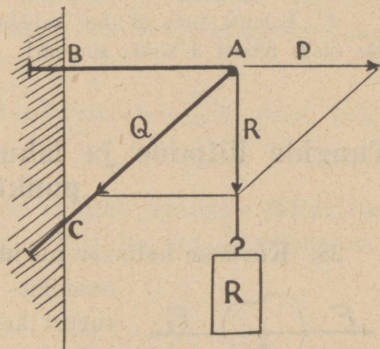
b) **Kiil** (26. joon.) koosneb kahest kaldpinnast. Lahutame kiilu silmase mõjuva tungi  $P$  kaheks komponendiks ( $Q$ ) risti kiilu külgpindadega. Et

$$\triangle ABC \sim \triangle KLM, \text{ siis } \frac{P}{Q} = \frac{AB}{BC}, \text{ millest } Q = P \cdot \frac{BC}{AB},$$

s. o. kiilu külje rõhumine ( $Q$ ) on nii mitu korda suurem rõhumisest kiilu silmale ( $P$ ), kui mitu korda kiilu külje pikkus ( $BC$ ) on suurem silma paksusest ( $AB$ ).



27. joon. Tungi lahutamine.



28. joon.

c) Leia graafiliselt, kui tugevasti on pingule tõmmatud 27. joon. kujutatud niidid  $AB$  ja  $AC$ , mille otsas ripub koormis  $R = 13 \text{ kg}$ !

d) Koormis  $R$  ripub punktis  $A$  kahest varvast  $AB$  ja  $AC$  koosneva kandetoe otsas (28. joon.). Lahutame tungi  $R$  kaheks komponendiks  $P$  ja  $Q$  varbade  $AB$  ja  $AC$  sihis. Sel teel saadud komponendid tasakaalustuvad varbade tõmbe ja rõhumisega.

1. Lodjamees veab lotja vastuvett üles (29. joon.). Selleks tõmbab ta kaldal ( $M$ ) nõõrist. Lahutame lodjamehe tõmbetungi  $R$  komponentideks  $P$  ja  $Q$ .

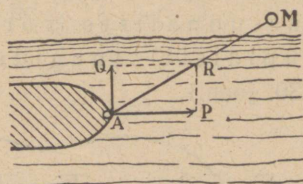
Kuidas on komponent  $P$  suurus  $Q$ -ga võrreldes lodja liikumise suuna ja nõõri suuna vahel olevast nurgast? Mis suunas oleks kõige kasulikum tõmmata?

Leia graafiliselt komponentide  $P$  ja  $Q$  suurus, kui  $R = 30 \text{ kg}$ !

2. Kaldpinnal lasub koormis  $P$ , mida on võimalik tasakaalustada kas rööpselt kaldpinna pikkusega mõjuva tungiga  $P_1 = 40 \text{ kg}$  või rööpselt kaldpinna alusega mõjuva tungiga  $P_2 = 50 \text{ kg}$ . Kui suur on koormis  $P$  ja kaldenurk  $\alpha$ ?

3. Missuguse kaldenurga juures on kaldpinna pikkusega ja alusega rööpsed komponendid võrdsed?

4. Kiilu külje pikkus on  $30 \text{ cm}$ , silma paksus  $5 \text{ cm}$ . Kui tugevasti tuleb kiilu silma rõhuda, et rõhumine küljele oleks  $240 \text{ kg}$ ?



29. joon. Lodjavedu.

5. Lahuta tung 10 kg kaheks vastastikku risti komponendiks, millest üks oleks 6 kg!

6. Pilt ripub vertikaalselt kahe niidi abil seinal naela otsas. Leia niidi pinevus, kui pilt kaalub 2 kg ja niidid moodustavad pildi ülemise äärega võrdkülgse kolmnurga!

7. Lahuta tung 8 kg kaheks vastastikku risti komponendiks, millest üks oleks teisest 3 korda suurem!

## Tungide liitmine ja lahutamine mitteühise rakenduspunkti puhul.

28. Kõvasse kehasse mõjuva tungi tasakaalustamine. Meh-



30. joon.

haanikas mõeldakse kõva keha all niisugust keha, mille kuju ega suurus ei muutu mistahes suurte tungide mõjul. Tegelikult on meile tuntud nn. kõvad kehad (kivi, teras jne.) ainult enam-vähem kõvad. Absoluutselt ehk päris kõva keha mehhaanika mõttes tegelikult ei ole.

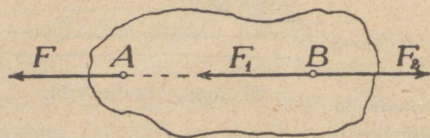
Kõva keha ehk lihtsalt keha tasakaalutingimuste tundmaõppimisel edaspidi kasutame järgmisi lihtsaid lauseid.

a) Keha tasakaal ei muutu **samas punktis** rakendatud võrdsete vastassuunaliste (võrdvastupidiste) tungide mõjul, sest nende summa on null (30. joon.).



31. joon.

b) Keha tasakaal ei muutu **samal sirgel** rakendatud võrdvastupidiste tungide mõjul (31. joon.), sest need püüavad keha liikuma panna vastassuunas.



32. joon.

c) Tungi mõju kehasse ei muutu, kui tungi **rakenduspunkt kehas ümber asetada tungi sihil** (32. joon.). Olgu antud tung  $F$  rakendatud punktis A. Rakendame tungi sihis

punktis  $B$  kaks võrdvastupidist tungi  $F_1$  ja  $F_2$ , mis suuruselt on võrdsed  $F$ -ga. Lause b) põhjal tasakaalustuvad  $F$  ja  $F_2$ , jääb järele ainult tungi  $F_1$  mõju tungi  $F$  asemel.

Tegelikult tasakaalustame tungi mõju kehasse sellega, et kinnitame paigale kas tungi rakenduspunkti või mõne teise punkti tungi sihil (lööme näiteks naela läbi).

Kuidas on tegelikult võimalik tungi rakenduspunkti edasi kanda tungi sihis?

**29. Kõvasse kehasse mõjuvate tungide liitmine juhul, kui tungi sihid on ühes tasapinnas.** a) Punktides  $A$  ja  $B$  rakendatud

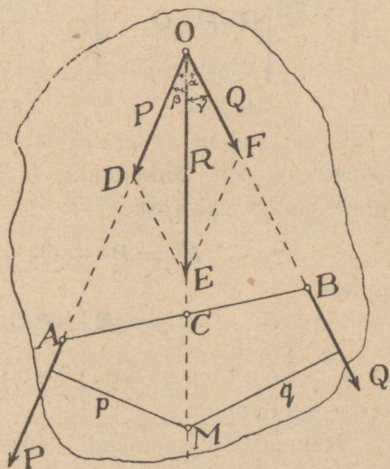
tungide  $P$  ja  $Q$  suunad moodustavad teineteisega nurga  $\alpha$  (33. joon.). Pikendame tungide sihte kuni lõikumiseni punktis  $O$  ja kanname tungide rakenduspunkte ühisesse lõikepunkti. Nüüd võime kasutada tungide  $P$  ja  $Q$  liitmiseks rööpküliku reeglit; saame resultandi  $R$ , mille suuruse võime leida kas graafiliselt või arvutada. Viimasel juhul saame  $\Delta$ -st  $ODE$ :

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha \quad (1).$$

Tarvitatud mõttekäik kõlab ka siis, kui tungide sihid peaksid lõikuma väljaspool

keha. Viimasel juhul kujutleme, et lõikepunktid on ühendatud kehaga „kaalutu“ varva või keha abil, mis tasakaalu ei muuda.

Leidnud resultandi  $R$ , võime tema rakenduspunkti edasi kanda tungi sihil mistahes keha punkti sellel sihil. Eriliselt tähtis on meile antud tungide  $P$  ja  $Q$  rakenduspunkte  $A$  ja  $B$  ühendava sirge ning resultandi sihi lõikepunkt  $C$ , mis asetseb harilikult antud kehas. Selle punkti omaduste selgitamiseks tõestame enne resultandi sihil võetud mistahes punkti üldise omaduse komponentide suhtes.



33. joon.

Võtame resultandi sihil mistahes punkti  $M$  ja tõmbame sellest komponentide sihtidele ristjooned  $p$  ja  $q$ . Joonisest näeme, et  $p = OM \sin \beta$  ja  $q = OM \sin \gamma$ ; edasi saame

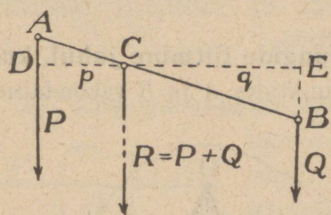
$$\frac{p}{q} = \frac{OM \cdot \sin \beta}{OM \cdot \sin \gamma} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{Q}{P},$$

millest

$$Pp = Qq \dots \dots \dots (2).$$

*JLL*

Nimetame tungi suuruse ( $P$ ) ja antud punktist ( $M$ ) tungi sihile tõmmatud ristjoone pikkuse ( $p$ ) korrutise **tungi momendiks** antud punkti suhtes.



34. joon.

Momendi mõiste abil võime valemi (2) sõnastada järgmiselt: komponentide momendid igas resultandi sihil võetud punkti suhtes on võrdsed.

b) Kui  $P$  ja  $Q$  sihid muutuvad rööpseteks, siis löikepunkt  $O$  nihkub lõpmatusse ja  $\alpha = 0$ . Sel juhul saame valemist (1):

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ = (P + Q)^2,$$

millest

$$R = P + Q \dots \dots \dots (3),$$

s. o. rööptungide resultant võrdub komponentide summaga.

Rakendame momendi lause rööptungide resultandi rakenduspunkti  $C$  kohta (34. joon.), siis saame:

$$Pp = Qq \dots \dots \dots (4).$$

Et  $CD$  ja  $CE$  moodustavad sama sirge (mispärast?), siis  $\triangle ACD \sim \triangle BCE$  ja

$$\frac{AC}{P} = \frac{BC}{q} \dots \dots \dots (5).$$

Korrutades võrduste (4) ja (5) vastavad pooled saame:

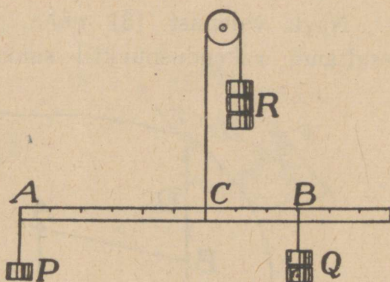
$$P \cdot AC = Q \cdot BC \dots \dots \dots (6),$$

s. o. rööptungide resultandi siht jagab kompo-

nentide rakenduspunktide vahe pöördvõrdeliselt komponentide suurustega.

Rööptungide resultandi suuruse ja rakenduspunkti omadusi on kerge katseliselt tõestada. Selleks võtame ühtlase sirge varva ja rakendame ta külge tungid, nagu on kujutatud 35. joonisel. Katse näitab, et varb on tasakaalus ainult siis, kui

$$P + Q = R \text{ ja } P \cdot AC = Q \cdot BC.$$



35. joon. Rööptungide liitmine.

Katsetegemisel tuleb muidugi arvestada ka varva raskust.

1. Kõvasse kehasse punktides A ja B mõjuvad samas suunas vastavalt tungid  $P = 3$  kg ja  $Q = 5$  kg. Leia resultandi suurus ja rakenduspunkti C asukoht, kui  $AB = 40$  cm!

2. Veekandja kannab kaelkookudega vett, täis pang kummaski otsas. Leia rõhumise suurus õlale, arvestades ka tühjade pangede ja kookude raskust!

3. Isa ja poeg kannavad vahepuus, mille pikkus 1,8 m, rukkivakka (48 kg). Mitu kg tuleb kanda isal ja mitu kg pojalt, kui koti kaugus poja-poolsest otsast on 135 cm?

**30. Vastassuunaliste rööptungide liitmine.** Vastassuunalised rööptungid  $P$  ja  $Q$  on rakendatud vastavalt punktides A ja B (36. joon.). Nende liitmiseks lahutame suurema tungi, s. o.  $P$ , kaheks rööpseks komponendiks  $Q_1$  ja  $R$  nõnda, et komponent  $Q_1$  oleks võrdvastupidine  $Q$ -ga. Tungid  $Q$  ja  $Q_1$  tasakaalustuvad kui võrdvastupidised. Jäeb järele ainult tung  $R$ , mis ongi otsitavaks resultandiks.

Et  $Q_1 + R = Q + R = P$ , siis

$$R = P - Q \dots \dots \dots (1),$$

s. o. vastassuunaliste rööptungide resultant võrdub komponentide vahega.

Resultandi  $R$  rakenduspunkti  $C$  määramiseks võime samasuunaliste rööptungide rakenduspunkti omaduse põhjal kirjutada:

$$R \cdot AC = Q_1 \cdot BA. \text{ Asetades } R = P - Q \text{ ja } Q_1 = Q, \text{ saame:}$$

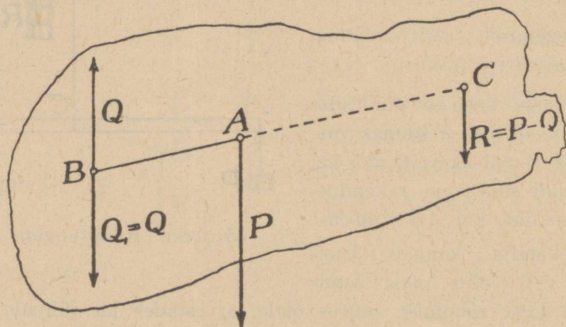
$$(P - Q) \cdot AC = Q \cdot BA \dots \dots \dots (2);$$

$$P \cdot AC - Q \cdot AC = Q \cdot BA;$$

$$P \cdot AC = Q \cdot BA + Q \cdot AC = Q \cdot (BA + AC);$$

$$P \cdot AC = Q \cdot BC \dots \dots \dots (3).$$

Nagu valemist (3) näha, on vastassuunaliste rööptungide resultandi rakenduspunktil sama omadus, mis samasuunalistelgi,



36. joon. Vastassuunaliste rööptungide liitmine.

s. o. komponentide rakenduspunktide kaugused resultandi rakenduspunktist on pöördvõrreldised komponentide suurustega.

§ 29 kirjeldatud katse on ühtlasi ka vastassuunaliste rööptungide liitmise tõestuseks. Tõepoolest, tasakaalu korral (35. joon.)  $P + Q = R$  ja  $P \cdot AC = Q \cdot BC$ . Võttes  $R$  ja  $P$  antud komponentideks, on  $Q = R - P$  resultandiks.

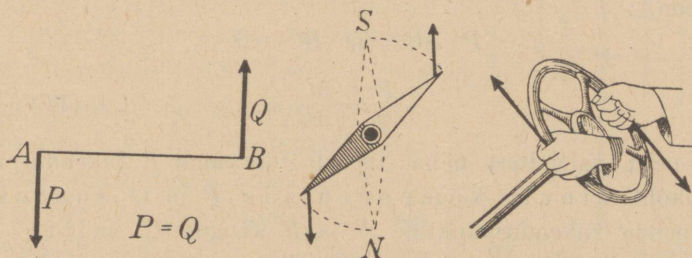
Hulga rööptungide liitmisel talitame samuti kui hulga mitterööpsete tungide liitmisel, s. o. liidame kaks tungi, saadud osareseptandiga liidame kolmanda tungi ja sedaviisi edasi kuni lõpuni. Lõplik resultant võrdub kõigi komponentide summaga ja ei olene liitmise järjekorrast.

1. Kõva keha punktides A ja B mõjuvad vastassuunalised tungid  $P = 10$  kg ja  $Q = 15$  kg. Leia resultandi R suurus ja rakenduspunkti C asukoht, kui  $AB = 24$  cm!

2. Lahuta antud tung  $R = 3$  kg kaheks rööpseks vastassuunaliseks komponentideks P ja Q, mille rakenduspunktide kaugused on vastavalt 20 cm ja 60 cm!

3. Kolmnurga tippudes mõjuvad järjest samas suunas rööpsed tungid 2 kg, 2 kg ja 4 kg. Leia resultandi suurus ja rakenduspunkt!

31. **Tungipaar.** Kui kehasse on rakendatud kaks võrdset, rööpsset ja vastassuunalist tungi (37. joon.), siis ütleme, et sellesse



37. joon. Tungipaarid.

kehasse on rakendatud **tungipaar**. Nii on magnetnõelasse rakendatud Maa magnetismi tungipaar, mis püüab teda asetada magnetimeridiaani sihis, samuti kui autojuht rakendab roolirattasse oma lihaste tungipaari autojuhtimisel (vt. 37. joon.).

Tungipaari iseärasuseks on see, et temale eileidude resultanti, s. o. ühte niisugust tungi, millega võiks asendada kaks antud tungi tungipaaris. Seetõttu tungipaar ei mõju edasiviivalt, küll aga pöörlemapanevalt.

Vastassuunaliste rööptungide liitmisel (§ 30, valem 2) saime valemi:  $(P - Q) \cdot AC = Q \cdot BA$ , millest resultandi rakenduspunkti  $C$  kaugus komponendi  $P$  rakenduspunktist  $A$ , s. o.

$$AC = \frac{Q \cdot BA}{P - Q} = BA \cdot \frac{Q}{P - Q} \dots \dots (1).$$

Et  $BA$  kui antud komponentide  $P$  ja  $Q$  rakenduspunktide kaugus on jääv, siis oleneb  $AC$  suurus tegurist  $\frac{Q}{P - Q}$ . Viimane aga suureneb järjest  $Q$  suuruse lähenedes  $P$ -le, sest murru nimetaja sel juhul väheneb. Piirväärtuses, kui  $Q = P$ , on  $\frac{Q}{P - Q} = \infty$ , samuti ka  $AC = \infty$ . Järelikult, vastassuunaliste võrdsete rööptungide resultant on suuruselt null ( $P - Q = 0$ , sest  $P = Q$ ) ja tema resultant asetseb lõpmatuses. Teiste sõnadega, vastassuunalistel võrdsetel rööptungidel ei ole resultanti, järelikult ei ole meil ka võimalik kaht niisugust tungi tasakaalustada ühe tungi abil.

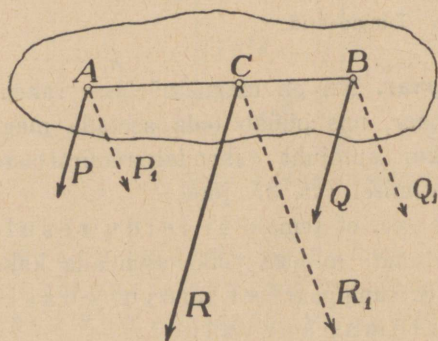
## Raskuspunkt ja tasakaal.

**32. Rööptungide keskpunkt.** Rööptungide liitmisel (§ 29) saime valemi, mis määrab resultandi rakenduspunkti  $C$  asukohta komponentide rakenduspunktide  $A$  ja  $B$  suhtes järgmiselt (34. joon.):

$$P \cdot AC = Q \cdot BC \text{ ehk}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{BC}{AC} \dots \dots \dots (1).$$

Nagu neist valemist näha, oleneb resultandi  $R$  rakenduspunkti  $C$  asukoht ainult komponentide  $P$  ja  $Q$  suurusest ning nende rakenduspunktide  $A$  ja  $B$  kaugusest, mitte aga



38. joon. Rööptungide keskpunkt.

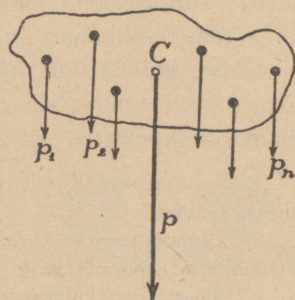
komponentide suunast. Järelikult komponentide  $P$  ja  $Q$  suunda muutes, võttes näiteks nende asemele suuruselt endistega võrdse rööptungide paari  $P_1$  ja  $Q_1$ , saame viimaste resultandi ( $R_1$ ) rakenduspunktiks endiselt punkti  $C$ . Et punkti  $C$  asukoht tungide  $P$  ja  $Q$  suuna muutumisel ruumis ei muutu, nimetatakse seda punkti antud rööptungide keskpunktiks.

Mitte ainult kahe, vaid ka mistahes hulga rööptungide kohta võime leida nn. rööptungide keskpunkti, s. o. niisuguse punkti, milles on rakendatud rööptungide resultant ja mille asukoht ei muutu, kui antud rööptungide (komponentide) suunad ruumis muutuvad, suurused aga jäävad endiseks.

Valemist (1) selgub ka, et rööptungide keskpunkt ei muutu, kui kõigi komponentide suurus sama arv kordi muutub, sest selle tõttu komponentide suhe ei muutu (ühine tegur taandub).

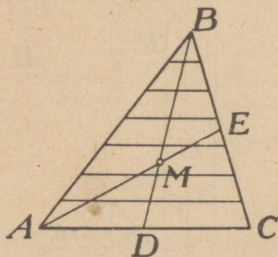
**33. Raskuspunkt.** Iga keha võime kujutella koosnevana üksikutest aineosakestest ehk ainepunktidest. Raskuse mõjul tungib iga aineosake Maa keskpunkti poole. Et Maa keskpunkt on

küllalt kaugel (6371 km) ja käsitledavad kehad võrdlemisi väikesed (ainult mõned meetrid), siis võime samade kehaosakeste Maa poole tungi suunad lugeda tegelikult rööpseiks. Keha raskus  $P$  pole seega muud midagi kui üksikute aineosakeste raskuste  $p_1, p_2 \dots$  resultant (39. joon.). Seda rakenduspunkti, mis on üksikute aineosakeste raskuste kui rööptungide keskpunktiks, nimetatakse keha raskuspunktiks ehk raskuskeskmeks. Rööptungide keskpunkti omaduse põhjal ei olene keha raskuspunkti asukoht keha asendist ega kaugusest maapinnast, vaid on igal kehal jääv. Kinnistades keha raskuspunkti, tasakaalustame seega tema raskuse. Et meil ainult „raskete“ kehadega tuleb tegemist teha, seepärast on raskuskeskme asukoha teadmine tegelikult väga tähtis.



39. joon. Raskuspunkt.

**34. Kehade raskuspunkti määramine.** Allpool on mõeldud ainult ühtlaseid kehad, s. o. niisugused, mille tihedus igas punktis on ühesugune. Tõesta, et:



40. joon. Kolmnurga raskuspunkt.

1) ühtlase peenikese sirge varva raskuspunkt on varva keskel;

2) ühtlase õhukese rööpküliliku-kujulise tasase plaadi raskuspunkt asetseb diagonaalide lõikepunktis (tõestuseks lahuta rööpseteks varbadeks);

3) ühtlase õhukese kolmnurkse plaadi raskuspunkt on mediaanide lõikepunktis

(40. joon.). Lahutame plaadi alusele  $AC$  tõmmatud rööpjoontega rööpseteks varbadeks. Iga varva raskuspunkt asetseb varva keskel, tähendab, kogu plaadi raskuspunkt asetseb mediaanil  $BD$ , millel asetsevad kõikide varbade keskpunktid. Samuti arutades külje  $BC$  suhtes leiame, et raskuspunkt peab asetsema mediaanil  $AE$ , järelikult ta asetseb nende lõikepunktis  $M$ .

4) Ühtlase rõnga, ringi ja korrapärase hulknurga raskuspunkt asetseb nende geomeetrilises keskpunktis.

5) Ühtlase kera raskuspunkt asetseb kera keskpunktis, silindril — telje keskkohas.

Üldse, kui ühtlane keha on oma ehituse poolest sümmeetriline mõne punkti suhtes, siis asetseb selle keha raskuspunkt alati sümmeetria keskpunktis, näiteks keral, kuubil jne.

1. Leia geomeetriselt ühtlase nelinurkse plaadi raskuspunkt (lahuta kolmnurkadeks)!

2. Ühtlane sirge varb on 1 m pikk ja kaalub 60 g. Otsast 2 cm kaugusel on kinnitatud koormis 12 g. Leia varva raskuspunkt!

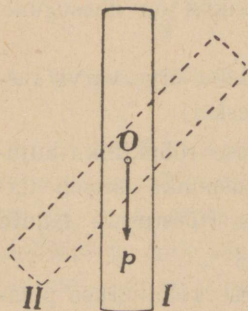
3. Tõesta, et kolmnurkse püramiidikujulise ühtlase keha raskuspunkt asetseb sirgel, mis ühendab tipu aluse mediaanide lõikepunktiga,  $\frac{1}{4}$  kaugusel alusest! Üldista teoreem igasuguse püramiidi ja koonuse kohta!

4. Kolmnurkne ühtlane plaat, mille raskus 15 kg, toetub tippudes. Leia rõhumine igas tipus!

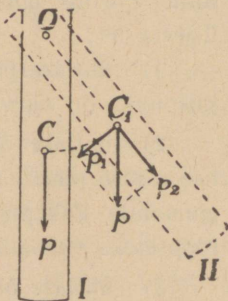
5. Leia: a) Päikese ja Maa, b) Maa ja Kuu ühine raskuspunkt!

6. Leia ühtlastest rasketest varbadest koosneva kolmnurkse kontuuri raskuspunkt!

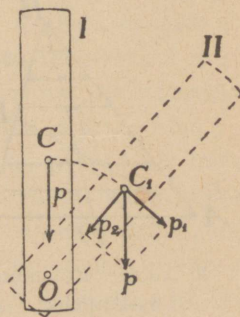
**35. Ühes punktis toetatud raske keha tasakaal.** Me teame, et tungi mõju kehasse on võimalik tasakaalustada, kui kinnistada



41. joon. Ükskõikne tasakaal.



42. joon. Püsiv tasakaal.



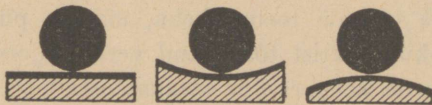
43. joon. Mittepüsiv tasakaal.

kas tungi rakenduspunkt või mõni teine punkt tungi sihil. Keha raskus on rakendatud raskuspunktis ja mõjub alati püst- ehk vertikaalsihil. Sellepärast on keha raskuse tasakaalustamiseks küllalt, kui toetada kas raskuspunkt või mõni teine

punkt püstsihil, mis läheb läbi raskuspunkti. Toetus- ja raskuspunkti vastastikustest asenditest olenevad keha mitmesugused tasakaalu juhud.

a) Kui keha on toetatud raskuspunkti, siis on tasakaal **ükskõikne**, sest keha jääb tasakaalu igas asendis pöördumisel toetuspunkti ( $O$ ) ümber (41. joon).

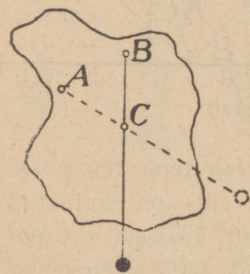
b) Kui toetuspunkt asetseb püstjoonel ülalpool raskuspunkti, siis on keha tasakaal **püsiv**, sest tasakaalust väljaviidud keha tuleb ise jälle endisse tasakaaluasendisse tagasi.



44. joon. Tasakaal pinnal.

Olgu õhukese plekiriba (pa-

pi- või lauatuiki) toetuspunkt  $O$  ja raskuspunkt  $C$  (42. joon.). Asendis I on plekiriba püsivas tasakaalus. Lahutame asendis II raskuse  $p$  kaheks komponendiks  $p_1$  ja  $p_2$ , milledest  $p_1$  paneb plekiriba liikuma tasakaaluasendi poole, kuna  $p_2$  tasakaalustub toetuspunkti  $O$  vastumõjuga.



45. joon.

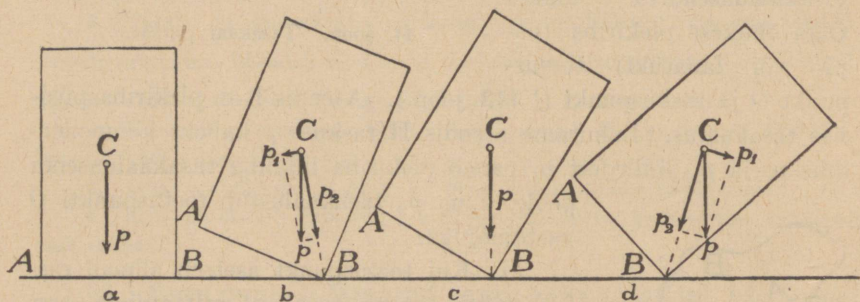
c) Kui toetuspunkt asetseb allpool raskuspunkti, siis on tasakaal **mittepüsiv**, sest kui keha tasakaaluasendist pisut välja viia, ei tule ta ise sinna mitte enam tagasi, nagu 43. joon. tehtud raskustungi lahutamisest näha, vaid kaldub veel enam kõrvale püsiva tasakaalu asendi suunas.

Kõiki kolme tasakaalujuhtu võime tähele panna kera toetumisel pinnale, nagu näha 44. joon. Huvitav on siin märkida, et ükskõikse tasakaalu puhul raskuspunkti kaugus toetuspinnast ei muutu, püsiva tasakaalu korral asetseb raskuspunkt kõige madalamal ja mittepüsiva tasakaalu korral kõige kõrgemal.

**36. Raskuspunkti määramine katseliselt.** Eespool seletatud püsiva tasakaalu juhu põhjal on kerge keha raskuspunkti määrata katseliselt. Selleks võtame antud keha, näiteks papitüki (45. joon.), ja toetame teda punktis  $A$  nõnda, et ta selle punkti ümber annaks vabalt pöörduda; nüüd laseme keha asuda püsiva tasakaalu

asendisse ja märgime ära vertikaaljoone  $AC$ , millel asetseb püsiva tasakaalu asendis raskuspunkt ( $C$ ). Teises punktis  $B$  keha rippu lastes saame vertikaaljoone  $BC$ , millel samuti peab asetsema raskuspunkt. Tähendab, otsitav raskuspunkt, mis asetseb ühtlasi mõlemal sirgjoonel  $AC$  ja  $BC$ , peab asetsema nende joonte lõikepunktis  $C$ .

**37. Rõhtsale pinnale toetuva raske keha tasakaal.** Rõhtsale pinnale toetuv keha, näiteks püstprisma, on tasakaalus, kui raskuspunktist tõmmatud vertikaaljoon läheb läbi toetuspinna, sest siis on keha raskus tasakaalustatud (46. joon.,  $a$ ). Asetame nüüd



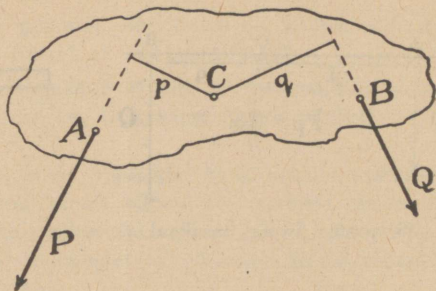
46. joon. Toetuva keha tasakaalu juhud.

prisma lauale kaldu servale  $B$  (46. joon.,  $b$ ) ja lahutame tema raskuse  $p$  kaheks komponendiks: komponent  $p_2$ , mis on suunatud toetuservale  $B$ , ja komponent  $p_1$  — temaga risti. Esimene komponent rõhub prismat servapidi vastu lauda, kuna teine komponent prismat ta endisse asendisse tagasi liikuma paneb. Prismat veel rohkem paremale poole kaldu pöörates (46. joon.,  $c$ ) saame asendi, milles raskuspunktist  $C$  tõmmatud vertikaaljoon otse toetuservast läbi läheb. Tasakaal on küll olemas, kuid ta on mittepüsiv, sest sellest asendist veidi ühele või teisele poole kõrvale kaldudes ei tule keha enam oma endisse asendisse tagasi.

Viimasel 46. joon. kujutatud asendis ( $d$ ) on komponent  $p_1$  suunatud endisest asendist väljapoole ja keha kukub ümber.

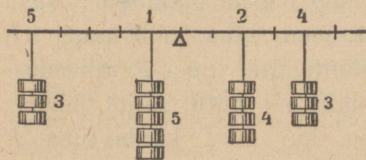
Nagu neist juhtudest näha, tuleb keha, mis on püsiva tasakaalu asendist välja viidud, ainult siis oma endisse asendisse tagasi, kui raskuspunktist tõmmatud püstjoon läheb seespool toetus-piirjoont.

**38. Kang üldjuhul.** Võtame keha, mis annab vabalt pöörelda raskuspunkti ( $C$ ) läbiva telje ümber (47. joon.). Siis on keha raskus tasakaalustatud pöörlemisteljega, mis on toetatud alusele. Olgu sellesse kehasse rakendatud punktides  $A$  ja  $B$  vastavalt tungid  $P$  ja  $Q$ , mis püüavad pöörata keha teine teises suunas. Nimetame niisuguse keha kangiks. Et keha võib pöörelda vaid telje ümber, siis vaatleme ainult tunde, mis asetsevad pöörlemisteljega risti olevas, kuid samas tasapinnas. Teisiti suunatud tungid ei avalda mõju pöörlemisele. Kangi tasakaalu korral peab tungide  $P$



47. joon. Kang.

ja  $Q$  resultandi suund minema läbi toetuspunkti  $C$ . Varemini (§ 29) nägime, et komponentide momendid iga resultandi sihil võetud punkti suhtes on võrdsed, järelikult kang on tasakaalus siis, kui mõlemal kangi poolel rakendatud tungide momendid toetuspunkti suhtes on võrdsed, s. o.



48. joon. Mitme tungi moment.

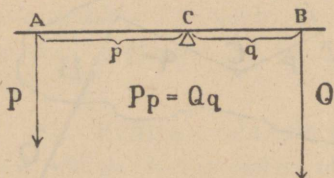
48. joon. Mitme tungi moment. Kui lugeda tungide momendid, mis püüavad pöörata keha päripäeva, positiivseteks, tungide momendid, mis püüavad pöörata keha vastupäeva, negatiivseteks, siis võime kangi tasakaalu tingimuse mistahes tungide arvu puhul sõnastada järgmiselt: kang on tasakaalus, kui temasse mõjuvate tungide momentide summa toetuspunkti suhtes on null (48. joon.).

**39. Ühe- ja kahepoolne kang.** Harilikult nimetame kangiks varba, mis võib pöörduda toetuspunkti ümber samas tasapinnas ja millesse on rakendatud pöördumistasapinnas kaks tungi; need püüavad pöörata kangi teine teises suunas (49. joon.). Tasakaalu korral peavad tungide momendid olema võrdsed, s. o.

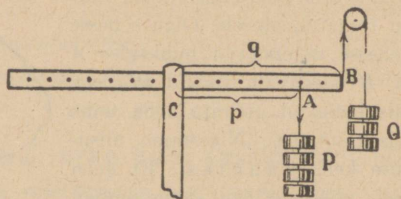
$$Pp = Qq.$$

Kangi nimetatakse sirgeks, kui tungide rakenduspunktid ja toetuspunkt asetsevad samal sirgel, vastasel korral on meil tegemist kõvera või murtud kangiga. Kui tungid on rakendatud mõle-

mal pool toetuspunkti, siis nimetatakse kangi kahepoolseks (49. joon.), on aga tungid rakendatud ühel pool toetuspunkti, siis



49. joon. Kangi tasakaal.



50. joon. Ühepoolne kang.

on kang ühepoolne (50. joon.). Kõikide kangiliikide kohta kehtib sama tasakaalutingimus, nimelt tungide momentide võrdsus.

Kangi tasakaalu tingimustest näeme, et kangi abil on võimalik tasakaalustada väikese tungiga suurt tungi ja ümberpöörduvalt.

Selleks on tarvis vastavalt valida kangi õlgade pikkused. Nagu 51. joon. näha, käib kangi AB pöördumisel tungi P rakendus- punkt nii mitu korda lühema tee, kui mitu korda tungi P õlg (AC) on lühem tungi Q õlast (BC), sest

$$\sphericalangle AA_1 : \sphericalangle BB_1 = AC : BC.$$

Tähendab, mitu korda võidame kangi abil tungi suuruse poolest, nii mitu korda kaotame tungi rakenduspunkti poolt käidud tee pikkuse poolest.

Vahel nimetatakse tungi rakenduspunkti kaugust toetuspunktist kangi õlaks. Sirge kangi ja rööpsete tungide puhul on võimalik väljendada kangi tasakaalu tingimusi ka kangi õlgade abil. Kuidas? Otstarbekohasem üldsuse mõttes on aga selle asemel kõnelda tungi õlast kui toetuspunkti kaugusest tungi sihist ( $p, q$ ) ja väljendada kangi tasakaalu tingimus alati momentide lause abil. Juhul, kui kang on sirge ja rõhtsas asendis ning tungid mõjuvad vertikaalselt, langevad mõlemad tasakaalutingimused ühte.

1. Too näiteid kangi tarvitamise kohta igapäevases elus! Nimeta mõned meile tuntud kangi põhimõttel ehitatud riistad!

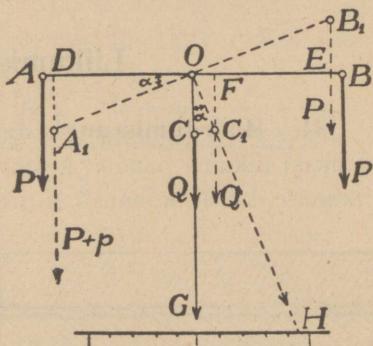
2. Kahepoolse kangi õlgade pikkused on 15 cm ja 20 cm ning lühema õla otsas ripub koormis 2 kg. Missugune koormis tuleb tasakaalu korral suurema õla otsa riputada ja kui suur on rõhumine toetuspunktis?

3. Kahepoolse kangi õlgade pikkused on 50 cm ja 70 cm, rõhumine toetuspunktis 78 kg. Missugused tungid on tasakaalustatud?

4. Ühepoolse kangi abil, mille pikkus 52 cm, on tasakaalustatud kaks vastassuunalist rööptungi: 4 kg ja 2,5 kg. Leia kangi õlgade pikkus!

40. **Kangkaal.** Kangkaal on sirge võrdõlgne kang kehade raskustungi mõõtmiseks. Kangi raskuspunkt peab olema allpool toetuspunkti nõnda valitud, et kang oleks püsivas tasakaalus rõhtasendis. Siis on kang rõhtasendis ka koormamisel võrdsete koormistega (momendid on võrdsed). Kangi rõhtasendi üle otsustame risti kangi külge kinnitatud rao näitamisega. Kaal on õige, kui võrdsete koormistega koormamisel kaalukang on rõhtne. Peale õige näitamise on kaalu juures väga tähtis nn. tundlikkus, s. o. rao võimalikult suur kõrvalekaldumine tasakaaluasendist õige väikese lisakoormise mõjul.

Olgu 52. joon.  $AB$  kaalu kang,  $O$  — toetuspunkt,  $C$  — kangi raskuspunkt ja  $Q$  — kangi raskus. Võrdsete koormiste  $P$  mõjul on kang  $AB$  tasakaalus rõhtasendis. Vasema poole koormist lisakoormise  $p$  võrra suurendades kaob endine tasakaal ja kang võtab uue tasakaaluasendi  $A_1B_1$ . Et tungide momendid, mis kangi vastassuunas püüavad pöörata, peavad olema võrdsed, siis saame:  $(P + p) \cdot OD = P \cdot OE + Q \cdot OF$ ;  $P \cdot OA_1 \cos \alpha + p \cdot OA_1 \cos \alpha = P \cdot OB_1 \cos \alpha + Q \cdot OC_1 \sin \alpha$ . Et  $OA_1 = OB_1 = OA$ , saame pärast lihtsustamist



52. joon. Kaalu tundlikkus.

$$p \cdot OA \cos \alpha = Q \cdot OC_1 \sin \alpha, \text{ millest}$$

$$\tan \alpha = \frac{p \cdot OA}{Q \cdot OC} \dots \dots \dots (1).$$

Korrutades valemi (1) mõlemat poolt rao pikkusega  $OG = L$  ja asetades  $OA = l$  ning  $OC = d$ , saame rao otsa kõrvalekaldumise suuruse  $GH = OG \cdot \tan \alpha$  jaoks valemi:

$$GH = \frac{p \cdot l \cdot L}{Q \cdot d} \dots \dots \dots (2).$$

Valemist (2) näeme, et kaalu tundlikkus on:

1) võrdeline kangi õla ( $l$ ) ja rao ( $L$ ) pikkusega;

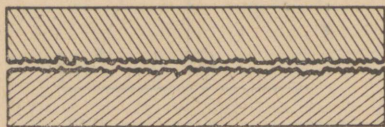
2) pöördvõrdeline kangi raskusega (Q) ja raskuspunkti kaugusega toetuspunktist (d).

Nende tingimuste teostamine ei ole sugugi kerge, sest näiteks õlgade pikkuste suurendamine suurendab ühtlasi ka kangi raskust jne. Vanasti ehitati kaalud pikemate õlgadega kui uuemal ajal. Ka on tähtis, et tundlikkus ei muutuks koormise muutumisega. Selleks on tarvis, et toetuspunkt asetseks tungide rakenduspunkte ühendava sirge keskel.

Tegelikus elus on väga suure tähtsusega nn. kümneendkaal. Nimi on tulnud sellest, et kaalutav raskus tasakaalustatakse kümme korda kergemate vihtidega, mis on eriti tähtis suurte raskuste kaalumisel. Samal põhimõttel on ehitatud ka neljakümne-, sajand- jne. kaalud.

## Liikumise takistused.

**41. Hõõrdumistung.** Igapäevase elu tähelepanekuist teame, et ükski liikuma pandud keha ei liigu ühtlaselt iseendast, vaid liikumise kiirus kahaneb järjest ja keha jääb varsti seisma. Nii näiteks tasast maapinda mööda visatud kivi, rõhtsal pinnal rööpmeil liikuma pandud vagun, uisutaja jääl, pöörlev hooratas, vee-pinnal liikuma tõugatud paat jne. kaotavad kõik varsti oma liikumiskiiruse ja jäävad lõpuks seisma, kui liikuma panev tung neisse



53. joon. Hõõrdumist tekitavad pinnakonarused.

enam ei mõju. Raudteerong liigub ühtlaselt ainult seni, kuni vedur teda järjest tõmbab.

Inertsiseaduse järgi võib keha liikumise olekut muuta ainult tung. Mis takistas siis eelmises näiteis kehade liikumist? — Keha pind pole kunagi päris sile, vaid ikka konarlik, nagu näha 53. joon. Liikumisel jäävad ühe keha pinna konarused teise keha pinna konaruste vahele ja takistavad sedaviisi liikumist. Ütleme sel puhul lühidalt: liikumist takistab **hõõrdumine** ehk **hõõrdumistung**. Kui tahame, et keha, mis mööda teise keha pinda liugub või veereb, liiguks järjest edasi ühtlaselt, siis peame kogu aeg ületama selle keha liikumist takistavat hõõr-

dumistungi. Tuleb silmas pidada, et hõõrdumistung tekib ainult kehade liikumisel ja on alati suunatud vastu liikumissuunale.

1. Mida ületab hobune koormavedamisel rõhtsal teel ühtlaselt liikudes? Too veel samalaadilisi näiteid!

2. Kas oleks võimalik liikuma hakata, seisma jääda, asju nööriga kokku siduda, naelu ja kruvisid tarvitada jne., kui puuduks hõõrdumine?

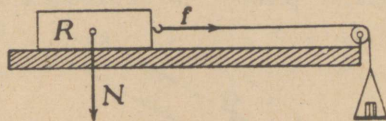
3. Millal on hõõrdumistung talvel väiksem: kas kõva külmaga või pehme ilmaga, ja mispärast?

**42. Hõõrdumisseadused liugumisel.** Asetame ühtlasele rõhtsale pinnale rööptahuka ( $R$ ), mille raskus on  $N$ , ja vaatame, kui suurt tungi ( $f$ ) läheb tarvis, et rööptahukas väikese tõuke mõjul hakkaks ühtlaselt liuguma mööda aluspinda (54. joon.). Kui rööptahukas liigub ühtlaselt inertsil

mõjul, siis järelkult tung  $f$  tasakaalustab liikumistakistused\* ehk hõõrdumistungi ning on suuruselt viimasega võrdne.

Katse tingimusi (kokkupuutepindala suurust ja pindade iseloomu, liikumise kiirust, normaalrõhumise suurust) mitut viisi

muutes leidis Coulomb (1736—1806) katseliselt hõõrdumise kohta liugumisel järgmised seadused:



54. joon. Hõõrdumine liugumisel.

Hõõrdumistungi suurus liugumisel

1) **ei olene** hõõrduvate kehade **kokkupuutepindade suuruselt** ega liikumise **kiirusest**, küll aga on liikumise kestel hõõrdumistung väiksem kui liikumahakkamise momendil;

2) **oleneb kokkupuutepindade iseloomust** (aine, siledus, määrimine) ja **normaalrõhumisest** (rõhumine risti alusele) ning on sellega **võrdeline**.

Viimasest seadusest järgneb, et hõõrdumistungi ( $f$ ) ja normaalrõhumise ( $N$ ) suhe on jääv, kui kõik teised tingimused jäävad samaks. Selle jääva suhte suurust ( $k$ ) nimetatakse **hõõrdumiskoeffitsiendiks**, s. o.

$$\frac{f}{N} = k, \text{ millest } f = kN.$$

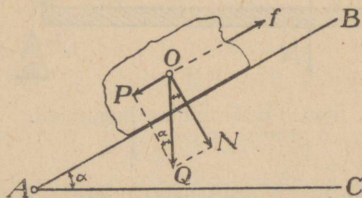
Kui näiteks  $N = 2$  kg ja  $f = 0,5$  kg, siis hõõrdumiskoeffitsient

$$k = \frac{f}{N} = \frac{0,5}{2} = 0,25.$$

Toome siin mõned hõõrdumiskoeffitsiendid liugumisel:

Teras	mööda terast . . . . .	0,17
Raud	„ rauda . . . . .	0,3
Raud	„ malmi või pronksi . . . . .	0,18
Nahkrihm	„ puud . . . . .	0,4
Teras	„ jääd . . . . .	0,02
Puu	„ „ . . . . .	0,035

Eelmised korrapärasused ja andmed on kehtivad kuivade (õlitamata) pindade ja mittesuurte kiiruste puhul. Uurimised näitavad, et suurte kiiruste puhul liugumishõõrdumine väheneb, sest siis ei suuda liikumise suure kiiruse tõttu pinnakonarused nii sügavasti üksteise vahele tungida.



