

Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Klassiõpetaja õppekava

Melody Põder

EESTI ÕPILASTE PROBLEEMI LAHENDAMISE OSKUS MATEMAATIKAS

Magistritöö

Juhendajad: haridusuuringute lektor Gerli Silm

matemaatika algõpetuse nooremlektor Maarja Sõrmus

Tartu 2023

Kokkuvõte

Eesti õpilaste probleemide lahendamise oskus matemaatikas

Probleemide lahendamise oskus matemaatikas on oluline pädevus, mis toetab õpilaste loogilist ja analüütilist mõtlemist ning suunab neid olema kriitilised ning loovad. Küll aga on Eestis vähe väga kõrge probleemilahendusoskusega õpilasi. Töö eesmärgiks on hinnata 3. ja 6. klassi õpilaste probleemide lahendamise taset võrreldes teiste matemaatika alampädevustega lähtudes matemaatikapädevuse teoreetilisest mudelist. Töös kasutati DigiEfekti projekti raames kogutud andmeid. Uuringus osales 13 erinevat Eesti kooli. Uuringust selgus, et probleemide lahendamise pädevus on 3. klasside ja 6. klasside puhul ühtviisi nõrgemalt avalduvate pädevuste hulgas. Samuti selgus, et probleemide lahendamise pädevus on mõõdukas seoses keelepädevuse ja pragmaatilise pädevusega. Uuringu tulemused toetavad 2023. aasta veebruaris kinnitatud matemaatika õppekava muudatust, mille käigus lisandub probleemide lahendamine eraldi teemavaldkonnana matemaatika õppekavasse.

Võtmesõnad: matemaatika, matemaatika pädevus, matemaatiline probleemi lahendamine

Abstract

Estonian students' problem-solving skills in mathematics

The ability to solve problems in mathematics is an important skill that supports students' logical and analytical thinking and enables them to be critical and creative. However, there are few students in Estonia with high problem-solving skills. The aim of the work is to evaluate the problem-solving level of 3rd and 6th grade students in comparison with other mathematics sub-competencies based on the theoretical model of mathematics competence. The work used data collected by the DigiEfekt project. Thirteen different Estonian schools participated in the research. The research found that problem-solving competence among the weaker competencies in grades 3 and 6. It was also revealed that problem-solving competence is moderate in relation to language and pragmatic competence. The results of the study support the change in the mathematics curriculum approved in February 2023, during which problem solving will be added to the mathematics curriculum as a separate subject area.

Keywords: mathematics, mathematics competence, mathematical problem solving

Sisukord

Kokkuvõte	2
Abstract	2
Sissejuhatus	4
1. Teoreetiline ülevaade	5
1.1 Matemaatikapädevus ning selle olulisus	5
1.2 Matemaatiline probleem ja selle olulisus	6
1.3 Probleemi lahendamise printsiibid	8
1.4 Probleemülesannete rakendamine e-tasemetööde kontekstis	10
1.5 Raskused probleemülesannete lahendamisel	11
1.6 Uurimuse eesmärk ja hüpoteesid	12
2. Metoodika.....	13
2.1 DigiEfekt projekti tutvustus.....	13
2.2 Valim	13
2.3 Mõõtevahendid	14
2.4 Protseduur	15
2.5 Andmeanalüüs	16
3. Tulemused	16
3.1 Probleemide lahendamise pädevuse tase võrreldes teiste alampädevustega	16
3.2 Probleemilahendusoskuse seos vaimse võimekuse alltestidega	17
3.3 Probleemilahendusoskuse seos tekstimõistmisega	19
3.4 Seos probleemide lahendamise pädevusega	20
4. Arutelu.....	21
Tänuõnad	25
Autorsuse kinnitus.....	26
Kasutatud kirjandus.....	27

Sissejuhatus

Probleemide lahendamist peetakse üheks olulisemaks oskuseks, mis õpilasel peaks olema. Probleemülesannete lahendamine aitab parandada oskust analüütiliselt mõelda ning suunab õpilasi olema kriitiline ja loov. Heal probleemilahendajal on palju eeliseid igapäevaelus, sealhulgas ka tööl ning koolis. Seetõttu tuleks probleemülesannete lahendamist pidada matemaatikaõppe lahutamatuks osaks ning seda ei tohiks vaadelda kui harjutusi, mida õpilased teevad vaid kooliõpiku iga teema lõpus (Hidayat & Sariningsih; 2018, Khalid *et al.*, 2020).

PISA test keskendub samuti eelkõige probleemilahendusoskust nõudvatele ülesannetele. PISA matemaatika tulemused näitavad, et meil on vähe väga kõrge probleemilahendusoskusega õpilasi (Tire *et al.*, 2012). Probleemülesannete lahendamise oskust ei omandata aga lihtsalt, vaid selleks on vaja matemaatilise sisu mõistmist ja probleemülesannete lahendamise harjutamist. Seetõttu on oluline keskenduda ka koolis rohkem probleemülesannete lahendamise arendamisele.

2017. aastal tehti algus kõikide ainevaldkondade pädevuste ja õpitulemuste nüüdisajastamisega. 2022. aasta jaanuaris alustas Haridus- ja Teadusministeerium ekspertide poolt esitatud ettepanekute alusel Vabariigi Valitsuse määruste muutmise eelnõu väljatöötamist (Õppekava, *s.a.*). 23.02.2023 kiitis Vabariigi Valitsus heaks õppekavade ajakohastamise ning juba käesoleval õppeaastal võivad koolid alustada õppekava muutmist vastavalt kinnitatud määrusele. Õppekavad lähevad täies mahus kasutusse 2024. aasta kooliaasta alguses. Matemaatika õppekava üheks suuremaks muudatuseks on probleemide lahendamise lisandumine eraldi teemavaldkonnana (Eesmäe, 2023).

Autorile teadaolevalt, ei ole Eestis tehtud uuringuid, mis iseloomustaks õpilaste probleemülesannete lahendamise pädevust I ja II kooliastmes. Selleks annavad aga võimaluse DigiEfekti projekti raames kogutud andmed. Uuringu tulemused võimaldavad teada saada, kas planeeritud matemaatika õppekava muudatuste vajalikkus leiab kinnitust ka empiiriliste andmete põhjal ning millised tegurid on seotud probleemülesannete lahendamisega.

Lithner jt (2010) on välja töötanud matemaatikapädevuse uurimisraamistiku, milles on eristatud kuut alampädevust: probleemide lahendamise pädevus, arutluspädevus, protseduuriline pädevus, esituspädevus, seoste loomise pädevus ja kommunikatsioonipädevus. Käesolevas töös tuginetakse eelnimetatud raamistikule, jättes välja seoste loomise pädevuse, kuna nimetatud pädevus avaldub teiste pädevuste kaudu.

1. Teoreetiline ülevaade

1.1 Matemaatikapädevus ning selle olulisus

Matemaatikapädevus tähendab matemaatiliste mõistete ja seoste tundmist, oskust kasutada matemaatika keelt, sümboleid ja meetodeid erinevate ülesannete mudeldamisel nii matemaatikas kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades (Põhikooli riiklik õppekava, 2014). Matemaatikapädevus keskendub matemaatikaalaste teadmiste aktiveerimisele, et tulla toime ette antud probleemidega ning seal juures rakenduvad matemaatikapädevuse alampädevused (Niss & Højgaard, 2019). Ka põhikooli riikliku õppekava matemaatika ainevaldkonna kavas (2014) on kirjas, et matemaatikapädevus hõlmab probleemi lahendamise oskust, mille alla kuuluvad probleemi püstitamine, lahendusstrateegiate leidmine ja rakendamine, lahendusvariantide analüüsimine ning tulemuste õigsuse kontrollimine.