55. joon.

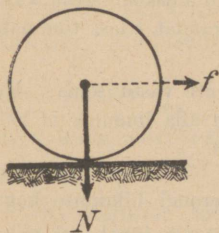
Lahutame keha raskuse  $Q$  kaldpinna  $AB$  suhtes kaheks komponendiks: normaalseks ( $N$ ) ja paralleelseks ( $P$ ). On selge, et  $N = Q \cos \alpha$  ja  $P = Q \sin \alpha$ . Nurga  $\alpha$  suurenedes suureneb ühtlasi komponent  $P$ . Suurendame nurka  $\alpha$  seni, kuni keha mööda kaldpinna hakkab ühtlaselt alla liuguma. Sel juhul on hõõrdumistung  $f = P = Q \sin \alpha$  ja hõõrdumiskoeffitsient

$$k = \frac{f}{N} = \frac{Q \cdot \sin \alpha}{Q \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha.$$

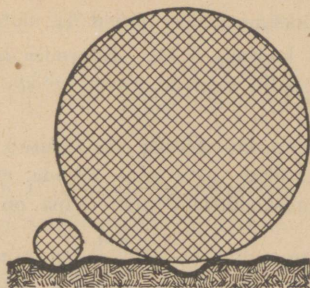
Nurka  $\alpha$ , mille juures  $\tan \alpha = k$ , nimetatakse hõõrdumisnurgaks.

**43. Hõõrdumine veeremisel.** Veeremisel (56. joon.) on hõõrdumistung ( $f$ ) võrdeline normaalarõhumisega ( $N$ ) ja pöördvõrdeline veereva keha raadiusega ( $r$ ). Mida suurem on ratta raadius, seda vähem jälgib ta tee konarusi (57. joon.) ning seda väiksem on ka hõõrdumine.

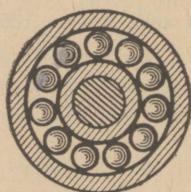
Üldiselt on hõõrdumistung liugumisel märksa suurem kui veeremisel. Seepärast püütaksegi kõikjal, kus see vähegi võimalik,



56. joon. Hõõrdumine veeremisel.



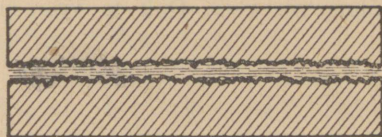
57. joon. Suurel rattal on hõõrdumistakistus väiksem.



58. joon. Kuullaagri läbilõik risti teljega.

liugumist asendada veeremisega (kuullaagrid autodel, jalgratastel; rattad klaveri või voodi jalgade otsas; palkide, vaatide veeretamine jne.).

**44. Määrimine.** Kokkupuutepindade siledakstegemise ja määrimise abil on võimalik hõõrdumist tublisti vähendada. Siledatel pindadel on vähem konarusi, mis liikumist takistavad. Määrimise abil täidame hõõrduvate pindade vahe määrdega (õliga) ning sellega nagu eraldame nad üksteisest. Sel viisil asendame ühe keha pinnakonaruste liikumise vastu teise omi eeskätt määrdekihtide liikumisega üksteise suhtes, mis on palju väiksem (8—10 korda). — Määrdevahend peab olema suure sisehõõrdumisega (viskoosne), sest muidu ei püsi ta hõõrduvate pindade vahel, vaid surutakse sealt välja. Sel põhjusel näiteks ei sobi määrdeks vesi, sest ta sisehõõrdumine võrreldes määrdeõliga on väga väike (umbes 80 korda väiksem).



59. joon. Määrimine eraldab hõõrduvad pinnad üksteisest.

Ka on tähele pandud, et hõõrdumine erisugustest ainetest pindade vahel on väiksem kui samast ainetest pindade vahel. Seepärast tehaksegi näiteks masinates laagrid (võllitoad) teisest materjalist kui võll ise.

1. Mis liiki hõõrdumine toimub vankritelje ja rattapussi vahel?
2. Hõõrdumisel tekib alati soojust. Mille arvel see soojus tekib?
3. Kuullaagrid vähendavad hõõrdumist ligi 50 korda, võrreldes hari-liku laagriga. Mida võiksime sellest järeldada näiteks jalgrattasõidu kohta?
4. Põrandal lebab koormis 3 kg. Koormise hõõrdumiskoeffitsient vastu põrandat on 0,25. Kui palju tuleb koormist mööda põrandat edasi tõmmata, et teha 3 kgm tööd?

5. Lauatükk, mille raskus 1,8 kg, on surutud lapiti vastu seina. Kui tugevasti tuleb seda lauatiiki vastu seina rõhuda, et ta alla liuguma ei hakkaks? Lauatüki hõõrdumiskoeffitsient vastu seina on 0,3.

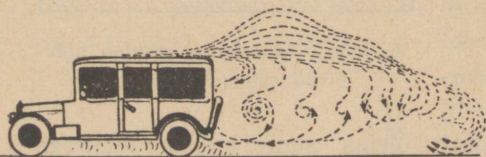
6. Keskmise kiiruse puhul ( $\sim 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ) on raudteerongi liikumise kogutakistus 0,003—0,005 rongi kogu raskusest. Kui rasket rongi jõuab sel puhul enda järel tõmmata vedur, mille tõmbetugevus on 6 tonni?

7. Kelk ühes kelgutajaga kaalub 80 kg. Kui tugevasti tuleb tasasel teel ühtlaselt edasi liikudes vedada, kui  $k = 0,025$ ? Kas on olemas tõmbetugevus nurgast, mille moodustab nöör liikumissuunaga?

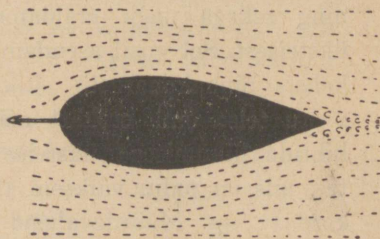
8. Keha liigub ühtlaselt kaldlauda mööda alla, kui kaldenurk  $\alpha = 20^\circ$ . Leia hõõrdumiskoeffitsient!

9. Liiva hõõrdumiskoeffitsient vastu liiva on umbes 0,8. Kui järsku liivahunnikut saab sellest teha (leia moodustaja kaldenurk!)?

**45. Keskkonna takistus.** Kõik meie liikumised toimuvad kas õhus või vees. Õhk ja vesi, samuti teised gaasid ning vedelikud,



60. joon. Õhukeeriste tekkimine auto liikumisel.



61. joon. Keskkonna takistus on kõige väiksem tilgakujulise läbilõikega keha liikumisel.

takistavad kehade liikumist neis. Juhul, kui keha liigub mõnes **keskkonnas**, näiteks lennuk õhus, allveepaat vees, kõneleme selle **keskkonna takistusest liikumisele**. Keskkonna takistuse põhju-

seks on keskkonna aineosakeste inerts ja keskkonna aineosakeste hõõrdumine üksteise vastu.

Keskkonna takistuse suurus oleneb keskkonnast enesest, samuti ka liikuva keha kiirusest, suuruselt ja kujust. Üldse on keskkonna takistuse seadused võrdlemisi keerulised. Väikeste kiiruste puhul (õhus kuni  $1 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ) on keskkonna takistus enam-vähem võrdeline liikuva keha kiirusega ja suuremate kiiruste puhul selle ruuduga, mis aga enam ei kehti õige suurte kiiruste puhul.

Keskkonna takistuse vähendamiseks on väga oluline ka liikuva keha väline kuju, sest iga keha õhus või vees liikudes tekitab enda ümber keeriseid, milleks kulub hulk keha liikuma panevast energiast. Kõige vähem keeriseid õhus või vees liikudes tekitab nn. **tilgakujuline keha**. Sellepärast ehitataksegi kiirsõiduautod, lennuki kandepinnad, allveelaeva kered, torpeedod jne. keskkonna takistuse vähendamiseks tilgakujulistena (voolujoonelistena).

Mispärast langeb tolm väga aeglaselt alla?

## Ebaühtlane sirgjooneline liikumine.

**46. Keskmise kiirus.** Ebaühtlasel liikumisel käib keha võrdsetes ajavahemikkudes (sek) mittevõrdsed teeosad. Selle liikumise iseloomustamiseks leiame nn. **keskmise kiiruse**, jagades kogu käidud tee pikkuse tema ärakäimiseks tarvitatud ajaga. Kui näiteks kiirrong Tallinnast Tartusse (191 km) sõitmiseks tarvitab 3 tundi, siis on kiirrongi keskmine kiirus  $\frac{191}{3}$  ehk  $63,7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Üldisel kujul võime kirjutada: keskmine kiirus

$$v_k = \frac{s}{t}, \text{ millest } s = v_k t \text{ ja } t = \frac{s}{v_k}.$$

On selge, et keskmine kiirus iseloomustab liikumist ainult antud kauguse (Tallinn—Tartu) või antud aja (3 tundi)

vahemikus. Ta näitab meile, missuguse kiirusega peaks liikuma keha ühtlaselt, et sama ajaga sama kaugust ära käia.

1. Nimeta mõne meile tuntud liikumise keskmine kiirus (jalakäija, auto, lennuk, kahurikuul jt.)!

2. Ülemaailmaline rekordaeg 100 m jooksus on praegu 10,2 sek. Leia sellele vastav keskmine kiirus  $\frac{m}{sek}$ -tes! Võrdle seda jalakäija keskmise kiirusega!

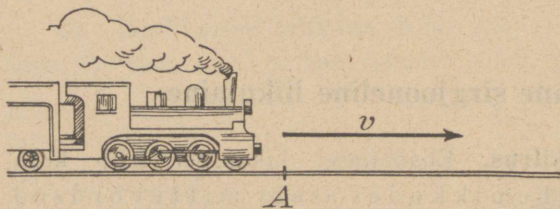
3. Leia oma tasku- või seinakella tunni- ja minutiosuti otsa liikumise keskmine kiirus!

4. Mitu korda liigub jalakäija ( $5 \frac{km}{h}$ ) teost ( $1,5 \frac{mm}{sek}$ ) kiiremini?

5. Kui palju liigub edasi tuul tormis ( $20 \frac{m}{sek}$ ) 1 tunni jooksul?

6. Millise keskmise kiirusega jõuaks 80 päevaga korra ümber Maa sõita (mööda ekvaatorit)?

**47. Kiirus antud punktis.** Kui keha saab vabalt igale poole liikuda ja temasse ei mõju mingi tung või jälle temasse mõjuvad



62. joon. Rongi kiirus antud punktis.

tungide mõjul, näiteks rong jaamast välja sõites veduri tõmbel, kivi alla laskudes raskuse mõjul jne.

Liikugu antud keha, näiteks raudteerong, tungide mõjul ebaühtlaselt. Oletame, et mõnel antud hetkel, näiteks liikuva keha jõudmisel punkti A, lakkaks tungide mõju kehasse. Siis hakkaks see keha edasi liikuma ainult inertsi mõjul ühtlaselt ja sirgjooneliselt kiirusega, mis oli kehal sel hetkel, mil lakkas tungide mõju kehasse. Sedaviisi saadud kiirust nimetatakse ebaühtlase lii-

tungid on tasakaalus, siis säärane keha inertsiseaduse järgi kas püsib paigal või liigub ühtlaselt ning sirgjooneliselt. Järelikult ebaühtlaselt võib keha liikuda ainult

kumise kiiruseks antud hetkel ehk antud teepunktis, sest igale hetkele vastab teatav teepunkt.

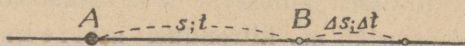
Kui näiteks veduri tegevus punkti  $A$  jõudmisel (62. joon.) seisma panna, siis liiguks rong edasi ainult inertsi mõjul ühtlase kiirusega, mis oli rongil veduri tõmbe lakkamise hetkel. Tegelikult ei ole see mitte päris õige, sest meie ei saa ühegi liikumise puhul täiesti vabaneda liikumise takistustest, mis kiirust vähendavad.

Liikumist, kus kiirus järjest kasvab, nimetatakse kiireneva kas, liikumist, kus kiirus järjest kahaneb, — aeglustuvaks liikumiseks.

• Too näiteid kiireneva ja aeglustuva liikumise kohta!

Tahame lähemalt määrata ebaühtlase liikumise iseloomu mõnes teepunktis, näiteks  $B$ , siis leiame esiteks keha liikumise keskmise kiiruse selle punkti läheduses (63. joon.).

Selleks oletame, et keha liikub  $B$ -st alates ajavahemiku  $\Delta t$  jooksul edasi kauguse  $\Delta s$  võrra. Siis saame punkti  $B$  läheduses keha liikumise ise-



63. joon. Kiirus antud punktis.

loomustamiseks keskmise kiiruse  $v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ . Sedaviisi leitud keskmine kiirus iseloomustab liikumist punktis  $B$  seda enam, mida väiksem on aja kasv  $\Delta t$  ja sellele vastav kauguse kasv  $\Delta s$ . **Kiiruseks** antud punktis ( $B$ ) nimetatakse kauguse kasvu ( $\Delta s$ ) ja sellele vastava aja kasvu ( $\Delta t$ ) suhte piiri, kui aja kasv lõpmata ligineb nullile, s. o.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_k = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \dots (1)$$

Valem (1) võimaldab leida kiiruse suuruse igas teepunktis või vastaval hetkel, kui on teada funktsionaalne side  $s$  ja  $t$  vahel. Kiiruse suuna määrab liikumise suund tee vastavas punktis.

1. Kas on mõlemad selles § antud kiiruse definitsioonid üheväärsed?
2. Keha vabal langemisel on  $s = 5t^2$ . Leia langeva keha kiirus 1., 2., 3., 4. ja 5. sekundi alguses! Missugune korrapärasus siin valitseb?
3. Rakenda valem (1) ühtlase liikumise kiiruse määramiseks valemist  $s = vt$ !

Exhib. 111

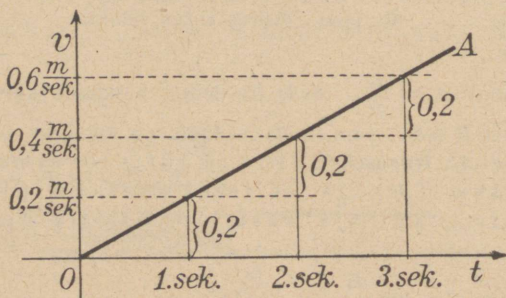
**48. Ühtlaselt kiirenev ja ühtlaselt aeglustuv sirgjooneline liikumine. Kiirendus.** Ebaühtlastest sirgjoonelistest liikumis-

test on tähtsaim nn. **ühtlaselt kiirenev ja ühtlaselt aeglustuv sirgjooneline liikumine**, s. o. niisugune, kus keha kiirus mistahes võrdsetes ajavahemikkudes **võrdset** kasvab või kahaneb.

Kui näiteks rongi kiirus jaamast välja sõites on 1. sek lõpul  $0,2 \frac{m}{sek}$ , 2. sek lõpul  $0,4 \frac{m}{sek}$ , 3. sek lõpul  $0,6 \frac{m}{sek}$  jne. ning kogu aeg kiirus kasvab ühtlaselt, siis on see liikumine ühtlaselt kiirenev, sest kiirus kasvab iga sekundi jooksul sama suuruse, antud juhul  $0,2 \frac{m}{sek}$  võrra. Graafiliselt on see kujutatud 64. joonisel.

Ühtlaselt aeglustuva sirgjoonelise liikumise näitena võiksime tuua rongi liikumise jaama sissesõidul.

Ühtlaselt kiirenevat (vst. aeglustuvat) sirgjoonelist liikumist iseloomustab nn. **kiirendus**, milleks nimetame kiiruse



juurdekasvu (vst. kahanemist) ühe ajaühiku jooksul. Et ühtlaselt kiirenevas liikumises keha kiirus mistahes võrdsetes ajavahemikkudes võrdset kasvab, siis on ka selle liikumise kiirendus

64. joon. Ühtlaselt kasvava kiiruse kujutamine.

kui kiiruse juurdekasv jääv (konstantne). Eelmises näites kasvas rongi kiirus jaamast välja sõites iga sekundi jooksul  $0,2 \frac{m}{sek}$  võrra, tähendab, kiirendus oli sel juhul  $0,2 \frac{m}{sek}$  sekundis. Lühiduse otstarbel kirjutatakse kiirenduse nimetus „ $\frac{m}{sek}$  sekundis“ nõnda:  $\frac{m}{sek^2}$  ja loetakse: „meeter sekund ruudus“. Samuti tähendab kiirendus  $10 \frac{cm}{sek^2}$ , et keha liikumise kiirus igas sekundis  $10 \frac{cm}{sek}$  võrra kasvab; kui kiirendus on

$3 \frac{\text{km}}{\text{min}^2}$ , siis kasvab kiirus igas minutis  $3 \frac{\text{km}}{\text{min}}$  võrra, jne. Edaspidi tähistame kiirenduse suurust üldisel kujul  $a$ -tähega (lad. k. *acceleratio* — kiirendus).

Kiireneva liikumise kiirenduse loeme positiivseks, aeglustuva liikumise kiirenduse negatiivseks.

Teame, et keha võib liikuda ebahütlaselt ainult tungi mõjul. Oletame näiteks, et kehasse mõjub kogu aeg jääv tung  $5 \text{ kg}$  ja selle mõjul keha kiirus kasvab 1 sekundi jooksul  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  võrra. On selge, kui tungi suurus ja suund ei muutu, siis ka iga järgmise sekundi jooksul selle tungi mõjul peab kiirus suurenema samal määral, s. o.  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  võrra, sest kiiruse muutumise põhjus, tungi suurus ja suund, on endine. Kasvab aga kiirus igas sekundis niisama palju, siis on liikumine hütlaselt kiirenev. Tähendab, keha liigub hütlaselt kiirenevalt siis, kui temasse mõjub jääv tung.

1. Kas on antud hütlaselt kiireneva liikumise definitsioon õige, kui sellest sõna „mistahes“ välja jätta?

2. Missuguse tungi mõjul liigub keha hütlaselt aeglustuvalt?

3. Väljenda kiirendus  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  ühikutes:  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ,  $\frac{\text{cm}}{\text{min}^2}$  ja  $\frac{\text{m}}{\text{sek} \cdot \text{min}}$ !

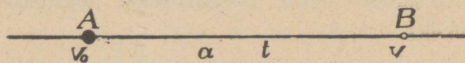
**49. Kiirenduse mõiste ja ühiku tuletamine.** Kiirenduse mõiste ja ühiku tuletamisel võime käia sama teed kui kiirusegi juures. Kiirenduse suurus ajavahemiku  $\Delta t$  jooksul on võrdeline kiiruse juurdekasvuga ja pöördvõrdeline sellele vastava aja juurdekasvuga, s. o.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Sellest valemist saame: kui  $\Delta v = 1$  ja  $\Delta t = 1$ , siis ka  $a = 1$ . Järelikult kiirenduse ühikuks on sel juhul võetud niisuguse keha kiirendus, mille kiirus kasvab (vst. kahaneb) ühe ajaühiku jooksul 1 kiirusühiku võrra. Edasi selgub valemist  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ : kui  $\Delta t = 1$ , siis  $a = \Delta v$ , s. o. kiirendus võrdub arvuliselt kiiruse juurdekasvuga ühe ajaühiku jooksul. Tuleb kindlasti mees pidada, et kiirendust võib mõõta ainult kiirendusühikutega. Kuigi, nagu nägime, kiirenduse suurus arvuliselt, kui ühikud on vastavalt valitud, võrdub kiiruse juurdekasvu suurusega, ei ole meil siiski õigust samastada kiirendust kiirusega.

50. **Kiiruse valemi tuletamine.** Asugu vaatluse alguses ühtlaselt kiirenevalt liikuv keha teepunktis  $A$  (65. joon.) ja olgu tema kiirus selles punktis, nn. algkiirus,  $v_0$   $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ . Sama keha kiiruse

$t$  sek hiljemini, nn. lõppkiiruse, tähistame  $v$ -ga. Kui liikumise kiirendus on  $a$   $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , siis kasvab keha



65. joon. Andmed kiiruse arvutamiseks.

kiirus igas sekundis  $a$  kiirusühiku võrra,  $t$  sek jooksul aga  $at$  võrra, järelikult lõppkiirus

$$v = v_0 + at \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Saadud valem annab võimaluse leida ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse suurus igal hetkel pärast liikumise algust, kui on teada algkiirus ja kiirendus. Ühtlaselt aeglustuva liikumise puhul tuleb kiirendus  $a$  võtta negatiivne.

Juhul, kui keha algkiirus  $v_0 = 0$ , saame valemi (1) jaoks lihtsama kuju:

$$v = at \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

1. Rong sõidab jaamast välja ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega  $a = 30 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Leia rongi kiirus 5., 10., 15. ja 30. sekundi lõpul pärast liikumise algust!

Mitme sekundi pärast on rongi kiirus  $15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

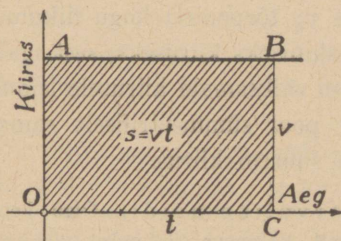
2. Rong liigub kiirusega  $17 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Piduri mõjul saab ta jääva kiirenduse  $-80 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Leia rongi kiirus 5 sek pärast pidurdamise algust!

3. Keha liikumise algkiirus on  $30 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , lõppkiirus 12 sek pärast  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leia kiirendus!

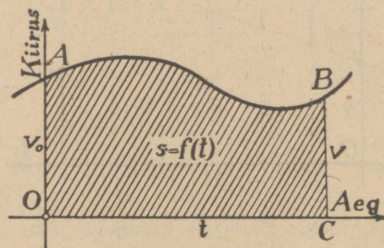
4. Keha kiirendus on  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  ja lõppkiirus 25 sek pärast  $150 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leia algkiirus!

51. Kiiruse ja käidud tee graafiline kujutamine. Joonestame kiiruse suuruse muutumise graafiku, tähistades rõhtteljel aja, püstteljel vastavad kiiruse suuruse väärtused.

Ühtlasel liikumisel on kiiruse suurus jääv, näiteks  $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$



66. joon. Kiiruse graafik ühtlasel liikumisel.



67. joon. Kiiruse graafik ebahühtlasel liikumisel.

Sel juhul saame kiiruse graafikuna sirge ( $AB$ ), mis on rööpne aja teljega (66. joon.).

Käidud tee pikkusele vastab sel juhul aja telje, kiiruse muutumist kujutava sirge ning alg- ja lõppordinaadiga piiratud püstküliku pindala ( $OABC$ ).

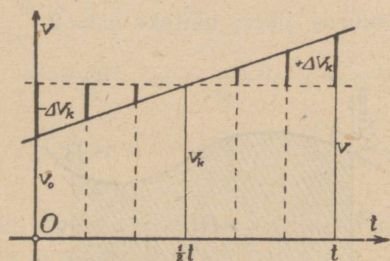
Üldjuhul (67. joon.) kujutab kiiruse suuruse muutumise käiku kõver, kusjuures käidud tee pikkusele endiselt vastab aja teljega, kiiruse kõveraga ning alg- ja lõppordinaadiga piiratud kujundi pindala.

Ehita liikumise  $s = 2t + 3t^2$  kiiruse suuruse muutumise graafik!

52. Tee valemi tuletamine. Ühtlaselt kiireneval või aeglustuval liikumisel käidud tee pikkuse võime arvutada selle liikumise keskmise kiiruse abil. Kui algkiirus on  $v_0 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  ja lõppkiirus  $t$  sek pärast  $v \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ , siis on ühtlaselt kiireneva liikumise korral keskmine kiirus alg- ja lõppkiiruse aritmeetiline keskmine, s. o.

$$v_k = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{at}{2},$$

sest kiirus kasvab ühtlaselt. Selle tõestamiseks ehitame graafiku, mis näitab meile ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse muutumist (68. joon.). Siin on rõhtteljel märgitud aja ning püstteljel — vastavad kiiruse suuruse väärtused.



Nagu joonisest näha, on keskmisele ajaväärtusele ( $\frac{1}{2}t$ ) vastav kiirus  $v_k$  tõepoolest kogu liikumise keskmiseks kiiruseks, sest igale temast väiksemale kiirusele leidub teisel pool sümmeetriliselt sama võrra suurem kiirus.

68. joon. Ühtlaselt kiireneva liikumise keskmine kiirus.

Arvuline näide. Olgu keha ühtlaselt kiireneva liikumise algkiirus

$$2 \frac{\text{m}}{\text{sek}}, \text{ lõppkiiruseks } 8 \text{ sek pärast}$$

$10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Seega on kiiruse kasv igas sekundis ehk kiirendus  $(10 - 2) : 8$ , s. o.

$1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Järelikult peab olema kiiruse suurus poole aja ehk 4 sek pärast

$2 + 4 \cdot 1$ , s. o.  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , mis on aritmeetiliseks keskmiseks alg- ja lõppkiirusest

$\left(\frac{2+10}{2}\right)$ , samuti ka igast teisest keskajast niisama palju mõlemale poole võetud kiiruste paarist (5 ja 7, 4 ja 8 jne.).

Teades keskmise kiiruse suurust, arvutame ühtlaselt kiireneval liikumisel käidud tee pikkuse järgmiselt:

$$s = v_k t = \left(v_0 + \frac{at}{2}\right) t = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \dots (3).$$

Graafiliselt kujutab käidud tee pikkust  $s$  trapetsi pindala, mis on ühelt poolt alg- ja lõppkiiruse, teiselt poolt rõhttelje ning kiiruse muutumist kujutava sirge vahel (68. joon.). Tuleta sellest tee valem!

Erijuhul, kui  $v_0 = 0$ , saame valemist (3):

$$s = \frac{at^2}{2} \quad \dots \dots \dots (4).$$

Kokkuvõttes on meil ühtlaselt kiireneva ja ühtlaselt aeglustuva liikumise määramiseks kasutada valemid:

$$\text{a) üldjuhul: } \left. \begin{aligned} v &= v_0 + at \\ s &= v_0 t + \frac{at^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{b) erijuhul, } \left. \begin{aligned} v &= at \\ \text{kui } v_0 = 0: \quad s &= \frac{at^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Sõnasta valemid (5) ja (6)! Kuidas olenevad kiirus ja käidud tee pikkus ajast ning kiirendusest juhul, kui  $v_0 = 0$ ?

Mõlemal korral tuleb meeles pidada, et ühtlaselt aeglustuva liikumise korral kiirendus on negatiivne.

Valemeid (5) võime käsitada kui 2 võrrandit 5 tundmatuga ( $v_0, v, t, a, s$ ). Sellepärast on alati võimalik 3 antu põhjal leida teised 2.

Valemite (5) ja (6) kasutamisel tuleb hoolega tähele panna, et neis esinevad suurused oleksid vastavalt valitud.

Kui näiteks  $t$  on mõõdetud sekundites,  $v_0$  —  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes ja  $s$  —  $\text{cm}$ -tes, siis  $v$  peab väljenduma  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes ja  $a$  —  $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ .

1. näide. Püssiraua pikkus on 75 cm. Kuul jookseb rauast välja kiirusega  $500 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leia kuuli kiirendus ja liikumisaeg raua sees, oletades, et liikumine on ühtlaselt kiirenev!

Valemite (6) abil saame:  $500 = at$  ja  $0,75 = \frac{at^2}{2} = \frac{at \cdot t}{2} = \frac{500 \cdot t}{2}$ , millest  $t = 0,003$  (sek);  $a = \frac{500}{0,003} = 166667 \left( \frac{\text{m}}{\text{sek}^2} \right)$  ehk  $167 \frac{\text{km}}{\text{sek}^2}$ . Vastus:  $t = 0,003$  sek;  $a = 167 \frac{\text{km}}{\text{sek}^2}$ .

2. näide. Rong sõidab jaamast välja jääva kiirendusega  $20 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Mitme minuti järel saab rong endale normaalkiiruse  $16 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ? Kui kaugel on siis rong jaamast?

Asendades saame:  $16 = 0,2 \cdot t$ , millest  $t = \frac{16}{0,2} = 80$  (sek);  $s = \frac{0,2 \cdot 80^2}{2} = 640$  (m). Vastus:  $t = 80$  sek =  $1\frac{1}{3}$  min;  $s = 640$  m.

1. Ehita valemite (5) ja (6) põhjal  $v$  ja  $s$  graafiline kujutis, kui  $v_0 = 3 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  ja  $a = 0,5 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ! Võrdle saadud resultaate!

2. Mitu isesugust tüüpi ülesannet võib koostada ühtlaselt kiireneva (vst. aeglustuva) liikumise kohta, silmas pidades valemite kui ka neis esinevate suuruste arvu?

3. Keha algkiirus on  $10 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , lõppkiirus  $40 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  ja kiirendus  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Leia kaugus ja aeg!

4. Sõnasta ja lahenda järgmised ülesanded: a)  $v_0 = 2$ ,  $a = 3$ ,  $t = 6$ ;  $v = ?$  ja  $s = ?$  b)  $a = -10$ ,  $t = 25$ ,  $v = 150$ ;  $v_0 = ?$   $s = ?$  c)  $v_0 = 30$ ,  $v = 6$ ,  $s = 216$ ;  $a = ?$   $t = ?$  d)  $v_0 = 400$ ,  $a = -10$ ,  $s = 6875$ ;  $t = ?$   $v = ?$  Ühikud vali vastavalt!

5. Keha liigub ühtlaselt kiirenedes ja läheb edasi kahe teineteisele järgneva 4-sekundilise ajavahemiku jooksul vastavalt kaugused: 24 m ja 64 m. Leia algkiirus ja kiirendus!

6. Kahuritoru on 2 m pikk. Määra mürsu kiirendus ja liikumise aeg kahuri torus, kui mürsk lendab torust välja kiirusega  $700 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ !

## Tung, mass ja kiirendus.

**53. Side tungi, kiirenduse ja massi vahel.** Inertsilise mõjul püsib keha kas paigal või liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt, s. o. ilma kiirenduseta. Keha liikumise kiirus võib muutuda ainult tungide mõjul. Keha kiiruse muutumist iseloomustab liikumise kiirendus, järelikult kiirendus tekib tungi mõjul, tung on kiirenduse tekkimise põhjuseks. Tõuseb küsimus: kuidas on seotud üksteisega tung (põhjus) ja kiirendus (järeldus)? Kiirenduse olemuse tungist väljendab nn. Newtoni II seadus järgmiselt:

**Keha liikumise kiirendus on võrdeline ja samasuunaline sellesse kehasse mõjuva tungiga.**

Kiirendus kui kiiruse juurdekasv ühe ajaühiku jooksul on suunaga ehk vektoriline suurus. Tungi suund Newtoni II seaduse järgi on ühesugune kiirenduse suunaga, tähendab, ka tung on suunaga ehk vektoriline suurus.

Newtoni II seadus näitab kehasse mõjuva tungi olenevust kiirendusest, kui keha mass ei muutu. Katsed näitavad,

et sama kiirenduse andmiseks läheb suuremale massile tarvis suuremat tungi, nimelt: sama kiirenduse puhul on tungi suurus võrdeline massiga.

Tähistades tungi suuruse  $f$ -ga (prantsuse k. *force* — tung), massi  $m$ -ga ja kiirenduse  $a$ -ga, võime tungi suuruse olenevuse mas-  
sist ja kiirendusest kokku võtta valemisse

$$f = ma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

s. o. tungi suurus ( $f$ ) mõõtab massi ( $m$ ) ja kiirenduse ( $a$ ) korrutisega.

Valem (1) seob kolme suurust:  $f$ ,  $m$  ja  $a$ . Kaht suurust teades on alati võimalik leida kolmandat.

**54. Liikumine jääva tungi mõjul.** Kui kehasse mõjub jääv tung, siis keha liigub ühtlaselt kiirenevalt. See järgneb valemist  $f = ma$ , millest  $a = \frac{f}{m}$ . Kui  $f$  ja  $m$  on jäävad, siis peab ka kiirendus  $a$  olema jääv, s. o. keha (mass  $m$ ) liigub ühtlaselt kiirenevalt.

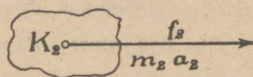
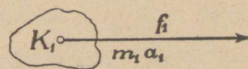
Teiselt poolt järgneb valemist  $f = ma$ , et sama tung annab erisuguste massidele kiirendused, mis on pöördvõrdelised masside suurustega. Olgu kahe keha massid  $m_1$  ja  $m_2$  ning vastavad tungi suurused ja kiirendused  $f_1$ ,  $a_1$ ,  $f_2$  ja  $a_2$

(69. joon.). Siis võime valemi  $f = ma$  põhjal kirjutada

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= m_1 a_1 \\ f_2 &= m_2 a_2 \end{aligned} \right\} \text{ kui } f_1 = f_2, \text{ siis } m_1 a_1 = m_2 a_2, \text{ millest } \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Too näiteid tõestatud tungi omaduste illustreerimiseks!

Arvuta Maa kiirendus Kuu poole, kui Maa mass on Kuu massist 80 korda suurem ja Kuu kiirendus Maa poole on  $0,27 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ !



69. joon. Võrdsete tungi mõju kiirendusse.

**55. Tungihikud.** Newtoni II seaduse valem  $f = ma$  on väga tähtis, sest ta võimaldab mõõta tungi suurust massi ja kiirenduse abil. Valemist  $f = ma$  järgneb: kui  $m = 1$  ja  $a = 1$ , siis ka  $f = 1$ , s. o. tungimõõtmise ühikuks on otstarbekohane

võtta niisugune tung, mis mõjudes ühte massiühikusse annab temale ühe ühiku kiirendust. Olgu  $m = 1$  g ja  $a = 1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , siis  $f = 1 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sek}^2}$  ehk **düün**, s. o. tung, mis massile 1 g annab  $1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$  kiirendust.

Et düün on väga väike tungiühik, siis tarvitatakse suurema ühikuna megadüüni, mis on düünist miljon korda suurem: 1 megadüün =  $10^6$  düüni.

Kirjelatud tungimõõtmisviisi nimetame dünaamiliseks vastandina § 23 selgitatud staatilisele tungimõõtmisviisile. Üleminek ühelt viisilt teisele on väga lihtne gramm-raskuse abil. Me teame, et

tung 1 g raskust annab massile 1 g kiirendust  $981 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , kuna  
 „ 1 düün „ „ „ 1 „ „ 1 „ „

Esimesel juhul on kiirendus 981 korda suurem, järelikult niisama palju kordi peab olema suurem ka vastav tung, sest mass on mõlemal juhul sama. Seega

$$1 \text{ g raskust} = 981 \text{ düüni.}$$

1. Kui suur tung annab massile 3 g kiirenduse  $4 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ?
2. Missugusele massile annab tung 240 düüni kiirenduse  $20 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ?
3. Kui suure kiirenduse annab tung 480 düüni massile 16 g?
4. Leia kiirendus, mille annab tung 1 megadüün massile 1 tonn!
5. Milline tung annab massile 0,25 kg  $40 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  kiirendust?
6. Kui suure jääva tungi mõjul liigub mass  $m = 10$  g  $t = 40$  sek jooksul edasi maa  $s = 0,48$  km?
7. Leia mass, mis jääva tungi  $f = 1$  megadüün mõjul liigub  $t = 10$  sek jooksul edasi maa  $s = 1$  km!
8. Sagedasti imetellakse putukate (rohutirts, kirp jne.) hüppamise kõrgust ja avaldatakse kahetsust, et inimene võrreldes oma suurusega hüppamise suhtes putukatega sugugi ei suuda võistelda. Kas on see arvamine põhjendatud?

**56. Massi tehniline ühik.** Mõõtühikute süsteem, mille aluseks on pikkusühik 1 cm, massiühik 1 g ja ajaühik 1 sek, nimetatakse absoluutseks mõõtühikute süsteemiks. Kõik teised vajalikud ühikud tuletatakse nende kolme põhiühiku

abil. Tehnikas tarvitatakse mõõtühikute süsteemi, kus pikkusühikuks on 1 m, ajaühikuks 1 sek ja massiühiku asemel on kolmandaks põhiühikuks võetud 1 kg-tung. Seega pole tehnilises mõõtühikute süsteemis tungiühik tuletatav nagu absoluutses mõõtühikute süsteemis, vaid põhiühikuna antud. Selle eest aga on tuletatav teiste ühikute abil massiühik. Et saavutada Newtoni II seaduse lihtsat rakendust, on tehnilises mõõtühikute süsteemis võetud massiühikuks niisugune mass, millele 1 tungiühik (kg-raskus) annab 1 ühiku kiirendust ( $\frac{m}{sek^2}$ ). Määrame selle uue massiühiku, nn. tehnilise massiühiku, suuruse kg-des.

Me teame, et

1 kg raskust annab massile 1 kg kiirendust  $9,81 \frac{m}{sek^2}$ . Siis

1 " " " " x " " 1 "

Millisele massile  $x$  annab tung 1 kg kiirendust  $1 \frac{m}{sek^2}$ ? Sama tungi puhul on kiirendused pöördvõrdelised massidega, järelikult  $x \cdot 1 = 1 \cdot 9,81$  ehk  $x = 9,81$  kg. Järelikult tehnilises süsteemis tuleb massiühikuks võtta 9,81 kg. Kahjuks puudub sel ühikul oma erinimetus. Seega massi väljendamiseks tehnilistes ühikutes tuleb arv, mis väljendab massi kg-des, jagada 9,81-ga, sest tehniline massiühik on kg-st 9,81 korda suurem. Ülesannete lahendamisel võib 9,81 asemel võtta 9,8.

Näide. Missugune tung annab massile 49 kg kiirendust  $3 \frac{m}{sek^2}$ ?

$$f = ma = \frac{49}{9,8} \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15 \text{ (kg-tungi).}$$

1. Milline tung annab massile 1 kg kiirendust  $1 \frac{m}{sek^2}$ ?
2. Kui suure kiirenduse annab tung 2 kg massile 5 kg?
3. Missugusele massile annab tung 3 tonni kiirendust  $0,2 \frac{m}{sek^2}$ ?

**57. Tungide mõju olenematus.** Liikumiste liitmisest teame, et siin on kehtiv nn. liikumiste olenematuse printsiip, s. o. üks liikumine ei sega teist. Et tung on alati samasuunaline ja võrde-

line kiirendusega, siis kehtib tungide kohta sama olenematus printsiip, nimelt: tungi mõju kehasse ei olene keha esialgsest liikumise olekust. Sama tung annab kehale alati sama kiirenduse, hoolimata sellest, kas keha on esialgu paigal või liigub. Näiteks (§ 20) vabal langemisel liigub keha teatava aja jooksul sama palju allapoole, ükskõik, kas keha oli liikumise alguses paigal või omas mõnesugust rõhtsat kiirust.

**58. Mehhaanika põhiseadused.** Newtoni kolm seadust (inerti-, tungi ja kiirenduse võrdelisuse ning mõju ja vastumõju seadus) on mehhaanika põhiseadusteks, millele on rajatud kogu mehhaanika ehitus. Me võime neid põhiseadusi üksikutel näidetest demonstreerida, mitte aga üldisel kujul tõestada. Nende seaduste kõige suuremaks tõestuseks on asjaolu, et kõik nendest põhiseadustest tuletatud järeldused on kokkukõlas katse ja vaatluse teel saadud tulemustega. Juba Galilei ja Huygens olid enam-vähem tuttavad nende seadustega. Newtoni suureks teeneks tuleb lugeda seda, et ta oma töös „*Philosophiae naturalis principia mathematica*“ (Loodusteaduse matemaatilised printsiibid), mis ilmus aastal 1686, esimesena nad selgesti väljendas ja kaugeleulatuvalt arendas.

## Keha liikumine raskustungi mõjul.

**59. Keha vaba langemine. Galilei seadused.** Vanaaja teadusmehed (Aristoteles, 384—322) arvasid, et rasked kehad langevad kiiremini kui kerged. Sellele otsusele tuldi igapäevastest tähelepanekutest, milledest teame, et näiteks kivitükk langeb kiiremini kui paberileht, paberileht kiiremini kui udusulg jne. Kuid siin jäeti arvestamata õhu mõju langemisse, mis kergeid, võrdlemisi suure pinnaga kehi (paberileht) palju suuremal määral langemisel takistab kui väikesi ja raskeid kehi (kivitükk). Olles õhu takistava mõju kõrvaldanud, näeme, et nii kerged kui ka rasked kehad langevad täiesti ühteviisi. Esimesena tuli sellele otsusele kuulus Galilei (1564—1642), kes avastas kehade vaba langemise seadused.

Teeme mõned katsed, mis näitavad, et õhutakistuse kõrvaldamisel kõik kehad langevad ühteviisi.

a) Katame metallraha (10-pennise) paberist ringiga nõnda, et paberi ääred üle rahatüki äärte ei ulatuks. Üheskoos langevad rahatükk ja paber ühteviisi, lahus langedes jõuab rahatükk paberist ette. Mispärast?

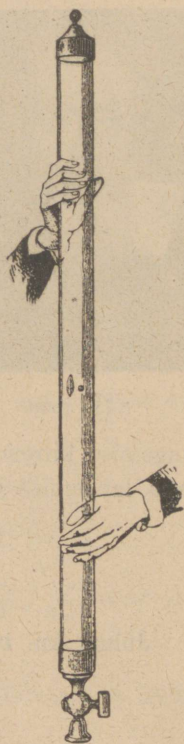
b) Võtame kaks ühesuurust paberilehte, näiteks poolpognat, ja laseme nad langeda. Nad langevad enam-vähem ühteviisi. Nüüd lõikame ühe paberitüki näiteks 16-ks võrdseks osaks, paneme nad kõik ühte ja jälle võrdleme mõlema poolpogna langemist. Katse näitab, et kokkupandud paberitükk langeb palju kiiremini, hoolimata sellest, et mõlema raskused on ühesugused. Kuidas seda seletada?

c) Kõige selgemini võime näha õhu takistavat mõju kehade langemisel järgmises katses, mille korraldas esimesena J. Newton. Pikas klaastorus on tirakuulike, korgitükk ja udusulg (70. joon.). Toru äkki ümber pöörates näeme, et korgitükk ja udusulg jäävad langemisel tinakuulist maha. Hõrendame õhupumba abil torus oleva õhu. Nüüd võime tähele panna, et mahajäämine muutub seda väiksemaks, mida suurem on torus oleva õhu hõrendus. On hõrendus küllalt suur, siis langevad tinakuulike, korgitükk ja udusulg täitsa ühteviisi. Uuesti õhu torusse laskmisel saame jällegi udusule ja korgitüki mahajäämise.

Kõigist neist katsetest võime järeldada, et **tühjas ruumis langevad kõik kehad ühteviisi** (Galilei I seadus).

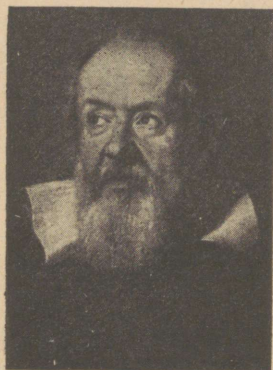
Keha langemise põhjuseks on raskustung. Et keha raskuse võime lugeda maapinna lähedal tegelikult jäävaks, siis liigub vabalt langev keha jääva tungi mõjul. Varemini nägime (§ 54), et jääva tungi mõjul liigub keha ühtlaselt kiirenevalt, järelikult ka **vabalt langev keha liigub ühtlaselt kiirenevalt** (Galilei II seadus).

Eelmised vaba langemise seadused võime kokku võtta üheks lauseks järgmiselt: **tühjas ruumis langevad kõik kehad ühtlaselt kiirenevalt sama jääva kiirendusega (ühteviisi).**



70. joon. Kõik kehad langevad tühjas ruumis ühteviisi.

Teades, et vabal langemisel liigub keha ühtlaselt kiirenevalt, võime kõik ühtlaselt kiireneva liikumise valemid rakendada ka vaba langemise käsitlemiseks. Tähistades nagu harilikult vaba



71. joon.

Galileo Galilei, 1564—1642, kuulus itaalia füüsik, astronoom ja matemaatik, katselise loodusteaduse põhjendaja. Sündis Pisa linnas kaupmehe pojana. Õppis Pisa ülikoolis isa soovil arstiteadust, selle kõrval aga eraviisil loodusteadust ja matemaatikat. Pärast füüsika- ja astronoomia professor Pisa ja Padova ülikoolis. Avastas vaba langemise ja pendli võnkumise seaduse, inertsi seaduse ja tungide rööpküliku. Ehitas termoskoobi ja pikksilma, millega avastas Päikese laigud, Jupiteri kaaslased, Veenuse faasid, Kuu mäed jne. Koperniku õpetuse pooldamise eest inkviisitsioonikohtu poolt mitmeti vintsutatud.

langemise kiirenduse tähega  $g$  (lad. k. *gravitas* — raskus), saame vaba langemise jaoks valemid:

$$\left. \begin{aligned} s &= v_0 + gt \\ s &= v_0 t + \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (1)$$

Juhul, kui  $v_0 = 0$ , siis

$$\left. \begin{aligned} v &= gt \\ s &= \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

Sõnasta valemites (2) väljendatud vaba langemise seadused!

Valemid (1) on kehtivad ka algkiirusega  $v_0$  püsti ülesvisatud keha liikumise määramiseks. Siis on liikumine ühtlaselt aeglustuv ja kiirendus  $g$  tuleb võtta negatiivne (—).