Matemaatiliste pädevuste areng on seotud üldise kognitiivse arenguga, mida võib seostada nii kognitiivsete oskuste, aga ka protsesside arenguga (Nazari *et al.*, 2021). Matemaatika kasutamisel peab mõistma mitte ainult ülesande lahendamise protsessi, vaid ka seda, millal erinevaid tehnikaid kasutada. Matemaatika pädev kasutaja peab olema võimeline lõimima oma teadmisi ja arusaama nii matemaatikas kui ka loodusteadustes ning lahendada paljusid probleeme (IMechE, 2013). See eeldab kontseptuaalseid teadmiseid, mis seovad matemaatika loodusteaduste ja protseduuriliste teadmistega, et oleks võimalik lahendada mitmesuguseid keerulisi probleeme, mis ulatuksid kaugemale standardtehnikate pealiskaudsest kasutamisest (Munns, 2017). Devlin (2021) on välja toonud matemaatilise mõtlemise olulised aspektid: uurimine, kahtlemine, süsteemne töö, visualiseerimine, hüpoteeside püstitamine, oma seisukohtade selgitamine, üldistamine, põhjendamine ja tõestamine. Nimetatud aspektid on olulised matemaatikas probleemide lahendamise juures ning muudavad õpilase probleemide lahendamise protsessi süstemaatilisemaks.

Matemaatikateadmisi ja -oskuseid on vaja igapäevaelulistes situatsioonides palju. Välja võib tuua näiteks hinna ja koguse arvutamine poes või ehitusmaterjali kulu vastavalt pindalale. Matemaatikatundides saab harjutada eelnimetatud probleemide lahendamist, aga ka mittematemaatiliste probleemide lahendamist. Matemaatikas õpitakse hüpoteeside püstitamist ja tõestamist. Neid oskuseid võib vaja minna erinevates eluvaldkondades (Palu & Kikas, 2015). Põhikooli matemaatikaõpe õpetab õpilasi mõtlema loogiliselt, analüütiliselt, süsteemselt, kriitiliselt ja annab eelise teistega koostööd tehes. Seetõttu on vaja õpetada matemaatikat nii, et õpilased saaksid mitte ainult pähe õppida või olemasolevat valemit kasutada, vaid ka siduda koolis õpitud reaalse eluga (Maharani *et al.*, 2017).

Lithner jt (2010) on loonud matemaatikapädevuse raamistiku, milles eristub kuus

alampädevust: probleemide lahendamise pädevus, arutluspädevus, protseduuriline pädevus, esituspädevus, seoste loomise pädevus ja kommunikatsioonipädevus. Raamistik esitab selgelt seda, milliseid olulisi pädevusi peaks matemaatikaõpe arendama.

2002. aastal avaldati Taanis matemaatikapädevuste ja matemaatika õppimise raport ning selle ilmumise järel hakati mitmel pool maailmas huvi tundma matemaatikahariduse uurimise, arendamise ja praktika vastu erinevatel suunitlustel ja kontekstides. Projekti tulemustes tutvustati 8 matemaatikapädevuse komponenti: matemaatiliste probleemide koostamine ja lahendamine; matemaatiline mõtlemine; matemaatiline modelleerimine; matemaatiline arutlemine; matemaatiliste objektide ja situatsioonide esitamine; matemaatiliste sümbolite ja formalismi käsitlemine; kommunikatsioon; abivahendite ja tööriistade kasutamine (Niss & Højgaard, 2019; Niss & Jensen, 2002).

Eesti kontekstis saab välja tuua Tallinna Ülikooli loodus- ja terviseteaduste instituudi matemaatikapädevuse hindamise projekti põhikoolis. Projekt hõlmas matemaatika- ja lugemispädevuse testide loomise projekti alusel matemaatikapädevuse arengu uurimist. Projekti eesmärgiks on hinnata matemaatikapädevuse arengut kolmandast viienda klassini ja kuuendast kaheksanda klassini. Kuna uuringutulemused avalikustatakse alles 2024. aasta lõpuks, siis ei ole võimalik magistritöö kontekstis kajastada selle tulemusi (Tallinna Ülikool ..., *s.a.*).