Muidugi, saadud valemid kehtivad ainult keha liikumise kohta tühjas ruumis. Mitmesugused liikumise takistused muudavad liikumise iseloomu ja sellepärast on näiteks õhus liikumisel eespool toodud valemid ainult ligikaudselt õiged. Edaspidisel valemite (1) ja (2) rakendamisel oletame, et õhk liikumist tunduvalt ei takista.

Ligikaudselt võime  $g$  määrata valemist  $s = \frac{gt^2}{2}$  järgmiselt.

Kui  $t = 1$  sek, siis  $s = \frac{g}{2}$  ja  $g = 2s$ , s. o. arvuliselt raskuse kiirendus võrdub langemisel esimese sekundi jooksul käidud tee kahekordse pikkusega. Laseme langeda keha (seatinakuuli) nii kõrgelt, et langemisaeg võrduks 1 sekundiga; sel juhul, nagu katse näitab,  $s \approx 5$  m, järelikult  $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

Keha raskustungi suurust tähistatakse harilikult  $p$ -ga. Selle väljendamiseks düünides kasutame Newtoni II seaduse valemit, mille järgi

$$p = mg,$$

kui  $m$  on mõõdetud grammides ja  $g \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$  -tes.

Täpsemad mõõtmised näitavad, et  $g$  suurus oleneb geograafilisest laiusast ja kõrgusest merepinnast. Nii on merepinnal, kui

$\varphi =$	$0^\circ$	$30^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$g =$	978,05	979,34	981,08	981,92	983,22

Ligikaudseteks arvutamisteks on küllalt võtta  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ; täpsemate arvutuste puhul võtame  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$  või  $981 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ .

1. Leia interpoolides eelmise tabeli abil  $g$  suurus Tallinnas ja Tartus!
2. Mitu düüni on 1 g, 1 kg, 200 g jne.?
3. Väljenda enda kaal düünides ja mass tehnilistes ühikutes!
4. Võrdle mg-raskust düüniga!
5. Missugune tung (kg-des) annab massile 1 kg kiirenduse  $1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ?
6. Kui suure kiirenduse annab tung 1 kg massile 1 tonn?

**60. Vaba langemise valemite rakenduse näiteid.** 1. Kui palju liigub vabalt langev keha allapoole 10-nda sekundi jooksul?

Selleks lahutame langemisel 10 esimese sekundi jooksul käidud teest 9 esimese sekundi jooksul käidud tee pikkuse. Saame:

$$\frac{g \cdot 10^2}{2} - \frac{g \cdot 9^2}{2} = \frac{g}{2} (10^2 - 9^2) = \frac{g}{2} \cdot 19 \approx 5 \cdot 19 = 95 \text{ m.}$$

Eeltoodud viisil näita, et vabal langemisel üksikutel sekunditel käidud teede pikkused suhtuvad kui sekundite arvule vastavad paaritud arvud.

2. Keha visati püsti üles algkiirusega  $v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Kui kõrgele tõuseb see keha? Tõusu lõppkiirus on 0, järelikult  $v_0 - gt = 0$ , millest tõusu aeg  $t = \frac{v_0}{g}$ . Asetame tõusu aja tee valemisse, saame:

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{30^2}{2 \cdot 10} = 45 \text{ (m)}.$$

3. Püsti ülesvisatud keha tõusuaeg ( $t$ ) võrdub uuesti mahalangemise ajaga ( $t_1$ ).

Eelmises ülesandes leidsime, et tõusuaeg  $t = \frac{v_0}{g}$  ja tõusukõrgus  $s = \frac{v_0^2}{2g}$ .

Oletame, et kõrguselt  $s$  keha langeb alla  $t_1$  sek, siis  $s = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$ , millest

$$t_1 = \frac{v_0}{g} = t.$$

Et tõusuaeg  $t = \frac{v_0}{g}$ , siis  $v_0 = gt$ . Sama valemiga  $v = gt$  väljendub ka lõppkiirus langemisel  $t$  sek jooksul, järelikult püsti ülesvisatud keha jõuab tagasi sama lõppkiirusega, millega ta oli visatud.

4. Leia vabalt langeva keha kiirus 1., 2., 3., 10. sekundi lõpul, kui  $v_0 = 0$ !

5. Kui kõrgelt peaks keha alla langema, et langemise lõppkiirus oleks  $20 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

6. Kui palju tarvitab keha aega Oleviste kiriku tornist (124,5 m) alla-langemiseks? Vasta sama küsimus Eiffeli torni (300 m) kohta!

7. Mitme sekundiga langeks 1 km kõrgusel olevast pilvest vihmapiisk maapinnale, kui õhk langemist ei takistaks?

8. Vabalt alla langedes liikus keha viimasel sekundil 24,5 m edasi. Kui kõrgelt ja kui kaua langes see keha?

9. Vabalt langedes jõuab keha 4 sek pärast maapinnale. Kui ruttu jõuaks keha samalt kõrguselt langedes maapinnale, kui ta maha tõugata

algkiirusega  $29,4 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

10. Keha visati püsti üles algkiirusega  $v_0 = 60 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Leia keha kiirus 4 sek pärast liikumise algust! Kui kõrgel on siis keha?

11. Kui kõrgele tõuseks püsti üleslastud kahurikuul, mille algkiirus  $v_0 = 600 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , kui õhk liikumist ei takistaks?

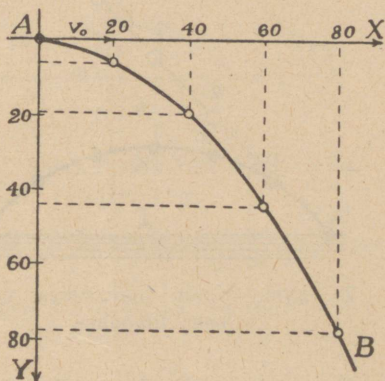
12. Missuguse püsti-algkiiruse juures on meil võimalik 1 m kõrgusele hüpata? Kas oleneb hüppe kõrgus sama algkiiruse juures massist?

13. Püsti ülesvisatud keha langes 10 sek pärast uuesti maapinnale tagasi. Kui kõrgele tõusis see keha ja kui suur oli tema kiirus 20 m kõrgusel?

14. Laugevarjuhüppaja lõppkiirus maa peale langemisel on  $6 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Millisest kõrgusest tuleks ilma langevarjuta alla hüpata, et saavutada sama lõppkiirust maapinnal?

**61. Visatud kehade liikumine.** a) Teatava algkiirusega püsti üles või alla visatud keha liikumise määravad ühtlaselt kiireneva või aeglustuva liikumise valemid (§ 52).

Olgu keha visatud punktist  $A$  rõhtsalt horisondiga (72. joon.), algkiirusega  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ . Kui keha raskuse mõjul ei langeks allapoole, liiguks keha esialgse tõuke mõjul kogu aeg ühtlaselt sirge  $AX$  suunas, käies igas sekundis 20 m. Keha kauguse ( $x$ ) punktist  $A$  üldisel kujul määrab valem:  $x = 20 t$ . Samuti kui keha ei oleks saanud esialgset tõuget suunas  $AX$ , vaid langeks vabalt, siis liiguks ta püstjoone  $AY$  suunas ja keha kauguse ( $y$ ) punktist  $A$  määraks valem  $y = \frac{gt^2}{2}$ . Arvutades  $x$  ja  $y$  väärtused 1., 2., 3. jne. sek lõpul pärast liikumise algust, saame:

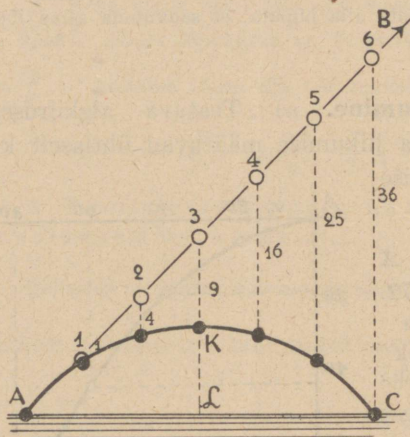


72. joon. Rõhtsalt horisondiga visatud keha liikumine.

$t$ sek	0	1	2	3	4	5
$x$ m	0	20	40	60	80	100
$y$ m	0	4,9	19,6	44,1	78,4	122,5

Ehitame saadud koordinaatide abil vastavad punktid ja ühendame nad sirgjoonega. Sedaviisi ehitatud kõver  $AB$  näitab meile rõhtsalt horisondiga visatud keha liikumist.

Kui keha on visatud kaldu horison dig a (73. joon.), siis saame selle keha liikumisteena kõvera (parabooli), mis on sümmeetriline keskasendist (K) läbimineva telje KL suhtes.



73. joon. Kaldu horison dig a visatud keha liikumine.

(74. joon.), algkiirusega  $v_0$ . Keha asendi määramiseks  $t$  sekundit pärast liikumise algust tuleb liita ühtlasel liikumisel käidud tee  $AB = v_0 t$  vabal lange misel käidud teega  $AC = \frac{gt^2}{2}$ . Saame AB ja AC kui külgede põhjal ehitatud rööpküliku tipu M, mille koordinaadid  $x$  ja  $y$ . Joonisest määrame:  $x = AN = AB \cos \alpha = v_0 t \cos \alpha$ ;  $y = MN = BN - BM = BN - AC = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$ .

Saadud valemid:

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t \cos \alpha \text{ ja} \\ y &= v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t \cos \alpha \text{ ja} \\ y &= v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

määravad keha asendi igal momendil pärast liikumise algust. Kui tahame teada, missugust kõverat mööda liigub keha, siis elimineerime valemi (1) abil valemist (2) aja  $t$ , saame

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \dots \dots (3).$$

Valem (3) näitab, et kaldu nurgi  $\alpha$  visatud keha liikumise tee on teise astme kõver, nimelt parabool.

Selle kõvera üksikute punktide leidmine toimub samuti kui rõhtselt visatud keha liikumise puhul (vt. 72. joon.).

1. Kuidas mõjuvad algkiiruse suurus ja suund langemiskõvera kujusse? Tee vastavad joonised!

2. Tee 72. joonisele vastav punkti A ümber pöörduv mudel, mille abil on võimalik näidata liikumise kuju olenevust algkiiruse suunast! Tarvisminev materjal: 2 sirget liistu, tinakuulikesed, niit.

**b) Keha asendi määramine üldjuhul.** Keha on visatud kaldu horison dig a AB suunas

Ehita üksikute punktide abil keha tee, mis on visatud algkiirusega

$$v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{sek}}, \text{ kui } \alpha = 60^\circ!$$

c) Kui kaugele langeb visatud keha? Viskekauguse määramiseks kasutame võrrandit (2), millest määrame aja liikumise algusest kuni lõikumiseni  $x$ -teljega punktis  $D$ . Siit saame:

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} = 0, \text{ millest}$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \dots (4).$$

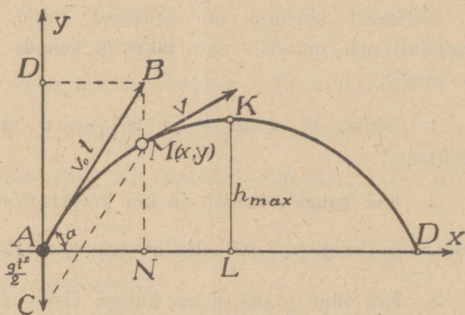
Teine  $t$  väärtus ( $t = 0$ ) ei kõlba. Mispärast? Asetades saadud  $t$  väärtuse valemisse (1), saame

$$x_{\text{maks.}} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \dots (5).$$

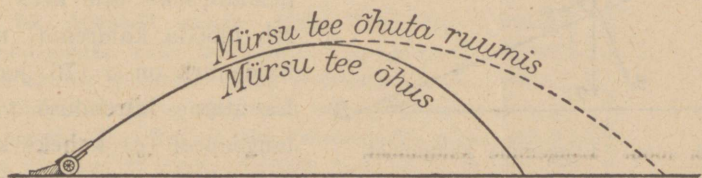
Valemist (5) näeme, et viskekaugus oleneb algkiirusest  $v_0$  ja viskenurgast  $\alpha$ .

Avaldise  $\sin 2\alpha$  kõige suurem väärtus on 1, millele vastab  $\alpha = 45^\circ$ ; järelikult ka kõige suurem viskekaugus antud algkiiruse juures on siis, kui viskenurk on  $45^\circ$ .

d) Kui kõrgele tõuseb visatud keha? Selle määramiseks leiame  $y$



74. joon. Kaldu horisondiga visatud keha liikumise tee.



75. joon. Mürsu tee õhus ja õhuta ruumis.

väärtuse keskasendile  $K$  vastava liikumisaja suhtes, mis valemi (4) põhjal on  $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ . Tõepoolest, keha asetseb kõige kõrgemas asendis siis, kui ta on liikunud pool aega maksimaalsele viskekaugusele vastavast ajast. Niisiis:

$$\begin{aligned} y_{\text{maks.}} &= v_0 \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \cdot \sin \alpha - \frac{g}{2} \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 \\ &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \\ &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \dots (6). \end{aligned}$$

Saadud valemist (6) näeme, et visatud keha tõusu kõige suurem kõrgus ( $h_{maks.}$ ) on võrdeline algkiiruse ja viskenurga sin ruuduga.

Võrdle saadud tõusu kõrgust püsti ülesvisatud keha tõusu kõrgusega!

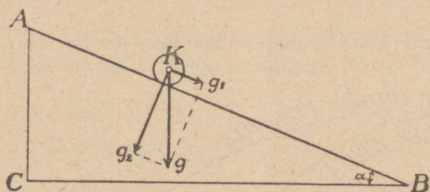
Eelmised valemid on kehtivad juhul, kui õhk liikumist ei takista. Tegelikult aga muudab õhu takistus kehade liikumist õhus õige tunduvalt (75. joon.).

1. Näita, et nurgi  $\alpha$  ja  $90^\circ - \alpha$  visatud kehade viskekaugus on ühesugune!

2. Kui kaugele lendab ja kui kõrgele tõuseb kivi, mis on visatud kaldu horisondiga nurgi  $\alpha = 30^\circ$  algkiirusega  $v_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

3. Kui suur peaks olema kahuri viske- (tõste-) nurk  $\alpha$ , et kuul langeks  $s = 5$  km kaugusel oleva torni pihta  $h = 20$  m kõrgusel, kui kuuli algkiirus  $v_0 = 600 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

**62. Liikumine kaldpinnal.** Et vaba langemise kiirendus ( $g$ ) on võrdlemisi suur ja keha seetõttu liigub liiga kiiresti, siis kasutame kaldpinda langeva keha kiiruse ja kiirenduse vähendamiseks. Sile kera veereb mööda kaldrenni, mille kaldenurk on  $\alpha$  (76. joon.). Lahutame kiirenduse vabal langemisel ( $g$ ) kaheks komponendiks  $g_1$  ja  $g_2$ , millest



76. joon. Langemine kaldpinnal.

esimene ( $g_1$ ) on rööpne liikumise suunaga, teine ( $g_2$ ) sellega risti. Muidugi, mööda kaldpinda allaliikumisel mõjub kerra ainult kiirendus  $g_1$ , kuna  $g_2$  mõju hävib kaldpinna vastupanuga. Joonisest näeme, et  $g_1 = g \sin \alpha$ , järelikult keha veereb ühtlaselt kiirenevalt.

Määrame katsest  $g_1$  ja selle abil arvutame pärast  $g$ , sest  $g = \frac{g_1}{\sin \alpha}$ .

Olgu kaldrenni pikkus  $s$ , liikumise aeg  $t$ , siis saame:  $s = \frac{g_1 t^2}{2}$ ,

millest  $g_1 = \frac{2s}{t^2}$  ja  $g = \frac{2s}{t^2 \sin \alpha}$ . Sin  $\alpha$  asemel võime tarvitada temaga võrdset kaldpinna kõrguse ja pikkuse suhet.

Katsetegemisel on kasulik vähendada kaldenurka  $\alpha$  niikaua, et keha mööda kaldpinda langedes 1. sekundi jooksul näiteks 5 cm ära käiks. Siis valemist  $s = \frac{g_1 t^2}{2}$  saame  $g_1 = 2s = 2 \cdot 5 = 10 \left( \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} \right)$  ja  $g = \frac{g_1}{\sin \alpha} = \frac{10}{\sin \alpha} = \frac{10 AB}{AC} \left( \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} \right)$ .

1. Missugune on mööda kaldpinda ülesvisatud keha liikumise?
2. Kaldpinna pikkus on 1 m, kõrgus 10 cm. Leia kiirendus ja aeg!
3. Mitme sekundiga veereb kera alla mööda kaldpinda, mille pikkus on 5 m ja kaldenurk  $\alpha = 30^\circ$ ?
4. Näita, et mööda kaldpinda langeva keha lõppkiirus on ainult kaldpinna kõrgusest ja raskuse kiirendusest!

5. Kui suur peaks olema kelgumäe kõrgus  $h$ , et temast allasõidu lõppkiirus oleks  $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ?

6. Liiumäe kõrgus on 6 m. Leia kelgutaja lõppkiirus!

7. Ringi vertikaaldiaameetri ülemisest otsast hakka-  
vad samal momendil nii diameetrit kui ka selle diameetri  
otsast väljaminevaid kõõlusid mööda ainepunktid alla  
veerema. Missugune neist ainepunktidest jõuab kõige enne  
ringjooneni?

**63. Atwood'i masin.** Keha langemise kiirenduse vähendamiseks võib tarvitada ka nn. Atwood'i masinat, mille ehituse põhimõte selgub skemaatilisest 77. joonisest. Üle plokiratta käiva nõõri abil on tasakaalustatud võrdsed massid  $M$ . Kui näiteks vasempoolset massi suurendada lisamassi  $m$  võrra, siis kaob tasakaal ja vasem pool hakkab alla langema ning parem tõusma jääva kiirendusega  $g_1$ .

Selle määramiseks arvutame järgmiselt.

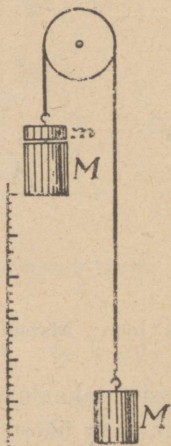
Lisamassi  $m$  raskus annab massile  $m$  kiirenduse  $g$ ;

„  $m$  „ „ „ „  $2M + m$  „ „  $g_1$ .

Et sama tung annab erisugustele massidele kiirendused, mis on pöördvõrdelised massidega (§ 54), siis võime kirjutada:

$$mg = (2M + m)g_1, \text{ millest}$$

$$g_1 = \frac{mg}{2M + m}.$$

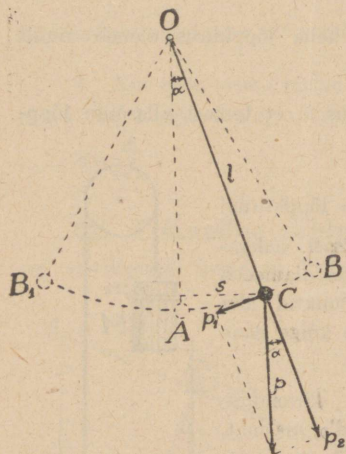


77. joon. Atwood'i masina skeem.

Saadud valemist näeme, et lisamassi  $m$  suurust sellekohaselt valides võime langemise kiirendust Atwood'i masinal tarvilikult vähendada. Liikumistakistuste mõjul erinevad ühtlaselt kiireneva liikumise valemite põhjal arvutatud suurused teatud määral katsete tulemustest.

1. Missuguse lisamassi mõjul toimub langemine Atwood'i masinal kiirendusega  $10 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , kui mass  $M = 291 \text{ g}$ ?

**64. Pendel.** Matemaatiliseks pendliks nimetatakse ainepunkti, mis on kinnistatud painduva mitteveniva ning kaalutu niidi külge ja võib vabalt võnkuda vertikaaltasapinnas raskustungi mõjul. Meil ei ole tegelikult võimalik niisugust pendlit valmistada. Enam-vähem neile tingimustele vastab füüsiline pendel, milleks on kõva peenikese niidi otsa riputatud seatinakuulike.



78. joon. Matemaatiline pendel.

Viime pendli tasakaaluasendist  $OA$  välja asendisse  $OB$  ja laseme lahti (78. joon.). Pendel hakkab võnkuma vertikaaltasapinnas ühest äärmisest asendist ( $OB$ ) keskasendisse  $OA$  ning saadud hoo arvel edasi teise äärmisse asendisse ( $OB_1$ ) ja tagasi. Pendli äärmise asendi kau-

gust tasakaaluasendist ( $AB$ ) nimetatakse pendli amplituudiks, liikumist ühest äärest teise ja tagasi pendli täisvõnkeks ning sellele vastavat aega täisvõnke vältuseks ehk perioodiks.

Pendli võnkumist võime vaadelda kui liikumist kaldpinnal, kusjuures kaldenurk järjest muutub. Olgu pendel asendis  $OC$ . Lahutame pendli massi raskuse  $p$  kaheks komponendiks: pikuti pendli niidiga ( $p_2$ ) ja sellega risti ( $p_1$ ). Komponent  $p_2$  tõmbab pendli niiti pingule, kuna komponent  $p_1$  pendli liikuma paneb. Nagu 78. joonisest näha, on tung

$$p_1 = p \sin \alpha \text{ ja } p_2 = p \cos \alpha \dots (1),$$

s. o. pendlit liikuma panev tung kui ka niidi pinevus olenevad pendli asendist tasakaaluasendi suhtes, mille määrab nurk  $\alpha$ .

Olgu pendlikeha mass  $m$ , siis Newtoni II seaduse põhjal võime kirjutada:  $p = mg$  ja  $p_1 = mg_1$ , kus  $g$  ja  $g_1$  on vastavad kiirendused. Asetades valemisse  $p_1 = p \sin \alpha$   $p$  ja  $p_1$  asemele neile vastavad suurused, saame kiirenduste  $g$  ja  $g_1$  vahel järgmise seose:  $g_1 = g \sin \alpha = g \frac{s}{l} = \frac{g}{l} \cdot s$ , s. o. pendli liikumise kiirendus on võrdeline kaugusega tasakaaluasendist.

Õhk takistab pendli võnkumist, selle tõttu pendli võnkumise amplituud järjest väheneb, kuna periood enam-vähem samaks jääb. Väikeste amplituudide (kuni  $5^\circ$ ) juures väljendub pendli täisvõnke vältus (periood)  $T$  valemiga

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

kus  $l$  on pendli pikkus ja  $g$  raskuskiirendus.

### 65. Matemaatilise pendli võnkumise seadused. Sekundpendel.

Pendli valemist  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  järel-dame:

Pendli võnkumisperiood  $T$  on:

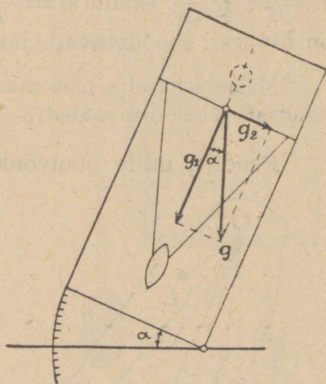
- 1) võrdeline ruutjuurega pendli pikkusest ( $l$ ) ja
- 2) pöördvõrdeline ruutjuurega raskuskiirendusest.

Et pendli valem ei sisalda pendli massi ega amplituudi, siis

- 3) pendli võnkumisperiood ei olene pendli massist ega amplituudist.

Kõik eelmised pendli võnkumise seadused on kehtivad eeldusel, mis on olnud aluseks pendli valemi tuletamisel, s. o. väikeste amplituudide puhul.

Esimest seadust on katseliselt hõlpus demonstreerida: kui pikendada näiteks pendli niiti 4 korda, suureneb  $T$  2 korda, jne.



79. joon. Mach'i pendli skeem.

Teist seadust võime demonstreerida nn. Mach'i pendli abil (79. joon.). Kui pendli võnkumistasapind vertikaaltasapinnast nurga  $\alpha$  võrra kõrvale viia, ei mõju pendli võnkumisel mitte enam kogu raskuskiirendus  $g$ , vaid komponent  $g_1 = g \cos \alpha$ . Mis mõju avaldab komponent  $g_2$ ? Nurka  $\alpha$  vastavalt muutest võime jälgida  $T$  olenevust kiirendusest. Näiteks kui  $\alpha = 75,5^\circ$ , siis  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$  ja  $g_1 = \frac{g}{4}$ , ning  $T$  suureneb 2 korda.

Kolmanda seaduse tõestamiseks muudame pendlikeha massi ja amplituudi ning määrame vastavad perioodid.

Pendli abil on kerge määrata raskuskiirendust  $g$ , sest valemist  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  saame  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ . Pendli pikkus ja võnkumisperiood on kergesti mõõdetavad, järelikult ka  $g$ .

Määra sel teel  $g$  niidi otsa riputatud seatinakuulikesega ja võrdle saadud resultaati teisel teel saadud  $g$  suurusega!

Pendlit, mille poolvõnke vältus on 1 sek, nimet. sekundpendliks. Sekundpendli pikkuse saame valemist

$$2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ millest}$$

$$l = \frac{g}{\pi^2} = \frac{981}{9,87} = 99,4 \text{ (cm).}$$

Nagu siit näeme, on sekundpendli pikkus umbes 1 m.

1. Mitu täisvõnget sekundis teeb mat. pendel, mille pikkus on 50 cm?

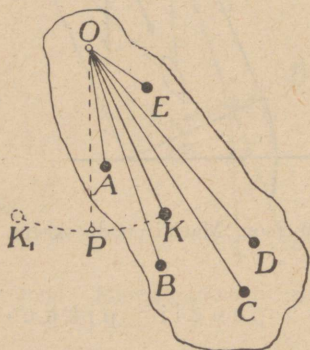
2. Foucault oma kuulsas katses Pariisi Panthéonis a. 1851 tarvitas pendlit, mille pikkus oli 67 m ja mass 28 kg. Leia täisvõnke vältus!

3. Arvuta pendli pikkus, mille poolvõnke vältus on 0,5 sek!

4. Kuidas oleneb sekundpendli pikkus koha geograafilisest laiusest?

5. Leia sekundpendli pikkus Päikeses (Kuu) pinnal, kui on teada, et seal raskuse kiirendus on vastavalt 28 korda suurem (6 korda väiksem)!

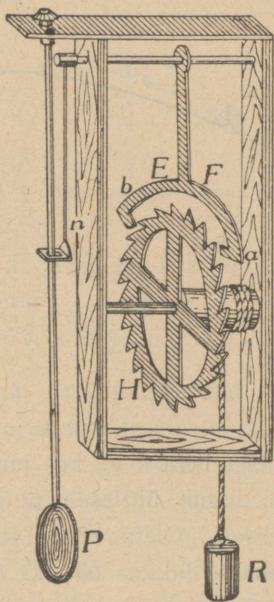
**66. Füüsiline pendel.** Varemini (§ 65) käsitletud pendli võnkumise seadused on kehtivad matemaatilise pendli kohta. Tegelikult ei ole meil võimalik ehitada matemaatilist pendlit, vaid tarvitame selle asemel nn. füüsilist pendlit, mis enam-vähem vastab matemaatilisele pendlile. Üldse võime füüsiliseks pendliks nimetada iga keha, mis võib oma raskuse mõjul võnkuda punkti või rõhtsa telje ümber (80. joon.). Olgu füüsilise pendli telg punktis  $O$ . Kujutame füüsilise pendli koosnevana üksikutest



80. joon. Füüsiline pendel.

ainepunktidest  $A, B, C$  jne., mis on seotud nähtamatu niidiga sama teljega  $O$ . Sedaviisi võime mõttes lahutada füüsilise pendli üksikuteks matemaatilisteks pendliteks, mis on pikkuselt väga mitmesugused. Lühemad neist püüavad vähendada, pikemad suurendada füüsilise pendli võnkumisperioodi. Kahtlemata leidub nende matemaatiliste pendlite hulgas üks, näiteks  $OK$ , mille periood võrdub füüsilise pendli võnkumisperioodiga. Pikkust  $OK$  nimetatakse füüsilise pendli taandatud ehk redutseeritud pikkuseks ja punkti  $K$  füüsilise pendli võnkumistsentriks. Täheleb, füüsiline pendel võngub samuti kui matemaatiline pendel, mille pikkus võrdub füüsilise pendli taandatud pikkusega. Selle füüsilise pendli omaduse põhjal võime kõik matemaatilise pendli võnkumise seadused üle kanda ka füüsilise pendli kohta.

Teooria ja katse näitavad, et kui füüsilise pendli võnkumistsenter teha kinnituspunktiks, siis endine kinnituspunkt muutub võnkumistsentriks. Selle omaduse põhjal on võimalik füüsilise pendli taandatud pikkust määrata. Füüsiline pendel leiab laialdast kasutamist raskustungi kiirenduse määramisel ja kella käigu reguleerimisel (81. joon.). Iga poolvõnke juures laseb pendel hammasrattal, mida rippuva koormise või vedru abil ümber veetakse, ainult ühe hamba võrra edasi liikuda. Pendli pikkust muutes võime hammasratta liikumist kiiremaks või aeglasemaks teha. Pendli seismajäämist takistavad tõuked, mis hammasrattas talle annab.



81. joon. Seinakella skeem.

1. Kuidas mõjub temperatuuri muutus kella käigusse?
2. Kust saab kell oma energia kõigi käimisel ettetulevate takistuste ületamiseks?

## Kõverjooneline liikumine.

**67. Kõverjoonelise liikumise kiirus ja kiirendus.** Kõverjoonelisel liikumisel on liikumistee kõverjoon ja selle tõttu liikumise suund muutub alati (82. joon.). Ainult käidud tee pikkust arvestades võime analoogiliselt sirgjoonelise liikumisega kõnelda ühtlasest ja mitteühtlasest kõverjoonelisest

liikumisest, Defineeri nad! Kiiruse suuruse saamiseks tuleb käidud tee pikkus ( $s$ ) jagada vastava ajaga ( $t$ ).

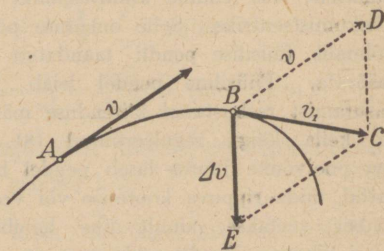
Sirgjoonelise liikumise juures võtsime kiiruse suunaks keha liikumise suuna. Kõverjoonelise liikumise suuna määramiseks mõnes teepunktis, näiteks  $B$ , tõmbame kõverjoonele selles punktis puutuja. Et puutuja kõverjoonega puutepunktis hästi ühte



82. joon. Kõverjoonelise liikumise kiirus.

langeb, siis määrab kõverjoonelise liikumise kiiruse suuna antud teepunktis liikumisteele selles punktis tõmmatud puutuja suund.

Inertsiseadusest järgneb, et tekkida ainult tungi mõjul, sest ilma selleta keha kas püsib paigal või liigub ühtlaselt ning sirgjoonelisel. Oletame, et tungi mõju kehasse lakkas näiteks teepunktis  $B$ . Siis hakkab keha sellest punktist peale edasi liikuma ainult inertsi mõjul ühtlaselt ning sirgjoonelisel kiirusega ( $v$ ), mis oli kehal tungi mõju lakkamise momendil. See ongi keha kiirus punktis  $B$ .



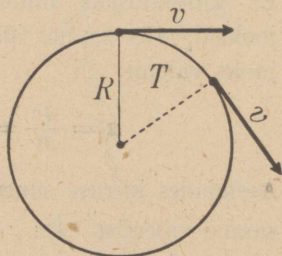
83. joon. Kiiruse juurdekasvu määramine.

Tahame leida keha liikumise kiirendust ehk kiiruse juurdekasvu ühe ajaühiku jooksul, siis tuleb lõppkiirusest ( $v_1$ ) lahutada algkiirus  $v$  (83. joon.). Selleks ehitame rööpküliku  $BDCE$ , milles diagonaal  $BC = v_1$  ja külg  $BD = v$  on antud. Saadud rööpküliku külg  $BE$  ongi otsitav kiiruse juurdekasv  $\Delta v$  ühe ajaühiku jooksul ehk kiirendus. Kuigi kõverjoonelise liikumise on käidud tee pikkuse suhtes ühtlane ja kiirus suuruselt jääv, on kõverjoonelisel liikumisel alati kiirendus, sest muutub liikumise ja ühes sellega kiiruse suund.

68. **Ühtlane ringliikumine.** a) Ühtlane ringliikumine on niisugune, kus keha mööda ringjoont liikudes mistahes võrdsetes ajavahemikkudes ära käib võrdsed kaared. See liikumine on täiesti määratud, kui on antud ringi raadius  $R$  ja ühe täistiiru vältus ehk periood  $T$ . Siit võime otsekohe määrata kiiruse suuruse:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \dots \dots (1).$$

Nagu definitsioonist näha, on ühtlase ringliikumise kiiruse suurus jääv, kuna kiiruse suund muutub järjest, sest ringjoone puutujad on igas punktis isesuunalised.

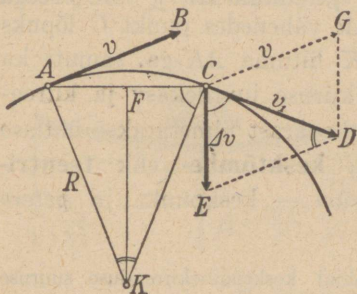


84. joon. Ühtlane ringliikumine.

Et kiiruse suund kogu aeg muutub, on meil siin tegemist kiiruse muutumise ehk kiirendusega, mille tekitab kestevtung. Leiame kiirenduse nii suuruse kui suuna poolest.

Olgu keha mööda ringjoont liikudes antud momendil punktis  $A$  (85. joon.) ja tema kiirus sel momendil  $AB$  ehk  $v$ . Oletame, et  $\Delta t$  sek jooksul keha käib ära kaare  $AC$  ja jõuab punkti  $C$ , milles tema kiirus on  $CD$  ehk  $v_1$ . Et teada saada  $\Delta t$  sekundile vastavat kiiruse juurdekasvu ( $\Delta v$ ), selleks lahutame lõppkiirusest  $v_1$  algkiiruse  $v$ , saame kiiruse juurdekasvu  $CE$  ehk  $\Delta v$ .

Joonisest näeme, et  $\triangle CDE \sim \triangle ACK$  kui võrdhaarsed kolmnurgad, millel  $\hat{D} = \hat{K}$  (vastastikku  $\perp$  külgedega, mispärast?). Selle põhjal



85. joon. Ühtlase ringliikumise kiirendus.

$$\frac{\Delta v}{AC} = \frac{ED}{AK}, \text{ millest}$$

$$\Delta v = \frac{AC \cdot ED}{AK} = \frac{AC \cdot v}{R} \dots \dots (2),$$

sest  $ED$  võrdub kiiruse suurusega  $v$  ja  $AK$  ringi raadiusega  $R$ . Kui  $\Delta t$  on küllalt väike, siis võime ilma suurema veata lugeda kõõlu  $AC$  pikkuse võrdseks kaare  $AC$  pikkusega, viimase pikkus

aga väljendub tee valemist ( $s = vt$ ) nõnda:  $\widehat{AC} = v \Delta t$ . Asetades  $AC$  asemele valemisse (2) temale vastava väärtuse, saame:

$$\Delta v = \frac{v \Delta t v}{R} = \frac{v^2 \Delta t}{R} \dots \dots \dots (3).$$

Et kiirenduseks nimetatakse kiiruse juurdekasvu ühe ajaühiku jooksul, siis saame ühtlase ringliikumise kiirenduse ( $a$ ) suuruse jaoks valemi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2 \Delta t}{R \Delta t} = \frac{v^2}{R} \dots \dots \dots (4).$$

Asendades kiiruse suuruse  $v$  valemist (1) temaga võrdse  $\frac{2\pi R}{T}$ -ga, saame valemist (4):

$$a = \frac{(2\pi R)^2}{T^2 \cdot R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \dots \dots \dots (5).$$

Valemitest (4) ja (5) järgneb, et ühtlase ringliikumise kiirenduse suurus on jääv, sest ta on jäävatest suurustest  $v$ ,  $R$  ja  $T$ .

Ühtlase ringliikumise kiirenduse suuna leidmiseks arutame järgmiselt. Kiiruse juurdekasvu  $\Delta v$  ehk  $CE$  suund on ühtlasi

kiirenduse suunaks.  $CE \perp AC$ , sest  $\widehat{ACK} = \widehat{ECD}$  (mispärast?)

ja  $\widehat{KCD} = 90^\circ$ .  $KF$  on  $\widehat{K}$  poolitaja, järelikult  $KF \perp AC$ , seega siis  $KF \parallel CE$ . Et aja juurdekasvu  $\Delta t$  vähenedes punkt  $C$  lõpuks liitub punktiga  $A$ , siis peab ka  $FK$  liituma  $AK$ -ga, samuti ka temaga alati rööpne  $CE$ . Järelikult, kiiruse juurdekasv ja kiirendus on suunatud ringi keskpunkti. Sellepärast nimetatakse ühtlase ringliikumise kiirendust sagedasti ka **kesktõmbe-** ehk **tsentripetaalkiirenduseks** (ladina k. *centrum* — keskpunkt ja *petere* — püüdma).

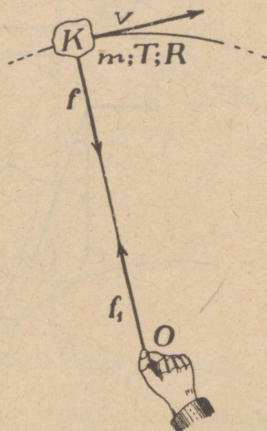
1. Sõnasta valemite (4) ja (5) põhjal kesktõmbekiirenduse suuruse olenevus kiirusest  $v$ , perioodist  $T$  ja raadiusest  $R$ !

2. Lingu pikkus on 80 cm ja ta teeb 2 tiiru sekundis. Leia lingu-kivi kiirus ja kiirendus!

3. Hooratta läbimõõt on 1,2 m ja ta teeb 300 tiiru minutis. Leia hooratta välise ääre kiirus ja kiirendus!

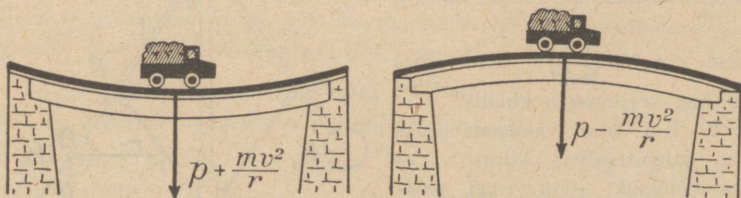
4. Leia Maa ekvaatoril asetsevate punktide kesktõmbekiirendus ( $\frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ) pöörlemisel Maa telje ümber! Lahenda sama küsimus Tallinna ( $\varphi = 59^\circ 26'$ ) ja Tartu ( $\varphi = 58^\circ 23'$ ) kohta!

69. **Kesk tõmbe- ja kesktõuketung.** Seome kõvasti nõõri otsa mõne keha (kivi, kartuli jne.) ja hakkame teda kiiresti ringi tiirutama (86. joon.). Me tunneme tiirutades, et nõõr on tublisti pingul. Nõõri pinevus tõmbab ühelt poolt keha  $K$  ringi tsentri  $O$  suunas, teiselt poolt tõmbab nõõr niisama tugevasti kätt suunas  $OK$ . Tee see katse tingimata! Tung  $f$  hoiab keha  $K$  ringliikumisel, sest ilma selleta liiguks keha inertsil mõjul puutuja suunas, mis tõmmatud ringjonele tungi  $f$  mõju lakkamise momendil. Nõõri lahti lastes või selle katkedes näeme, et keha liigub edasi tõepoolest puutuja suunas.



86. joon.

Eelmises §-s nägime, et ühtlaselt ringjoonel liikuvale kehal on alati olemas keskpunkti suunatud nn. kesktõmbe- ehk tsentripetaalkiirendus. Newtoni II seaduse järgi on sinna suunatud ka tung, mis selle kiirenduse tekitab. Tung, mis on kesktõmbekiirenduse põhjuseks, nimetatakse **kesktõmbe- ehk tsentripetaaltungiks**. Eelmises kat-

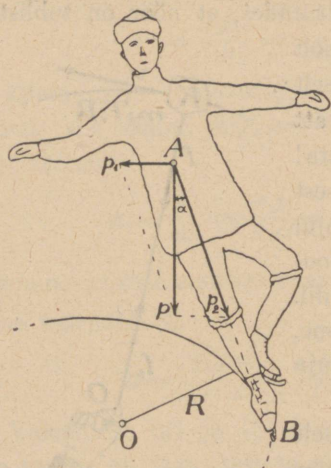


87. joon. Auto rõhumine sillale.

ses moodustas kesktõmbetungi niidi pinevus  $f$ . Kesktõmbetungi ( $f$ ) suuruse saame, kui korrutame liikuva keha massi ( $m$ ) kiirendusega ( $a$ ), s. o.

$$f = \frac{mv^2}{R} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} \dots \dots \dots (1).$$

Tung  $f$  mõõhtub düünides, kui  $m$  mõõhtub grammides,  $v = \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ,  
 $R$  — cm-tes ja  $T$  — sek-tes.



88. joon. Tasakaal uisutamisel.

Näiteid. 1. Lingu pikkus on 60 cm ja tema otsas mass 196 g. Missuguse kiirusega tuleb lingu tiirutada, et lingunöör oleks pingul 1,2 kg tugevuselt?

Valemist  $f = \frac{mv^2}{R}$  saame:

$$v^2 = \frac{f \cdot R}{m} = \frac{1,2 \cdot 1000 \cdot 980 \cdot 60}{196} = 600^2,$$

millest  $v = 600 \left( \frac{\text{cm}}{\text{sek}} \right)$ . Mitu tiiru teeb ling seejuures sekundis?

2. Kui suur vähemalt peaks olema jalgrattasõitja kiirus  $v$ , et oleks võimalik sõita ringi püsttasapinnas?

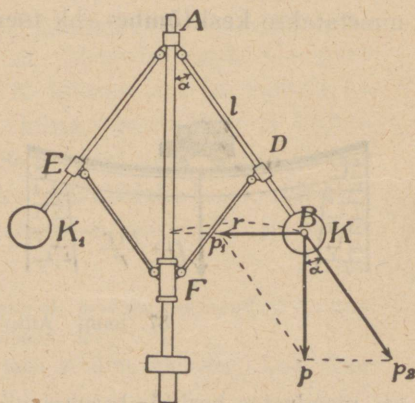
Olgu püstringi raadius  $R$ . Selles ringis sõitmine on võimalik, kui kogu raskus kulub kesktõmbetungiks. See tingimus on täidetud, kui kesktõmbekiirendus võrdub

raskuse kiirendusega, s. o.  $\frac{v^2}{R} = g$ , millest  $v^2 = Rg$  ja  $v = \sqrt{Rg}$ . Olgu

$R = 5$  m, siis  $v = \sqrt{5 \cdot 9,8} \approx 7 \left( \frac{\text{m}}{\text{sek}} \right)$ .

Kesktõmbetungiga Newtoni III seaduse põhjal võrdvastupidist tungi nimetatakse **kesktõuke** ehk **tseentrifugaaltungiks**. Eelmises katsetes oli selleks tung  $f_1$ . Kesktõuketung ei ole millalgi rakendatud ringjoonel liikuvasse kehasse, sest siis häviks tema mõju kesktõmbetungiga, nende summa oleks null ja keha ei saaks liikuda ringjoonel.

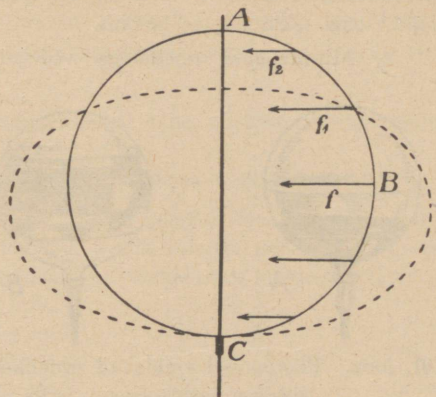
Kesktõmbetungi suuruse olenevus massist, kiirusest, raadiusest ja perioodist on väljendatud valemities (1). Sõnasta need olenevused! Katsetelisel võib neid olenevusi demonstreerida sellekohaste riistade abil.



89. joon. Tseentrifugaalregulaator.

3. Kui suure nurga ( $\alpha$ ) võrra peab uisutaja kaldu hoiduma vertikaal-  
tasapinna suhtes, tehes  $T = 10$  sekundiga ühe ringi, mille raadius  $R = 10$  m?

Ringi joostes peame hoidma keha ringi tsentri poole, sest siis saame enese raskusest rõhtsa komponendi ( $p_1$ ), mis on kesktõmbetungiks. Samuti on lugu uisutajaga, jalgrattasõitjaga jne. — Olgu uisutaja raskus  $p$  raken-  
datud punktis  $A$  (88. joon.). Lahutame raskuse kaheks komponendiks: rõht- ( $p_1$ ) ja toetus-  
punkti ( $B$ ) suunas ( $p_2$ ). Viimane ( $p_2$ ) tasakaalustub sõidu-  
tee vasturõhumisega, esimene ( $p_1$ ) moodustab aga kesktõmbetungi, s. o. hoiab uisutajat ring-  
liikumisel. Olgu uisutaja mass  $m$ , siis  $p_1 = p \tan \alpha = mg \tan \alpha$ . Tasakaalu  
korral võrdub  $p_1$  kesktõmbetungiga, s. o.



90. joon. Vetruga rõnga pöörlemine.

$$mg \tan \alpha = \frac{4\pi^2 m R}{T^2}, \text{ millest } \tan \alpha = \frac{4\pi^2 R}{g T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 10}{9,8 \cdot 10^2} = 0,4 \text{ ja } \alpha = 22^\circ.$$

4. Kesktõmbetungi omadusel põhineb nn. Watt'i tsentrifugaal-  
regulaatori kasutamine (89. joon.). Pöörleva püstteljega  $AF$  on ühen-  
datud varbadest kaldruut  $A E F D$ , mis muhvi  $F$  abil võib üles ja alla liikuda.  
Varbade  $AD$  ja  $AE$  otsas on massiivsed kerad  $K$  ja  $K_1$ . Mida suurem on  
regulaatori pöörlemise kiirus, seda suurem peab olema kesktõmbetung ja seda  
kõrgemale tõusevad tasakaalustamiseks kerad  $K$  ja  $K_1$ .

Lahenda järgmine ülesanne: mitu tiiru sekundis ( $n$ ) peab tegema regu-  
laator, et varb  $AB$  moodustaks püstteljega nurga  $\alpha$ ?

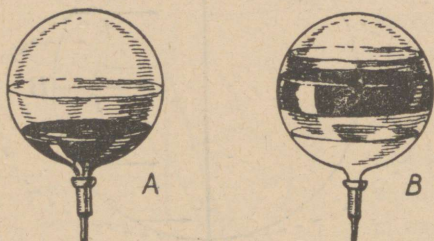
Aurumasina juures ühendatakse muhv  $F$  klappiga, mis reguleerib auru  
juurdepääsu silindrisse. Kui masin hakkab käima kiiremini, suureneb nurk  $\alpha$ ,  
muhv  $F$  tõuseb kõrgemale ning ühes sellega asetub klapp enam risti, takistades  
seega auru juurdepääsu. Masina käigu aeglasemaks muutumise korral mõjub  
regulaator vastupidises suunas.

5. Vetruga rõngas  $ABC$  pöörleb ümber telje  $AC$  (90. joon.), olles  
kinnitatud teljega otsas  $C$ . Et rõngaosade tiirlemisperioodid on võrdsed, siis  
oleneb kesktõmbetung ainult kaugusest pöörlemisteljest, suurenedes keskkoha  
 $B$  suunas. Kesktõmbetungi moodustab antud juhul rõnga deformeerumisel  
tekkinud pinevus, mis on seda suurem, mida kiiremini pöörleb rõngas. Tõe-  
poolest, rõngas muutub pöörlemisel lapikuks (punktirjoon).

Täpsem Maa kuju uurimine näitab, et Maa on lapik pöörlemistelje suunas. Sellest järeldame, et kui Maa mitte praegu ei peaks pöörlema, siis ta vähemalt varematal aegadel on pidanud pöörlema oma telje ümber, millest ongi tekkinud see lapikus.

6. Mitmesuguse tihedusega vedelad ained pöörlemisel samas anum

(trumlis) asetuvad kontsentri-  
liste kihtidena nõnda, et tihedus  
pöörlemisteljest lugedes järjest  
suureneb (91. joon., B). Nii näi-  
teks elavhõbeda, vee ja petroo-  
leumi pöörlemisel moodustab si-  
semise kihi petrooleum, keskmise  
vesi ja välise elavhõbe. Sel näh-  
tusel põhineb mitmesuguste se-  
paraatorite ehitamine. Näiteks  
koorelahutaja trumlis koguneb  
koor kui kergem osa trumli  
keskpaika, kuna piim kui ras-



91. joon. Pöörlemisel eralduvad vedelikud tiheduse järjekorras.

kem osa trumli äärtele koguneb ja sealt välja juhitakse.

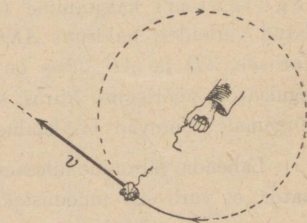
1. Seleta, kuidas töötab meevurr, kuidas kasutatakse tsentrifugaal-  
masinat piima rasvaprotsendi määramisel, pesu kuivatamisel, terade sorti-  
misel jne.!

2. Millest tuleb vahel esinev veskikivide purunemine?

3. Mitu tiiru sekundis vähemalt peaks tegema veepange käe otsas ( $R = 70$  cm) püst-tasapinnas ringi tiirutades, et vesi pangest välja ei voolaks?

4. Lingunööri pikkus on 60 cm ja otsas oleva kivi mass 100 g. Leia lingunööri pinevus, kui ling teeb  $2\frac{1}{2}$  tiiru sekundis!

5. Nööri pinevus katkemismomendil on 10 kg. Kui kiiresti võib selle nööri otsa seotud 200-grammist massi püst-tasapinnas tiirutada, kui nööri pikkus on 1 m? Vasta sama küsimus rõht-tasapinna suhtes (92. joon.)!



92. joon. Keha liikumine linge katkemisel.

Märkus: Nööri pinevuse all antud punktis mõeldakse tungi, mis nööri otsi endiselt koos hoiaks, kui nöör selles punktis katki lõigata.

6. Jalgrattasõitja teeb 10 sekundiga ühe ringi, mille raadius 10 m. Kui suure nurga moodustab ta püst-tasapinnaga?

7. Mitu korda kiiremini peaks Maa oma telje ümber pöörlema, et ekvaatoril asetsevad kehad midagi ei kaaluks? Kuidas tuleks sama küsimus lahendada Tartu suhtes?

8. Kui suure rõhtsa algkiirusega tüleks visata keha, et ta enam Maa peale ei langeks, vaid trabandina Maa ümber hakkaks liikuma?

9. Lennuki kiirus sööstlenru kõige madalamas asendis on  $540 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Seejuures moodustab lennuki tee vertikaaltasapinnas asetseva ringi kaare raadiusega 450 m.

Mitu korda läheb selles asendis lenduri keha kesktõmbetungi mõjul „raskemaks“?

Missuguseid nõudeid seab selline sööstlend lennuki ehituse kohta?

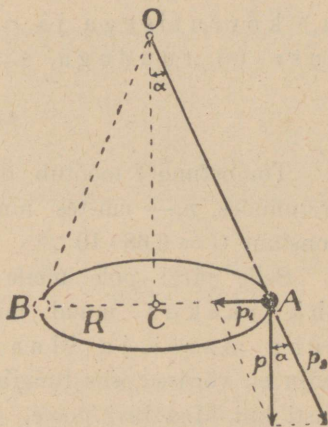
**70. Tasa- ja koonuspendel.** Kui pendel võngub samas vertikaaltasapinnas, siis on ta tasapendel. Paneme pendli liikuma nõnda, et ta mass liiguks ühtlaselt ringjoonel, kusjuures pendli niit moodustab koonuse külgpinna, siis saame koonuspendli (93. joon.). Lahutame koonuspendli massi  $m$  raskuse  $p$  komponentideks  $p_1$  ja  $p_2$  vastavalt ringi keskpunkti ja niidi suunas. Neist  $p_1$  moodustab kesktõmbetungi, kuna  $p_2$  tõmbab pingule niiti  $OA$ . Kui ringi raadius  $BC = R$ , pendli pikkus  $AO = l$  ja täisperiood on  $T$ , siis

$$p_1 = p \tan \alpha = \frac{4\pi^2 m R}{T^2} \dots (1).$$

Et  $p = mg$  ja  $\tan \alpha = \frac{AC}{OC} \approx \frac{AC}{AO} = \frac{R}{l}$ , kui amplituud on väike, siis asetades valemisse (1) saame:

$$p_1 = mg \cdot \frac{R}{l} = \frac{4\pi^2 m R}{T^2}, \text{ millest}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots (2).$$

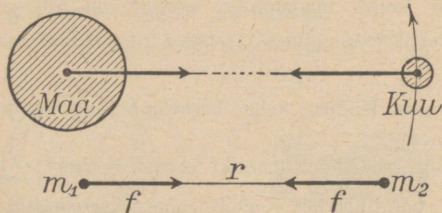


93. joon. Koonuspendel.

Siit näeme, et väikese amplituudi puhul koonuspendli periood võrdub samapikkuse tasapendli perioodiga.

**71. Gravitatsioonitung.** Kuu liigub ümber Maa, samuti Maa ja teised planeedid ümber Päikese peaaegu ringjoonelisi (õigemini elliptilisi) teid mööda. Me teame, et ringliikumine ei teki iseenest, vaid selleks läheb tarvis nn. kesktõmbetungi, mis hoiab keha ringliikumisel. Järelikult peab Kuu ja Maa, Maa ning Päikese jne. vahel mõjuma mingisugune tung, mis on võrdne kesktõmbetungiga, sest muidu kaoks tasakaal ja planeedid läheksid oma tee

delt kõrvale. Newton nimetas selle tungi üldiseks tõmbe-  
 ehk gravitatsioonitungiks (lad. k. *gravitas* — raskus)



94. joon. Masside tõmbumine.

ja oletas, et ta ei mõju mitte  
 ainult taevakehade, vaid  
 kõigi aineosakeste (aine-  
 punktide) vahel järgmiselt:  
 kaks ainepunkti  
 tõmbuvad neid ühen-  
 dava sirge sihis võr-  
 deliselt ainepunk-  
 tide masside ( $m_1$  ja

$m_2$ ) korrutisega ja pöördvõrdeliselt nende kau-  
 guse ( $r$ ) ruuduga, s. o. tõmbetung

$$f = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Tõmbetung  $f$  mõõtab düünides, kui  $m_1$  ja  $m_2$  on mõõdetud  
 grammides,  $r$  — cm-tes ning võrdetegur ehk nn. gravitatsiooni-  
 konstant  $G = 6,68 \cdot 10^{-8}$ .

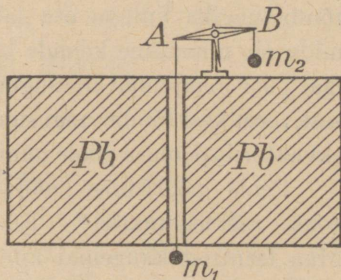
Selle järgi pole meile tuntud keha tung Maa poole  
 ehk raskus muud midagi kui gravitatsioonitung  
 keha massi ja Maa massi vahel. Et mõju ja vastu-  
 mõju on võrdsed, siis tungib näiteks kivi Maa poole niisama tuge-  
 vasti kui Maa kivi poole. Tegelikult aga langeb kivi Maa poole,  
 sest sama tungi mõjul on kiirendused pöördvõrdelised massidega,  
 järelikult Maa kiirendus on tegelikult null, võrreldes kivi kiiren-  
 dusega.

1. Kivi (1 kg) langeb Maa poole kiirendusega  $9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ . Kui suur  $\left(\frac{\text{m}\mu}{\text{sek}^2}\right)$   
 on Maa ( $d = 5,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ) kiirendus kivi poole? sinu keha massi poole?
2. Kui palju kaalub inimene (75 kg) Kuu kaugusel Maast?
3. Kui tugevasti ( $g$ ) tõmbuvad teineteise poole kaks ühesugust seatina-  
 kera, mille raadiused on 50 cm ja keskpunktide kaugus 2 m?
4. Mitu mg väheneb 1 kg (sinu) kaal 1 m võrra kõrgemale tõstmisel?
5. Kui suur peaks olema Maa kaaslane tiirlemisperiood, kui see kaas-  
 lane liiguks ümber Maa kahe Maa raadiuse kaugusel keskpunktist?
6. Kui kõrgel maapinnast kaotavad ekvaatoril asetsevad kehad, mis  
 ühes Maaga pöörlevad, oma kaalu?

**72. Gravitatsioonikonstandi määramine.** Gravitatsioonikonstandi suuruse määramiseks on vaja otseselt mõõta kahe tuntud massi ( $m_1$  ja  $m_2$ ) tõmbe- tung ning nendevaheline kaugus  $r$ . Neist andmeist võime valemi  $f = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$  põhjal arvutada gravitatsioonikonstandi suuruse.

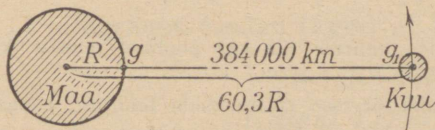
Esimesena määras sel põhimõttel  $G$  suuruse Cavendish a. 1798. Prae- gusel ajal loetakse täpsemaks Richarzi poolt 1896. a. tarvitusele võetud mõõtmisviisi, mis on järgmine.

Kaks võrdset massi  $m_1$  ja  $m_2$  (niitide mass kaasa arvatud) riputatakse kaalu külge, nagu on näha 95. joon. Mõlema kaalutava massi ( $m_1$  ja  $m_2$ ) vahele on asetatud massiivne seatinaplokk (umbes  $2 \text{ m}^3$ ), mis oma gravitatsiooniga suurendab  $m_1$  ja vähendab  $m_2$  kaalu. Et kõik massid ja kaugused on otseselt mõõdetavad, siis saadud  $m_1$  ja  $m_2$  kaalu vahest sellisel kaalumisel ongi võimalik arvutada  $G$  suurust. Richarzi mõõtmiste järgi on  $G = 6,685 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{sek}^2}$ . Nagu näha, on  $G$  nimetuseks CGS-süsteemis  $\frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{sek}^2}$ . See on vajalik, sest muidu ei saa me gravitatsioonitungi valemis massi- ja kaugusühikute nimetuste asendamisel tungühiku (düüni) nimetust.



95. joon. Richarzi viis  $G$  määramiseks.

**73. Kuu liikumine seletub Maa tõmbega.** Newton rakendas gravitatsiooniseaduse kõige esiti Kuu liikumise seletamiseks. Ta arutas järgmiselt: kui gravitatsioonitung on loomult ühesugune raskusega ja väheneb pöördvõrd- liselt kauguse ruuduga, siis peaks Maa raskuskiirendus Kuu tee kaugusel ( $g_1$ ) olema  $60,3^2$  korda väiksem kui maapinnal, sest Kuu kaugus Maast on  $60,3$  Maa raadiust. Järelikult



96. joon. Kuu kiirendus Maa poole.

$$g_1 = \frac{g}{60,3^2} = 0,27 \left( \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2} \right).$$

Teiselt poolt Kuu keskmise kauguse ( $384\,400 \text{ km}$ ) ja tiirlemisperioodi ( $27,3$  päeva) põhjal arvutades Kuu kesktõmbekiirenduse leiame samuti  $0,27 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ . Gravitatsioonikiirendus võrdub seega kesktõmbekiirendusega, järe- likult Kuu kohta on gravitatsiooniseadus õige. Ka teiste taevakehade liiku- miste seletamisel on gravitatsiooniseadus andnud faktidega kokkukõlas olevad resultaadid.

Oma suure ulatuse poolest kuulub gravitatsiooniseadus üldisemate ja viljakamate looduseaduste hulka.

Väljenda Kuu kaugus Maast Kuu tiirlemisperioodi ( $T$ ), Maa raadiuse ( $R$ ) ja gravitatsioonikiirenduse ( $g$ ) abil!

**74. Maa pöörlemise mõju kehade kaalusse.** Maa pöörleb oma telje ümber, tehes 24 tähetunni jooksul ühe täistiiru (tähe öö-päev on  $\sim 4$  min. lühem keskmisest Päikese ööst-päevast). Ühes Maaga liiguvad ka kõik maapinnal asetsevad kehad ümber Maa telje ringjoonelisi teid mööda. Selleks tarvismineva kesk-tõmbetungi saavad kehad raskustungist. Kui raskustungist kesk-tõmbetungiks kuluva osa lahutame, siis järelejäänud osa ongi see, mida me nimetame kehade kaaluks. Järelikult sama keha kaal ei ole igal pool maapinnal ühesugune, vaid oleneb koha geograafilisest laiu- sest, sest kesktõmbetungi suurus Maa pöörlemisel telje ümber väheneb ekvaatorilt pooluse poole minnes, kuna vähenevad pöörlemisraadiused.

Peale pöörlemise mõjub kaalusse veel kaugus Maa tsentrist (õieti raskuspunktist). Et lapikuse tõttu on maapind ekvaatoril Maa tsentrist kaugemal kui poolustel, siis seetõttu suureneb kaalu- vahe veelgi. Mõlemad põhjused ühtekokku suurendavad 1 kg kaalu poolustel, võrreldes ekvaatoriga, umbes 5 g võrra.

Raskuse kiirenduse suurust geograafilisel laiusel  $\varphi$ , s. o.  $g_\varphi$ , arvutatakse järgmise valemi abil:

$$g_\varphi = g_0(1 + 0,0053 \sin^2 \varphi),$$

kus  $g_0$  on raskuskiirendus ekvaatoril ja võrdub  $978,05 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ .

1. Leia eelmise valemi põhjal  $g$  Tallinna ( $\varphi = 59^\circ 26'$ ) ja Tartu ( $\varphi = 58^\circ 23'$ ) kohta!

2. Mitu  $g$  kaalub keskmine inimene (75 kg) poolusel rohkem kui ekvaatoril?

3. Kas oleks tegelikult võimalik, arvesse võttes kaalu muutust, hangel- dama hakata, ostes kaupu lõuna pool (Tartus) ja müües põhja pool (Tallinnas)?

4. Milliste kaaludega tuleb kaaluda, et ilmsiks teha kaaluvahet poo- lustel ja ekvaatoril?

## Töö ja energia.

**75. Töö ja selle mõõtmine.** Töötegemisel ületame alati mõnesugust takistust, nagu raskustungi asjade tõstmisel, hõõr- dumist koorma vedamisel jne. Seejuures on töö hulk võrde-

line ületatava takistuse suurusega. Näiteks 6 kg tõstmiseks 1 m võrra kõrgemale kulub tööd 3 korda rohkem kui 2 kg tõstmiseks samale kõrgusele. Teiselt poolt tehtud töö hulk oleneb tee pikkusest, millel takistus ületatud, ja on sellega võrdeline. Too näiteid selle kohta!

Kui keha ei liigu, siis tung tööd ei tee.

Kokkuvõttes võime öelda: töö hulka (**A**) mõõdetakse tungi suuruse (*f*) ja tungi rakenduspunkti poolt käidud tee pikkuse (*s*) korrutisega, s. o.

**töö = tung × tee** ehk lühidalt

$$A = f \cdot s,$$

kui tungi rakenduspunkt nihkub edasi tungi suunas.

Eelmisest võrdusest järgneb: kui  $f = 1$  ja  $s = 1$ , siis ka  $A = 1$ , s. o. tööühikuks võetakse niisugune tööhulk, mille teeb 1 tungühik, kui tema rakenduspunkt edasi liigub tungi suunas 1 pikkusühiku võrra.

Selle põhjal **kilogramm-meeter** (kgm) ehk meeterkilogramm (mkg) on töö hulk, mis teeb tung 1 kg, kui ta rakenduspunkt liigub tungi suunas edasi 1 m võrra. Samuti nimetame **ergiks** töö hulka, mis teeb tung 1 düün, kui ta rakenduspunkt liigub tungi suunas edasi 1 cm võrra. Niisiis:

**1 kilogramm-meeter (kgm) = 1 kilogramm × 1 meeter**

$$1 \text{ erg} = 1 \text{ düün} \times 1 \text{ cm}$$

$$1 \text{ džaul (J)} = 10^7 \text{ ergi.}$$

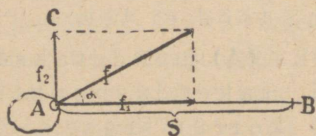
Kui näiteks 5 kg tõsta püsti 2 m võrra kõrgemale, siis teeme  $5 \cdot 2$  ehk 10 kilogramm-meetrit tööd; kui 30-düünise tungi rakenduspunkt nihkub edasi tungi suunas 20 cm võrra, siis on tehtud töö hulk sel juhul  $30 \cdot 20$  ehk 600 ergi, jne.

Prantsusmaal on seadusega 2. apr. 1919 kaubanduses ja tööstuses tungi põhiühikuna tarvitusele võetud nn. **steen** (*sthène*), s. o. tung, mis ühes sekundis annab massile 1 tonn kiirenduse  $1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ .

Siit edasi minnes on tööühikuks võetud **kilodžaul** (*kJ*), s. o. töö, mis teeb tung 1 steen (*sn*), kui tema rakenduspunkt nihkub edasi tungi suunas 1 m võrra.

Võrdle neid tungi- ja tööühikuid teiste meile tuntud ühikutega!

Sagedasti moodustab tungi (*f*) suund (97. joon.) rakenduspunkti edasiliikumise suunaga (*AB*) teatava nurga (*α*), näiteks



lodja vedu nõoriga kaldalt. Niisugusel juhul lahutame antud tungi *f* kaheks komponendiks: rakenduspunkti *A* edasiliikumise (*AB*) ja sellega risti (*AC*) suunas. Keha paneb liikuma ainult komponent *f*<sub>1</sub> (kasulik töö), komponent *f*<sub>2</sub> mõjub aga edasiliikumise suunaga risti ja sellepärast ei aita kaasa liikumisele suunas *AB*, küll aga suurendab külje hõõrdumist (kahjulik töö). Et  $f_1 = f \cos \alpha$ , siis loeme sel juhul tungi *f* tööks

97. joon. Töö üldjuhul.

$$A = f_1 s = f s \cos \alpha \dots \dots (2).$$

Valem (2) väljendab töö suurust üldjuhul. Eritelles *A* olevust nurgast *α* näeme, et töö tuleb lugeda positiivseks, kui  $\alpha \leq 90^\circ$ , negatiivseks, kui  $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Kivi käega üles tõstes teeb käe lihastetung positiivset, Maa raskustung negatiivset tööd, alla langedes ümberpöörduvalt.

Kui aga tungi suund on kogu aeg risti tungi rakenduspunkti edasiliikumise teega, siis on tungi töö null, sest  $\cos 90^\circ = 0$ .

1. „Liikumata“ paigal seistes, kätt kõrvale välja sirutatult hoides, vastu lauda rõhudes jne. väsimise siiski sellest hoolimata, et füüsika mõttes seejuures tööd ei tee. Mispärast?

2. Mispärast ei tarvitata väsimustunnet tööhulga mõõtmisel?

3. Kui palju teeme tööd, tõstes 5 kg 80 cm võrra kõrgemale?

4. Kui palju teeme tööd, tõmmates 3 kg mööda rõhtsat lauda 80 cm võrra edasi?

5. Kuidas oleks võimalik mõõta tööd, mida teeb hobune koorma vedamisel (sina kelgu vedamisel jne.)?

6. Mitu kgm tööd teed sina esimeselt korralt teisele minnes, kui kordade vahe on 4 m?

7. Väljenda kgm ergides ja võrdle teda džauliga!

8. Kumb on suurem: kas mg-cm või erg?

9. Kas oleneb tungi töö ajast, mille jooksul tungi rakenduspunkt ühest punktist teise nihkub?

10. Kas on töö vektoriline või skalaarne suurus?

11. Kui suur on raskustungi töö 50-g-se kivi langemisel 20 m võrra?

12. Mitu kgm tööd kulub 1 pange (12 l) vee tõstmiseks kaevust, mille sügavus on 6 meetrit?

13. Mitu kgm tööd teeb raudteevedur rongi Tallinnast Tartuni vedades, kui rong kaalub 360 tonni ja üldine liikumise takistus on 0,3% rongi raskusest?

14. Mitu kgm tööd kulub selleks, et keha, mille mass 19,6 kg, 3 sek jooksul ühtlaselt kiirenedes 45 m edasi viia?

15. Mispärast on mööda konarlikku teed koorma vedamine (jalgrattaga sõitmine) palju raskem kui siledat teed mööda?

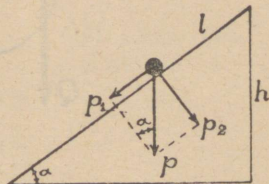
16. Kas kelgu vedamisel komponent  $f_2$  soodustab liikumist?

**76. Töö kaldpinnal.** Arvutame raskustungi  $p$  töö keha liikumisel kaldpinnal, mille pikkus on  $l$ , kõrgus  $h$  ja kaldenurk  $\alpha$ . Selleks lahutame tungi  $p$  kaheks komponendiks  $p_1$  ja  $p_2$  vst. pikuti ja risti kaldpinnaga. Komponenti  $p_1$  töö kogu kaldpinna ulatuses võrdub  $p_1 l = (p \sin \alpha) \cdot l = p \cdot (l \sin \alpha) = ph$ . Komponenti  $p_2$  töö võrdub nulliga, sest siin on kogu aeg nurk tungi ja tema rakenduspunkti liikumise suuna vahel  $90^\circ$ . Seega võrdub tungi  $p$  töö ainult komponendi  $p_1$  tööga, nimelt:

$$p_1 l = pl, \text{ s. o.}$$

kaldpinnal tehtud töö võrdub kaldpinna kõrguse ja kaldpinnal lasuva keha raskuse korrutisega. Muidugi, siin on arvestatud ainult raskustungi töö, eeldades, et teisi tunge (hõõrdumine) kehasse ei mõju.

Et kaldpinna kõrgus on kaldpinna pikkuse projektsiooniks vertikaalsihile, siis võime eelmise tulemuse sõnastada ka järgmiselt: suuruselt ja suunalt jääva tungi (raskus) töö võrdub tungi suuruse ja tee projektsiooni korrutisega, kusjuures tungi



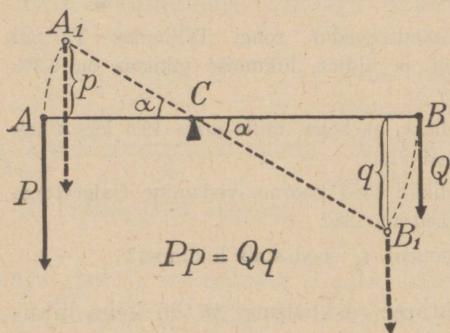
98. joon. Töö kaldpinnal.

rakenduspunkti poolt käidud tee (kaldpinna pikkus) projektitakse tungi suunale.

1. Suusataja tõusis mööda mäekallakut kõrgemale 20 m võrra. Leia suusataja töö raskustungi suhtes, kui suusataja raskus koos suuskadega oli 80 kg!

2. Millega võrdub gravitatsioonitungi töö Maa liikumisel ümber Päikese, Kuu liikumisel ümber Maa jne.?

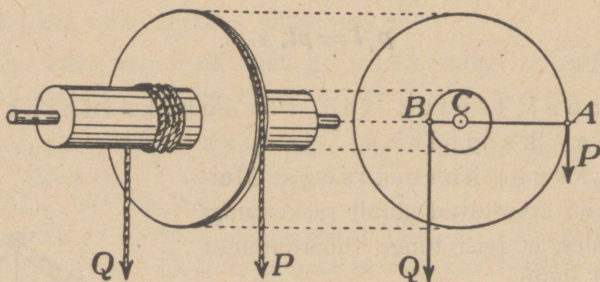
3. Pendel, mille pikkus 1 m ja mass 20 g, on viidud tasakaaluasendist kõrvale 30°-se nurga võrra. Leia raskustungi töö pendli massi liikumisel antud asendist tasakaaluasendini!



99. joon. Töö kangil.

$$P \cdot AC = Q \cdot BC \dots \dots \dots (1).$$

Õige väikese ülekaalu mõjul nihkub kang asendisse  $A_1B_1$ . Seejuures teeb tung  $Q$  positiivset, tung  $P$  aga negatiivset tööd. Võrd-



100. joon. Tasakaal pööril.

leme neid tööhulki absoluutse suuruse poolest. Et kangi nihkumisel tungi suund ega suurus ei muutu, siis võime rakendada eelmises paragrahvis saadud tulemusi. Selle põhjal tungi  $P$  töö võrdub tungi suuruse ( $P$ ) ja tema rakenduspunkti ( $A$ ) poolt käidud tee

( $\cup AA_1$ ) projektsiooni ( $p$ ) korrutisega, s. o.  $Pp = A_1C \cdot \sin \alpha = AC \cdot \sin \alpha$ , siis  $Pp = P \cdot AC \cdot \sin \alpha$ . Samal viisil leiame, et  $Qq = Q \cdot BC \cdot \sin \alpha$ . Valemi (1) alusel on saadud võrduste paremad pooled võrdsed, järelikult on võrdsed ka vasemad pooled, s. o.

$$Pp = Qq \dots \dots \dots (2).$$

Tähendab, tungide  $P$  ja  $Q$  poolt tehtud töö hulgad kangil nihkumisel ühest asendist teise on võrdsed.

Tuleb kindlasti meeles pidada, et kangil ühegi teise masina abile ei saa luua tööd mitte millestki, vaid ainult edasi anda olemasolevat töötagavara ühest kehast teise. Seejuures **töötava tungi töö võrdub alati takistuse tööga**. See mehhaanika põhiprintsiip on kehtiv iga mehhaanilise seadise kohta.

Rakendame saadud printsiibi pööra tasakaalu tingimuste tuletamiseks (100. joon.). Pöördugu pööra võll õige väikese nurga  $\alpha$  võrra, siis tungide  $P$  ja  $Q$  rakenduspunktid  $A$  ja  $B$  nihkuvad edasi vastavalt kaare pikkuse  $p$  ja  $q$  võrra. Tasakaalu korral peab töötava tungi töö võrduma takistuse tööga, järelikult

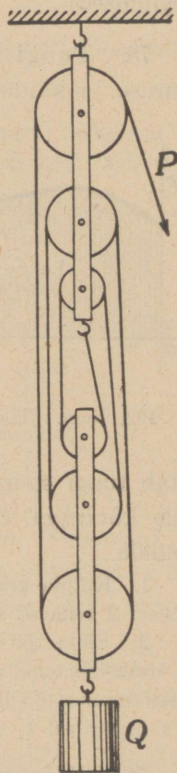
$$Pp = Qq \dots \dots \dots (1).$$

Et aga samale kesknurgale vastavad kaarepikkused on võrdelised raadiustega, siis

$$\frac{p}{AC} = \frac{q}{BC} \dots \dots \dots (2).$$

Jagades võrduse (1) võrdusega (2) saame:

$$P \cdot AC = Q \cdot BC, \text{ s. o.}$$

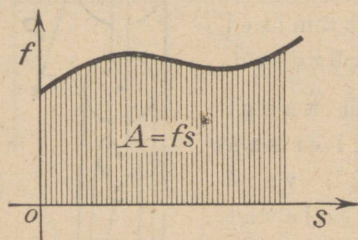


101. joon. Liitplokk ehk tali.

pöör on tasakaalus, kui rattasse ja võllisse mõjuvad tungid on pöördvõrdelised pööra võlli ja ratta raadiustega.

Tuleta eeltoodud viisil liitploki (101. joon.) tasakaalu tingimused!

**78. Tungi töö graafiline kujutamine.** Töö võrdub tungi suuruse ja käidud tee pikkuse korrutisega. Et kahe mistahes arvu korrutist võime geomeetriliselt kujutada ristküliku pindalana, siis võime ka tööd graafiliselt kujutada pindalana. Jäáva tungi puhul on selleks pindalaks ristküliku pindala, analoogiliselt ühtlasel liikumisel käidud tee pikkuse kujutamisega (66. joon.).



102. joon. Töö graafik.

Üldjuhul, kui tungi suurus järjest muutub (102. joon.), siis kujutab tungi suuruse muutumise käiku mõnesugune kõver, tööd aga selle kõveraga, s-teljega ja alg- ning lõppordinaatidega piiratud pindala.

1. Kujuta graafiliselt töö (kgm), mida teeb raskustung 5 kg vabal lan gemisel 2 esimese sekundi jooksul!

2. Ehita töö graafik liikumisel juhul, kui  $f = 0,5 \cdot s$ , s. o. tungi suurus  $f$  on võrdeline tema rakenduspunkti poolt käidud tee pikkusega  $s$ . Määra graafiliselt tehtud töö hulk tee vahemikus  $s = 0$  kuni  $s = 10$ , kui  $f$  mõõtu b kg-des ja  $s$  meetrites!

**79. Võimsus.** Masinate kui ka iga teise tööjõu tarvitamisel peame teadma, kui suur on antud masina või tööjõu **võimsus**, milleks nimetame töö hulka, mis masin teeb ühe ajaühiku jooksul. Seega lühidalt võiksime nimetada võimsust töö kiiruseks. Kui näit.  $t$  sek jooksul masin teeb  $A$  kgm tööd, siis on selle masina keskmine võimsus  $N = \frac{A}{t} \frac{\text{kgm}}{\text{sek}}$ . Saadud valemist järgneb, et  $A = Nt$ , s. o. tehtud töö hulk võrdub võimsuse ja aja korrutisega.

Võimsust  $75 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}}$  nimetatakse **hobusejõuks (HJ)**, sest

tugeva hobuse võimsus pikemat aega töötades on  $\sim 1$  HJ, aga inimese võimsus on  $\sim 8 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}}$ .

Võimsust  $1 \frac{\text{džaul}}{\text{sek}}$  nimetatakse **vatiks (W)**. Tuhat vatti on **1 kilovatt (kW)**.

Töö hulka, mis masin teeb võimsusega 1 kilovatt ühe tunni jooksul, nimetatakse **kilovatt-tunniks (kWh)**.

Inglased märgivad hobusejõudu lühidalt **HP** (horse-power), sakslased **PS** (Pferdestärke). Tuleb silmas pidada, et HP ei võrdu PS-ga, sest inglise HP pole mitte täpselt  $75 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}}$ , nagu sakslaste PS, vaid pisut suurem, nimelt 550 inglise jalnaela sekundis. Seetõttu  $1 \text{ HP} = 1,0139 \text{ PS}$ .

Tuleta võimsusühik analoogiliselt kiirusühiku tuletamisega!

1. Mis see tähendab, kui öelda: keha võimsus on  $5 \frac{\text{erg}}{\text{sek}}$ ,  $3 \frac{\text{kgm}}{\text{min}}$ ,  $20 \frac{\text{džaul}}{\text{h}}$  jne.?

2. Mitu korda on hobuse võimsus inimese omast suurem?

3. Väljenda võimsus 1 HJ vattides ja kilovattides!

4. Mitu kgm-it on 1 kilovatt-tund?

5. Mitu kgm-it tööd teeb tööline keskmiselt 8-tunnise tööpäevaga?

6. Mitme inimese tööjõu aset täidab aurukatel, mille võimsus on 6 HJ?

7. Narva kose võimsus on 75 000 HJ. Mitu töömeest suudavad teha 8-tunnise tööpäevaga niisama palju tööd kui Narva kosk?

8. Arvesse võttes kohalikke inimese tööjõu (näit. 40 penni tund) ja elektrienergia (näiteks 16 penni kilovatt-tund) hindu, arvuta, kumb tööjõud on odavam!

9. Omnibus sõidab 50 min. keskmise võimsusega 15 HJ ja tarvitab ära selle aja jooksul 8 kg bensiini. Leia: a) tehtud töö hulk kilovatt-tundides; b) mitu % energias muundus tööks, kui bensiini kütteväärtus on 11 000?

10. Palju aega kuluks sinul keskmise võimsusega V.-Munamäe otsa tõusmiseks (rel. kõrgus 65 m)?

11. Imatra kose võimsus on 117 000 HJ. Mitu  $\text{m}^3$  vett jookseb igas sekundis keskmiselt läbi kose läbilõike, kui kose üldine langemine on 19 m?

12. Eesti jõestiku koguvõimsust hinnatakse 170 000 HJ. Mitme inimese tööjõu aset suudaks täita Eesti veejõud täielikul ärakasutamisel?

**80. Hoog.** Paigalolevasse kehasse, mille mass  $m$  g, mõjub kogu aeg jääv tung  $f$  düüni. Selle mõjul hakkab keha liikuma üht-

laselt kiirenevalt kiirendusega  $a \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$  ja nihkub  $t$  sek jooksul edasi  $s$  cm võrra (103. joon.). Tungi  $f$  töö  $s$  cm ulatusel on

$$A = fs = mas \dots \dots (1),$$

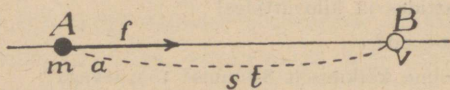
sest  $f = ma$ . Ühtlaselt kiireneva liikumise valemitest

$$v = at \text{ ja } s = \frac{at^2}{2} \text{ saame:}$$

$as = \frac{a^2 t^2}{2} = \frac{(at)^2}{2} = \frac{v^2}{2}$ . Asendame valemis (1) korrutise  $as$  temaga võrdse suurusega  $\frac{v^2}{2}$  saame

$$fs = \frac{mv^2}{2} \dots \dots (2),$$

s. o. tungi töö takistusvaba keha liikumapanelisel pikiteed  $s$  võrdub massi  $m$  ja lõppkiiruse ruudu ( $v^2$ ) korrutise poolega.



103. joon.

Avaldist  $\frac{mv^2}{2}$  nimetatakse

keha **hooks** ehk **kineetiliseks energiaks**. Seega keha hoog  $\frac{mv^2}{2}$  mõõdab töö hulka, mis teeb jääv tung  $f$ , et keha paigalolekust liikuma panna jääva kiirendusega  $a$ , kuni keha omandab lõppkiiruse  $v$ .

Hoo valem  $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$  ei sisalda aega ( $t$ ), järelkult ei olene tungi töö ajast, vaid ainult lõppkiirusest ( $v$ ) ja keha massist ( $m$ ). Suur tung võib kehale lühikese aja jooksul anda sama kiiruse kui väiksem tung pikema aja jooksul. Too näiteid!

Olgu asendis  $A$  keha kiirus  $v_0$ , asendis  $B$   $v \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$  (103. joon.).

Siis on asendis  $A$  keha hoog  $\frac{mv_0^2}{2}$  ja asendis  $B$   $\frac{mv^2}{2}$ . Et hoog

näitab töö hulka, mille on tung teinud liikumise algusest kuni antud momendini, siis on tungi  $f$  töö vahemikus  $AB$  lõpp- ja alg- hoo vahe, s. o.

$$fs = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \dots \dots \dots (3).$$

Viimane valem näitab, et üldjuhul tungi töö teatavas teevahemikus võrdub hoo juurdekasvuga selles vahemikus.

Me tuletasime hoo valemi erijuhul, kui tung  $f$  on jääv. Mehhaanikas tõestatakse, et valemid (2) ja (3) on õiged igasuguse tungi puhul. Hoo valem on oma rakenduse poolest mehhaanikas üks viljakamaid.

Keha hoog mõõdab selle keha liikumapanemiseks kulutatud töö hulka, seepärast mõõtab hoog tööühikutes: ergides, kgm-tes jne. Valemist (2) selgub, et hoog mõõtab ergides, kui massi mõõdetakse grammides ja kiirust  $\frac{cm}{sek}$ -tes.

Tahame, et hoog mõõtuks kgm-tes, siis tuleb kiirus mõõta  $\frac{m}{sek}$ -tes, mass aga nn. tehnilistes ühikutes, mis on 9,8 korda kilogrammist suuremad, sest tung 1 kg annab massile 9,8 kg kiirenduse  $1 \frac{m}{sek^2}$ . (Vt. § 55.)

**81. Mõned hoo valemi rakendused.** a) Keha suudab teha oma hoo arvel alati niipalju tööd, kuipalju tööd on kulunud selle hoo tekitamiseks.

Olgu keha hoog  $\frac{mv_0^2}{2}$ . Kui kehasse hakkab mõjuma liikumisele vastasuunas jääv tung  $f$ , siis teeb see tung kogu aja negatiivset tööd ja keha liikumine muutub ühtlaselt aeglustuvaks. Lõpuks jääb keha seisma ja  $v = 0$ .

Rakendades hoo üldvalemi saame:  $-fs = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$ . Lõpphoog  $\frac{mv^2}{2} = 0$ , seepärast siis  $-fs = -\frac{mv_0^2}{2}$  ehk  $fs = \frac{mv_0^2}{2}$ . Et kehasse mõjuv tung ületatakse hoo arvel, siis näitab viimane valem, et keha suudab teha hoo arvel alati niipalju tööd, kuipalju tööd on kulunud selle hoo tekitamiseks.

b) Raudteerong, mille mass  $m$ , liigub ühtlaselt kiirusega  $v$ . Leia side veduri tõmbe ( $f$ ) ja hõõrdumistungi ( $f_1$ ) vahel!

Rongi liikuma panev tung peab võrduma veduri tõmbe ja takistuste vahega, s. o.  $f - f_1$ . Järelikult

$$(f - f_1)s = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \dots \dots \dots (1).$$

Et  $v = v_0$ , siis  $(f - f_1)s = 0$ , millest  $f - f_1 = 0$  ja  $f = f_1$ , sest  $s \neq 0$ . Järelikult rongi ühtlasel liikumisel võrdub veduri tõmme takistuste kogusummaga.

Eritule valemite (1) juhul, kui  $v > v_0$  ja  $v < v_0$ !

c) Kui kõrgele tõuseb keha, mis on püsti üles visatud algkiirusega  $v_0$ ?

Olgu tõusu kõrgus  $h$  ja keha mass  $m$ , siis  $f = mg$  ning  $-mgh = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$ . Et  $v = 0$ , siis  $\frac{mv^2}{2} = 0$  ja  $-mgh = -\frac{mv_0^2}{2}$ , millest

$h = \frac{v_0^2}{2g}$ , s. o. sama tulemus, mille varemini (§ 60) leidsime teisel teel.

1. Tennispalli mass  $m = 50$  g ja kiirus  $v = 10 \frac{m}{sek}$ . Leia hoog ergides! Missugune jääb tung peaks mõjuma 5 cm ulatusel, et pall saaks selle hoo?

2. Uisutaja (60 kg) sõidab kiirusega  $4 \frac{m}{sek}$ . Leia hoog kgm-tes!

3. Kuuli mass on  $m = 49$  g ja kiirus  $v = 400 \frac{m}{sek}$ . Leia hoog kgm-tes!

4. Raudteerong liigub kiirusega  $60 \frac{km}{h}$ . Kui palju maad läheb rong edasi rõhtsal teel ainult endise hoo arvel, kui üldine takistuse koefitsient on 0,004?

5. Kui suure algkiirusega on võimalik 1,5 m kõrgusele hüppata? Kas oleneb tarvisminev algkiirus hüppaja massist?

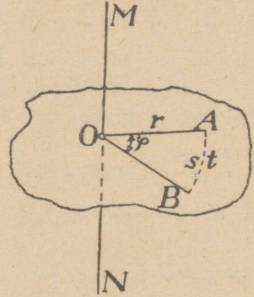
6. Vasarahoo mõjul läks nael 2 cm puu sisse. Leia puu takistus, kui vasara mass on 0,8 kg ja lõppkiirus  $2 \frac{m}{sek}$ , oletades, et puu takistus on kogu aja ühesugune!

7. Raudteerong, mille mass 300 tonni, sõidab jaama kiirusega  $10 \frac{m}{sek}$  ja jääb piduri mõjul seisma 10 sek jooksul. Leia piduri takistus!

8. Leia iga kg-massi (enese) hoog Maaga ümber Päikese liikudes!

**82. Pöördliikumine.** § 80 toodud hoo valemid on tuletatud liikumise kohta, kus keha tervikuna edasi liigub (translatorne liikumine). Vaatame nüüd, kuidas hinnata pöörleva keha hoogu ehk kinetilist energiat. Pöörleva liikumise puhul püsivad paigal kõik keha punktid, mis asetsevad pöörlemisteljel; kõik punktid väljaspool pöörlemistelge liiguvad ümber telje ringjoonel, mille tasapind on risti pöörlemis-

teljega. Kujutame läbi pöörlemistelje  $MN$  ja mõne kehapunkti  $A$ , mis väljaspool telge, tasapinna (104. joon.). Oletame, et see tasapind pöörduv  $t$  sek jooksul nurga  $\varphi$  võrra. Nimetame selle nurga keha pöördumisnurgaks. Pöördumisnurga muutumise põhjal vastavalt ajale liigitame pöörlevad liikumised ühtlasteks, mitteühtlasteks, kiirenevateks, aeglustuvateks jne. Kui näiteks keha pöörlemisel mistahes võrdsetele ajavahemikkudele vastavad võrdsed pöördumisnurgad, siis on keha pöörlemine ühtlane. Nagu näeme, on see ühtlase pöörlemise definitsioon täiesti analoogiline ainepunkti ühtlase liikumise definitsiooniga. Ainult võrdsete „teosade“ asemele on võetud võrdsed „pöördumisnurgad“. Definiiri analoogiliselt mitteühtlane, kiirenev ja aeglustuv pöörlev liikumine!



104. joon.

104. joonisest selgub, et pöörleva keha mõne punkti, näiteks  $A$ , edasi liikumise tee suuruse ( $s$ ) määravad pöördumisnurk  $\varphi$  ja kaugus teljest  $r$ . Tõepoolest, kui pöördumisnurk  $\varphi$  on mõõdetud radiaanides, siis

$$\frac{s}{r} = \varphi \text{ ja } s = r\varphi \dots \dots \dots (1).$$

Nurkkiirus  $\omega$  näitab pöördumisnurga muutumist ühe ajaühiku (sekundi) jooksul. Analoogiliselt jookkiirusega võime üldisel kujul kirjutada:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \dots \dots \dots (2).$$

Et aga radiaanides mõõdetud nurk  $\varphi = \frac{s}{r}$ ; siis

$$\omega = \frac{s}{r \cdot t} = \frac{s}{t} : r = \frac{v}{r}, \text{ millest } v = r\omega \dots \dots \dots (3).$$

Saadud valemi abil võime tsentripetaalkiirenduse valemi  $a = \frac{v^2}{r}$  ümber kirjutada lihtsamalt järgmiselt:

$$a = \frac{(r\omega)^2}{r} = \frac{r^2\omega^2}{r} = r\omega^2 \dots \dots \dots (4).$$

Näitena leiame separaatori trumli nurkkiiruse  $\omega$ , kui trummel teeb 1200 tiiru minutis.

$$\omega = \frac{1200 \cdot 2\pi}{60} = 40\pi \left( \frac{\text{rad.}}{\text{sek}} \right).$$

Leia Maa pöörlemise nurkkiirus  $\frac{\text{rad.}}{\text{sek}}$  -tes!

Analoogiliselt nurkkiirusega võime defineerida ka nurkkiirenduse ( $\beta$ ) kui nurkkiiruse juurdekasvu ühe ajaühiku (sekundi) jooksul.