2023. aasta veebruaris kinnitati määrus, mille tulemusena muutub matemaatika õppekava. Esimese kooliastme matemaatika õppekava üheks suuremaks muudatuseks võib lugeda, et senise kolme teemavaldkonna (arvutamine, mõõtmine ja tekstülesanded, geomeetrilised kujundid) asemel on uues õppekavas neli teemavaldkonna (arvutamine, mõõtmine, geomeetrilised kujundid, probleemide lahendamine). Oluline on tekstülesannete rõhuasetus, sest tulenevalt matemaatika pädevuse definitsioonist ei ole iga tekstülesanne probleemülesanne. Antud muudatuse põhjuseks on asjaolu, et peamine areng antud valdkonnas toimub küll II ja III kooliastmes, aga vajalike eelteadmiste andmine võiks toimuda juba esimeses kooliastmes. Teise kooliastme matemaatika õppekava muutuseks saab senise kolme teemavaldkonna (arvutamine, andmed ja algebra, geomeetrilised kujundid ja mõõtmine) asemel on uues õppekavas viis teemavaldkonda (arvutamine, andmed, algebra, geomeetrilised kujundid ja mõõtmine, probleemide lahendamine) (Linde, 2022).

1.2 Matemaatiline probleem ja selle olulisus

Posamentier ja Krulik (2015) on defineerinud, et probleem on situatsioon või ülesanne, mis nõuab lahendust, kuid mille vastus ja lahenduskaik ei ole veel lahendajale teada. Õpetajate

mure seisneb selles, kuidas õpetada õpilasi mõistma matemaatilise tõestuse leidmise põhimõtet ning olulisust. Samuti tekitab probleeme see, kuidas arendada oskust tõlkida verbaalne ülesanne matemaatiliseks probleemiks (Ernest, 1991). Rakenduslikud matemaatilised probleemide lahendamise protsessid moodustavad olulise osa matemaatilise kirjaoskuse jaoks vajalikest põhioskustest (Posamentier & Krulik, 2015). Matemaatiline kirjaoskus on oskus hankida, tõlgendada, kasutada ning edastada matemaatilist teavet (Haridussõnastik, *s.a.*).

Matemaatika pähe õppimine on väheväärtuslik ja kui õpilased teevad seda ilma aru saamata selle tegelikust sisust, jätavad nad kasutamata matemaatika põhiolemuse (Schoenfeld, 1987). Pelgalt arvutamisoskus ei taga seda, et inimene teab, millal arvutada, millist toimingut konkreetses olukorras kasutada või kuidas vastust pärast selle saamist rakendada. Probleemide lahendamise oskus on üks olulisemaid aspekte õpilaste matemaatika terminoloogia mõistmise kujundamisel (Rohmah & Sutiarmo, 2018). Matemaatiliste mõistete kasutamise oskus hõlmab palju enam, kui pelgalt mõiste tähenduse teadmist (Lesh, 1981).

Matemaatikaõppes tuleks vältida traditsiooniliste õppemeetodite kasutamist, mis viivad olukorrani, kus õpilased mäletavad ainult matemaatilisi teoreeme ja reegleid probleemide lahendamiseks, aga neid rakendada probleemülesande vastuseni jõudmiseks ei osata (Maharani *et al.*, 2017). Probleemid tulenevad sellest, et traditsioonilist ülesande lahendamist kasutataval õpilastel on raskusi ülesande kontseptsiooni mõistmisel ja teadmiste rakendamisel probleemülesannete lahendamisel (Irwanto *et al.*, 2018).

Matemaatikaõppes peaks juhtuma sagedamini, et õpilastele antakse lahendada probleem. Matemaatikas probleemülesannete lahendamine on matemaatika õpetamise üks olulisemaid oskuseid. See aitab arendada õpilaste analüütilist mõtlemist ning suunab neid olema kriitilised ja loovad (Hidayat & Sariningsih, 2018). Probleemide lahendamise oskus on üks peamisi teaduse ja tehnoloogia põhimõtteid ning matemaatiliste probleemide lahendamise õpetamine on oluline matemaatikahariduse edendamiseks (Daulay & Ruhaimah, 2019). Oskus lahendada probleeme on inimeste võime kasutada oma teadmisi ka harva esinevate probleemide lahendamiseks. Õpilase usk enda matemaatikateadmistesse ja probleemi lahendamisse määrab õpilase edukuse ülesannete lahendamisel (Schoenfeld, 2013). Seda toetab ka Mothlaghi jt (2011) poolt teostatud uuringu tulemused, milles selgus, et enesetõhusus on tihedalt seotud matemaatika õpitulemustega.