Kasutame nüüd nurkkiiruse mõistet pöörleva keha hoo määramiseks. Lahutame kogu pöörleva keha üksikuteks ainepunktideks  $m_i$  (105. joon.). Igaüks neist liigub kui iseseisev keha hooga

$$H_i = \frac{m_i v_i^2}{2}. \text{ Valemi (3) põhjal } v_i = r_i \omega, \text{ sest}$$

$\omega$  on kõikide ainepunktide jaoks sama.

$$\text{Seega } H_i = \frac{m_i (r_i \omega)^2}{2} = \frac{m_i r_i^2 \cdot \omega^2}{2}. \text{ Kui}$$

keha koosneb  $n$  säärasest ainepunktist, siis kogu

$$\text{keha hoog } H = \sum_1^n H_i = \sum_1^n \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_1^n m_i r_i^2 =$$

$$= \frac{J \cdot \omega^2}{2}, \text{ kus } J = \sum_1^n m_i r_i^2 \text{ ja nimetatakse keha}$$

**inertsimomendiks.** Võrreldes saadud pöörleva keha

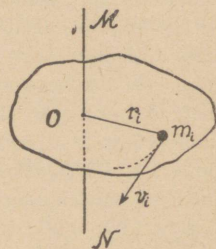
hoo valemist varemleitud hoo valemiga  $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$  keha edasilikumise puhul, näeme: edasilikumise kiirusele ( $v$ ) vastab nurkkiirus ( $\omega$ ) ja keha massile ( $m$ ) vastab pöörlemistelje suhtes võetud selle keha inertsimoment ( $J$ ). Muidu on valem täiesti analoogiline. Nii taandub pöörleva keha kineetilise energia määramine selle keha nurkkiiruse ja inertsimomendi määramisele. Viimane toimub integraalarvutuse abil. Toome siin inertsimomendi määramise valemid mõnedel lihtsamatel juhtudel.

Ühtlase raske rõnga inertsimoment telje suhtes, mis läheb läbi tsentri risti rõnga tasapinnaga,  $J = r^2 \cdot m$ , kus  $r$  on rõnga raadius ja  $m$  rõnga mass.

Ühtlase raske ketta inertsimoment telje suhtes, mis läheb läbi ketta tsentri risti ketta tasapinnaga, on  $\frac{1}{2} MR^2$ , kus  $M$  on ketta kogumass ja  $R$  ketta raadius.

Ühtlase kera inertsimoment tsentrist läbimineva telje suhtes on  $\frac{2}{5} MR^2$ , kus  $M$  on kera mass ja  $R$  kera raadius.

Ühtlase püstsilindri inertsimoment silindri telje suhtes on  $\frac{1}{2} MR^2$ , kus  $M$  on silindri mass ja  $R$  põhja raadius.



105. joon.

1. Oletades, et Maa on ühtlase tihedusega  $(5,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$  kera, arvuta Maa pöörlemise hoog ja võrdle seda Maa edasilikumise ehk tiirlemise hooga!

2. Kuidas oleks võimalik masina hooratta hoogu arvutada?

**83. Energia.** Töö tegemisel ületame keha liikumise takistusi, nagu raskustungi, hõõrdumist, keskkonna takistust jne. Ilma takistuste ületamiseta ei ole tööd, samuti kui ei ole tööd ilma liikumiseta. Nagu eespool nägime, võib iga liikuv keha teha tööd oma hoo arvel, näiteks aurukatla hooratas ümber vedades masinaid, liikuv kahurikuul kindlustist lõhkudes jne. Hoo valemist  $\frac{mv^2}{2}$  järgneb, et liikuva keha võime teha tööd on võrdeline keha massiga ja kiiruse ruuduga. Too näiteid selle kohta!

Kuid võime teha tööd pole mitte ainult liikuvail kehadel, vaid ka inimese- ja loomakeha lihastel, ülestõstetud koormistel (kellapommid), kokkukeeratud vedrul (kellavedru), kokkusurutud aurukatlas, lõhkeainetel (püssirohi, dünamiit) jne.

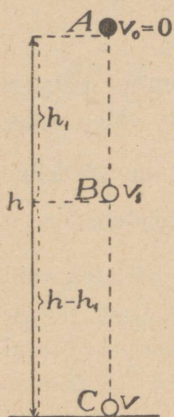
Keha võimet teha tööd nimetatakse keha **energiaks**. Kehas olevat energiat mõõdetakse selle tööhulga abil, mida keha teha suudab. Niisiis on energia kehas olev töötagavara.

Too näiteid kehadest, milles on energiat!

**84. Kineetiline ja potentsiaalne energia.** Mitmesugused energia liigid jagatakse harilikult kahte rühma: kineetiline ja potentsiaalne energia. Kineetiline ehk liikumisenenergia on seotud liikumisega ühel või teisel kujul. Siia kuuluvad: liikuva keha energia (hoog), soojus, üldse igasuguste kiirte energia (hääle, valguse, soojuse jne. kiired) ja elektrivoolu energia. Potentsiaalne ehk asendi energia oleneb kehade või keha osade vastastikusest asendist, näiteks Maa — kivi jne. Siia kuuluvad raskuse-, vetruvuse-, keemiline, elektrilaengu-, magneti- ja muskli-energia.

**85. Näiteid energia muundumisest.** a) Keha, mille mass  $m$  grammi, on tõstetud  $h$  cm Maa pinnast kõrgemale. Seejuures on tehtud  $mg h$  ergi tööd. Kui ülestõstetud keha on paigal, siis

temal kineetilist energiat ei ole, küll aga omab ülestõstetud keha potentsiaalset energiat, mille hulk mõõtab keha raskuse ja tõstmise kõrguse korrutisega ( $mg h$ ). Tõepoolest langeb ülestõstetud ja lahtilastud keha raskustungi mõjul Maa peale ja võib seejuures teha tööd niisama palju, kui palju tööd kulutati keha ülestõstmiseks. Kui näiteks 5 kg tõsta 2 m kõrgusele, siis teeme raskustungi ületamiseks  $5 \cdot 2$  ehk 10 kgm tööd. Lahtilastud keha raskustung teeb langemisel 10 kgm tööd. Mida madalamale jõuab seejuures keha, seda väiksemaks muutub tema potentsiaalne energia ( $mg h$ ), kuna kineetiline energia langemisel järjest suureneb.



106. joon.

Hoo valemi abil on kerge näidata, et langeva keha potentsiaalse ja kineetilise energia summa on alati jääv ning võrdub ülestõstmiseks kulutatud tööga.

Julius Robert Mayer, 1814—1878, energia jäävuse seaduse tähtsaid põhjendajaid, kuulus saksa arst, sündis 1814. a. Heilbronnis apteekri pojana. Õppis Tübingenis arstiteadust. 1840. a. võttis laevaarstina osa Jaava-reisist, kus tuligi mõttele energia muundumisest. Hiljemini (1842) oli linnaarstiks Heilbronnis. On avaldanud oma kutsetöö kõrval rea teaduslikke töid, milledest tähtsaim on 1842. a. ilmunud „Über die Kräfte der unbelebten Natur“, kus ta esimesena määrab soojuse mehhaanilise ekvivalendi. Mayeri tööd leidsid kaasaeglaste poolt täit tunnustust alles veidi aega enne ta surma (1878).



107. joon.

Olgu keha kiirus asendis  $A$   $v_0 = 0$ , asendis  $B$  —  $v_1$  ja asendis  $C$  —  $v$  (106. joon.). Rakendades hoo valemi keha langemisele  $B$ -st  $C$ -sse, saame, kui  $p = mg$ :

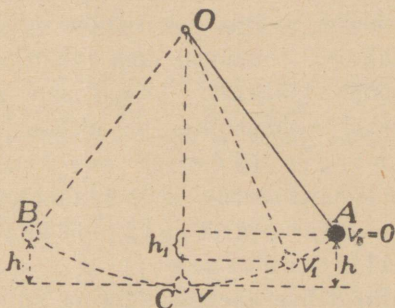
$$p(h - h_1) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

millest  $p(h - h_1) + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = ph$ , sest  $ph = \frac{mv^2}{2}$ .

Siit näeme, et keha langemisel toimub alaline potentsiaalse energia muundumine kineetiliseks ja kogu aeg on mõlema energialiigi summa jääv. Püsti ülesvisatud keha puhul toimub ümberpööratud nähtus: kineetiline energia muundub potentsiaalseks.

Tõesta, et ka sel puhul on mõlema energialiigi summa jääv ja võrdub keha hooga liikumise alguses!

b) Samuti võime kergesti näidata, et ka pendli võnkumisel on potentsiaalse ja kineetilise energia summa alati jääv (108. joon.). Pendli massi  $m$  grammi tasakaaluasendist  $C$  viies asendisse  $A$  teeme  $mg h$  ergi tööd, mis pendel saab



108. joon.

potentsiaalse energia näol ning mis on pendli edaspidise võnkumise põhjuseks. Liikudes asendist  $A$  asendisse  $C$  langeb pendli mass järjest allapoole, potentsiaalne energia väheneb, kuid kineetiline energia seevastu suureneb. Pendli massi kiiruse asendis  $C$  saame

valemist  $mg h = \frac{mv^2}{2}$ , millest  $h = \frac{v^2}{2g}$  ja  $v^2 = 2gh$ . Saadud hoo

arvel tõuseb pendli mass teisel pool tasakaaluasendit  $C$  samale kõrgusele, millest pendel lahti oli lastud, sest kineetiline energia muundub potentsiaalseks. Tõepoolest, olgu asendi  $B$  kõrgus  $C$  suhtes  $h_1$ . Siis kirjutame hoo valemi põhjal:

$-mg h_1 = -\frac{mv^2}{2}$ , sest lõppkiirus on null. Siit leiame, et

$$h_1 = \frac{v^2}{2g} = h.$$

Olgu mõnesuguses asendis pendli massi kiirus  $v_1$  ja langemiskaugus algasendist  $h_1$ . Rakendades hoo valemit saame:

$$mg(h - h_1) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \text{ millest } mg(h - h_1) + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} = \\ = mgh = \text{const.}$$

1. Näita, et mööda kaldpinda alla- või ülesveereva keha potentsiaalse ja kineetilise energia summa on jääv!

2. Tee riist, millega võib näidata, et pendli mass tõuseb alati kõrgusele, millest ta oli lahti lastud, hoolimata pendli pikkusest (Galilei pendel)!

**86. Energia jäävus.** Eelmises §-s käsitletud näidetes võisime tähele panna, et keha potentsiaalne energia (ülestõstetud keha) võib muunduda kineetiliseks (kiirus) ja ümberpöörduvalt, kusjuures mõlema energia kogusumma on alati jääv. Eeltingimuseks on, et nähtused toimuvad ilma liikumise takistusteta (hõõrdumine, keskonna takistus). Leitud side potentsiaalse ja kineetilise energia vahel mehhaanikas on üldine ja teda nimet. mehhaanilise energia jäävuse seaduseks, mille võime üldkujul sõnastada järgmiselt: niipalju kui keha kaotab potentsiaalset energiat, niisama palju peab ta kineetilist energiat juurde saama, ehk: **potentsiaalse ja kineetilise energia summa on jääv.**

Meil ei ole võimalik tekitada liikumist ilma takistuseta (hõõrdumiseta), seetõttu puudub meil võimalus mehhaanilise energia jäävust tegelikult nii-öelda puhtal kujul demonstreerida. Arvesse võttes teisi meile tuntud energialiike (soojuse-, elektri- jne. energia) on võimalik näidata, et energia jäävuse seadus on kehtiv kõigi füüsikaliste nähtuste kohta.

Töötamisel kulutatud energia ei hävi. Iga töö tagajärjena ilmub kuski uus energia-tagavara, kas sama või mõnd teist liiki; näiteks keha liikumapanemiseks ära kulutatud töö tagajärjena saame ülestõstetud keha potentsiaal-energia, hõõrdumise ületamise tagajärjena soojusenergia jne.

Kui võrrelda töötegemisel äratarvitatud energia hulka selle töö hulgaga, mis ilmub töö tagajärjena, siis leiame, et mõlemad energia hulgad on võrdsed, s. o. mõlemate nende energia hulkade täielisel tööks muundumisel saaksime ühepalju tööd. Selles sei-

sabki nn. **energia jäävuse seadus:** niivõrra kui loodusnähtusi on uuritud, pole seni kuski tähele pandud energia hävimist, vaid ainult tema ekvivalentset muundumist ühest liigist teise.

Täpsed mõõtmised näitavad, et mehhaanilise energia soojuseks muutumisel annab iga 427 kgm ühe kilokalori soojust ja ümberpöördult. Selle põhjal võime alati arvutada, kui palju tööd on võimalik saada antud soojushulga arvel.

1. Nimeta meile tuntud energiaallikad!
2. Mispärast lähevad vasar ja alasi tagumisel soojaks, samuti saeleht saagimisel, puur puurimisel, traat painutamisel jne.?
3. Jälgi energia muundumist Päkese kiirte energiast kuni elektrivalguseni!
4. Mis juhtuks siis, kui Maa oma liikumisel ümber Päkese jääks äkki seisma? Mitu kilokalorit soojust vabaneks iga 1 kg massi hoo arvel?
5. Kui suur peaks vähemalt olema seatinakuuli kiirus, et ta äkki seisma jäädes ära sulaks?
6. Kui palju soojeneb vesi Narva joast (7 m) allalangemisel?
7. Vasta sama küsimus Niagara (50 m) ja Reini (19 m) jao kohta!

**87. Energia hajumine.** Energia jäävuse seadus ütleb, et energia ei hävi, vaid looduses toimub ainult energia muundumine ühest liigist teise. Nüüd tõuseb küsimus, kas energia muundumine on igas suunas ühteviisi võimalik või mitte. Kas näiteks saame niisama kergesti muundada tööd soojuseks kui soojust tööks, elektrivoolu energiat soojuseks kui soojust elektrienergiaks jne.? Vaatlus ja katse näitavad, et kõik energia muundumised ei toimu mitte ühteviisi kergesti. Me võime kõik need nähtused (energia muundumised) jagada kahte liiki: loomulikud, s. o. niisugused, mis toimuvad nii-öelda iseenesest, näiteks: töö muundumine soojuseks, soojuse liikumine kuumalt kehalt külmemale, difusioon jne., ning mitteloomulikud, kus energia muundumine nii-öelda iseenesest ei toimu, nagu soojuse muundumine tööks jne. Sellest järeldame, et looduses on valitsemas teatav tendents, milles nähtused toimuvad. Mitteloomuliku nähtuse tekitamine (soojuse muundumine tööks aurumasina abil) on võimalik ainult siis, kui sellega nii-öelda vastutasuks kaasas käib loomulik nähtus (soojuse liikumine kuumalt kehalt jahedamale, aurumasinast jahutajasse).

Selle kõigi loodusnähtuste üle valitseva tendentsi sõnastas Lord Kelvin († 1907) järgmiselt: kõik energia liigid püüavad muunduda soojuseks, viimane aga püüab levida igale poole üht-

laselt ja lõpuks kiirguda maailmaruumi laiali. Kõik energia pinevuste vahed püüavad tasanduda.

Et meil tegelikult on tähtis töö, iga energia liik aga mitte ühte viisi kergesti ei muutu tööks, seepärast pole kasutamise mõttes mitte ükskõik, mis-sugusel kujul teatav energia hulk meile on antud. Meie veekogud näiteks sisaldavad väga suurel hulgal soojusenergiat, kuid me ei saa seda kasutada.

**88. Perpetuum mobile** all mõeldakse masinat, mis ilma ühegi energia juurdetulekuta, nii-öelda iseenesest, igavesti liiguks ja mitte ainult liiguks, vaid ka tööd teeks. Perpetuum mobile ehitamine oli väga moes ajal, kus ei tuntud veel energia jäävuse seadust. Meiegi päevil leidub lihtinimesi, kes enesele perpetuum mobilet püüavad ehitada, et siis temast lõpmata tööd ammutada. Perpetuum mobile käib energia jäävuse seaduse vastu, sest tööd võime teha ainult mõne teise töö-tagavara arvel, mitte aga ei millestki. Seepärast on perpetuum mobile ehitamine võimatu.

### 89. Mehhaanika mõõtühikute tabel.

Nimetus		Tähistus	Absoluutne süsteem	Tehn. süsteem
Põhi- ühikud	Pikkus	$l$	1 cm	1 m
	Mass	$m$	1 g	1 tehn. m.-ü. = 9,8 kg
	Aeg	$t$	1 sek	1 sek
Kiirus	$v$	$1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$	$1 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$	
Kiirendus	$a$	$1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$	$1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$	
Tung	$f$	1 düün	1 kg-tung	
Töö, energia	$A$	1 erg 1 J = $10^7$ ergi	1 kgm = 9,81 J	
Võimsus	$N$	1 W = $1 \frac{\text{J}}{\text{sek}}$ 1 kW = $10^3$ W = = 1,36 HJ	1 HJ (PS) = $75 \frac{\text{kgm}}{\text{sek}} =$ = 736 W	

### III. Vedelikud ja gaasid.

#### Aine ehitus.

90. **Molekulid ja aatomid.** Iga ainet, näiteks vett, rauda, soola jt., võime jagada järjest väiksemateks osadeks. Tegelikult pole meil aga võimalik osakeste väiksuse tõttu mehhaaniliste vahenditega jagamist liiga kaugele jätkata. Vedelikus lahustunud värvainete (fuksiin, fluorestsiin) ning lõhnade levimise põhjal peame küll järeldama, et aine võib jaguneda väga väikesteks osakesteks. Iga sellise osakese tähtsamaks omaduseks on, et ta evib kõiki selle keha omadusi, millest ta jagunemise teel on saadud. Kuid keemiast tuntud aatomiõpetuse järgi on aine jagamisel oma piir, millest kaugemale minna ei saa. Nagu suuremat õpilaste rühma võime jagada järjest väiksemateks õpilaste rühmitusteks ning sedaviisi lõpuks välja jõuda ühe õpilaseni, kus jagamine lõpeb, samuti on lugu ka ainega. Kõige väiksemaks aine ehituskiviks on **molekul**. Näiteks kõige väiksemaks vee osaks on vee molekul, millel on veel kõik vee omadused. Kui aga vee molekuli kui lihtaine lahutada keemiliselt ta algosadeks — vesiniku ja hapniku **aatomiteks**, siis sellega ühtlasi lakkab olemast vesi ja saame sootuks teised ained, mis on veest erinevad.

Iga lihtaine ehk element (hapnik, vesinik, raud jt.) koosneb eri liiki aatomeist. Sama lihtaine aatomid on aga kõik ühesugused. Lihtaine (sool, vesi jt.) kõige väiksem osa — molekul — koosneb kahe või enam lihtaine aatomeist. Ka lihtaine aatomid esinevad sageli kahe-, kolme- jne. kaupa molekulideks seotult.

Näiteks koosnevad vesiniku ja hapniku molekulid kahest aatomist, osoon kolmest hapnikuaatomist jne.

Molekulid ja aatomid ei asetse kehas tihedasti üksteise ligi, otseses kokkupuutumises, vaid nende vahel on ruumi. Seda tõendavad mitmesugused nähtused. Nii on gaasid hõlpsasti kokkusu- rutavad, samuti võime kokku suruda ka vedelikke ning tahkeid kehi, kuigi väiksemal määral. Temperatuuri tõustes keha ruumala suureneb, temperatuuri langedes väheneb. Mõnede vedelike segu- nemisel ruumala väheneb (1 liiter piiritust 1 liitri veega segatult annab 1,94 liitrit segu).

Molekulide arv kehas on väga suur. Näiteks 1 cm<sup>3</sup> õhku (normaal- tingimustes) sisaldab  $27 \cdot 10^{18}$  molekuli. Sellest võime hõlpsasti arvutada keskmiselt iga molekuli kohta tuleva ruumala. Olgu see  $x$  cm<sup>3</sup>. Siis  $27 \cdot 10^{18} \cdot x = 1$ , millest  $x = \frac{1}{27} \cdot 10^{-18} = 3,7 \cdot 10^{-20}$  cm<sup>3</sup>. Seda ruumala ( $x$ ) väikese kuubina kujutades võime hõlpsasti arvutada tema serva pikkuse  $a$ . Tõepoolest,  $a^3 = 3,7 \cdot 10^{-20}$ , millest  $a = \sqrt[3]{3,7 \cdot 10^{-20}} = 3,33 \cdot 10^{-7}$  cm.

Vedelikes ja tahketes keha- des on molekulid üksteisele tundu- valt lähemal kui gaasides. Nii sisaldab 1 cm<sup>3</sup> vett  $3,37 \cdot 10^{22}$  mole- kuli. Eelmisel viisil arvutades leiame, et iga veemolekuli kohta tuleva ruumikuubiku serva pikkus on  $1,44 \cdot 10^{-8}$  cm. Üldse peame mees, et molekuli kui ka aatomi läbimõõdu suurusjärk on  $10^{-8}$  cm. Nende massi suurusjärk on hoopis väiksem. Nii on 1 vesiniku- aatomi mass  $1,67 \cdot 10^{-24}$  grammi.

Kõike eelöeldut aine ehituse kohta võime lühidalt kokku võtta järgmiselt:

Aine kõige väiksemateks ehituskivideks on aatomid ja molekulid. Kõik sama aine aatomid ja molekulid on ühesugused ning nad ei asetse kehas otse üksteise ligi, vaid nende vahel on ruumi. Aatomite ja molekulide suurusjärguks on  $10^{-8}$  cm.

Eelmise kujutluse põhjal on aatom kõige väiksem tervik- ehituskivi, millest koosneb aine. See ei tähenda aga sugugi, nagu oleks aatom hoopis jagamatu, mida enam mingisugusteks

osadeks lahutada ei saa. Nagu hiljemini elektriõpetuses näeme, on aatom omaette keeruline süsteem, mis koosneb nn. tuumast ja selle ümber tiirlevatest elektronidest.

**91. Tahked, vedelad ja gaasilised kehad.** Kõik füüsilised kehad ehk lihtsalt kehad koosnevad ühest või teisest ainest (vesi, õhk, puu, raud). Aine kõige väiksemad ehituskivid (molekulid, aatomid) on üksteisega seotud tungidega, sest muidu langeks keha nii-öelda koost ära. Molekulide vahel mõjuvad tungid võivad olla väga erinevad. Seetõttu avaldavad kehad ka väga erinevalt vastupanu oma kuju või ruumala muutustele väliste tungide mõjul, sest selliste muutuste puhul peavad muutuma aine kõige väiksemate osakeste vastastikused asendid.

Aluseks võttes kehade suhtumist nende kuju või ruumala muutmisse väliste tungide mõjul (nende vastupanuvõimet sellistele muutustele), eristatakse kehadel kolm esinemisvormi ehk nn. agregaatolekut: tahke, vedel ja gaasiline olek.

Tahked kehad avaldavad üldiselt tugevat vastupanu nii kuju kui ka ruumala muutustele. Mõned neist, nagu kivi, teras, klaas, säilitavad sedavõrd hästi oma kuju ja ruumala, et teatud tingimustes võime koguni mitte arvestada esinevaid väiksemaid muutusi tungide mõjul ja lugeda neid kõvadeks kehadeks mehaanika mõttes.

Vedelad kehad (vesi, piiritus, petrooleum) avaldavad võrdlemisi tugevat vastupanu ruumala muutustele, kuigi suhteliselt vähem kui tahked kehad. Kuju muutustele ei avalda vedelad kehad mingisugust vastupanu. Nad võtavad alati selle anuma kuju, kuhu nad on paigutatud.

Gaasilised kehad (õhk, veeaur) avaldavad, võrreldes vedelikkudega, suhteliselt nõrka vastupanu ruumala vähendamisele, kuid ruumala suurendamisele ja kuju muutmisele ei avalda nad üldse vastupanu. Gaaside üldiseks omaduseks on lõpmata paisuda ja täita ühtlaselt kogu ruumi, kus nad asetsevad.

Nagu hiljemini näeme, ei ole keha esinemisvormid ehk agregaatolekud (tahke, vedel, gaasiline) seotud üksikute ainetega, vaid, ole-

nevalt temperatuurist ja rõhumisest, võib iga aine esineda kas tahkes, vedelas või gaasilises olekus (jäa, vesi, aur).

**92. Kristalsed ja amorfseid kehad.** Paljud ained (keedu-sool, räni, raud) esinevad looduses korrapäraste hulktahukadena, nn. kristallidena. Olenevalt tahkude arvust, kujust ja nende vastastikusel asetusest esineb kristalle õige mitut liiki (kuubid, risttahukad, tetraeedrid, oktaeedrid jt.).

Kehasid, millede aine esineb kristallidena, nimetatakse kristalseteks vastandina mittekristalsetele ehk amorfsetele kehadele. Lähem tahkete kehade ehituse uurimine näitab, et nende kehade iseloomulikuks jooneks on just kristalne struktuur, kuigi see iga kord ei paista hästi silma. Näiteks metallid näivad esimesel pilgul kuuluvat amorfsete kehade liiki, sest neile võib anda igasugust kuju, millel pole midagi ühist kristalliga. Tõepoolest aga koosnevad metallid õige väikestest kristallidest, mida võib hõlpsasti tähele panna mõne metalli värsket murdekohta läbi luubi või mikroskoobi vaadeldes. Metallide näiv amorfusus oneneb kristallide väiksusest.

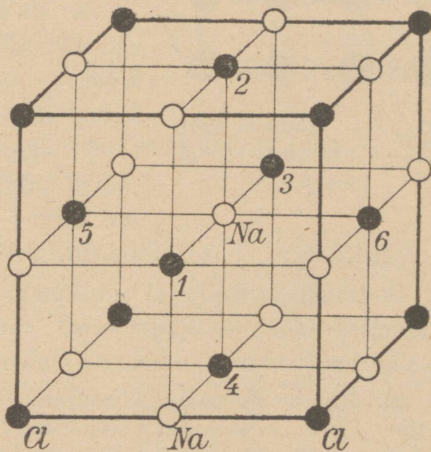
Amorfsete kehade hulka kuuluvad klaas, pigi, vaha, rasv ja paljud teised. Nende kehade ehitust mikroskoobi abil uurides ei märka me neis kristalset struktuuri.

Huvitav on märkida, et amorfseid kehad oma füüsikaliste omaduste poolest on vedelikkudele lähemad kui tahketele kehadele. Näiteks pigi, mis harilikus olekus esineb hapra tahke kehana, käitub kui vedelik: tahke pigitiiki pinnale pandud raske asi vajub pikapeale sisse (upub), samuti kerge asi (kork), mis on paigutatud anuma põhja ja millele on pigi peale valatud, ujub pikapeale pinnale. Muidugi, selliste katsete korraldamiseks kulub rohkesti aega — nädalaid ja kuid. Seega võime amorfseid kehi vaadelda kui vedelikke, millede aineosakesed pole üksteise suhtes nii liikuvad kui harilikkudel vedelikkudel. Neil on, nagu öeldakse, suurem sisehõõrdumine. Seepärast vajavadki nad pikemaajalist tungide mõju vedelikega ühiste omaduste esiletulekuks.

**93. Kristalli ehitus. Ruumvõre.** Tahkete kehade esinemine korrapäraste kristallide kujul on viinud teadlasi (Bravais, Frankenheim, XIX saj. keskpaiku) mõttele, et ka aine väiksemad ehitus-

kivid — aatomid ja molekulid — peavad olema paigutatud kristallis endas mitte kuidas tahes segamini, vaid korrapäraselt. Oletus kristallide korrapärasest siseehitusest (struktuurist) leidis hiljemini katselise kinnituse röntgenikiirte kristallist läbimisega seotud nähtuste uurimisel (v. Laue, 1912). Sellele toetudes võime väita, et aatomid ja molekulid on paigutatud kristallis korrapäraste ridadena, mis ise keskis lõikudes moodustavad nn. ruumvõre. Nende ridade lõikepunktid moodustavad ruumvõre sõlmpunktid ehk lihtsalt sõlmed ja neis asetsevadki üksikud aatomid, nende rühmitused või molekulid.

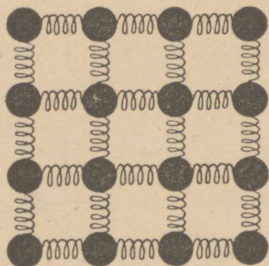
Näitena vaatleme lähemalt keedusoola (NaCl) kristalli struktuuri kui ühte lihtsamaist. Nagu teame, esineb keedusool kuubiliste kristallidena. Seetõttu on loomulik, et ka keedusoola koostisosakeste, s. o. Na ja Cl aatomite read on paigutatud nõnda, et nende lõikekohad (sõlmed) on väikeste kuubikeste tippudeks. Selline paigutus võimaldab nende väikeste kuubikeste tihedal liitumisel üksteisega suuremate kuupide moodustumist, nagu me seda keedusoola puhul näeme.



109. joon. Keedusoola kristalli ruumvõre.

109. joon. on kujutatud tükike keedusoola ruumvõrest, mida võime mõttes pikendada igas suunas. Kuubikeste tippudes asetsevad vaheldumisi Na (valged ringid) ja Cl (mustad) aatomid. Iga niisuguse elementaarkuubikese tippudes on mõlemaid liiki aatomeid ühepalju (4), sest keedusoola molekul (NaCl) koosneb ühest naatriumi ja ühest kloori aatomsit. Huvitav on siin tähele panna, et keedusoola kristalli ehituskivideks pole mitte molekulid, vaid aatomid. Edasi,

iga Na aatom pole seotud ainult ühe Cl aatomiga, nagu seda vahest võiks järeldada keedusoola molekuli valemist (NaCl), vaid koguni kuuega. Sama kehtib muidugi ka Cl kohta. Tõepoolest 109. joon. nähtub, et selle keskmine Na aatom asetseb võrdses kauguses kuuest (1—6) Cl aatomist. Sidemete rohkusest eri liiki aatomite vahel on kristalli ehituse tugevus.



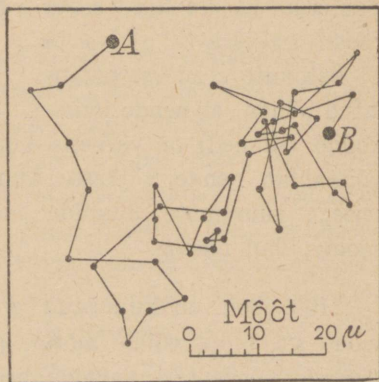
110. joon. Aatomid kristallis on üksteisega seotud tungidega.

Kristallid on oma ehituselt väga püsivad moodustised. Tähen­dab, nende ehituskivid — antud juhul aatomid — peavad olema üksteisega seotud võrdlemisi tugevate tungidega. Piltlikult võiksime seda endile kujutella nõnda, nagu oleksid sees olevad aatomid ühendatud väikeste terasvedrudega, mis aatomeid nende tasakaaluasendis hoiavad.

Aatomid kristallis ei püsi paigal, vaid nad on alalises võnkliikumises oma tasakaaluasendi ümber. Võnkumise sagedusest ja amplituudist on aatomi kineetiline energia.

**94. Browni liikumine.** Lisandame vette mõnd lahustumatut peenikest pulbrit, näiteks hiina tušši, sest see koosneb õige peenikesest söetolmusest. Nüüd asetame tilga seda vedelikku mikroskoobi alus- ja katte­klaasi vahele ning vaatleme teda mõnesajakordse suurendusega. Siis võime tähele panna vees hõljuvate söekübemekete alalist korrapärast sinna-tänna liikumist, nagu see on kujutatud 111. joon. Sellist nähtust kutsutakse tema avastaja (inglise botaanik Brown, a. 1827) nime järgi Brow­ni liikumiseks. Kauga aega ei suudetud Brow­ni liikumisele õiget seletust anda. Alles molekulaarteooria põhjal saab see huvitav nähtus meile täiesti mõistetavaks.

Iga keha, antud juhul vee molekulid on alalises kiires liikumises. Ve­es hõljuvad söekübemekesed saavad ümberolevatelt veemolekulidelt iga hetk hulga tõukeid ja nad hakkavad liikuma nende tõugete resultandi suu-



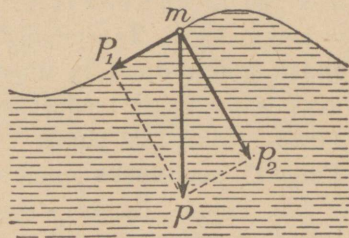
111. joon. Brow­ni liikumine.

nas. Et aga igal järgmisel hetkel uute tõugete mõjul muutub tõugete resultandi suund, siis seetõttu peab muutuma ka hõljuva kübemekese liikumise suund. Seega on korrapäratud Browni liikumises tingitud vedeliku molekulide liikumise korrapäratusest; ühes sellega on Browni liikumine molekulaarteooria otseseks tõestuseks molekulide korrapäratu liikumise osas.

## Rõhumise nähtused vedelikkudes.

**95. Vedelikkude üldomadusi.** Vedelikus on aineosakesed hästi tihedasti koos ja väga liikuvad. Seetõttu püüavad vedelikud säilitada oma ruumala, kuid mitte kuju. Vedeliku osakeste kergest liikuvusest järeldub ka, et vedelik võib tasakaalustada ainult ta pinnaga risti (normaalselt), mitte aga

puuteliselt (tangentsiaalselt) rakendatud tunde. Seetõttu ongi vedeliku vaba pind tasakaalu korral alati rõhtne, s. o. risti raskustungiga. Tõepoolest, kui vedeliku vaba pind asetuks horisondi suhtes kaldu (112. joon.), siis saaksime vedeliku pinnaosakeste jaoks tasakaalustamata raskuskomponendi  $p_1$ , mis nad mööda pinda liikuma paneks madalama koha suunas. Teine komponent kui normaalselt mõjuv tasakaalustuks vedeliku vasturõhumisega.



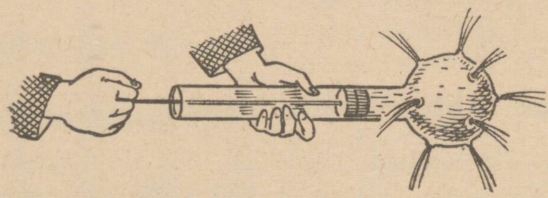
112. joon. Vedeliku vaba pind peab olema risti raskustungiga.

Edaspidisel vedelikkude omaduste käsitlemisel on aluseks võetud eeldus, et meil on tegemist nn. ideaalsete vedelikkudega, s. o. sellistega, millede osakesed liiguvad üksteise suhtes täiesti ilma hõõrdumiseta ning mis säilitavad täiesti oma ruumala. Tegelikult kõik meile tuntud vedelikud neid tingimusi täiel määral ei rahulda.

**96. Rõhumise edasiandumine vedelikus. Pascal'i seadus.** Rõhumise all mõistetakse tungi rakendumist kehasse pinna kaudu ja nimelt risti pinnaga. Näiteks tool rõhub põrandat toolijala

ja pöranda kokkupuute pinnal, maja sein rõhub oma raskusega maja alusmüüri. Üldse võivad tahked kehad rõhumist edasi anda peaaegu ainult ühes teatavas suunas.

Kuidas vedelikud rõhumist edasi annavad, seda näeme järgmisest katses (113. joon.).



113. joon. Rõhu edasiandumine vedelikus.

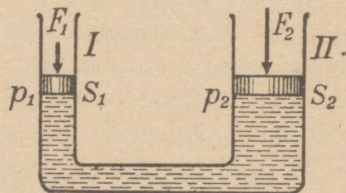
Õõnes kera on ühendatud toruga, milles käib tihedalt edasi-tagasi kolb. Täidame riista veega ja rõhume kolviga. Kera augu-

kestest purskuvad nüüd veejoad igas suunas laiali. Kõik joad on ühetugevused; see näitab, et kolvi rõhumine vees andub edasi igas suunas ühteviisi. Sama nähtus kordub ka kõigi teiste vedelikkudega.

Tähendab, **kõik vedelikud annavad rõhumist edasi igas suunas ja ühteviisi.** Selle vedelikkude põhiomaduse avastas prantsuse teadusmees Pascal (1623—1662), mispärast seda ka **Pascal'i seaduseks** nimetatakse.

1. Kuidas annavad rõhumist edasi herved, haavlid, viljaterad salves, lina-seemned jne.? Katsu võrdluseks nende nähtustega selgitada rõhu edasiandumist vedelikes!

2. Tugeva hoobiga vedelikuga täidetud pudeli korgi pihta võib pudeli puruks lüüa. Mispärast?



114. joon. Vesipressi skeem.

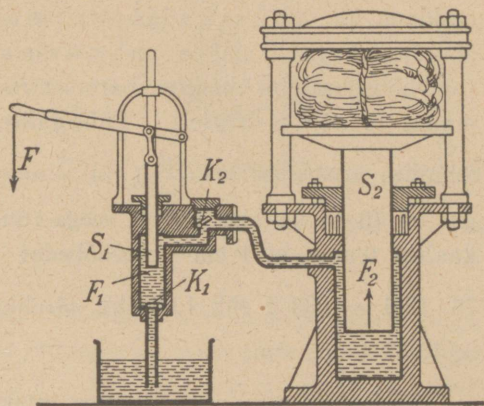
**97. Vesipress.** Vedeliku tasakaalu üle otsustamiseks ja rõhumise suuruse võrdlemiseks tuleb arvutada ühele pinnauhikule mõjuva tungi suurus. Kui näiteks (114. joon.) I silindris kogu kolvi ja vedeliku kokkupuute pinnale ( $S_1$ ) mõjub tung  $F_1$ , siis ühele pinnauhikule mõjuva tungi suurus  $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$ . Samuti leiame

II silindri kolvi jaoks:  $p_2 = \frac{F_2}{S_2}$ . Et Pascal'i seaduse järgi rõhumine vedelikus andub edasi igas suunas ühteviisi, siis tasakaalu korral peavad selles vedelikus ühele pinnauhikule mõjuvate

tungide suurused olema igas kohas võrdsed, s. o.  $p_1 = p_2$  ehk  $\frac{F_1}{S_1} =$   
 $= \frac{F_2}{S_2}$ , millest  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$ .

Viimasest võrdusest näeme, et tasakaalu korral on vedeliku pinnaga risti mõjuvad tungid ( $F_1$  ja  $F_2$ ) võrdelised pindade suurustega ( $S_1$  ja  $S_2$ ), milledesse need tungid mõjuvad. Sellel vedeliku omadusel põhinebki vesi- ehk hüdraulilise pressi ehitus. Tahame näiteks II silindri kolviga tekitada hästi suurt rõhumist, siis peame valima silindrite ristlõike pindade suhte  $\frac{S_2}{S_1}$  hästi suure.

Kui  $\frac{S_2}{S_1} = 100$ , siis  $F_2 = 100 F_1$ , s. o. vedelik lükkab parempoolset (II) kolbi 100 korda tugevamini alt üles kui vasemat (I) kolbi lükatakse ülalt alla. Rõhumise suurendamiseks väiksemas silindris kasutatakse kangi. Rõhumist edasiandvaks vedelikuks võib olla mistahes vedelik; harilikult kasutatakse selleks õlisid.



115. joon. Vesipress.

Vesipressiga võib saavutada õige suuri rõhumi (kuni 15 000 tonni). Seepärast kasutatakse vesipressi ehitusmaterjalide tugevuse proovimisel, kohedate ainete (puuvill) kokkupressimisel, trükimatriitside valmistamisel jne.

1. Näita, et vesipressi kohta kehtib kangi puhul tuletatud lause: nii mitu korda, kui me võidame tungi suuruse poolest, niisama palju kordi kaotame tee pikkuse poolest.

2. Vaatle tähelepanelikult 115. joon. kujutatud vesipressi ehitust ja leia joonisest  $F_2$  suurus, kui  $F = 50$  kg!

**98. Rõhumise mõõtmine.** Rõhumise suuruse määramiseks on vaja teada: 1) mõjuva tungi suurus ( $F$ ) ja 2) pinna suurus ( $S$ ), millesse see tung mõjub. Seepärast peab ka rõhumise ühiku fikseerimisel andma kaks komponenti: pinna suuruse ja sellesse mõjuva tungi suuruse. Rõhumist, kus  $1 \text{ cm}^2$ -le mõjub tung  $1 \text{ kg}$ , nimetatakse tehniliseks atmosfääriks (at), sest ta on rõhumisühikuna tehnikas üldiselt tarvitusel. Tehnilisest atmosfäärist tuleb eraldada nn. füüsikaline atmosfäär (Atm), mis võrdub õhurõhumisega  $1 \text{ cm}^2$ -le nn. normaalsetel tingimustel (elavhõbedasamba kõrgus baromeetris  $76 \text{ cm}$   $0^\circ \text{ C}$  juures, merepinnal ja  $45^\circ$  p.-laiusel). Füüsikalise atmosfääri väljendamiseks tehnilise atmosfääri ( $1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ) abil leiame elavhõbedasamba, mille kõrgus on  $76 \text{ cm}$  ja alus  $1 \text{ cm}^2$ , seega ruumala  $76 \text{ cm}^3$ , raskuse. Erikaalust teame, et  $1 \text{ cm}^3$  elavhõbedat kaalub  $13,6 \text{ g}$ ,  $76 \text{ cm}^3$  aga  $76 \cdot 13,6 = 1033 \text{ g}$  ehk  $1,033 \text{ kg}$ , järelikult  $1 \text{ f. atm.} = 1,033 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 1,033 \text{ tehn. atm.}$

CGS-süsteemis on rõhumise ühikuks  $1 \frac{\text{dün}}{\text{cm}^2}$  ehk  $1 \text{ baari}$ .  
 $1 \text{ t. atm.} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ baari}$ .

Kui tegelikus elus kõneldakse atmosfäärist kui rõhumise ühikust, siis on harilikult tegemist rõhumisega  $1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  ehk tehn. atmosfääriga.

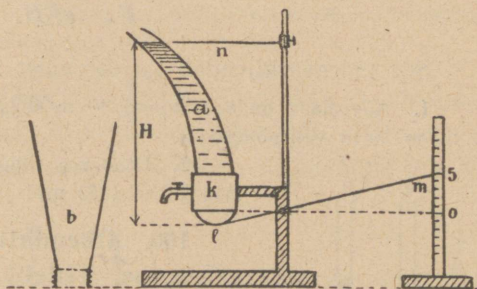
Rõhumise suuruse hindamisel me harilikult ei arvesta pinna suurust, millesse tung mõjub, ning seetõttu sageli saame eksliku kujutluse tegelikus elus rakendatavatest rõhumistest. Näiteks olgu õmbleja nõelaotsa läbimõõt  $0,2 \text{ mm}$ , seega läbilõik  $\pi \cdot 0,1^2$  ehk  $0,03 \text{ mm}^2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ . Kui õmbleja sõrmkübara abil rõhub nõelale  $1 \text{ kg}$  tugevuselt, siis nõela ots omakorda töötab rõhumisega

$$\frac{1 \text{ kg-tung}}{3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2} \approx 3000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 3000 \text{ t. atm.}$$

Samuti võiksime näidata, et habemeajamisel on meil tegemist rõhumisega umbes  $10^4 \text{ atm}$ .

## 99. Vedeliku rõhumine anuma põhjale ja vedeliku sees.

Vedelik annab edasi mitte üksnes temale väljastpoolt tekitatud rõhumist, vaid ka vedeliku enda osakeste raskuse rõhumist. Nii rõhuvad ülemised vedeliku osakesed neist allpool olevaid, need omakorda järgmisi, jne. Seetõttu mitte üksnes anuma põhi ja küljed, vaid ka iga pinnaelement vedeliku sees on alalise rõhumise all, mis tekib vedeliku raskusest.

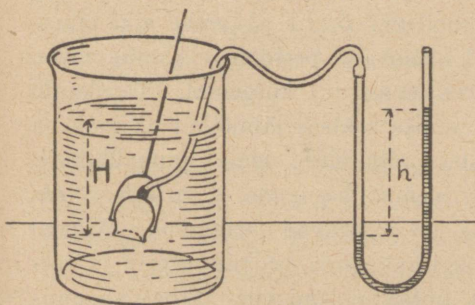


116. joon. Rõhumine põhipinnale ei olene anuma kujust.

Katsed näitavad, et vedeliku rõhumine põhjale ei olene anuma kujust, vaid ainult põhipinna ja anuma sügavuse suurusel ning vedeliku erikaalust. Rõhumine põhjale võrdub

alati selle vedeliku püst-samba raskusega, mille aluseks on anuma põhi ja kõrguseks põhja keskmine sügavus.

Kui anuma põhipinna suurus on  $S$  cm<sup>2</sup>, sügavus (kaugus vabast pinnast ehk nivoost)  $H$  cm ja vedeliku erikaal  $e \frac{g}{\text{cm}^3}$ , siis on rõhumise suurus grammides kogu põhipinnale  $F = eSH$ .



117. joon. Rõhumine vedeliku sees.

Rõhumine antud pinnale vedeliku sees:

- 1) oleneb pinna sügavusest ja on sellega võrdeline; siit järeldub, et samas rõhtsas tasapinnas on rõhumine ühesugune;
- 2) ei olene a) sellest, mis asendis on antud pind (orientatsioonist), kui aga keskmine sügavus ei muutu, ega b) anuma kujust.

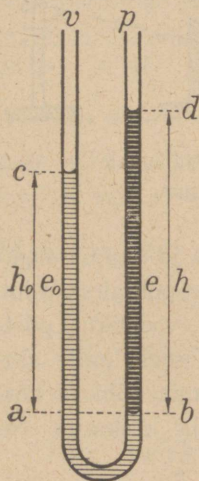
Rõhumise suurus grammides vedeliku sees ( $F$ ) antud pindalale ( $S$ ) võrdub selle vedeliku püstsamba raskusega, mille aluseks on antud pindala ( $S$ ) ja kõrguseks ( $H$ ) aluse keskmine sügavus, s. o.

$$F = eSH.$$

See valem väljendab ka rõhumist anuma küljele.

1. Allveelaev on sukeldunud 40 m sügavusele. Leia merevee rõhumine 1 m<sup>2</sup>-le laeva välispinnast!

2. Leia vee rõhumine Läänemere kõige sügavamas kohas (459 m)!



118. joon. Ühendatud anumad.

**100. Ühendatud anumad sama ja kahe erisuguse vedelikuga.** Katse näitab, et ühendatud anumais, mis täidetud sama vedelikuga, on vedeliku vaba pind (nivoo) alati rõhtne.

Valame nüüd ühendatud anumaisse (118. joon.) kaht erisugust vedelikku, näiteks vett (haru  $v$ ) ja petrooleumi (haru  $p$ ). Et paremini näha, värvime petrooleumi *Radix alcannae* abil punaseks. Nüüd näeme, et petrooleumisamba nivoo ( $d$ ) seisab vee omast ( $c$ ) kõrgemal. Tasakaalu korral peab samas rõhtsas läbilõikes  $ab$  mõlema vedelikusamba rõhumine igale pinnaühikule, näit. 1 cm<sup>2</sup>, olema ühesugune, s. o.  $e_0 h_0 = eh$ , kus  $e_0$  ja  $e$  on vastavad erikaalud. Allpool nivood  $ab$  on torus sama vedelik (vesi) ja seepärast tasakaalus. Siit saame lihtsa valemi vee- ja petrooleumisamba kõrguse võrdlemiseks, nimelt:

$$\frac{h_0}{h} = \frac{e}{e_0},$$

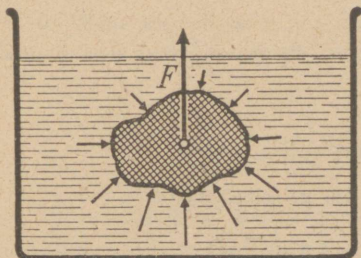
s. o. vedelikusammaste kõrgused on pöördvõrdelised nende erikaaludega.

Selle valemi abil saame määrata vedeliku erikaalu, sest  $e = \frac{h_0}{h} e_0$ . Olgu katsest saadud  $h_0 = 24$  cm,  $h = 30$  cm; vee erikaal  $e_0 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , siis järelikult  $e = \frac{24}{30} \cdot 1 = 0,8 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$ .

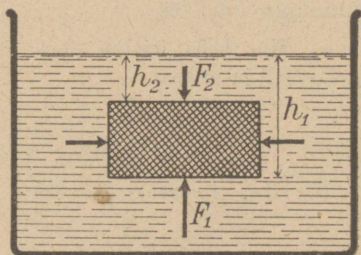
Seleta ühendatud anumate anumaduse põhjal järgmiste riistade ja seadmete tarvitamist: aurukatelde veeklaas, loodimisriist ehk nivelliir, veevärk, purskkaev, kohvikann jne.

Ühendatud anumates on vee nivoo elavhõbeda nivoo 63 cm kõrgemal. Leia elavhõbeda ja vee samba kõrgused!

**101. Archimedese seadus.** Vedelikku asetatud keha on igalt poolt temaga kokkupuutuva vedeliku rõhumise all (119. joon.). Kõiki neid rõhumiskomponente liites saame resultandi  $F$ , mis on



119. joon. Vedeliku üleslükke on ümberoleva vedeliku rõhumise resultant.



120. joon. Üleslükke võrdub väljasurutud vedeliku raskusega.

alati suunatud ülespoole, sest rõhumine keha sügavamal asetsevatele pinnaosadele on suurem kui madalamal asetsevatele pinnaosadele. Nimetame saadud resultandi üleslükketungiks ehk lihtsalt üleslükkeks. Tähistades vedeliku rõhumise risttahukajulise keha alumisele pinnale  $F_1$ -ga, ülemisele pinnale  $F_2$ -ga, võime 120. joon. põhjal öelda, et üleslükke  $F = F_1 - F_2$ , sest külgrõhumised vastastikku tasakaalustuvad. Et aga  $F_1 = eSh_1$  ja  $F_2 = eSh_2$ , siis  $F = eSh_1 - eSh_2 = eS(h_1 - h_2)$ . Sellest näeme, et vedeliku üleslükke temasse asetatud kehasse võrdub keha poolt väljatõrjutud vedeliku raskusega.

Üleslükke mõjub keha raskusele otse vastassuunas. Seepärast keha mõnes vedelikus kaaludes tuleb üleslükke keha raskusest lahutada. Seetõttu iga vedelikku asetatud keha kaotab oma kaalust niipalju, kuipalju kaalub selle

keha poolt väljatõrjutud vedelik. Saadud korrapärasused, mis tulevad Pascal'i seadusest ja vedeliku raskusest, on tuntud Archimedese seaduse nime all.

Olgu keha raskus õhus  $P$  ja selle keha üleslükke antud vedelikus  $F$ . Missuguses tasakaalus on see keha vedelikus, kui  $P = F$ ;  $P > F$ ;  $P < F$ ?

### 102. Erikaalu määramine Archimedese seaduse põhjal.

Archimedese seaduse põhjal on lihtne määrata kehade erikaalu, sest kehade kaalukaotus vees grammides võrdub arvuliselt selle keha ruumalaga  $\text{cm}^3$ -tes.

a) Kui keha kaalub õhus  $P$  g, vees  $P_1$  g, siis on keha ruumala  $P - P_1$   $\text{cm}^3$  ja erikaal

$$e = \frac{P}{P - P_1} \frac{g}{\text{cm}^3}.$$

Näide. Rauatüki  $P = 390$  g,  $P_1 = 340$  g, sellest saame

$$e = \frac{390}{390 - 340} = \frac{390}{50} = 7,8 \left( \frac{g}{\text{cm}^3} \right).$$

b) Kui keha vees põhja ei vaju, näiteks kork, siis tuleb ta erikaalu leidmisel ühendada mõne raskema kehaga (seatina). Olgu korgi kaal õhus  $P$  g, seatina kaal vees  $Q_1$  g ja seatina kaal ühes korgiga vees  $P_1$  g, siis on korgi ruumala  $P - (P_1 - Q_1)$  ehk  $P - P_1 + Q_1$   $\text{cm}^3$  (tõesta seda!) ja erikaal:

$$e = \frac{P}{P - P_1 + Q_1} \frac{g}{\text{cm}^3}.$$

Näide. Korgitüki  $P = 8,9$  g,  $P_1 = 64,5$  g,  $Q_1 = 105,8$  g; leia  $e$ !

c) Vedeliku, näiteks petrooleumi, erikaalu leidmiseks võtame niisuguse keha, mis vees ja antud vedelikus vajub põhja ning ei lahustu, ja vaatame, kui palju kaotab ta oma kaalust antud vedelikus ja vees kaaludes. Saadud arvude suhe ongi otsitav erikaal. Kaalugu näiteks rauatükk õhus  $P$  g, petrooleumis  $P_1$  g ja vees  $P_2$  g, siis on petrooleumi kaal rauatüki ruumala suuruses  $P - P_1$  g ja ruumala  $P - P_2$   $\text{cm}^3$  ning erikaal

$$e = \frac{P - P_1}{P - P_2} \frac{g}{\text{cm}^3}.$$

Näide. Rauatüki  $P = 89,6$  g,  $P_1 = 80,9$ ,  $P_2 = 78,9$  g; leia petrooleumi  $e$ !

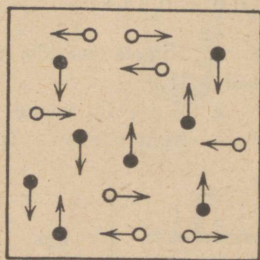
1. Kui palju kaalub lootsik, mis 110 liitrit vett välja surub?
2. Vette asetatud keha kaotab oma kaalust vees 5 g. Kui palju kaotab oma kaalust sama keha, asetatud piiritusse, elavhõbedasse?
3. Seatinatükk kaalub vees 104 g. Kui palju kaalub ta õhus?

4. Mees suudab õhus üles kergitada 100-kilogrammise kivi. Kui suur on kivi ruumala ( $m^3$ ), mille sama mees jõuab vees üles kergitada (erikaal 2,5)?
5. Kui palju kaalub kivi, mis elavhõbedas ujudes  $12\text{ cm}^3$  sisse vajub? Kui suur on selle kivi ruumala (erikaal 2,5)?
6. Veepinnast jääpangast ulatub  $10\text{ m}^3$  veepinnast kõrgemale. Kui suur on selle jääpanga ruumala ja kaal?
7. Kui palju puhast kulda oli Sürakuusa kuninga Hiero kroonis, kui see kaalus õhus 5 kg ja vees 4,7 kg, oletades, et kullale ainult hõbedat oli juurde lisatud?
8. Vaskkera kaalub õhus 264 g, vees aga 221 g. Kas see keha on täis või õõnes? Kui suur oleks viimasel juhul õõnsuse ruumala?
9. Keha kaalub 200 g ja vajub petrooleumis ujudes sisse  $\frac{1}{4}$  oma ruumalast. Leia selle keha ruumala ja erikaal!

## Rõhumise nähtused gaasides.

**103. Gaaside üldomadusi.** Gaasid (õhk, süsihappe- ning valgustusgaas jne.) ei evi kindlat kuju ega ruumala. Nad koosnevad molekulidest, mis on alalises liikumises. See järeldeb gaaside segunemistähtsustest (samasse kinnisse anumasse kaht erisugust gaasi juhtides saame nende ühtlase segu, lõhnade levimine jne.).

Samuti on gaasid kergesti kokkusuutavad. Sellest järeldame, et molekulidevaheline ruum on võrreldes molekulide endi ruumalaga nähtavasti väga suur. Seetõttu asetsevad molekulid üksteisest suhteliselt kaugel ning nende vahel pole märgata mõjumas tunge. Nõnda siis võime kujutella gaasi koosnevana suurest hulgast molekulidest, mis liiguvad ruumis vabalt suure kiirusega. Sellest siis ka gaaside omadus lõpmata paisuda ja täita ühtlaselt ruumi kinnises anum.



121. joon. Gaasi molekulid on alalises liikumises.

Samuti kui vedelik võib gaas tasakaalustada ainult ta pinna rist (normaalselt), mitte aga puuteliselt (tangentsiaalselt) rakendatud tunge; ka rõhumist annavad gaasid edasi

igas suunas ja ühteviisi (Pascal'i seadus), mida on kerge näidata 113. joonisel kujutatud riistaga, tarvitades vee asemel suitsu.

Aineosakesed, millest gaasid koosnevad, tungivad samuti maa poole kui tahkete ja vedelate kehade aineosakesed. Tähendab, gaasidelgi on raskus, neid võib kaaluda, ehkki tahkete ja vedelate kehadega võrreldes on gaasid väga kerged. Näiteks **1 liiter õhku kaalub** normaaltingimustes (temp.  $0^{\circ}$  ja rõhumine 760 mm) **1,293 grammi**.

Et Pascal'i seadus on kehtiv gaaside kohta ja gaasidel on raskus, siis kehtivad rõhumise kohta gaasides samad korrapärasused kui rõhumise kohta vedelikeski. Nii näiteks ülemiste kihtide raskuse mõjul kokkusurutud õhk rõhub iga keha, millega ta kokku puutub, ja mitte ainult ülalt alla, vaid igas suunas. Samuti kui vedelikuski oleneb õhu rõhumise suurus kõrgemal oleva õhusamba raskusest. Edasi iga õhku (gaasi) asetatud keha kaotab oma kaalust nii palju, kuipalju kaalub selle keha poolt väljatõrjutud õhk (gaas) (Archimedese seadus gaaside kohta).

1. Nimeta gaaside, vedelikkude ja tahkete kehade ühised ning erilised omadused!

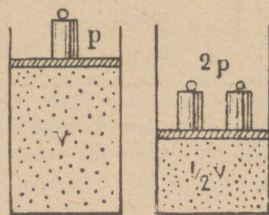
2. Kui palju kaalub  $1 \text{ m}^3$  (sinu klassitoe täis) õhku?

3. Nimeta mõned õhu rõhumist tõestavad katsed!

4. Leia kg-des õhurõhumise suurus  $1 \text{ cm}^2$ ,  $1 \text{ mm}^2$  ja  $1 \text{ m}^2$  kohta!

5. Mitme kilogrammi võrra on õhurõhumine inimese keha välispinnale ( $2 \text{ m}^2$ ) Suur-Munamäe otsas (317 m) väiksem kui merepinnal? Kas inimene tunneb seda rõhumise vahet?

6. Millisel gaaside omadusel põhineb õhupallide (aerostaat) ja õhulaevade (tsepelin) ehitus?



122. joon. Gaasi ruumala vähenemine rõhumise suurenedes.

mise suurenedes gaasi ruumala väheneb ja ümberpöördukt.

Kujutluse põhjal, et gaas koosneb kiiresti liikuvaist molekulidest, on gaasi rõhumine molekulide alalise „pommitamise“ (põr-

#### 104. Boyle-Mariotte'i seadus. Tea-

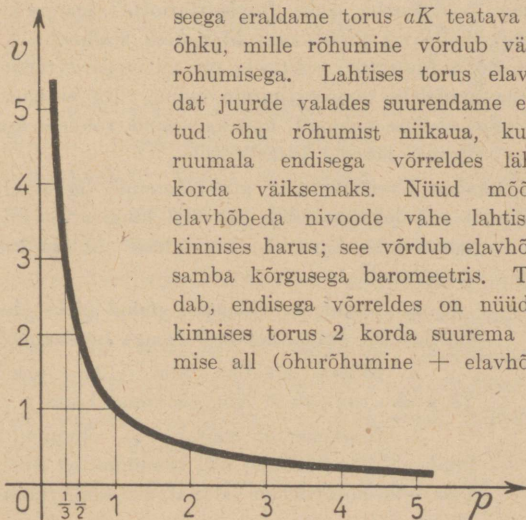
me, et gaasid muudavad rõhumise muutumisel kergesti oma ruumala, nimelt: rõhu-

gete) tagajärg. Sellest järeldub, et ruumala vähenedes näiteks 2 korda molekulide poolt anuma seina „pommitamine“ (põrgete arv) läheb 2 korda sagedamaks (seleta ligemalt, mispärast), s. o. rõhumine suureneb 2 korda (122. joon.).

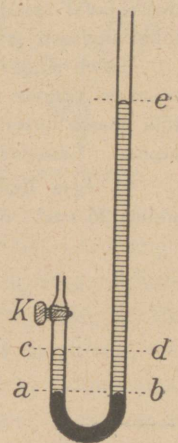
Täpsema olenevuse antud gaasihulga ruumala ja talle vastava rõhumise vahel avastas kõige esiti iirlane Robert Boyle (1627—1691).

Kõverasse torru, kui kraan  $K$  on lahti, valame elavhõbedat kuni nivooni

$ab$  (123. joon.). Keerame kraani kinni, seega eraldame torus  $aK$  teatava hulga õhku, mille rõhumine võrdub välisõhu rõhumisega. Lahtises torus elavhõbedat juurde valades suurendame eraldatud õhu rõhumist niikaua, kuni ta ruumala endisega võrreldes läheb 2 korda väiksemaks. Nüüd mõõdame elavhõbede nivoode vahe lahtises ja kinnises harus; see võrdub elavhõbedasamba kõrgusega baromeetris. Tähen-dab, endisega võrreldes on nüüd õhk kinnises torus 2 korda suurema rõhu-mise all (õhurõhumine + elavhõbeda-



124. joon. Gaasi ruumala olenevus rõhumisest.



123. joon. Boyle'i katse.

samba oma). Et gaasi ruumala oleneb ka temperatuurist, tuleb kogu katse jooksul temperatuur jätta muutumatuks.

Rõhumise ( $p$ ) suurust muutes ja vastavaid ruumala ( $v$ ) suurusi mõõtes leidis R. Boyle nende kahe suuruse vahel järgmise olenevuse:

Jäävas temperatuuris on antud gaasihulga rõhumine ( $p$ ) pöördvõrdeline ruumalaga ( $v$ ), s. o.

$$p : p_1 = v_1 : v \text{ ehk } pv = p_1v_1 = \text{const.}$$

Et antud gaasihulga ruumala vähendamisel ta tihedus suureneb nii mitu korda, kui mitu korda väheneb ruumala, siis võime Boyle'i seaduse väljendada ka järgmiselt:

Jäävas temperatuuris on antud gaasihulga tihedus võrdeline rõhumisega.

Boyle-Mariotte'i seadust võime näitlikult kujutada graafikuga (124. joon.), kus rõhtteljel on märgitud  $p$ , püstteljel aga vastavad  $v$  väärtused. Saadud kõver kannab võrdhaarse hüperbooli nime.

Boyle'ist täiesti lahus, kuid veidi (17 aastat) hiljemini, avastas sama korrapärasuse gaaside ruumala ja rõhumise vahel ka prantslane Edmonde Mariotte (1620—1684), kes oli ametilt kloostrülem. Seepärast nimetame käsitledavat seadust mõlema teadusmehe auks Boyle-Mariotte'i seaduseks, ehkki inglased seda nimetavad Boyle'i ja prantslased Mariotte'i seaduseks.

Tuleb silmas pidada, et Boyle-Mariotte'i seadus ei ole mitte päris täpne, iseäranis kõrgete rõhumiste ja madalate temperatuuride puhul. Ka ei käitu kõik gaasid ühtviisi täpselt selle seaduse kohaselt, näiteks vesinik rohkem kui hapnik. Lämmastik seisab võrdlemisi lähedal ideaalgaasile.

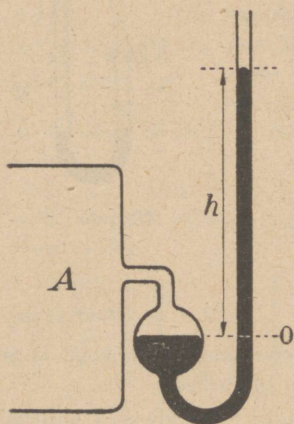
1. Leia ligikaudu õhu tihedus Everesti tipul, kus rõhumine on ainult umbes 25 cm! Mitu korda minutis tuleks seal sisse ja välja hingata, et niisama palju hapnikku kopsudesse juhtida kui maapinnal?

2. Missuguse rõhumise puhul oleks õhu tihedus vee (raua, seatina) omaga ühesugune?

3. Määra graafiku abil (124. joon.) 2,6 g õhu ruumala 4 Atm rõhumise korral!

4. Manomeeter näitab, et õhupumba kupli alla järelejäänud õhu rõhumine on 2 cm. Leia selle õhu tihedus ja kaal, kui kupli ruumala on 3 l!

5. Tsepelin, mille kera mahutavus on 100 000 m<sup>3</sup>, lendab 500 m kõrgusel, kus rõhumine on 717 mm ja temp. 0° C. Täites gaasisalved vesinikuga, kui palju jääb õhu üleslükkest üle tsepelini oma kui ka reisijate raskuse tasakaalustamiseks?



125. joon. Lahtine elavhõbe-manomeeter.

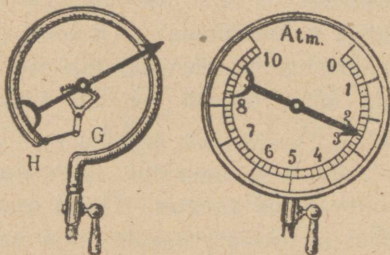
**105. Manomeetrid.** M a n o -  
meetreid tarvitatakse g a a -

side ja auru rõhumise suuruse määramiseks. Lihtsaim neist on lahtiste otstega kõver toru veega ehk nn. vesimanomeeter, nagu nägime § 99. Kui tahame selle abil määrata näiteks valgustusgaasi rõhumist linna võrgus, siis ühendame toru ühe haru gaasitoruga ja vaatame, kui palju tõuseb vesi teises (lah-

tises) harus kõrgemale. Olgu vee nivoode vahe  $h$  cm, siis võrdub valgustusgaasi rõhumine õhurõhumisega pluss  $h$  cm kõrguse vee-samba rõhumine.

Suuremate rõhumiste mõõtmisel on kasulik tarvitada lahtises manomeetris vee, petrooleumi jne. asemel raskemat vedelikku, nimelt elavhõbedat. Ka tehakse siis harilikult toru ühe haru asemel jämedam reservuaar, et 0-punkt jääks ligikaudu muutumatuks (125. joon.).

Tööstuses tarvitatakse harilikult metall-manomeetreid (126. joon.). Nende ehitamine põhineb õhukeste seintega kõveraks käänatud metalltorukeste omadusel korrapäraselt oma kuju muuta (deformeeruda), kui muutub rõhumine nende sees. Rõhumise suurenedes läheb toru veidi sirgemaks, sest toru välispind on sisepinnast suurem ja seetõttu välispinnale mõjuv kogutung on suurem. Rõhumise vähenedes tekib vastupidine nähtus. Kängikeste abil tehakse toru otsa nihkumised nähtavaks osuti liikumiseks astmikul. Muidugi toimetatakse metall-manomeetri kaliibrimist mõne teise, nn. normaal-manomeetri abil.



126. joon. Metall-manomeeter.

1. Leia gaasi rõhumine  $\left(\frac{g}{cm^2}\right)$  linna võrgus, kui 754-mm-se õhurõhumise puhul vesimanomeetri nivoode vahe oli 4,5 cm!

2. Nimeta petrooleum-manomeetri head küljed, võrreldes vesimanomeetriga (soovitav tarvitada *Radix alcannae* abil punaseks värvitud petrooleumi)!

3. Mitu korda on petrooleum-manomeeter elavhõbe-manomeetrist tundlikum?

4. Kui kõrge elavhõbedasammas annab rõhumise 10 tehn. atmosfääri?

## Molekulaarnähtused.

**106. Molekulaartungid.** Kui keha molekulid asetsevad üksteisest küllalt kaugel, näiteks gaasides, siis molekulide vahel puudub märgatav side tungide näol. On aga molekulid kehas üksteisele

hästi lähedal, nagu tahketes ja vedelates kehades, siis mõjuvad naabermolekulide vahel nn. **molekulaartungid**, mis püüavad molekulile üksteise suhtes teatud kauguses, nii-öelda t a s a k a a l u - a s e n d i s hoida. Molekulaartungid takistavad ühelt poolt keha molekulide üksteisest eemale viimist, teiselt poolt samuti molekulide üksteisele lähemale toomist. Tähendab, me võime molekulaartungid jagada kahte rühma: t õ m b e - ja t õ u k e t u n g i d e k s. Molekulaartungidest olenebki tahkete ja vedelate kehade omadus säilitada oma ruumala, samuti tahkete kehade omadus säilitada oma kuju. Nii on siis molekulaartungid need, mis raua, klaasi, soola, vee, õli jne. molekulile üksteisega seovad ning püüavad säilitada nendevahelisi kaugusi. Gaasi osakeste vahel on väikeste rõhumiste puhul molekulaartungide mõju vaevalt märgatav.

Katkimurtud ja uuesti tugevasti kokkusurutud keha osad ei jää enam kokku. Ainult üksikuil juhtudel (lihvitud klaaspinnad, seatina jt.) on märgata lahutatud osade nõrka kokkujäämist. Sellest näeme, et molekulaartungid mõjuvad aine molekulide vahel ainult siis, kui molekulid on üksteisele hästi lähedal. Molekulidevahelise kauguse suurenedes vähenevad kiiresti ka molekulaartungid. Piirkonda, milles antud molekul tema ümber olevaile naabermolekulidele veel märgatavat mõju avaldab, nimetatakse molekulaartungide mõjupiirkonnaks. Seda võime kujutada sfäärina, mille tsentris asetseb antud molekul ja mille läbimõõdu suurusjärguks on  $10^{-6}$  cm, mis on umbes 100 korda suurem molekuli enda suurusjärgust. Oma loomult on molekulaartungid elektrilise päritoluga.

**107. Märgamine ja mittemärgamine.** Kui klaas vette kasta, saab ta märjaks, samuti raud, puu jt. Me ütleme sel puhul, et vesi märgab klaasi. Rasv, steariin, parafiin ei saa vees märjaks, vesi ei märga neid, samuti elavhõbe klaasi. Nende nähtuste seletamiseks oletatakse, et märgamise korral on molekulaartungid kahe keha osakeste vahel nende kokkupuutumise pinnal suuremad kui sama keha osakeste vahel. Seetõttu jäävadki näiteks veeosakesed klaasi külge. Mittemärgamise korral aga ümberpöördult on sama keha (vee) osakeste vahel

mõjuvad molekulaartungid suuremad kui temaga kokkupuutuva teise keha osakeste vahel (vesi ja steariin).

Molekulaartungide mõjuga on seletatavad ka niisugused nähtused kui tolmukübemekeste jäämine peegli külge, suitsu ning lõhnade külgejäämine riinetele jne.

**108. Elastsus.** Molekulaartungid püüavad keha osakesi (molekule) tüksteise suhtes teatud tasakaaluasendis hoida, s. o. säilitada keha ruumala või kuju. Kui aga välised tungid keha sellest tasakaaluasendist välja viivad, näiteks kustutuskummi kõveraks painutamisel või kokkusurumisel, siis sellega muudame keha osakeste vastastikust asendit. Seetõttu tekivad molekulaartungid, mis püüavad kehale ta endist kuju või ruumala tagasi anda, kui välised tungid lakkavad mõjumast. Keha ruumala või kuju muutmist väliste tungide mõjul nimetatakse keha deformatsiooniks. Meile tuntumad deformatsioonid on kokkusurumine, venitamine, painutamine ja väänamine (keeramine).

Kui keha pärast väliste tungide mõju lakkamist molekulaartungide mõjul oma esialgse ruumala või kuju jälle tagasi saab, siis nimetatakse sellist deformatsiooni elastseks deformatsiooniks. Näiteks kui terasvedru või kummipaela pikemaks venitada ja siis lahti lasta, saab ta endise pikkuse jälle tagasi. Kehasid, mis võimaldavad võrdlemisi suurt elastset deformatsiooni, nimetatakse elastseteks, näiteks teras, kummi, õhk, puu. Kehasid, mis ei oma elastset deformatsiooni või millede elastne deformatsioon on äärmiselt väike, nimetatakse plastilisteks, nagu seatina, savi, vaha.

Tuleb silmas pidada, et kehade elastsus oleneb suurel määral rõhumisest ja temperatuurist. Väga suurte rõhumiste puhul (mitu tuhat at) muutub teras plastiliseks, seatina (plii) aga saab madala temperatuuri juures (vedelas õhus) elastse keha omadused.

Kõige suuremat deformatsiooni, kus molekulaartungid kehale ta esialgse kuju või ruumala veel tagasi annavad, nimetatakse elastsuse piiriks. Näiteks võib terastraati pikemaks venitada kuni  $\frac{1}{400}$ -ni tema esialgsest pikkusest. Kui aga deformatsioon ulatub üle elastsuse piiri, siis keha oma esialgset kuju enam tagasi ei saa. Kui deformeerivat tungi veelgi suurendada, siis keha lõpuks katkeb või puruneb. Näiteks 1 mm<sup>2</sup> läbilõikega terastraat katkeb 70-kg koormise puhul.

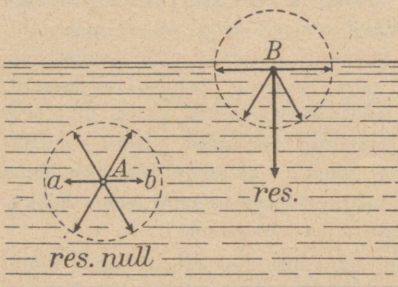
Kõigi deformatsioonide kohta, mis ei ületa elastsuse piiri, kehtib Hooke'i seadus, nimelt: deformatsiooni suurus on võrdeline selle tungiga, mis deformatsiooni tekitas.

1. Kui pikk otsast kinnitatud ja vabalt allaripuv seatinatraat katkeb oma raskuse mõjul, kui seatina katkemise pinge on  $2 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$  ?

Vasta sama küsimus terase kohta, kui terase katkemise pinge on  $7000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ !

Kas oleneb otsitav traadi pikkus nendes ülesannetes traadi läbilõikest?

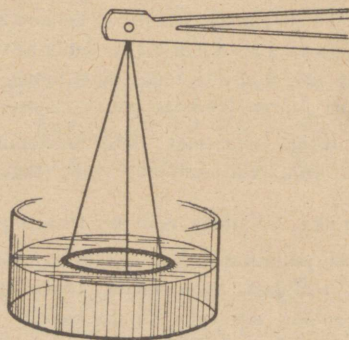
**109. Pindpinevus.** Molekulide vahel mõjuvate tungide toimega on seletatavad vedeliku vaba pinna erisugused omadused.



127. joon. Naabermolekulide mõju.

null). Pinna läheduses asetsevate molekulide (*B*) suhtes on aga ülekaalus nende naabermolekulide toime, mis asetsevad vabale pinnale vastasküljes. Siit järeldub, et molekulaartungide toimel vedeliku vaba pindkile püüab koomale tõmbuda, et võimalikult vähendada vedeliku vaba pinda. Seda vedeliku vaba pindkile omadust koomale tõmbuda sarnaselt pinevile tõmmatud kummikelmega nimetatakse pindpinevuseks.

Pindpinevuse suurust  $\sigma$  mõõdetakse tungiga, mis tuleks rakendada 1 cm pikkuselt lahtilõigatud pindkile äärte endiselt kooshoidmiseks. Seda tungi on võimalik otseselt mõõta kaalude abil. Selleks võtame peenikesest traadist rõnga, mille pikkus on  $l$  cm, ja riputame ta kaalu otsa (128. joon.). Rõnga alla seame anuma vedelikuga, näiteks puhta veega,



128. joon. Pindpinevuse mõõtmine.

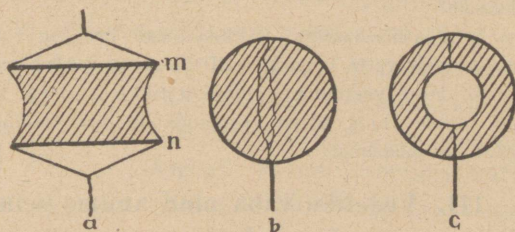
nõnda, et rõngas puutuks veepinda. Nüüd asetame kaalu teisele kausile vihte seni, kuni rõngas end veepinnast lahti rebib. Siis on vihtide kaal ( $p = mg$ ) võrdne rõnga ja veepinna vahel mõjuvate molekulaartungide resultandiga ( $2l\sigma$ ;  $l\sigma$  tuleb võtta 2 korda sellepärast, et meil on siin tegemist kahe pindkihiga). Niisiis  $2l\sigma = mg$ , millest  $\sigma = \frac{mg}{2l} \frac{\text{dүүn}}{\text{cm}}$ .

Sedaviisi võime määrata pindpinevuse suuruse ka teiste vedelikkude kohta. Et pindpinevuse suurus oleneb vedeliku temperatuurist (temperatuuri tõusuga pindpinevus väheneb), siis tuleb koos pindpinevuse suurusega anda ka temperatuur, milles see mõõtmine on toimunud. Nii on vee pindpinevus  $20^\circ \text{C}$  juures  $72,5 \frac{\text{dүүn}}{\text{cm}}$ , elavhõbedal ( $18^\circ$  juures)  $500 \frac{\text{dүүn}}{\text{cm}}$ , petrooleumil ( $20^\circ$  juures)  $24 \frac{\text{dүүn}}{\text{cm}}$  ja piiritusel ( $20^\circ$  juures)  $22 \frac{\text{dүүn}}{\text{cm}}$ .

Pindpinevuse põhjal on võimalik seletada suurt hulka nähtusi.

Võtame 129. joon. kujutatud traatide  $m$  ja  $n$  vahele seebivee kelme.

Püüdes võimalikult kokku tõmbuda, lähivad küljeniivid sissepoole kõveraks ja tõstavad alumise traadi  $n$  üles. Traate teineteisest eemale tõmmates ja alumist traati vabaks lastes kordub sama nähtus.



129. joon. Kontuurid pindpinevuse näitamiseks.

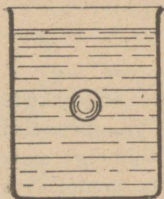
Traadist kontuuril (129. joon.,  $b$ ) on tehtud niidist aas. Kui

aasa seest vedelikukelme katki teha (kuuma traadiga läbi pistes), siis veab ümberolev kelme aasa täiesti ümmarguseks, sest ringil on tasapinnalistest kujunditest sama ümbermõõdu (perimeetri) juures kõige suurem pindala.

Seebimullid tõmbuvad seistes kokku. — Väikeses hulgas võetud vedeliku (tilgad) kuju on enam-vähem ümmargune, sest siin ei ole raskuse mõju nii tunduv ja vedelik võtab endale kuju, mis on tingitud ta molekulaartungidest. Pindpinevuse tõttu püüab keha niisugusel juhul endale võtta kõige väiksema pinna. Nagu geometriast teame, on keral antud ruumala juures kõige väiksem pindala, seepärast on siis ka vedelik tilkades enam-vähem kerakujuline.

**110. Plateau katse.** Kui meil õnnestub kõrvaldada raskuse mõju ja teha vedeliku pinnakuju olenevaks ainult tema molekulaartungidest, siis peab iga vaba vedelik pindpinevuse mõjul võtma

kera kuju. Et see tõesti on nõnda, näitab meile Plateau katse (130. joon.). Oliiviõli on piiritusest raskem ja veest kergem, seepärast on võimalik valmistada veest ja piiritusest segu, mille erikaal võrdub õli erikaaluga. Nii-suguses segus, nagu teame, on õli igas kohas tasa-kaalus, sest õli raskustung on Archimedese seaduse põhjal tasakaalustatud segu üleslükkega. Pipetiga sellesse segusse õli juhtides näeme, et õli võtab pindkile kokkütõmbuvuse tõttu kera kuju.



130. joon. Oli-tilk piirituse ja vee segus.

1. Seleta pindpinevuse põhjal nõela, samuti žileti-tera ujumine ja putukate kõndimine veepinnal!

2. Kõvale pinnale (laud) langenud veepisad ei ole nii ümmargused kui pehmele (tolm, tuhk) pinnale langenud piisad. Mispärast?

3. Elavhõbeda tilgad on veetiljadest tublisti ümmargusemad. Mispärast?

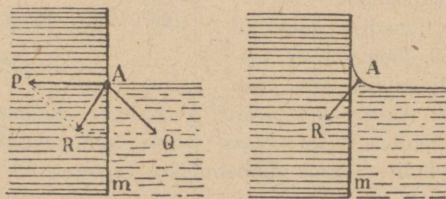
4. Mispärast peenike veejuga ei püsi pidevana, vaid jaguneb üksikuiks tilkadeks?

5. Seatina-haavlite valmistamisel lastakse sula seatina läbi sellekohase sõela kõrgelt vette langeda. Mispärast saavad haavlid seejuures ümmargused?

6. Pane veepinnale ujuma 2 tikku 2–3 cm kaugusele teineteisest! Puuduta nende vahel olevat veepinda kuumat traadiotsaga! Pane tähele, mis juhtub ja mispärast!

### 111. Vedeliku vaba pind anuma seina läheduses. Varemini

nägime, et vedeliku vaba pind (nivoo) on alati rõhtne. Kuid see on õige ainult siis, kui jätta arvestamata molekulaartungide mõju pinna kujundamisel. Tõepoolest aga annab anuma seina läheduses molekulaartungide mõju end seevõrra tunda,

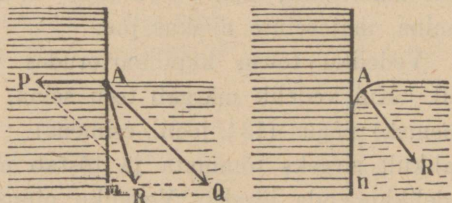


131. joon. Vedeliku pinna tõus anuma seina ääres.

et vedeliku pind muutub ühes või teises suunas kõveraks.

Võtame näiteks vee ja klaasi kokkupuute kohal (131. joon.) väikese veesake (A). Olgu vee ja klaasi osakeste vahel mõjuvate tungide resultant  $P$  ja vee osakeste vahel  $Q$ . Kui antud veesake on küllalt väike, võime ta raskuse jätta arvestamata.

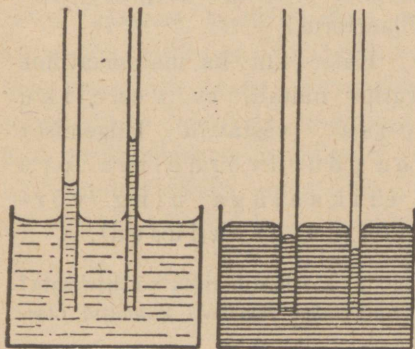
Et vesi märgab klaasi, siis on molekulaartungid klaasi ja vee osakeste vahel suuremad kui molekulaartungid vee osakeste vahel.  $P$  ja  $Q$  resultant  $R$  on sel juhul suunatud anuma seinale (klaasi) sisse. Vedeliku põhiomadustest (§ 95) teame, et tasakaalu korral peab vedeliku tase olema risti vedeliku osakestele mõjuva resultant-tungiga. Selleks siis peab veepind klaasseina ääres muutuma ülespoole nõgusaks, nagu katse seda tööpoolest ka näitab.



132. joon. Vedeliku pinna langemine anuma seinale ääres.

Kui vedelik seinale ei märga (elavhõbe, klaas), siis on molekulaartungid vedeliku osakeste vahel suuremad kui molekulaartungid klaasi ja vedeliku osakeste vahel. Sel juhul on molekulaartungide ühine resultant  $R$  suunatud vedeliku sisse (132. joon.). Resultandi  $R$  tasakaalustamiseks muutub niisugusel korral vedeliku vaba pind seinale ääres ülespoole kumeraks.

Nagu näha, on vedeliku pinna kuju seinale ääres sellest, missuguses vahekorras on nende osakeste vahel mõjuvad molekulaartungid.



133. joon. Vedeliku tase kapillaartorudes.

kui molekulaartungide mõju raskusega võrreldes on tühine (küllalt suure läbilõikega anumad). Peenikeses, jõhv- ehk kapillaartorudes ei või molekulaartungide mõju tähele panemata jätta. Nii näitab katse, et peenikeses torus seisab märgav vedelik (vesi, klaas) kõrgemal, mittemärgav aga madalamal nivoost lahtises anumal

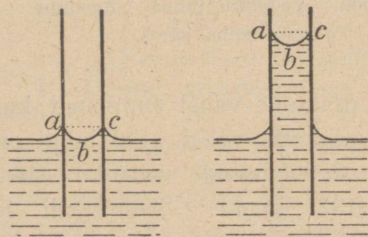
**112. Kapillaarsus.** Ühendatud anumais seisab sama vedeliku vaba pind ühes rõhtsas tasapinnas. Kuid see on õige,

(133. joon.). Niisugust nähtust nimetatakse kapillaarsuseks ehk jõhvuseks (ladina keeles *capillus* — juus).

Kapillaarsuse nähtusi leiame looduses kui ka igapäevases elus väga sagedasti; nende hulka kuuluvad näiteks: petrooleumi tõusmine lambitahis, mahla tõusmine taimedes, kuivatuspaberi tarvitamine, majaseinte niiskus jne.

Vedeliku tõusu kapillaartorudes võime seletada pindpinevuse abil. Kui vedelik märgab toru seina, siis on vedeliku pind torus (menisk) nõgus (134. joon., esimene). Pindkile *abc* püüab end võimalikult sirgeks tõmmata ja tõstab molekulaartungide mõjul osa vedelikku enda järele. Vedeliku pinna sirgenedes tõusevad molekulaartungide mõjul pindkile

ääred kõrgemale, uuesti tõmbab pindkile endale vedelikku järele jne., niikaua kui vedelikusamba raskus tasakaalustab pindpinevuse mõju. Seleta analoogiliselt mittemärgava vedeliku langemist kapillaartorus!



134. joon. Pindkile hoiab ülal vedelikusamba.

Katse kui ka matemaatiline arutus näitab, et vedeliku tõusu (vastavalt langemise)

suurus kapillaartorudes on pöördvõrdeline toru raadiusega ja vedeliku erikaaluga ning võrdeline pindpinevusega (Jurin'i seadused).

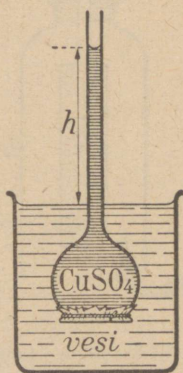
1. Missugune põld kardab rohkem põuda: kas hästiharitud või harimata?
2. Ruumi niiskuse suurendamiseks riputatakse sagedasti käterätid otsapidi vette. Seleta, kuidas see mõjub!
3. Rasvapekkide kõrvaldamiseks riideist tarvitatakse sagedasti järgmist võtet: kaetakse see koht kuivatuspaberiga ja triigitakse kuuma rauaga. Seleta, kuidas see mõjub!
4. Kas elavhõbe tõuseks mööda lambitahti üles?

**113. Difusioon ja osmoos.** Vedelikkude difusiooni all mõeldakse kahe vedeliku segunemist nende otsesel kokkupuutumisel. Valame näiteks klaastorru värvitud vett ja vee peale ettevaatlikult värvitud piiritust. (Laia anumal tarvitades on kasulik vesi läbi piirituse lehtriiga põhja valada.) Piiritus on veest kergem ja jääb

vee peale. Kuid aja jooksul võime tähele panna, et vedelikud niioelda iseendast tungivad teineteise sisse ja lõpuks moodustavad täiesti ühtlase segu. Nähtust on lihtne seletada molekulide liikumisega molekulaarteooria põhjal.

Ka tahkete kehade juures on difusiooninähtusi tähele pandud. Kui kullakihile asetada seatinakiht, siis võib mõne aja pärast leida kulda kõgu seatinakihi ulatusel.

Vedelikkude segunemine toimub mitte ainult nende otsesel kokkupuutumisel, vaid ka siis, kui vedelikud on lahutatud teineteisest poorse vaheseinaga, nagu põiekelme, pärgamentpaber jne. On võimalik valmistada ka sääraseid vaheseinu, mis lasevad läbi vaid lahustaja molekuli, mitte aga lahustatud aine molekuli. Säärast vaheseina (membraani) nimetatakse poolläbilaskvaks (semipermeaabliks) vaheseinaks. Kui anumasse veega (135. joon.) on asetatud säärane poolläbilaskva põhjaga varustatud nõu, milles on  $\text{CuSO}_4$ -lahus, siis tungib sellesse välisest anumast lahustaja (vesi), lahjendades lahust, kuni vedeliku sammuas selles tõuseb teatavale kõrgusele. Lahustaja tungimist lahusesse läbi poolläbilaskva membraani nimetatakse osmoosiks. Sellest tingitud rõhku, mida võime arvutada vedelikusamba kõrguse ( $h$ ) alusel, nimetatakse osmoootseks rõhuks.



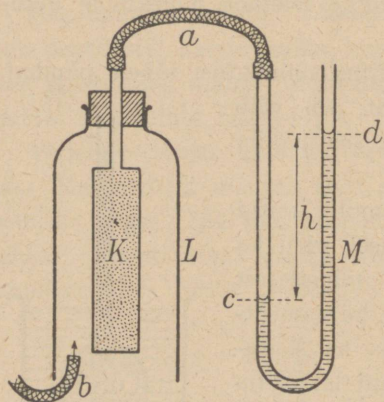
135. joon. Osmoos.

1. Too näiteid osmoosi kohta looduses!
2. Kuidas tarvitatakse kuivatatud marju, näiteks sõstraid, tee asemel?

**114. Gaaside difusioon.** Gaaside segunemine ehk difusioon toimub mitte üksnes nende otsesel kokkupuutumisel, vaid ka läbi poorse vaheseina, mis selgub 136. joon. kujutatud katsest.

Poorne (urbne) anum  $K$  on ühendatud kummitoru  $a$  abil vesimanomeetriga  $M$ . Anum  $K$  on asetatud anumasse  $L$ . Õhk tungib vabalt läbi seina pooride anumasse  $K$  ja tasakaalustab rõhumise manomeetri vabale otsale. Kui aga juhtida anuma  $L$  alla toru  $b$  kaudu mõnd kergemat gaasi, näiteks valgustusgaasi, siis tõuseb manomeetri harus  $d$  vesi otsekohe kõrgemale. Sellest järeldame, et valgustusgaasi molekulid tungivad kiiresti anumasse  $K$ , suurendades selles rõhumist. Võtame anuma  $K$  anumast  $L$  välja, siis tekib vastu-

pidine nähtus: vesi manomeetris tõuseb torus  $c$  kõrgemale kui torus  $d$ , mil-  
lest järeldame, et gaasi rõhumine anumast  $K$  on väiksem rõhumisest vabas  
õhus. Rõhumise vähenemine võis  
tekkida selle tõttu, et valgustusgaasi  
molekulid liiguvad kiiremini kui õhu  
molekulid ja seepärast tuleb anumast  
 $K$  valgustusgaasi molekule rohkem  
välja kui õhu omi sisse.



136. joon. Gaaside difusioon.

Katse ja matemaatiline arutus  
näitavad, et gaasimolekulide  
liikumise kiirus on suurem  
üldse gaasi ainest ja tem-  
peratuurist ning suureneb  
viimase tõusmisega.

**115. Gaaside kineetiline teo-  
ria.** Tahkete, vedelate ja gaasiliste  
kehadega seotud nähtuste tundma-  
õppimisel oleme sageli kasutanud ku-  
jutlust, et kõik kehad koosnevad väi-  
kestest osakestest — aatomitest ja

molekulidest, mis on alalises liikumises. Tahkete ja vedelate kehade puhul  
on see liikumine piiratud ulatusega, sest siin on molekulid väga tihedasti  
koos ja nende vahel mõjuvad molekulaartungid, mis seovad molekule üks-  
teisega. Gaasides aga nende väikese tiheduse tõttu on molekulide liikumise  
vabadus ja ühtlasi liikumise kiirus õige suur, nagu seda näiteks võime järeld-  
dada lõhnade kiirest levimisest. Nii on vesiniku molekuli keskmine kiirus

$0^{\circ}$  juures  $1700 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , hapniku molekulil  $425 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ , süsihappegaasi omal  
 $360 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$  jne.