Õpilaste võime mõista matemaatilisi mõisteid ja kriitiline mõtlemine matemaatikas paraneb, kui nendega töötada läbi juhendatud avastusõppe. Avastusõpe annab õpilastele võimaluse põnevatel viisidel erinevaid matemaatilisi probleeme lahendada. Positiivseid

emotsioone toetav õppimine aitab õpilastel avastada matemaatilisi mõisteid iseseisvalt paremini. Õppimine sellisel viisil teeb õpilasi küsimuste esitamisel aktiivsemaks ning samuti areneb võime mõelda kujutlusvõimelisemalt ja matemaatiliste probleemide lahendamisel mitmekülgsemalt, mis annab õpilastele võimaluse paremini matemaatikat edastada (Simamora *et al.*, 2019).

Koolimatemaatika põhimõtted ja standardid soovitavad õpilastele pakkuda võimalusi matemaatiliste seoste või igapäevaeluga seotud probleemide püstitamiseks ning integreerida probleemide püstitamise lähenemisviisi matemaatikahariduse standarditesse. Samuti rõhutab rahvusvaheline matemaatikaõpetajate nõukogu, et avatud küsimuste kasutamine motiveerib õpilasi läbi viima spetsiifilisemaid matemaatilisi tegevusi, nagu näiteks probleemide püstitamine ja mitmetasandiline mõtlemine, mis omakorda viib oma probleemide konstrueerimise ja lahendamiseni (NCTM, 2000).

Üheks võimaluseks matemaatiliste probleemide lahendamise oskuste tõhustamiseks on lasta õpilastel ise püstitada probleem (Sukma & Priatna, 2021). Õpilaste juhendamine tegevustes osalema probleemide või küsimuste esitamise kaudu avaldab positiivset mõju nende probleemide lahendamise oskustele ja suhtumisele matemaatikasse. Probleemide püstitamise võime ja õpilaste saavutuste vahel on positiivne vastastikune seos (Sipayungi *et al.*, 2021). Samuti tuleb laialdaselt arendada probleemide lahendamise käigus matemaatilise seose loomise oskust, kuna see võib tõsta õpilaste kognitiivset võimekust (Siregar & Surya, 2017).

1.3 Probleemi lahendamise printsiibid

Probleemi lahendamine peab olema õpilastele väljakutseks. Probleemülesandeid on raske lahendada, kuna neid ei saa lahendada üldiste matemaatika mõistete ja põhimõtete abil. Selliste probleemide lahendamiseks on vaja sobivat strateegiat, mis ühendab kõiki õpitud matemaatilisi mõisteid ja põhimõtteid (Argarini, 2018).

Ülesannete lahendamise oskuse harjutamine on oluline matemaatilise ülesannete lahendamise oskuse arendamisel. Matemaatiliste teadmiste rakendamiseks peavad õppijad mõistma probleemide lahendamise protsesse (Yapatang & Polyiem, 2022). Üks õppimist soodustav tegur on õppimisstrateegiad või -mudelid (Muhlisin, 2019).

George Pólya (1945) on oma raamatus "*How to solve it*", välja toonud neli probleemide lahendamise põhiprintsiipi:

1. probleemist aru saamine;
2. lahenduskäigu planeerimine;

3. lahenduskäigu teostamine planeeritu põhjal;
4. tagasivaade lahenduskäigule.

Polya probleemide lahendamise protsessid võimaldavad õppijatel probleeme lahendada süstemaatilise küsitlemise abil, mis on kasulik matemaatika õppimisel (Yapatang & Polyiem, 2022). Probleemide lahendamise protsessi või tegevuste käsitlemine tähendab, et õppijal tuleb lahendada raske ja keeruline matemaatiline probleem. See viitab sellele, et probleemülesande teostamiseks peab lahendajal olema spetsiifiline hoiak või tugevad matemaatilised oskused, huvi matemaatika vastu ja seisukoht, et ta suudab hästi lahendada keerulisi matemaatikaülesandeid toetudes probleemi lahendamist hõlbustavale mudelile (Hedriana *et al.*, 2018).

Newman on vastukaaluks Pólyale toonud välja viis etappi probleemide lahendamiseks (Abdullah *et al.*, 2015):

1. ülesandest probleemi leidmine;
2. ülesande mõistmine;
3. lahendusmeetodi valimine;
4. ülesande lahendamine;
5. vastuse sõnastamine.