Sirgjooneliselt suure kiirusega liikudes põrkavad molekulid vastu anuma  
seina, seda rõhudes, või vastu teisi molekule, muutes seejuures oma liiku-  
mise suunda. Tuleb kindlasti meeles pidada, et molekulide liikumine on  
kaootiline, korrapäratu ja korraldamatu nii oma suunalt  
kui ka kiiruse suuruselt. Seepärast, arvestades molekulide väga suurt arvu,  
võime öelda, et igas suunas liigub keskmiselt ühepalju molekule ja ühesuguse  
keskmise kiirusega. Neist põhikujutusist lähtudes on võimalik matemaatiliselt  
tuletada kõiki gaaside omadusi, nagu rõhust, kiirust, sisehõõrdu-  
mist jt. Seda tehakse füüsika osas, mis kannab gaaside kineetilise  
teooria nime.

## IV. Soojus.

### Tahkete kehade paisumine soojenemisel.

**116. Soojus kineetilise teooria põhjal.** Kineetilise teooria põhjal oleneb keha soojuse aste ehk temperatuur keha molekulide liikumisenergia hulgast. Molekulide liikumise kiiruse, ühes sellega liikumisenergia hulga suurenemisega keha temperatuur tõuseb.

Molekulide liikumisenergia võib esineda kolmel kujul: kogu molekuli edasiliikumise energiana ehk hoona ( $\frac{mv^2}{2}$ ), pöörlemis- ja võnkumisenergiana.

Gaasides on mittesuurte rõhumiste puhul molekulidevahelised kaugused suhteliselt suured. Seetõttu gaasimolekulide energia esineb peamiselt nende edasiliikumise hoo näol. Kogu soojuse juurdevool gaasis muutub molekulide kiiruse, seega hoo ehk kineetilise energia suurenemiseks.

Vedelikus on vabalt liikuvad molekulid tihedasti koos ning seetõttu molekulaartungide mõju märgatav. Siin lisandub molekulide edasiliikumise energiale veel tunduval määral nende pöörlemise energiat.

Tahketes (kristalsetes) kehaes on molekulide pealiikumisevormiks võnkliikumine teatud tasakaaluasendi ümber. Temperatuuri tõusuga hakkavad molekulid kiiremini või laiemalt võnkuma, s. o. suurenevad nende võnkumise sagedus ja amplituud ning ühes sellega ka liikumisenergia hulk.

Iga liikuv keha võib tööd teha, temas on energiat. Soojus on keha molekulide liikumisenergia, tähendab, ka soojus võib tööd teha, nagu me seda teamegi aurumasinast. Samuti, ümberpöörduvalt, on võimalik liikumisenergiat muuta soojuseks, näiteks hõõrdumisel.

1. Missugustel nähtustel põhineb temperatuuri mõõtmine?
2. Missugused termomeetri skaalad on meil tarvitusel ja kuidas on nad saadud?
3. Kuidas arvutame temperatuuri ühest skaalast teise?

**117. Paisumisest üldse.** Igapäevase elu tähelepanekuist teame, et kõigil kehadel, olgu nad tahked, vedelad või gaasid, on ühine omadus — soojenemisel paisuda, jahtumisel aga kokku tõmbuda.

Too näiteid kehade paisumise kohta!

Kehade paisumise lähemal tundmaõppimisel tehakse vahet piki- ehk joon-, pind- ja ruumpaisumise vahel.

Tahketel kehadel võime tähele panna kõiki kolme paisumisi, kuna vedelikkude ja gaaside puhul võib kõnelda ainult ruumpaisumisest.

Kineetilise teooria põhjal hakkavad keha molekulid temperatuuri tõusmisel liikuma suurema kiiruse ja amplituudiga, tarvitades selleks ka loomulikult rohkem ruumi, mille tagajärjeks ongi keha üldine paisumine.

**118. Tahkete kehade joonpaisumise koefitsient.** Katsed näitavad, et kõik kehad ei paisu temperatuuri tõusmisel ühteviisi. Kõige suuremal määral paisuvad gaasid, siis vedelikud ja kõige vähem tahked kehad. Kuid ka tahked kehad on väga erisuguse paisumisega. On leitud koguni sulameid (terasnikkel ehk invar), kus paisumist peaaegu üldse pole märgata.

Nagu hiljemini selgub (§ 120), on võimalik kehade pind- ja ruumpaisumist arvutada joonpaisumise põhjal, seepärast on küllalt, kui tahketel kehadel katseliselt määrata ainult joonpaisumise suurus.

Katse näitab, et keha sama kraadide arvu võrra soojendamisel pikeneb ligikaudu niisama palju, olenemata sellest, missugusest temperatuurist soojendamine algas.

Nii näiteks pikeneb 10 meetri pikkune raudvarb temperatuuri tõusmisel iga 10<sup>0</sup> C võrra (10<sup>0</sup>—20<sup>0</sup>, 50<sup>0</sup>—60<sup>0</sup> jne.) 1,2 millimeetrit. Seega keha pikenemine on võrdeline temperatuuri juurdekasvuga.

Keha pikenemise suurus oleneb keha esialgsest pikkusest, temperatuuri juurdekasvust ja ainest. Antud aine joonpaisumise iseloomustamiseks on tarvitusele võetud nn. joonpaisumise koefitsient. Aine joonpaisumise koefitsiendiks ( $\beta$ ) nimetatakse arvu, mis näitab, kui suure osa oma pikkusest (0<sup>0</sup> C juures) pikeneb sellest ainest keha soojendamisel 1<sup>0</sup> C võrra.

Kui näiteks vase joonpaisumise koefitsient on 0,000017, siis pikeneb vaskvarb, mille pikkus 0<sup>0</sup> C juures on 1 m, temperatuuri tõusmisel ühe kraadi võrra 0,000017 m, 1 cm pikkune varb vastavalt 0,000017 cm, jne.

Üldjuhul võime joonpaisumise koefitsiendi  $\beta$  väljendada järgmiselt:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{t l_0},$$

kus  $l_0$  on keha pikkus 0<sup>0</sup> C juures ja  $l_t$  sama keha pikkus  $t^0$  juures.

Lahendame selle valemi kui võrrandi  $l_t$  suhtes:

$$\beta t l_0 = l_t - l_0, \text{ millest } l_t = l_0 + \beta t l_0 = l_0(1 + \beta t).$$

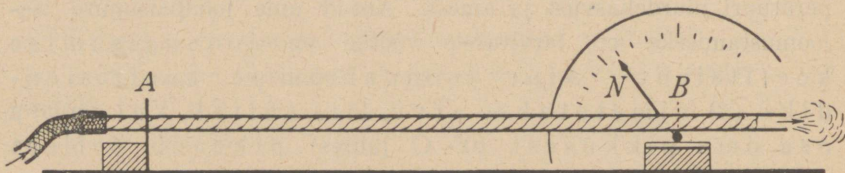
Kakliiget  $1 + \beta t$  nimetatakse paisumise binoomiks.

Täpsed mõõtmised näitavad, et kehade pikenemine soojendamisel 1<sup>0</sup> C võrra ei ole mitte igas temperatuuris ühesugune. Et aga kitsamas temperatuuride vahemikus (0<sup>0</sup>—100<sup>0</sup>) on vahed väga väikesed, siis võime lihtsuse otsarbel joonpaisumise koefitsiendi määramisel tegelikult mitte arvestada esialgset temperatuuri, millest paisumine algas. See õigustab meid lihtsuse otsarbel defineerima joonpaisumise koefitsiendi kui arvu, mis näitab, kui suure osa oma pikkusest paisub mingist ainest keha soojendamisel 1<sup>0</sup> C võrra.

Tabeleis antakse harilikult keskmised joonpaisumise koefitsiendid, mis on õiged kitsamas temperatuuride vahemikus (0<sup>0</sup>—100<sup>0</sup>).

**119. Joonpaisumise koefitsiendi määramine.** Teeme joonpaisumise koefitsiendi määramiseks järgmise katse (137. joon.). Olgu valgevasest toru kinnitatud otsast *A* alusele, ots *B* aga lasub vabalt peenikesel metallvardal

(sukavarras, nõel), mille külge on kinnitatud osuti  $N$  (õlekõrreke). Et soojuse kaotus oleks väiksem, on toru vildiga ümber mähitud. Pikenedes soojendamise mõjul paneb toru varda veerema (soovitav teha varda alus



137. joon. Joonpaisumise koefitsiendi määramine.

klaasist) ja osuti pöörduv paremale poole. Osuti pöördumisnurga ( $\varphi$ ) ja varda raadiuse ( $r$ ) põhjal on võimalik arvutada toru pikenedist. Kui osuti pöörduv nurga  $\varphi^0$  võrra, siis nihkub toru ja varda puutumispunkt edasi kaare  $\frac{2\pi r\varphi}{360}$  võrra, niisama palju nihkub edasi ka varda tsepter, järelikult võrdub toru  $AB$  kogu pikenedimine kahekordse toru ja varda puutepunkti edasi nihkumise suurusega, s. o.  $2 \cdot \frac{2\pi r\varphi}{360}$  ehk  $\frac{\pi r\varphi}{90}$ .

Olgu toru esialgne temperatuur  $t_1 = 15,7^0$  (selle mõõtmiseks tuleb termomeeter tükiks ajaks torru panna) ja pikkus  $AB = l_1 = 105$  cm. Kui keeva vee auru torust läbi lasta, tõuseb toru temperatuur ja osuti hakkab kiiresti pöörduma paremale poole. Olgu toru lõpptemperatuur  $t_2 = 99,2^0$ , varda diameeter  $2r = 1,5$  mm ja osuti pöördumisnurk  $\varphi = 64^0$ . Neist andmeist arvutame valgevase joonpaisumise koefitsiendi  $\alpha$  järgmiselt: defilitsiooni põhjal on

$$\alpha = \frac{\text{pikkuse juurdekasv}}{\text{temperatuuri juurdekasv} \cdot \text{algpikkus}}$$

ehk, tähistades lõpp-pikkuse  $l_2$ -ga, lühidalt

$$\alpha = \frac{l_2 - l_1}{(t_2 - t_1) l_1} \dots \dots \dots (1).$$

$$\text{Pikkuse juurdekasv } l_2 - l_1 = \frac{\pi r \varphi}{90} \text{ mm} = \frac{\pi r \varphi}{90 \cdot 10} \text{ cm} = \frac{\pi \cdot 1,5 \cdot 64}{90 \cdot 10 \cdot 2} \text{ cm}$$

$$\text{ja } \alpha = \frac{\pi \cdot 1,5 \cdot 64}{90 \cdot 10 \cdot 2 \cdot (99,2 - 15,7) 105} = 0,000019.$$

Veereva varda võtte asemel võib määrata toru  $AB$  pikenemist soojendamisel ka otsese mõõtmise abil mikromeetriga. Selleks tuleb toru  $AB$  külge liikuvast otsas kinnitada ristliistuke, teine samasugune ristliistuke alusele. Toru pikenemisel muutub vahe ristliistude vahel, mida mõõdetakse otseselt mikromeetriga.

1. Kui palju ( $\mu$ ) suureneb kuldsõrmuse avaus soojendamisel  $30^{\circ}$  võrra, kui sõrmuse läbimõõt on 2 cm?

2. Kui suur on plaatina joonpaisumise koefitsient, kui 10 m pikkune plaatinast varb soojenedes  $0^{\circ}$ -st  $100^{\circ}$ -ni pikeneb 9 mm võrra?

**120. Ruumpaisumise koefitsient.** Soojendamisel paisub keha igas suunas, järelikult suurenevad vastavalt kõik keha mõõtmed, sellega siis ka ruumala. Keha ruumpaisumise koefitsiendiks ( $\alpha$ ) nimetatakse arvu, mis näitab, kui suure osa oma ruumalast ( $0^{\circ}$  C juures) saab keha juurde soojendamisel  $1^{\circ}$  C võrra.

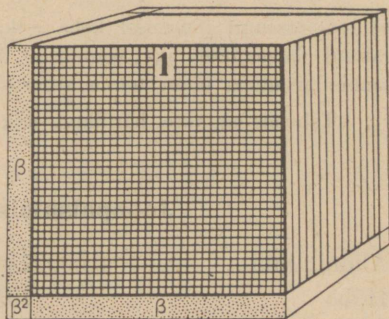
Analoogiliselt joonpaisumise võime ruumpaisumise koefitsiendi  $\alpha$  väljendada üldjuhul järgmiselt:

$$\alpha = \frac{v_t - v_0}{t v_0},$$

kus  $v_0$  on keha ruumala  $0^{\circ}$  C juures ja  $v_t$  sama keha ruumala  $t^{\circ}$  C juures. Sellest valemist saame:

$$v_t = v_0(1 + \alpha t).$$

Olgu kuubi serva pikkus (138. joon.) 1 m; soojendamisel  $1^{\circ}$  C võrra muutub serv  $(1 + \beta)$  m pikaks ja kuubi ruumala suureneb seejuures  $(1 + \beta)^3 - 1$ , s. o.  $1 + 3\beta + 3\beta^2 + \beta^3 - 1$  ehk  $(3\beta + 3\beta^2 + \beta^3)$  m<sup>3</sup> võrra. Et  $3\beta^2$  ja  $\beta^3$  on oma suuruselt väga väikesed, võime kuupmeetri ruumala suurenemisel tegelikult arvestada ainult  $3\beta$ , mis näitabki, kui suure osa oma ruumalast saab



138. joon. Kuubi ruumpaisumine.

kuupmeeter juurde soojendamisel  $1^{\circ} \text{C}$  võrra. Tähendab, ruumpaisumise koefitsient  $\alpha = 3\beta$ .

Samalaadselt võime tõestada, et keha pindpaisumise koefitsient võrdub kahekordse joonpaisumise koefitsiendiga.

Et pind- ja ruumpaisumise koefitsiendid väljenduvad kergesti joonpaisumise koefitsiendi abil, siis antakse tabelis tahkete kehade jaoks ainult joonpaisumise koefitsiendid.

**121. Erikaalu (tiheduse) olenevus temperatuurist.** Olgu keha erikaal

$0^{\circ}$  juures  $e_0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , s. o.  $1 \text{ cm}^3$  seda keha kaalub  $e_0$  g. Temperatuuri tõusmisel  $t^{\circ}$  võrra muutub iga  $\text{cm}^3$  ( $1 + \alpha t$ ) kuupsentimeetriks, kuna ta kaal jääb endi-

seks ( $e_0$ ). Seega on siis  $t^{\circ}$  juures keha erikaal  $e_t = \frac{e_0}{1 + \alpha t}$ . Siit näeme, et temperatuuri tõusmisel keha erikaal, samuti ka tihedus väheneb, temperatuuri langemisel aga suureneb. Saadud valemi abil on kerge erikaalu ümber arvutada ühest temperatuurist teise.

Tabeleis antakse harilikult erikaal  $0^{\circ}$  juures.

### Joonpaisumise koefitsiendid.

Alumiinium . . . . .	0,0000244	Marmor . . . . .	0,0000117
Hõbe . . . . .	195	Nikkel . . . . .	151
Inglistina . . . . .	225	Plaatina . . . . .	092
Jää . . . . .	507	Raud . . . . .	111
Klaas . . . . .	091	Seatina . . . . .	293
Kuld . . . . .	143	Tsink . . . . .	292
Kuusepuu: pikuti . . . . .	037	Valgevask . . . . .	198
„ risti . . . . .	584	Vask . . . . .	171

1. Kui palju paisub ( $\text{mm}^3$ ) soojenedes  $300^{\circ}$  võrra raudkuup, mille serva pikkus on 5 cm?

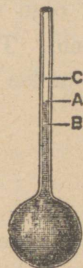
2. Keedupudeli ruumala  $15^{\circ}$  juures on  $500 \text{ cm}^3$ . Leia selle keedupudeli ruumala  $0^{\circ}$  juures!

3. Raudplekist anuma mahutavus  $10^{\circ}$  juures on just 5 liitrit. Kui suur on sama anuma mahutavus  $30^{\circ}$  juures?

4. Metallvarva pikkus  $100^{\circ}$  juures on 6 m ja  $200^{\circ}$  juures 6,01 m. Leia selle varva ruumala  $0^{\circ}$  juures, kui ta ruumala  $130^{\circ}$  juures on  $500 \text{ cm}^3$ !

## Vedelikude paisumine.

**122. Vedelikkude tõeline ja näiv paisumine.** Vedelikel puudub kindel kuju, seepärast võime vedelikkude puhul kõnelda ainult ruumpaisumisest. Olgu peenikese toruga varustatud anum täidetud vedelikuga kriipsuni *A* (139. joon.). Oletame, et soojendame esiti ainult anumad, ilma et soojus edasi anduks vedelikule. Soojendamise mõjul paisub anum, ta mahutavus suureneb ja vedelik langeb kriipsuni *B*. Toru ruumala *AB* mõõdab anuma mahutavuse juurdekasvu. Nüüd oletame, et ka vedelik soojeneb anuma temperatuurini. Seetõttu tõuseb vedelik torus kriipsuni *C* (vedelik paisub rohkem kui tahke keha). Toru ruumala *BC* mõõdab vedeliku ruumala juurdekasvu. Tõepoolest toimub anuma kui ka vedeliku paisumine enam-vähem kõrvuti ja me võime tähele panna ainult mõlema paisumise

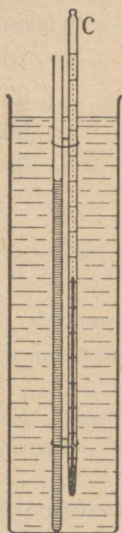


139. joon.  
Vedelikkude  
tõeline ja  
näiv paisu-  
mine.

mõjul tekkinud muutust — vedeliku näivat paisumist, mis mõõhtub toru ruumalaga *AC*. Nagu 139. joon. näha, on  $BC = AB + AC$ , s. o.

**vedeliku tõeline paisumine = näiv paisumine + anuma paisumine.**

Samasugune side kehtib ka vedeliku tõelise ja näiva paisumise koefitsiendi vahel. Teades anuma kui tahke keha paisumiskoeffitsienti, võime leida saadud sideme põhjal vedeliku näiva paisumise koefitsiendi abil tõelise paisumise koefitsiendi.



140. joon.  
Vedelikkude  
näiva paisu-  
mise määra-  
mine.

**123. Vedeliku näiva paisumise koefitsiendi määramine.** Võtame peenikese klaastoru (umbes 30 cm pikk ja 3 mm õõnsuse läbimõõt) ja seome ta kõvasti termomeetri külge (140. joon.). Täidame toru suuremalt jaolt vedelikuga (petrooleum) ja asetame riista sügavasse anumasse vette, mille sees on jäätükid. Vaatame, kui palju näitab termomeeter; ühtlasi märgime ära, millise termomeetriskaala kriipsu kohal seisab vedeliku nivoo torus.

Nüüd soojendame vett anumast, sinna näiteks keeva vee auru juhtides, hoiame natukese aega temperatuuri jäävana ja jällegi märgime termomeetri näitamise kui ka vedeliku nivoo seisu torus termomeetriskaala abil. Mõõdame vedelikusamba pikkuse  $0^{\circ}$  juures, olgu see  $h_0$  cm, ja pikkuse vaatluse lõpul  $t^{\circ}$  juures, olgu see  $h_t$  cm. Tähistades toru läbilõike  $s$ -ga, leiame vedeliku näiva ruumpaisumise koefitsiendi järgmiselt:

$$\alpha = \frac{v_t - v_0}{tv_0} = \frac{sh_t - sh_0}{tsh_0} = \frac{h_t - h_0}{th_0}.$$

Siit näeme, et vedeliku ruumala näiv paisumine on võrdeline vedelikusamba pikenemisega torus ( $h_t - h_0$ ).

### Ruumpaisumise koefitsiendid.

Bensiin . . . . .	0,00138	Petrooleum . . . . .	0,00095
Eeter . . . . .	166	Piiritus . . . . .	104
Elavhõbe . . . . .	018	Täpentin . . . . .	097
Glütseriin . . . . .	051	Vesi . . . . .	043
Oliiviõli . . . . .	072	Väävelhape . . . . .	055

1. Võrdle elavhõbeda ja piirituse paisumist! Kumb neist paisub enam ja mis tähtsus on sel asjaolul termomeetri ehitamisel?

2. Mispoolest erineb vee paisumine teiste vedelikkude paisumisest?

3. Kui palju muutub vaaditav piirituse (500 liitri) ruumala temperatuuri muutumisel  $10^{\circ}$ -st  $20^{\circ}$ -ni?

4. Vask-kohvimasin mahutab endasse  $15^{\circ}$  juures 3 liitrit vett. Mitu  $\text{cm}^3$  suureneb kohvimasina mahutavus ja mitu  $\text{cm}^3$  vee ruumala soojendamisel kuni  $100^{\circ}$ ?

5. Raudplekist anum mahutab endasse  $10^{\circ}$  juures 5 kg petrooleumi ja on just ääreni täidetud. Mitu g petrooleumi voolab anumast välja soojendamisel  $30^{\circ}$ -ni?

6. Leia elavhõbeda tihedus  $100^{\circ}$  juures, kui  $0^{\circ}$  puhul ta tihedus on  $13,596 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ !

## Gaaside paisumine.

**124. Gay-Lussac'i seadus.** Gaasidel ei ole kindlat kuju, seepärast võib kõnelda ainult gaaside ruumpaisumisest. Mitmesuguste gaaside paisumist uurides leidis prantslane Gay-Lussac (loe: ge-lüssakk) esimesena (a. 1802), et jääva rõhumise juures paisuvad kõik gaasid ühteviisi, ja nimelt nõnda, et temperatuuri tõusmisel  $10^{\circ} \text{C}$  võrra suureneb gaasi ruumala 0,00366 ehk  $\frac{1}{273}$  osa võrra oma ruumalast  $0^{\circ} \text{C}$  juures. Seega on siis  $\frac{1}{273}$  kõikide gaaside kohta ühine ruumpaisumise koefitsient.

Tähistame antud gaasihulga ruumala  $0^{\circ} \text{C}$  juures  $v_0$ -ga,  $t^{\circ} \text{C}$  juures  $v_t$ -ga ja gaaside ruumpaisumise koefitsiendi  $\alpha$ -ga, siis võime Gay-Lussac'i seaduse põhjal kirjutada:

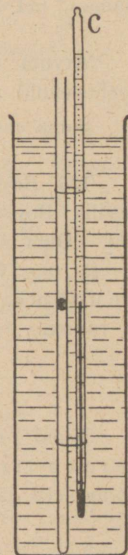
$$v_t = v_0 + \alpha v_0 \text{ ehk } v_t = v_0(1 + \alpha t) \quad . . . (1),$$

millest järeldub:

$$v_0 = \frac{v_t}{1 + \alpha t} \quad . . . . . (2).$$

Tahkete ja vedelate kehade paisumiskoeffitsientide määramisel jätsime ütle mata, missuguses algtemperatuuris tuleb võtta keha paisumist koefitsiendiga näidatud määral. Tahkete ja vedelate kehade paisumiskoeffitsientide väiksuse tõttu ei ole sel tegelikku tähtsust, ehkki siin on õigem lugeda paisumist antud kindlast temperatuurist, näiteks  $0^{\circ} \text{C}$ . Gaaside paisumiskoeffitsient on küllalt suur, seepärast tuleb täpsuse nõudel gaaside paisumiskoeffitsiendiks nimetada arvu, mis näitab, kui suure osa oma ruumalast  $0^{\circ} \text{C}$  juures paisub antud gaasi hulk soojendamisel  $1^{\circ} \text{C}$  võrra, kui rõhumine on jääv.

**125. Gaaside paisumiskoeffitsiendi määramine.** Võtame ühtlase klaasitoru, läbimõõduga umbes 1 mm ja ligi 20 cm pikk. Imeme toru umbes 1 cm pikkuselt elavhõbedat, sulatame toru ühe otsa kinni nõnda, et toatemperatuuris elavhõbe püsiks umbes toru keskel (141. joon.). Seega eraldame torus



141. joon.  
Gaaside paisumiskoeffitsiendi määramine.

teatava hulga õhku. Kinnitame toru ühes termomeetriga skaalale ja asetame saadud riista anumasse, milles on vesi jääga. Märgime temperatuuri ja õhusamba kõrguse torus. Vett anumasse soojendades märgime järjest (umbes 10<sup>0</sup> tagant) temperatuurid ja vastavad õhusamba kõrgused. Enne kõrguse lugemist on vaja toru pihta veidi koputada, et elavhõbe ei jääks toru seinte külge peatuma. Kui toru on ühtlase jämedusega, siis võime õhusamba pikemise lugeda võrdeliseks ruumala suurenemisega, mille põhjal on võimalik arvutada paisumiskoeffitsienti. Olgu õhusamba kõrgus 0<sup>0</sup> puhul  $h_0$  ja  $t^0$  juures

$h_t$  ning vastavad ruumalad  $v_0$  ja  $v_t$ , siis on  $\frac{v_t}{v_0} = \frac{h_t}{h_0}$ . Valemist  $v_t = v_0(1 + \alpha t)$

saame  $\frac{v_t}{v_0} = 1 + \alpha t$ . Järelikult  $1 + \alpha t = \frac{h_t}{h_0}$ , kust  $\alpha = \frac{h_t - h_0}{th_0}$ .

Arvuta saadud valemi põhjal vaatluse andmeist keskmised paisumiskoeffitsiendid mitmesuguses temperatuurivahemikus!

Sama meetodit võib tarvitada iga gaasi kohta.

**126. Boyle-Mariotte'i — Gay-Lussac'i valem.** Rakenduste otstarbel on kasulik Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadust väljendada ühise valemi abil. Olgu antud gaasihulga rõhumine ja ruumala 0<sup>0</sup> C korral vastavalt  $p_0$  ja  $v_0$  (algolek). Jätame temperatuuri samaks (0<sup>0</sup>) ja muudame rõhumist ( $p$ ), siis muutub Boyle-Mariotte'i seaduse järgi ka ruumala ( $v'$ ), ja nimelt nõnda (ülemineku-olek):

$$p_0 v_0 = p v' \dots \dots \dots (1).$$

Nüüd jätame rõhumise ( $p$ ) endiseks ja muudame temperatuuri ( $t$ ), siis muutub ka ruumala ( $v$ ) Gay-Lussac'i seaduse järgi (lõpp-olek) järgmiselt:

$$v = v'(1 + \alpha t) \dots \dots \dots (2).$$

Jagame  $v'$  kõrvaldamiseks (1)-se võrduse (2)-ga, saame:

$$\frac{p_0 v_0}{v} = \frac{p}{1 + \alpha t} \text{ ehk } p_0 v_0 = \frac{p v}{1 + \alpha t} \dots \dots \dots (3).$$

Saadud valem (3) sisaldab endas nii Boyle-Mariotte'i kui ka Gay-Lussac'i seaduse. Esimene neist järeldub, asetades valemisse  $t = 0 = \text{const.}$ , siis saame:  $p_0 v_0 = p v$ ; teine järeldub, oletades, et  $p = p_0 = \text{const.}$ , siis  $v = v_0(1 + \alpha t)$ .

Valemi  $p_0 v_0 = \frac{p v}{1 + \alpha t}$  abil on võimalik antud gaasihulga ruumala taandada nn. normaaltingimustesse (temperatuur 0<sup>0</sup> C ja rõhu-

mine  $p_0 = 76$  cm), sest tabelis on harilikult kõik andmed (tihedus, erikaal) antud normaalingimuste kohta. Valemist (3) järeldub, et kui antud gaasihulga temperatuur, rõhumine ja ruumala on vastavalt  $t$ ,  $p$  ja  $v$ , siis normaalingimustes selle gaasihulga ruumala

$$v_0 = \frac{pv}{p_0(1+at)}$$

**Näide.** Leia klassis oleva õhu mass, kui klassi ruumala  $v = (9 \cdot 6 \cdot 4) \text{ m}^3$ , õhu  $p = 75$  cm ja  $t = 15^\circ$ !

Tiheduse valemist

$$d_0 = \frac{m(\text{kg})}{v_0(\text{m}^3)} \text{ saame: } m = d_0 v_0 = \frac{d_0 p v}{p_0(1+at)} = \frac{1,3 \cdot 75 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 4}{76 \left(1 + \frac{1}{273} \cdot 15\right)} = 262,67 \text{ (kg)}.$$

**127. Gaasi rõhumise olenevus temperatuurist. Absoluutne temperatuur.** Temperatuuri muutudes jääva rõhumise puhul muutub gaasi ruumala Gay-Lussac'i seaduse järgi. Vaatame nüüd, kuidas muutub antud gaasihulga rõhumine  $p$  ja  $v$  ruumalal, kui temperatuur muutub. Selleks jätame valemis  $p_0 v_0 = \frac{pv}{1+at}$  ruumala konstantseks, s. o.  $v = v_0$ , siis saame:

$$p_0 = \frac{p}{1+at} \text{ ehk } p = p_0(1+at) \dots (1).$$

Saadud valemist näeme, et gaasi rõhumine jääva ruumala puhul oleneb temperatuurist just niisama kui ruumala jääva rõhumise puhul, nimelt: temperatuuri tõusmisel  $1^\circ \text{ C}$  võrra suureneb gaasi rõhumine  $a$  ehk  $\frac{1}{273}$  osa võrra oma rõhumisest  $0^\circ \text{ C}$  juures. Seega siis on  $\frac{1}{273}$  kõikide gaaside kohta ühine rõhumise suurenemise koefitsient temperatuuri tõusmisel  $1^\circ \text{ C}$  võrra.

Boyle-Mariotte'i — Gay-Lussac'i valemist tuletatud gaaside rõhumise muutumise seaduse avastas katseliselt prantslane Charles (loe: šarl) a. 1787, seepärast nimetatakse seda sagedasti ka Charles'i seaduseks.

Valemist (1) järeldub, et temperatuuri langemisel rõhumine  $p$  väheneb. Nüüd küsime: missuguses temperatuuris gaasi rõhumine kaob hoopis ära, s. o.  $p = 0$ . Selle küsimuse vastamiseks lahendame võrrandi  $p_0(1 + at) = 0$   $t$  suhtes. Et  $p_0$  ei võrdu nulliga, siis peab  $1 + at = 0$ , siit  $at = -1$  ja  $t = -\frac{1}{a} = -273$ .

Kineetilise teooria põhjal on gaasi rõhumine tingitud molekulide liikumisest. Kui gaasi rõhumine ära kaob, siis peab kineetilise teooria põhjal ära jääma ka molekulide liikumine; üldse gaas kaotab oma olemise, meie ei suuda enam gaasi kui niisugust kujutella. Nagu nägime, on temperatuuriks, milles gaasi rõhumine kaob,  $-273^{\circ}$  C. Seda temperatuuri ( $-273^{\circ}$  C, õigemini  $-273,16^{\circ}$  C) nimetatakse **absoluutseks nulliks**. Kui võtta absoluutne null termomeetriskaala nullpunktiks, väljenduvad kõik temperatuurid ainult absoluutsete arvudega; seepärast nimetataksegi absoluutsest nullist alates loetud temperatuuri (Celsiuse pügalais) ka **absoluutseks temperatuuriks**. Harilikult tähistatakse absoluutne temperatuur  $T$ -, Celsiuse skaala järgi  $t$ -tähe abil.

1. Antud õhuhulga ruumala  $0^{\circ}$  juures on 3 liitrit. Kui suur on sama õhu ruumala  $91^{\circ}$  puhul?

2. Kui suur on antud õhuhulga ruumala  $-25^{\circ}$  juures, kui  $+20^{\circ}$  puhul on sama õhuhulga ruumala  $240 \text{ cm}^3$ ?

3. Mitme kraadi võrra tuleb  $0^{\circ}$ -list õhku jahutada, et ta ruumala väheneks 2 korda?

4. Antud gaasihulga ruumala  $0^{\circ}$  juures on  $v_0$  liitrit. Missuguses temperatuuris on sama gaasihulga ruumala  $2v_0$  liitrit?

5. Kui palju kaalub normaalrõhumisel klassitoatäis õhku ( $9 \cdot 6 \cdot 4 \text{ m}^3$ )  $15^{\circ}$  puhul?

6. Leia antud gaasihulga ruumala  $0^{\circ}$  juures, kui  $-30^{\circ}$  puhul ta ruumala on  $360 \text{ cm}^3$ !

7. Õppetundide alguses oli klassi õhu temp.  $12^{\circ}$  ja rõhumine 755 mm, lõpul aga vastavalt  $17^{\circ}$  ja 750 mm. Kui palju vähenes selle aja jooksul õhu raskus klassis, mille ruumala on  $9 \cdot 6 \cdot 4 \text{ m}^3$ ?

8. Leia õhu tihedus  $15^{\circ}$  juures ja 76,8 cm rõhumise puhul!

9. Anumas, mille ruumala 1 liiter, on 2 g õhku. Kui suur on selle õhu rõhumine  $100^{\circ}$  puhul?

10. Prof. Piccard stratosfääri uurimisel 1931. a. kasutas õhupalli, mille gaasiballooni mahutavus oli  $14\,000 \text{ m}^3$ . Õhupall tõusis  $15\,781 \text{ m}$  kõrgusele, kus baromeeter näitas 76 mm rõhumist ja termomeeter  $-55^{\circ}$  C. Kui suur oli gaasiballooni üleslüke?

## Soojushulga mõõtmise.

**128. Soojushulga mõõtühikud.** Keha temperatuuri tõusmist seletame soojuse juurdetulekuga, temperatuuri langemist — soojuse kaotusega selles kehas. Meile juba tuntud kineetilise teooria põhjal on soojus keha molekulide liikumisenergia. Energiat võime ühest kehast teise edasi anda ja mõõta. Samuti võime ka soojusenergiat ta hulga suhtes mõõta teatavais ühikuis.

Soojushulga (energia) mõõtmisel on võetud ühikuks see soojushulk, mille 1 g vett juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb)  $1^{\circ}$  C võrra. Seda soojushulka nimetatakse **grammkaloriks** ehk lihtsalt **kaloriks (cal)**, ladina keelest: *calor* — soojus). **Kilogramm-kalor** ehk **kilokalor (kcal)** on 1000 grammkalorit ja vastab soojushulgale, mis 1 kg vett juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb)  $1^{\circ}$  C võrra.

Katse näitab, et antud veehulga temperatuuri tõstmiseks  $1^{\circ}$  C võrra kulub alati (peaaegu) ühepalju soojust, vaatamata algtemperatuurile, millest algas soojendamine (kas  $0^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$  või  $60^{\circ}$  jne.), seepärast ei ole meil tegelikult tähtis kalcri definitsioonis nimetada algtemperatuuri.

Leiame, kui palju kulub soojust, et 250 g vee temperatuuri tõsta  $15^{\circ}$  võrra.

Tähistades otsitava soojuse hulga  $Q$ -ga saame:

$$Q = 250 \cdot 15 \text{ cal} = 3750 \text{ cal} = 3,75 \text{ kcal.}$$

Üldse,  $m$  g vee temperatuuri tõstmiseks  $t^{\circ}$  võrra kulub soojust

$$Q = mt \text{ (cal).}$$

1. Lahenda üldisel kujul vee segamise ülesanne:  $m_1$  g vett  $t_1^{\circ}$  puhul segati  $m_2$  g veega  $t_2^{\circ}$  puhul, leia lõpptemperatuur  $t$ ! Näita, et saadud valem on kehtiv ka iga teise vedeliku segamisel!

2. Kui palju kulub soojust, et 250 g vett soojendada  $15^{\circ}$ -st  $100^{\circ}$ -ni?

3. Kui palju soojust kulub selleks, et 2 liitrit vett toatemperatuurist ( $20^{\circ}$ ) soojendada  $100^{\circ}$ -ni?

4. Kui palju soojust annab ära teeklaasitäis ( $250 \text{ cm}^3$ ) vett, jahtudes  $100^{\circ}$ -st  $25^{\circ}$ -ni?

5. 3 liitrit vett andis jahtudes ära 120 kcal soojust. Kuidas muutus vee temperatuur?

6. 1 m<sup>3</sup> vee soojendamiseks kulutati 15 000 kcal soojust. Kui palju tõusis vee temperatuur?

7. Mitme kraadi võrra soojeneb 50 g vett, kui temasse juhtida 1 kcal soojust?

8. Mitu g vett võib soojendada 0,5 kcal arvel 10° võrra?

9. Mitu liitrit vett kaotab jahutamisel 10° võrra 30 kcal soojust?

10. Mitu liitrit vett 15° juures tuleb segada 2 liitri veega 60° juures, et segu temperatuur oleks 30°?

11. Segati 3 liitrit vett 20° juures 5 liitri veega 12° juures. Leia segu temperatuur!

**129. Keha soojusmahtuvus. Aine erisoojus.** Võtame 500 g rauda (naelad) ja 500 g seatina (haavlid), soojendame neid näiteks 100°-ni (keevas vees hoides) ja asetame siis ühe ühte, teise teise anumasse veega. Veehulk ja algtemperatuur olgu mõlemas anumad samad, soovitatav, et ka anumad ise oleksid ühesugused (mispärast?). Mõõtes vee temperatuuri tõusu anumais näeme, et see ei ole ühesugune, vaid raua jahtumise mõjul umbes 3 korda suurem kui seatina mõjul. Sellest järeldame, et samas hulgas võetud erisuguste ainete (raud, seatina) soojendamiseks sama kraadide arvu võrra tarvitab üks keha tublisti rohkem soojust kui teine.

Keha **soojusmahtuvuseks** nimetatakse seda soojushulka, mis keha juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb) 1° C võrra.

Kui näiteks rauatüki temperatuuri tõstmiseks 1° C võrra kulub 15 cal, siis on selle rauatüki soojusmahtuvus 15 cal, jne.

Kui keha koosneb ühtlasest ainest (tina, raud, vask, puu jne.), siis on kerge ta soojusmahtuvust leida selle aine 1 massiühiku (g, kg) soojusmahtuvuse ehk erisoojuse põhjal. Tähendab, **aine erisoojus** näitab soojushulka (g-kaloreis), mis 1 g seda ainet juurde saab (või kaotab), kui ta temperatuur tõuseb (või langeb) 1° C võrra.

1 g vee soojendamiseks 1° C võrra kulub 1 cal soojust, järelikult vee erisoojus on 1 cal; 1 g raua soojendamiseks 1° C võrra kulub 0,1 cal soojust, seega on siis raua erisoojus 0,1 cal, jne.

Katse näitab, et kitsamas temperatuuride vahemikus, näiteks  $0^{\circ}$ — $100^{\circ}$ -ni, antud keha temperatuur tõuseb (või langeb) sama soojushulga arvel (peaaegu) sama kraadidearvu võrra, vaatamata algtemperatuurile, millest algas soojendamine (või jahutamine). Selle põhjal võime lugeda aine erisoojuse kitsamas temperatuuride vahemikus jäävaks. Tabeleis on antud keskmised erisoojused teatud temperatuurivahemikus.

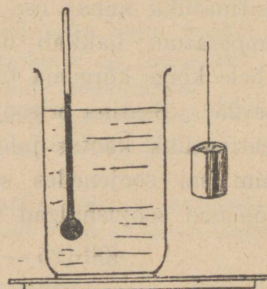
Näide. Teeklaas kaalub 200 g ning jahtus  $60^{\circ}$  võrra. Kui palju ta kaotas soojust?

Klaasi erisoojus on 0,17 cal, järelikult  $1^{\circ}$  C võrra jahtudes kaotab teeklaas  $0,17 \cdot 200$  cal,  $60^{\circ}$  võrra jahtudes  $0,17 \cdot 200 \cdot 60$  ehk 2040 cal.

Üldse, kui meil on  $m$  g ainet, mille erisoojus  $c$  cal, siis kaotab ta temperatuuri langemisel  $t^{\circ}$  võrra soojust

$$Q = cmt \text{ (cal).}$$

**130. Erisoojuse määramine segamisviisi abil.** a) Tahame näiteks leida seatina erisoojust, siis võtame tüki seatina, olgu 645 g, soojendame teda keeva vee auruses hoides  $100^{\circ}$ -ni ja asetame anumasse, milles on näiteks 400 g vett  $13,5^{\circ}$  juures (142. joon.). Nüüd läheb seatinast osa soojust vette ja vee temperatuur hakkab tõusma. Segame vett ümber ja paneme tähele kõige kõrgema temperatuuri, mis termomeeter näitab. Olgu see  $17,5^{\circ}$ . Siis oli vesi niisama soe kui seatinagi. Tähendame seatina otsitava erisoojuse  $x$ -ga ja arvutame soojushulga, mis seatinatükk jahtudes kaotas ja veele andis. Üks gramm seatina, jahtudes ühe kraadi võrra, kaotab  $x$  cal soojust, 645 g kaotab aga  $645x$  cal. Seatinatükk jahtus  $(100 - 17,5)^{\circ}$ , tähendab, seatinatüki soojusekaotus kokku on  $645 \cdot (100 - 17,5)x$  cal. Samuti leiame, et vesi anumas soojenedes sai soojust juurde  $400 \cdot (17,5 - 13,5)$  cal. Kui oletada, et muud soojusekaotused, näiteks kiirgamise ja juhtivuse teel, on niivõrra väikesed, et need võib jätta tähele panemata, siis peab



142. joon. Erisoojuse määramine.

soojushulk, mis seatinatükk kaotas, võrduma soojushulgaga, mis vesi sai juurde, s. o.

$$645 \cdot (100 - 17,5) x = 400 \cdot (17,5 - 13,5),$$

kust  $x = 0,03$  (kalorit).

Niiviisi leidsime, et seatina erisoojus on 0,03, s. t. et ühe grammi seatina ühe kraadi võrra soojendamiseks tuleb talle anda 0,03 cal soojust.

Riista, mille abil määratakse erisoojust, nimetatakse **kalorimeetriks**. Meil oli kalorimeetriks lihtne anum veega.

b) Vedelikkude, näiteks petrooleumi, erisoojuse leidmiseks võtame meile juba tuntud erisoojusega keha, näiteks seatinatüki, juhime temast osa soojust vedelikku ja vaatame, kui palju seetõttu tõuseb vedeliku temperatuur.

Olgu meil kalorimeetris näiteks 400 g petrooleumi, mille algtemperatuur on 19°. Võtame 537-grammise seatinatüki, soojendame teda keeva vee aurus hoides 100°-ni ja asetame petrooleumi. Seatinatükk annab osa oma soojusest petrooleumile ja petrooleumi temperatuur hakkab tõusma. Petrooleumi ümber segades paneme tähele kõige kõrgema temperatuuri, mis termomeeter näitab. Olgu see 25°. Seatina erisoojus on 0,03, otsitav petrooleumi erisoojus  $x$ . Seatinatükk kaotas jahtudes  $0,03 \cdot 537 \cdot (100 - 25)$  kalorit, petrooleum sai soojenedes soojust juurde  $400 \cdot (25 - 19) x$  kalorit. Et mõlemad soojushulgad peavad olema võrdsed, siis saame võrrandi

$$400 (25 - 19) x = 0,03 \cdot 537 \cdot (100 - 25),$$

millest  $x = 0,5$  (kalorit).

**131. Gaaside erisoojus.** Gaaside erisoojusest kõneldes tuleb vahet teha erisoojuse vahel jääva rõhumise puhul ( $c_p$ ) ja erisoojuse vahel jääva ruumala puhul ( $c_v$ ). Kui gaas on soojendamisel jääva rõhumise all, s. o. gaas saab soojenemisel vabalt paisuda, siis on ta erisoojus suurem kui sel juhul, kus gaasi ruumala on soojendamisel jääv, mistõttu rõhumine soojendamisel suureneb. Selle nähtuse põhjuseks on asjaolu, et esimesel juhul kulub osa soojust tööks, mida gaas teeb paisumisel. Näitena toome mõne tuntud gaasi erisoojuse jääva rõhumise puhul.

Hapnik . . . . . 0,244	Vesinik . . . . . 3,410
Lämmastik . . . . . 0,217	Õhk . . . . . 0,237

## Erisoojuste tabel.

Alumiinium . . . . .	0,212	Liivakivi . . . . .	0,174
Huumus . . . . .	0,433	Marmor . . . . .	0,216
Hõbe . . . . .	0,056	Nikkel . . . . .	0,108
Inglitina . . . . .	0,055	Plaatina . . . . .	0,032
Jää . . . . .	0,463	Raud . . . . .	0,110
Kivisüsi . . . . .	0,312	Seatina . . . . .	0,031
Klaas . . . . .	0,170	Tsink . . . . .	0,094
Kuld . . . . .	0,032	Valgevask . . . . .	0,092
Kuusepuu . . . . .	0,654	Vask . . . . .	0,093
-----			
Bensiin . . . . .	0,38	Petrooleum . . . . .	0,51
Eeter . . . . .	0,53	Piiritus . . . . .	0,58
Elavhõbe . . . . .	0,03	Tärpentin . . . . .	0,51
Glütseriin . . . . .	0,50	Vesi . . . . .	1,00

1. Millisel kehal eelolevast tabelist on kõige suurem ja millisel kõige väiksem erisoojus?

2. Seatina- ja raudkuul lendavad sama kiirusega vastu märklauda. Kumb neist läheb rohkem kuumaks, kui algtemperatuur oli ühesugune?

3. Missugust mõju avaldab vee erisoojus kliima kujunemisele?

4. Kui palju soojust kaotab 4,5-kg-ne klaasitükk jahtudes 200<sup>0</sup>-st 0<sup>0</sup>-ni?

5. Kui palju soojust läheb vaja, et 2 kg elavhõbedat soojendada 100<sup>0</sup> võrra?

6. 500 g vaske jahtus 100<sup>0</sup>-st 28<sup>0</sup>-ni. Kui palju kactas ta soojust?

7. Seatinatükk kaalub 250 g. Kui palju soojust kulub ta soojendamiseks 15<sup>0</sup>-st 100<sup>0</sup>-ni?

8. Segati liiter 40<sup>0</sup>-st vett liitri piiritusega 20<sup>0</sup> juures. Leia segu temperatuur!

9. Mitme kraadi võrra jahtub jäätükk, mis kaalub 480 g, kui talt ära võtta 2,4 kcal soojust?

10. Alumiiniumlusikas kaalub 18 g. Mitme kraadi võrra tõuseb lusika temperatuur, kui talle juurde anda 72 cal soojust?

11. Mitme kraadi võrra soojeneb 500 g tsinki, kui talle juurde anda 2 kcal soojust?

12. Mitu g inglistina on võimalik 30 cal arvel teha 5<sup>0</sup> soojemaks?

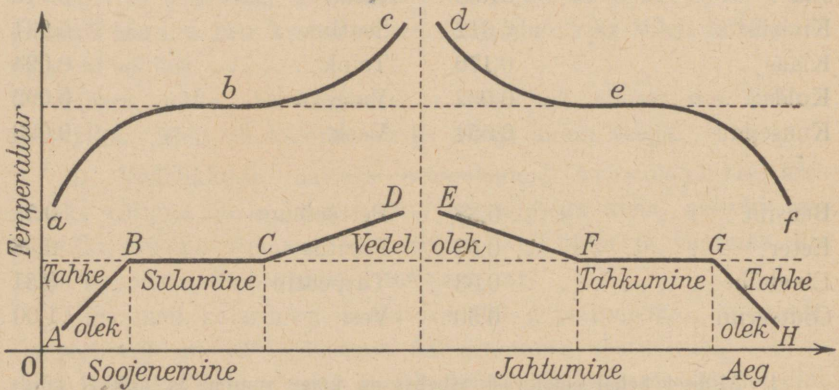
13. 300-g-se seatinatüki soojendamiseks 15<sup>0</sup>-st 35<sup>0</sup>-ni kulub 186 cal soojust. Kui suur on seatina erisoojus?

14. Kui suur soojusmahtuvus on teeklaasil, mis kaalub 120 g?

15. Hõbelusikas kaalub 70 g. Kui suur on ta soojusmahtuvus?

## Sulamine.

132. Sulamis- ja tahkumisnähtus ning -seadused. Keha olek (tahke, vedel, gaasiline) oleneb temperatuurist. Keha üleminekut tahkest olekust vedelasse nimetatakse **sulamiseks**, sellele



143. joon. Aine oleku muutumise graafik.

vastupidist nähtust — **tahkumiseks**. Näitlikult võime sulamise ja tahkumise käiku kujutada graafiku abil (143. joon.). Märgime püstteljel temperatuuri ja rõhtteljel aja; oletame, et soojuste juurdevool soojendamisel ja kaotus jahtumisel on ühtlane, s. o. võrdeline ajaga. Siis kujutab joon *ABCD* keha temperatuuri muutumise käiku soojenemisel ja *EFGH* jahtumisel.

Samuti kui jää sulamine ja vee tahkumine toimub ka kõigi teiste kristalse ehitusega kehade oleku muutumine tahkest vedelaks ja ümberpöördult, nimelt:

- 1) iga keha hakkab sulama (tahkuma) kindlal, sellele kehale omasel sulamis- (tahkumis-) temperatuuril;
- 2) sulamistemperatuur on ühesugune tahkumistemperatuuriga;
- 3) sulamine (tahkumine) kestab niikaua, kui soojust juurde tuleb (kaob);

4) kogu sulamise (tahkumise) kestel on keha temperatuur jääv.

Mitte kõik kehad ei sula nõnda kui jää. Kui näiteks klaaspulka soojendada gaasipõleti leegis, siis ta muutub vedelaks mitte äkitselt, vaid läheb temperatuuri tõusmisel järjest pehmemaks, kuni lõpuks jõuab vedela olekuni. Sel klaasi omadusel on suur tähtsus klaasitööstuses, sest ta võimaldab klaasist välja töötada hästi mitmekujulisi asju. Sarnaselt klaasiga sulavad (tahkuvad) üldiselt kõik amorfsed (mittekristalsed) kehad, nagu või, rasv, vaha, pigi, kummi jne. Seda liiki kehade temperatuuri muutmise käiku soojendamisel (jahutamisel) võime kujutada kõveraga *abcdef* (143. joon.), mis muutub pidevalt. Sulamis- (tahkumis-) temperatuuriks loetakse niisugusel juhul see, kus temperatuuri muutumine toimub kõige aeglasemalt (*b* ja *e*).

Temperatuuri tõusuga hakkavad molekulid tahkes kehas (kristallis) tugevamini võnkuma. Teatud võnkumistugevuse juures ei suuda molekulaartungid enam säilitada üksikute molekulide asendeid kristalli ruumvõres. Ruumvõre variseb kokku, puruneb ja molekulid saavad edasiliikumisvabaduse. Sellega ongi tahke keha (kristall) muutunud vedelikuks.

**133. Aine sulamissoojus.** Katsed näitavad, et jää sulamine kestab niikaua, kui soojust juurde tuleb. Termomeeter aga seda soojuse juurdevoolu ei näita, sest kogu sulamise kestel on temperatuur jääv. Kuhu jääb siis soojusenergia, mis sulamisel kulutatakse, kuid mis ei suurenda molekulide kineetilist energiat (temperatuur on jääv)? Kõik see energia kulub tahke keha molekulide vahel olevate sidemete lõhkumiseks, sest tahke keha molekulid on palju tugevamini üksteisega seotud kui vedeliku molekulid. Sulamisel äratarvitatud soojusenergia kulub tahke keha molekulide vahel mõjuvate molekulaartungide ületamiseks, nn. **sisemiseks tööks**, mis suurendab molekulide potentsiaalset energiat. Nagu Maa ja kivi potentsiaalne energia suureneb kivi maapinnast kõrgemale tõstmisel, samuti võib ka molekulide teissugusel asetamisel üksteise suhtes suureneda nende potentsiaalne energia.

Soojushulka, mis kulub selleks, et 1 g antud ainet sulamistemperatuuris tahkest olekust

muuta vedelaks, nimetatakse selle aine **sulamissoojuseks**. Nii näiteks on jää sulamissoojus **80 gramm-kalorit**.

Tahkumisel toimub vastupidine nähtus. Sulamiseks kulutatud energia saab vabaks, molekulide potentsiaalne energia muutub kineetiliseks ja andub edasi ümberolevaile kehadele. Et looduses energia ei hävi, siis on loomulik, et sulamiseks kulutatud energia hulk tahkumisel jälle täiel määral vabaneb; samuti muutub ka ülestõstetud kivi potentsiaalne energia kivi mahalangemisel molekulide kineetiliseks energiaks.

**134. Jää sulamissoojuse määramine.** Olgu kalorimeetris 434 g vett algtemperatuuriga  $52,8^{\circ}$ . Võtame tükikese kuiva jääd  $0^{\circ}$  juures ja laseme kalorimeetrisse. Jää sulamisel langeb vee temperatuur kalorimeetris. Segame vett järjest ümber ja märgime temperatuuri kohe, kui viimane jääraasuke on ära sulanud. Olgu vee lõpptemperatuur  $27,6^{\circ}$  ja kogu vee hulk 536 g. Leiame saadud andmeist jää sulamissoojuse. Vesi jahtus kalorimeetris  $52,8^{\circ} - 27,6^{\circ} = 25,2^{\circ}$  võrra. Ärasulanud jää mass on 536 g — 434 g = 102 g. Vesi kalorimeetris kaotas  $25,2 \cdot 434$  g-kalorit soojust; sellest soojushulgast kulus, tähistades jää sulamissoojuse  $x$ -ga,  $102 x$  g-kalorit jää sulatamiseks ja  $27,6 \cdot 102$  g-kalorit jää sulamisest tekkinud vee soojendamiseks  $0^{\circ}$ -st  $27,6^{\circ}$ -ni. Et mõlemad soojushulgad peavad olema võrdsed, siis saame võrrandi

$$102 x + 27,6 \cdot 102 = 25,2 \cdot 434,$$

millest  $x = 79,6$ .

Täpsed mõõtmised näitavad, et jää sulamissoojus on 80 kalorit iga grammi kohta.

**135. Ruumala muutumine tahkumisel.** Jää ujub veepinnal, — sellest järeldame, et vee ruumala tahkumisel suureneb (umbes 10%). Sama omadus on ka malmil, bismutil ja mõnel teisel ainel. Suuremal hulgal kehadel (seatina, vask, väävel jne.) väheneb ruumala tahkumisel ja seepärast vajub tahke keha põhja samast ainest vedelikus.

Vee ruumala muutumisel tahkumisel on looduses väga suur tähtsus. Kui jää vajuks vees põhja, siis muutuks vesi suuremas osas meie veekogudest (jões, järved, osalt ka mered) põhjani jääks ja elu neis häviks. Mispärast?

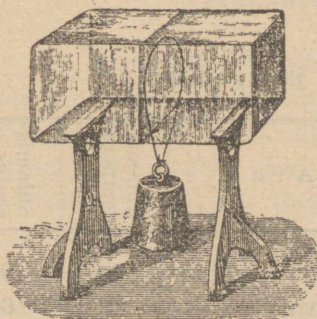


144. joon. Jääks muutudes paisub vesi tugevasti ja lõhub raudpomm.

Kui tugevasti vesi jääks muutudes paisub, näitab katse raudpommiga (144. joon.), mille õõnsus täidetakse veega, siis kruvitakse kõvasti kinni ja asetatakse jahutavasse segusse. Jääks muutudes paisub vesi nii tugevasti, et pomm lõhkeb. — Samuti kui kõik teised kehad tõmbub jää jahtudes kokku ja paisub soojenedes.

Täida pudel veega ja pane välja kange külma kätte! Vaata, mis juhtub ja mispärast?

**136. Sulamistemperatuuri olenevus rõhumisest.** Kehade sulamistemperatuur oleneb vähesel määral rõhumisest, mille juures toimub sulamine.



145. joon. Jää sulamistemperatuur langeb rõhumise suurenedes.

Kõigil neil kehadel, mille ruumala tahkumisel suureneb (jää), langeb sulamistemperatuur rõhumise suurenedes, teistel kehadel toimub nähtus ümberpöörduvalt. Jää puhul on seda kerge katseliselt näidata.

Võtame tüki jääd, paneme välja külma kätte ja riputame temast üle pandud traadi külge raske koormise (145. joon.). Nüüd hakkab traadi rõhumise all olev jää sulama, kuna sulamisest tekkinud vesi ülalpool traati jälle jääks külmub. Sedaviisi lõikab traat jäätüki pikkamisi läbi, kuna jäätükk ise seejuures jääb terveks.

Nähtuse seletamiseks tuletame meelde, et jää ruumala sulamisel väheneb. Jäässe mõjuv rõhumine vähendab jää ruumala ja sellega aitab kaasa sulamisele. Kehade puhul, kus ruumala tahku-

misel väheneb (seatina, vaha), on rõhumise mõju sulamistemperatuurile vastupidine.

See jää omadus mängib tähtsat osa jääliustikkude tekimisel.

**137. Jahutavad segud. Ülejahutamine.** Ka lahustumisel kulub soojust, et nõrgendada sidet lahustatava aine molekulide vahel. Seepärast näiteks langeb keedusoola lahustumisel vees vee temperatuur. Iseäranis tugevasti langeb temperatuur (kuni  $-20^{\circ}$  C) keedusoola lahustumisel jääs (lumes). Niisugust jää ja soola segu nimetatakse jahutavaks seguks. Veel madalama temperatuuri (kuni  $-55^{\circ}$ ) annab kristalse klooralkaltsiumi ja jää segu.

Ettevaatlikult puhast vett jahutades võib teda üle jahutada, s. o. jahutada alla hariliku tahkumistemperatuuri ( $0^{\circ}$ ). Kuid see olek ei ole stabiilne, püsiv. Raputamisel või jääkristallikeste lisamisel muutub osa veest äkitselt jääks, kuna ülejäänud vee temperatuur tõuseb  $0^{\circ}$ -ni. Vett võib kuni  $-20^{\circ}$ -ni üle jahutada.

Sarnaselt ülejahutamisele võib kõnelda ka kehade ülesoojendamisest, s. o. nähtusest, kus keha püsib tahkes (või vedelas) olekus vaatamata sellele, et ta temperatuur on sulamistemperatuurist (või keemistemperatuurist) kõrgem.

### Sulamistemperatuurid ja -soojused.

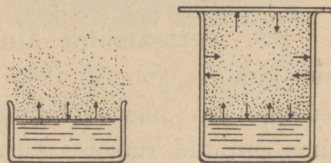
A i n e	Sulamistemperatuur	Sulamissoojus	A i n e	Sulamistemperatuur	Sulamissoojus
Alumiinium	657 <sup>o</sup>	102	Raud (puhas)	1528	49
Eeter . . .	—132	—	Seatina . .	327	6,3
Elavhõbe . .	—39	2,8	Tsink . . .	419	26,6
Hõbe . . .	961	24	Vaha . . .	63—64	42,3
Inglüstina .	232	14,6	Vask . . .	1083	42
Jää . . .	0	80,0	Väävel . . .	113	9,4
Kuld . . .	1063	16	—		
Nikkel . . .	1451	65	Hapnik . .	—219	3,3
Parafiin . .	50—55	35,1	Lämmastik .	—210	6,1
Piiritus . .	—130	—	Süsihappegaas	—56,3	45,3
Plaatina . .	1764	27	Vesinik . .	—258	14

1. Missugune on lume (jäät) ja vee segu temperatuur? Millest tunneme, kas külmetab või sulab?
2. Jää (jäätis) tundub hambaile külmem kui jäävesi ( $0^{\circ}$ ). Mispärast?
3. Kui palju kulub soojust 20 g jää sulatamiseks sulamistemperatuuris?
4. Kui palju  $-10^{\circ}$ -st jääd on võimalik ära sulatada 120 g vees, mille temperatuur on  $20^{\circ}$ ?
5. Kui palju kulub soojust selleks, et ära sulatada 300 g seatina; mille temperatuur on  $25^{\circ}$ ?
6. Segati 300 g vett  $+40^{\circ}$  juures 20 g jääga  $-10^{\circ}$  juures. Leia segu temperatuur!
7. Mitu g jääd  $-5^{\circ}$  juures peab 2 liitris  $60^{\circ}$ -ses vees ära sulatama, et vee temperatuur langeks  $10^{\circ}$  võrra?
8. Mitu g  $+20^{\circ}$ -st vett tuleb segada 30 g lumega, mille temp.  $-6^{\circ}$ , et pärast lume ärasulamist segu temp. oleks  $+10^{\circ}$ ?
9. Kui paksu jääkihi suudaks Päikeselt aasta jooksul saadud soojus ümber Maa ära sulatada (jäät algtemperatuur  $0^{\circ}$ )? Kas oleneb selle kihi paksus Maa raadiusest?

## Aurustumine ja niiskus.

**138. Aurustumine lahtises anumus.** Aurustumiseks nimetame aine aeglast muutumist vedelast olekust gaasiliseks, kusjuures see muutumine toimub vedeliku pinnal ja igasuguses temperatuuris. Aurustumisel gaasilisse olekusse läinud vedelikku (vett) nimetame a u r u k s.

Mõned tahked kehad (lumi, kamper, jood jne.) võivad minna otsekohe, ilma vedelaks muutumata, tahkest olekust gaasilisse. Niisugust kehade omadust nimetatakse l e n d u m i s e k s ja kehi endid l e n d u v a i k s.



146. joon. Aurustumine lahtises ja kinnises anumus.

Molekulaarteooria põhjal võime aurustumist seletada järgmiselt. Vedelikumolekulid on alalises liikumises ja selle keskmine kiirus on temperatuurist. Et vedelikumolekulid asetsevad üksteisele väga lähedal, siis on sagedad kokkupõrked möödapääsematud. Need pinna lähedal olevad vedelikumolekulid, mille kiirus on keskmisest kiirusest suurem, võivad (tähtis on ka lii-

kumise suund) ületada oma mõjupiirkonna molekulaartungid ja sedaviisi pääseda vedelikust välja ruumi, mis on vedeliku kohal. Niisiis moodustavad vedeliku auru need peaaesjalikult suurema kiirusega vedelikumolekulid, mis vedelikust välja pääsevad. Õhus olevad aurumolekulid võivad üksteisega, samuti ka õhumolekulidega ja anuma seintega kokku põrgates uuesti vedelikku tagasi sattuda.

Et temperatuuri tõusuga kasvab molekulide liikumise kiirus, siis on loomulik, et ühes sellega suureneb ka aurustumise kiirus, mis on vee aurustumisest üldiselt tuttav.

Nagu nägime, pääsevad vedelikust välja eeskätt suurema kiirusega molekulid. Seega siis peab vedeliku temperatuur, mis oleneb vedelikku järelejäänud molekulide kineetilisest energiast, aurustumisel langema. Vedeliku temperatuuri langemist aurustumisel on kerge tähele panna nende vedelikkude puhul, kus aurustumine toimub iseäranis kiiresti (eeter, piiritus).

Nimeta mõned nähtused vee aurustumise jahutava mõju kohta!

Soojushulk, mis kulub selleks, et 1 g vedelikku antud temperatuuris muuta auruks samas temperatuuris, nimetatakse aurustumise soojuseks.

Eespoolöeldust võiks järeldada, nagu peaks auru temperatuur vedeliku omast suurem olema (energilisemad molekulid). Kuid tõepoolest kulub osa vedelikust väljuvate molekulide kineetilisest energiast (kiirusest) molekulaartungide ületamiseks ja muundub seega potentsiaalenergiaks (võrdlus ülesvisatud kiviga). Aurust vedelikku tagasitulemisel muundub molekuli potentsiaalenergia uuesti kineetiliseks ja molekul omandab endise kiiruse, samuti vedelik endise temperatuuri. Seepärast siis saab aurustumisel kulunud soojus veeldumisel jälle uuesti vabaks, s. o. aurustumissoojus võrdub auru veeldumise soojusega.

**139. Aurustumine kinnises anumas.** Kui aurustumine toimub kinnises anumas (146. joon., b), siis ei pääse aurumolekulid vedeliku peal olevast ruumist mitte eemale, vaid kogunevad kõik sinna piiratud ruumi. Aurumolekulide arv suureneb järjest, kuni lõpuks tekib nn. **liikuv tasakaal**, s. o. seisund, kus vedelikust väljunud (auruks muutunud) molekulide arv võrdub aurust vedelikku tagasiläinud molekulide arvuga. Nüüd antud ruumi antud temperatuuris aurumolekule enam ei mahu. Me ütleme, et **ruum** on aurust **küllastatud** ehk **aur on küllastunud**.

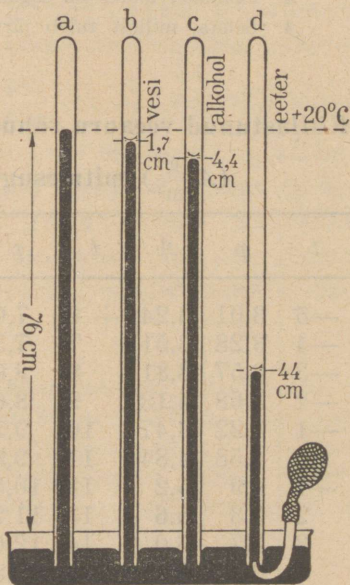
Suurendame vedeliku kohal olevat kinnist ruumi, siis ei jätku aurumolekulidest selle ruumi küllastamiseks, ruum on aurust

**küllastamata** ja vedelikust võib uusi molekule ruumi juurde tulla kuni küllastuseni. Vähendame auruga küllastatud ruumi, siis peab osa aurumolekule paratamatult vedelikku tagasi minema — veel d u m a, sest nii palju neid antud ruumi ei mahu.

**140. Küllastunud auru rõhumine.** Aurumolekulid liiguvad vabalt ruumis sarnaselt gaasimolekulidega. Seepärast peab aur sarnaselt gaasidega molekulide alaliste kokkupõrgete („pommitamise”) tõttu avaldama rõhumist. Nagu nägime, on küllastatud ruumis aurumolekulide arv kõige suurem, seepärast peab olema küllastunud aurul võrreldes küllastumatu auruga ka kõige suurem rõhumine.

Auru rõhumise uurimiseks võib tarvitada tühja ruumi baromeetri torus (Torricelli tühjus). Olgu meil 4 ühesugust baromeetri toru täidetud elavhõbedaga (147. joon.). Juhime kõvera otsaga pritsi abil toru *b* alla vett, *c* alla piiritust ja *d* alla eetrit. Vedelik tõuseb torus üles ja muutub elavhõbeda kohal olevas ruumis auruks. Juhime vedelikku niikaua torudesse juurde, kuni elavhõbeda peale tekib õhuke vedelikukiht. Sellest järeldame, et ruum vedeliku kohal on aurust küllastatud, sest vedelikku enam auruks ei muutu. Toru *b*, *c* ja *d* elavhõbeda-samba kõrgust toru *a* omaga (baromeeter) võrreldes näeme, et esimestes küllastunud auru rõhumise mõjul on elavhõbe langenud, nimelt  $+20^{\circ}$  C juures: torus *b* (vesi) 1,7 cm, torus *c* (piiritus) 4,4 cm ja torus *d* (eeter) 44 cm. Sellest järeldame, et  $+20^{\circ}$  C juures on küllastunud veeauru rõhumine 1,7 cm, piiritusel 4,4 cm ja eetril 44 cm.

Katsest selgub, et küllastunud auru rõhumine oleneb vedeliku ainest, auru temperatuurist ja suureneb temperatuuri tõustes. Küllastunud veeauru rõhumise olenevus temperatuurist on katseliselt kindlaks määratud (vaata tabel), kuid sidet matemaatilise valemi näol nende vahel pole seni leitud.



147. joon. Küllastunud auru rõhumise määramise.

Küllastunud auru rõhumine ei olene sellest, kas ruum, kus aur tekib, on tühi või täidetud mõneteise auru või gaasiga, küll aga oleneb sellest aurustumise kiirus, mis on tühjas ruumis märksa suurem.

1. Vesi on poorses savianumas ümberolevast õhust jahedam. Mispärast?
2. Kui palju näitab baromeeter  $20^{\circ}$  C juures vähem, kui baromeetri torus on niiskust?
3. Jäämäed meres on sageli ümbritsetud uduga. Mispärast?
4. Seleta, millest tuleb järvede ja soode auramine (udu)!

**Küllastunud veeauru rõhumine ( $p_{mm}$  Hg) ja küllastav niiskus ( $A \frac{g}{m^3}$ ) mitmesuguses temperatuuris ( $t^{\circ}$  C).**

$t$	$p$	$A$	$t$	$p$	$A$	$t$	$p$	$A$	$t$	$p$
-5	3,01	3,24	+ 6	7,0	7,3	+17	14,5	14,5	50	92,0
-4	3,28	3,51	7	7,5	7,8	18	15,5	15,4	60	148,9
-3	3,57	3,81	8	8,0	8,3	19	16,5	16,3	70	233,3
-2	3,68	4,13	9	8,6	8,8	20	17,5	17,3	80	355,4
-1	4,22	4,47	10	9,2	9,4	21	18,7	18,3	90	529,9
0	4,58	4,84	11	9,8	10,0	22	19,8	19,4	95	634,0
+1	4,9	5,2	12	10,5	10,7	23	21,1	20,6	98	707,0
2	5,3	5,6	13	11,2	11,4	24	22,4	21,8	99	733,2
3	5,7	6,0	14	12,0	12,1	25	23,8	23,0	99,5	746,5
4	6,1	6,4	15	12,8	12,8	30	31,8	—	100	760,0
5	6,5	6,8	16	13,6	13,6	40	54,9	—	105	906,4

**141. Õhu niiskus ja selle määramine.** Vabalt veepinnalt, nagu mered, järved, jõed jne., aurustub vahetpidamatult vett (niiskust) õhku. Seepärast on õhus alati suuremal või väiksemal määral veeauru. Lihtsad katsed näitavad, et see on tõepoolest nõnda: klooralkalium imeb endasse õhus olevat veeauru ja läheb seetõttu varsti märjaks; kallame soojas toas väljastpoolt hästi ärakuivatatud veeklaasi külma vett, siis läheb klaas väljastpoolt niiskeks; aknad „higistavad“ jne. **Õhu absoluutseks niiskuseks** nimetatakse ühes kuupmeetris olevat veeauru hulka, mõõdetud grammides, **relatiivseks niiskuseks**

aga absoluutse niiskuse suhet küllastava niiskusega, s. o. antud ruumis oleva veeauru hulga suhet selle veeauru hulgaga, mis samas temperatuuris seda ruumi küllastaks.

Tegelikus elus on suure tähtsusega õhu relatiivse niiskuse teadmine, sest sellest oleneb, kas antud temperatuuris veeauru õhku veel mahub või mitte, s. o. õhu „kuivus“ harilikus mõttes.

Relatiivset niiskust võime leida absoluutse niiskuse abil. Kui näiteks teame, et 20° C juures on õhu absol. niiskus  $8,65 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$ , siis on relatiivne niiskus  $\frac{8,65}{17,3}$  ehk  $\frac{1}{2}$ , sest ülaltoodud tabelist leiame, et 20° C juures mahub 1 m<sup>3</sup> õhusse 17,3 g küllastunud veeauru. Harilikult väljendatakse relatiivne niiskus %-des (meie juhul  $\frac{1}{2}$ —50%); siis näitab relatiivne niiskus küllastuse määra, s. o. mitu % moodustab õhus juba olemas olev veeauru hulk sellest, mis sinna antud temperatuuris maksimaalselt mahuks.

Kõige lihtsam on õhu relatiivset niiskust leida nn. kastepunkti meetodi abil. Me teame, et gaasi, samuti ka auru rõhumine antud temperatuuris oleneb antud ruumalas olevate molekulide hulgast, sest auru rõhumine pole muud kui üksikute molekulide tõugete summa. Sellest järgneb, et absoluutne niiskus on võrdeline auru rõhumisega ja seetõttu

$$\text{rel. niiskus} = \frac{\text{olemasoleva veeauru rõhumine}}{\text{küllast. veeauru rõhum. samas temp.}}$$

Suhte teise liikme leiame sellekohasest tabelist, kuna suhte esimene liige tuleb igal juhul katseliselt eraldi määrata. Selleks leiame nn. kastepunkti, s. o. temperatuuri, milleni tuleks jahutada õhku, et temas olev veeaur küllastuks. Olgu näiteks toa temp. 18° C. Jahutame sileda läikiva välispinnaga anumad (hõbetatud või kullatud klaas jne.), milles on kas jäävesi või mõni kiiresti auruv vedelik (eeter), niikaua, kui läikivale pinnale tekib õhuke kastekord ja ta muutub tuhniks. Olgu seejuures anuma temperatuur 12°. Anuma jahtudes jahtub ühtlasi ka ta seintega kokkupuutuv õhk ja veeaur; seejuures ei muutu jahtunud veeauru rõhumine, sest ta (jahtunud aur) on otseses kokkupuutes ümberoleva veeauruga. Seepärast võime õhus oleva veeauru rõhumise 18° juures lugeda niisama suureks kui küllastunud

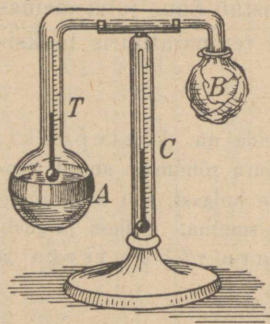
veeauuru rõhumine 12<sup>o</sup> juures. Viimase suuruse leiame tabelist; ta võrdub 10,5 mm. Seega siis on otsitav relatiivne niiskus

$$\frac{10,5}{15,5} = 0,677 \text{ ehk } 67,7\%.$$

Tervishoiuliselt on meile kõige soodsam, et õhu relatiivne niiskus oleks 50—60%, seepärast tuleb tähele panna relatiivset niiskust haigemajades, elutubades jne. Ka kasvuhooneis peab valitsema taimekasvule paras relatiivne niiskus. Relatiivsest niiskusest oleneb suurel määral ka sademete tekkimise võimalus.

**142. Hügromeetrid.** Riistu, mille abil määratakse õhu niiskuse suurust, nimetatakse hügromeetreiks.

148. joon. kujutab nn. Danielli hügromeetrit, mis koosneb toruga



148. joon. Danielli hügromeeter.

ühendatud klaaskeradest *A* ja *B*. Kera *B* on tühi ja kaetud võrkriidega (marliga), kuna kera *A* on umbes pooleni täidetud eetriga, mille temperatuuri näitab termomeeter *T*. Kera *A* välispinna keskmine osa on kullatud. Danielli hügromeetri abil on võimalik määrata kastepunkti, mis toimub järgmiselt. Klaaskerale *B* tilgutatakse senikaua eetrit, kui kera *A* kullatud pinnale hakkab ilmuma tuhm niiskuskord, ning siis otsekohe märgitakse üles termomeetri *T* näitamine kerast *A*. Saadud temperatuur ongi otsitav nn. kastepunkt, mille põhjal võime arvutada õhu relatiivse niiskuse. Täpsemaks kastepunkti määramiseks on soovitatav üles tähendada termomeetri *T* näitamine tuhmi korra tekkimise alguses ja ärakadumise lõpul ning võtta kastepunktiks saadud temperatuuride aritmeetiline keskmine.

Seleta, kuidas mõjub eetri tilgutamine kerale *B* eetri temperatuuri muutumisele kerast *A*! Misjaoks on termomeeter tulbal *C*? Kas ei võiks tarvitada eetri asemel Danielli hügromeetris mõnd teist vedelikku? Katsu määrata ligikaudu kastepunkt, lund järjest veeklaasi lisandades seni, kuni klaasi välispinnale hakkab tekkima „higi“!

Niiskushulga suurenemist ja vähenemist õhus vaadeldakse nn. niiskusenäitajate ehk hügroσκοopide abil.

Kirjelda juushügroσκοobi ehitust!

1. Kuidas on võimalik tarbe korral õhu relatiivset niiskust toas suurendada?

2. Klassi ( $9 \cdot 6 \cdot 4 \text{ m}^3$ ) õhu relat. niiskus  $16^\circ$  juures on  $70\%$ . Kui palju kaalub kogu klassis olev veeaur?

3. Mitu kuupmeetrit ruumi on võimalik küllastada  $10^\circ$  juures 141 g vee arvel?

4.  $15^\circ$  juures on õhu relatiivne niiskus  $65\%$ . Leia absoluutne niiskus!

5.  $18^\circ$  juures on toaõhu relatiivne niiskus  $75\%$ . Leia kastepunkt ja veeauru rõhumine!

6. Õhus  $25^\circ$  juures olev niiskuse hulk suudaks küllastada selle õhu  $14^\circ$  juures. Leia relatiivne niiskus!

## Keemine.

**143. Keemisnähtus ja -seadused.** Võtame keedupudelisse vett ja hakkame teda soojendada. On vesi segunedes  $100^\circ \text{C}$  soojaks saanud, siis hakkab ta edaspidisel soojuse juurdevoolamisel **keema**, s. o. kiiresti auruks muutuma ehk auruma, kusjuures aurumullikesed tekivad igal pool vee sees, iseäranis seal, kus soojuse juurdevool on kõige tugevam.

Enne vee täielise keemise algust on kuulda põhjast iseäralist kihinat. Soojuse tugeva juurdevoolu mõjul tekivad põhjas aurumullikesed, kuid veidi kõrgemale tõustes jahtuvad nad ja surutakse kokku õhu ning vee rõhumise mõjul. Alles siis, kui kogu vesi on jõudnud keemistemperatuurini, võrdub küllastunud veeauru rõhumine õhurõhumisega ja mullikesed tõusevad vabalt veepinnale. Seepärast võime täpsemalt vee keemistemperatuuriks (keemispunktiks) nimetada seda temperatuuri, mille juures küllastunud veeauru rõhumine võrdub välisrõhumisega.

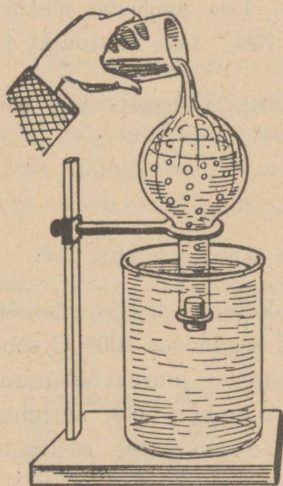
Vee, samuti ka teiste vedelikkude keemisel kehtivad korrapärasused on sarnased tahkete kehade sulamisel tähelepanud korrapärasustega, nimelt:

1) iga vedelik hakkab keema kindlal, sellele kehale omasel keemistemperatuuril;

2) keemistemperatuur on ühesugune veeldumistemperatuuriga;

3) keemine kestab niikaua, kuni soojust juurde tuleb;

4) kogu keemise kestel on temperatuur jääv.



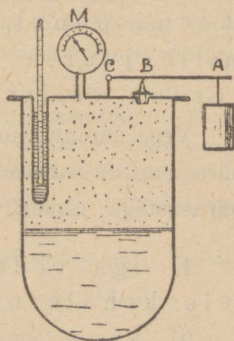
149. joon. Rõhumise vähenedes langeb keemistemperatuur.

Katsed näitavad, et vedeliku temperatuur keemisel on teataval määral anumast, milles vedelik keeb (anuma aine ja sisepinna puhtus). Kuid keeva vedeliku kohal oleva küllastunud auru temperatuur on alati jääv, kui ei muutu rõhumine, mille all on keev vedelik. Seepärast määratakse vedeliku keemistemperatuur keevast vedelikust tekkinud auru abil, mis on vedeliku kohal.

**144. Keemistemperatuuri olenevus rõhumisest.** Teame (§ 140), et küllastunud auru rõhumine suureneb temperatuuri tõustes. Vee keemise katses nägime, et keemistemperatuuris võrdub küllastunud auru rõhumine vedeliku välisrõhumisega. Sellest järeldub, et vedeliku keemistemperatuur peab tõusma rõhumise suurenedes ja ümberpöörduvalt.

Et rõhumise vähenedes näiteks vee keemistemperatuur märksa langeb, on kerge näidata järgmise katse abil.

Võtame keedupudeli, täidame umbes pooleni veega ja ajame keema. Laseme mõne minuti keeda, nii et aur keedupudelilist endaga kõik õhu kaasa viiks ja keedupudelil oleks vee kohal ainult aur. Nüüd korgime keedupudeli kõvasti kinni, pöörame ümber ja pistame kaela otsapidi vee alla (149. joon.). Keemine jääb kohe seisma, sest lõppes soojuse juurdevool. Temperatuur langeb varsti alla keemistemperatuuri. Külma vett peale kallates jahutame keedupudelil olevat auru, millest osa veeldub; selle läbi väheneb auru rõhumine vee peale ja vesi hakkab uuesti keema. Lume või jää abil tublisti jahutades võime sedaviisi vee keemistemperatuuri kuni kolme-, neljakümne kraadini alla viia.



150. joon. Papin'i katel.

Vesi keeb 100° juures ainult siis, kui õhurõhumine on normaalne (76 cm). Maapinnast kõrgemal väheneb kord-korralt õhurõhumine, järelikult ka keemistemperatuur. Nii näiteks keeb Ecuadoris Quito linnas vesi 90° C juures, Mont Blanc'i tipus 84° C juures jne.

Välisrõhu suurendamisel tõuseb keemistemperatuur. Selle täpsaks uurimiseks tarvitatakse nn. Papin'i katelt (150. joon.), mis on tugevate seintega kinnine katel, varustatud termomeetri ja manomeetriga.

Täpsed mõõtmised annavad järgmise keemistemperatuuri ( $t^{\circ} \text{C}$ ) olenevuse rõhumisest ( $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ ):

$p$	$t$	$p$	$t$	$p$	$t$	$p$	$t$
1	99	6	158	11	183	16	200
2	119	7	164	12	186	17	203
3	132	8	169	13	190	18	206
4	142	9	174	14	194	19	209
5	151	10	179	15	197	20	211

1. Joonesta graafik, mis näitab vee keemistemperatuuri muutumist rõhumise suurenedes!

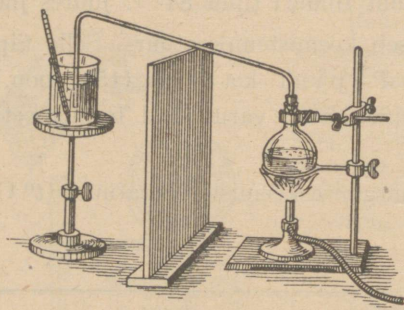
2. Seleta, kuidas töötab Papin'i katla kaitseventiil! Oletame, et ventiili kangil punktis  $A$  rippuv koormis kaalub 1 kg ja kaitseventiili läbilõige on 0,2 cm<sup>2</sup>. Mitme-atmosfäärilise rõhumise juures hakkab ventiil auru välja laskma?

**145. Vee keemissoojus ja selle määramine.** Soojushulka, mis läheb vaja, et 1 g antud ainet keemistemperatuuris vedelast olekust auruks muuta, nimetatakse selle aine **keemissoojuseks**. Et keemisel kulunud soojus võrdub täpselt selle soojushulgaga, mis veeldumisel vabaneb, siis mõõdetakse esimest viimase abil.

Selleks juhatakse keeva vee auru kõvera toru kaudu kalorimeetrisse (151. joon.). Olgu kalorimeetris katse alguses 400 g vett 16° juures. Kui tükk aega auru kalorimeetrisse lasta, tõuseb vee

temperatuur; olgu see  $56,5^{\circ}$  ja kalorimeetris oleva vee kaal 428 g. Saadud andmeist arvutame vee keemissoojuse.

Kalorimeetrisse tuli 428 g — 400 g, s. o. 28 g vett juurde,



151. joon. Vee keemissoojuse määramine.

millest järeldame, et veeldus 28 g  $100^{\circ}$ -st veeauru. Seejuures pidi vabanema  $28x$  kalorit soojust, kui tähistada  $x$ -ga vee keemissoojust  $100^{\circ}$  juures pidi vabanema  $28x$  tus  $(100 - 56,5)^{\circ}$  võrra ja andis ära  $(100 - 56,5) \cdot 28$  kalorit soojust. Vesi kalorimeetris soojenes  $(56,5 - 16)^{\circ}$  võrra ja sai seega juurde  $400 \cdot (56,5 - 16)$  kalorit soojust. Et vesi kalorimeetris

soojenes ainult auru veeldumisel vabanenud soojuse ja veeldumisest tekkinud vee jahtumise arvel, siis saame  $x$ -i leidmiseks võrrandi

$$28x + (100 - 56,5)28 = 400(56,5 - 16),$$

millest  $x = 535$  kalorit.

Täpsete mõõtmiste järgi on vee keemissoojus 540 kalorit grammi kohta normaalrõhumise puhul.

### Keemistemperatuurid ja -soojused.

A i n e	Keemistemperatuur	Keemissoojus	A i n e	Keemistemperatuur	Keemissoojus
Bensiin . .	90—110	92,9	Petrooleum	150—300	—
Eeter . .	35	85	Piiritus . .	78	216
Elavhõbe . .	357	69	Tärpentin . .	159	74
Hapnik . .	—183	51	Vesi . . .	100	540
Lämmastik	—194	48	Vesinik . .	—252,5	114

1. Mis vahe on keemise ja aurustumise vahel?

2. Kui palju vabaneb soojust 50 g veeauru veeldumisel keemistemperatuuris?

3. Mispärast mõjub kuum aur põletavamalt kui vesi samas temperatuuris?

4. Kui palju on keemistemperatuur S.-Munamäe otsas madalam kui merepinnal?

5. Kas saavad hästi suure tule peal munad rutemini keenuks kui väikese tulega keetes?

6. Kui palju kulub soojust, et 100 g  $-5^{\circ}$ -st jääd auruks muuta 100<sup>0</sup> juures?

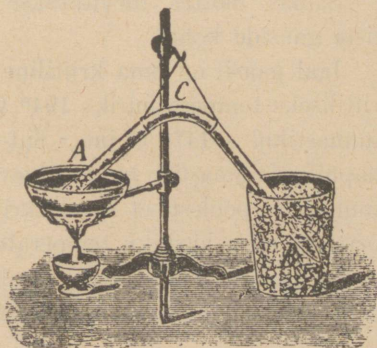
7. Mitu g jääd  $-10^{\circ}$  juures sulatab ära 15 g 100<sup>0</sup>-st veeauru?

8. Kui kõrgele tõuseb 250 g  $15^{\circ}$ -se vee temperatuur, kui temas veeldub 10 g 100<sup>0</sup>-st veeauru?

9. Mitu kg 100<sup>0</sup>-st veeauru peab juhtima 3 kg  $-10^{\circ}$ -se jää ja 5 kg  $+15^{\circ}$ -se vee segusse, et segu lõpptemperatuur oleks  $+60^{\circ}$  C?

**146. Gaaside veeldumine ja kriitiline temperatuur.** Küllastumata auru kohta kehtivad Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadused, kuid küllastunud auru kohta mitte. Nii näiteks, kui suurendada küllastunud auru rõhumist, ei vähene auru ruumala vastavalt Boyle-Mariotte'i seadusele, vaid osa auru veeldub; samas mõttes mõjub ka temperatuuri langemine. Ruumala suurenedes või temperatuuri tõustes aga kaob küllastunud olek ja me saame küllastumata auru, mis allub Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i seadustele.

Küllastumata auru võime kergesti rõhumise suurendamise (ruumala vähendamise) või temperatuuri langemise abil küllastuseni viia ja siit edasi samade võtete abil veeldumiseni. Et gaasid ja küllastumata aur alluvad samadele korrapärasustele, siis näib olevat loomulik, et gaasegi on võimalik veeldada, tarvitades selleks suurt rõhumist ja madalat temperatuuri. Tõepoolest sel teel läkski Faraday'l (1791—1867) korda veeldada peaaegu kõiki temale tuntud gaase. Faraday korraldas oma gaaside veeldamise katsed järgmiselt.



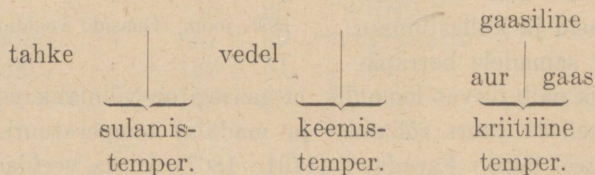
152. joon. Gaaside veeldumine.

Tugevate seintega kinnise klaastoru (152. joon.) ühte otsa (A) on pandud ainet (näiteks kloorhüdraati), millest kuumutamisel tekib uuritav gaas (kloor). Toru teine ots asetatakse jahutavasse segusse. Toru kuumutamisel tekib gaas, rõhumine järjest suureneb ja suure rõhumise all ning madalas temperatuuris olev gaas veeldub toru teises otsas.

Tarvitades parajat rõhumist ja temperatuuri läks dr. Andrews'il korda veeldada ka süsihappegaasi. Seejuures pani ta tähele, et niikaua kui süsihappegaasi temperatuur oli alla  $30,9^{\circ}$  C, oli võimalik süsihappegaasi veeldada, suurendades vajalisel määral rõhumist; tõusis aga temperatuur üle  $30,9^{\circ}$ , siis ei olnud see enam võimalik mistahes suure rõhumise puhul. Temperatuuri  $30,9^{\circ}$  nimetatakse seepärast süsihappegaasi kriitiliseks temperatuuriks. Hilisemate täpsemate mõõtmiste järgi on süsihappegaasi kriitiliseks temperatuuriks  $+31,1^{\circ}$  C. Allpool kriitilist temperatuuri on süsihappegaasil küllastumata auruga ühine omadus — veelduda rõhumise suurendamisel, kuna ülalpool kriitilist temperatuuri ainult rõhumisest ei jätku süsihappegaasi veeldamiseks.

Samas mõttes tarvitatakse kriitilise temperatuuri mõistet ka teiste gaaside kohta.

Igal gaasil on oma kriitiline temperatuur. Nii näiteks on eetri kriitiliseks temperatuuriks  $194^{\circ}$  C, veel  $374^{\circ}$  C, hapnikul  $-119^{\circ}$  C, lämmastikul  $-147^{\circ}$  C jne. Siit näeme, et nn. permanentseid gaasid (hapnik, lämmastik jne.) erinevad nn. aurudest (eeter, vesi jne.) ainult selle poolest, et nende kriitiline temperatuur on väga madal, võrreldes meie hariliku temperatuuriga. Seepärast pole ka võimalik nn. permanentseid gaase ainult rõhumisega veeldada. Kokkuvõttes võime aine olekud järjestada järgmiselt:



## Sisukord.

	Lk.
I. Sissejuhatus . . . . .	5
II. Mehhaanika . . . . .	15
Ühtlane sirgjooneline liikumine . . . . .	15
Tung. Tungide liitmine ja lahutamine ühise rakenduspunkti puhul . . . . .	23
Tungide liitmine ja lahutamine mitteühise rakenduspunkti puhul . . . . .	30
Raskuspunkt ja tasakaal . . . . .	36
Liikumise takistused . . . . .	44
Ebäühtlane sirgjooneline liikumine . . . . .	49
Tung, mass ja kiirendus . . . . .	58
Keha liikumine raskustungi mõjul . . . . .	62
Kõverjooneline liikumine . . . . .	75
Töö ja energia . . . . .	86
III. Vedelikud ja gaasid . . . . .	105
Aine ehitus . . . . .	105
Rõhumise nähtused vedelikkudes . . . . .	111
Rõhumise nähtused gaasides . . . . .	119
Molekulaarnähtused . . . . .	123
IV. Soojus . . . . .	133
Tahkete kehade paisumine soojenemisel . . . . .	133
Vedelikkude paisumine . . . . .	139
Gaaside paisumine . . . . .	141
Soojushulga mõõtmine . . . . .	145
Sulamine . . . . .	150
Aurustumine ja niiskus . . . . .	155
Keemine . . . . .	161