Newmani probleemi lahendamise printsiipidega saab paralleelselt rakendada ka probleemülesannete veaanalüüsi. Probleemülesannete veaanalüüsi saab kasutada õpilaste vigade tuvastamiseks ja analüüsimiseks matemaatiliste ülesannete lahendamisel. Newmani veaanalüüs on lihtsa raamistikuga, mis hõlmab lugemist, arusaamist, teisendust, võimekust ja kodeerimisprotsesse. Newman liigitab õpilaste tehtud vead järgmiselt: lugemisviga, arusaamisviga, teisendusviga, protsessioskusviga, kodeerimisviga ja hooletus. Lugemisveaks loetakse viga, mis tekib õpilasel oluliste sõnade lugemisel või põhiteabe lugemisel, mistõttu õpilased ei ole suutelised kasutama seda teavet probleemi lahendamiseks. Arusaamisviga on teist tüüpi viga, mille puhul õpilased on probleemi hästi läbi lugenud, kuid ei mõista küsimuse tähendust. Näiteks ei suuda tuvastada teadaolevat ja küsitavat probleemi. Teisendusviga on kolmandat tüüpi viga. See viga esineb siis, kui õpilased teevad vigu muutes probleemi matemaatiliseks mudeliks, näiteks võrrandiks, jooniseks, graafikuks või tabeliks (Fitriani *et al.*, 2018).

Protsessioskusviga on õpilase eksimus reeglite või protseduuride valikul. Samuti hõlmab see ka olukorda, kus õpilased juba kasutavad õigeid protseduure või reegleid, kuid veavad tekivad arvutamisel. Kodeerimisviga on viiendat tüüpi viga, milles õpilased kirjutavad vastuse õigesti, kuid ei suuda näidata vastuse õigsust või ei kirjuta vastusele järeldust.

Hooletus on kuues viga, mida nimetatakse ka ettevaatamatusest või ebaadekvaatsusest tingitud veaks. Õpilaste vigade tuvastamine ja analüüsimine on vajalik sobivate strateegiate, mudelite ja õppematerjalide valimiseks, et õpilaste vigu vähendada ja isegi kõrvaldada (Fitriani *et al.*, 2018).

1.4 Probleemülesannete rakendamine e-tasemetööde kontekstis

Johanson jt (2021) on uurinud matemaatikapädevuse hindamist Eesti e-tasemetööde kontekstis. Vaatluse alla võeti põhikooli teise kooliastme e-tasemetööd perioodist 2018 – 2020. aasta. Tasemetöodes olevaid ülesandeid hinnati juba eelnevalt mainitud Lithneri jt (2010) poolt loodud matemaatikapädevuse uurimisraamistiku põhjal, mis eristab kuut alampädevust. Lisaks kuulub iga alampädevuse juurde ka kolm tegevust, mis peegeldavad antud pädevuse avaldumist: tõlgendamisoskus, kasutamisoskus ning hinnangute andmise oskus (Johanson *et al.*, 2021).

Konkreetset probleemide lahendamise pädevuse juures tähendab tõlgendamisoskus seda, et ette antud ülesande lahenduskäik ei ole õpilasele teada ning ta peab mõistma ülesande sisu ning seeläbi tõlgendama seda (Johanson *et al.*, 2021). Õpilane suudab probleemist aru saada, kui ta suudab probleemi kohta käivat teavet hästi väljendada, mitte ainult vastata küsimustele (Gulacar *et al.*, 2013). Oskus probleemide lahendamiseks kasutatavat informatsiooni analüüsida on seotud mitme teise võimega, sealhulgas info tuvastamise ja mustrite omavaheliste seoste selgitamise (Allen *et al.*, 2015). Kasutamisoskus toetab suuresti tõlgendamisoskuses defineeritud tähendust, seega ei tohi olla ülesande lahenduskäik õpilasele teada ning läbi lahendamise peab ta jõudma ülesande pädeva lõpptulemuseni. Hinnangute andmise oskuse juures on oluline ülesandes tekstina antud lahenduskäikude hindamine ja võrdlemine (Johanson *et al.*, 2021).

Läbi viidud uuringus selgust, et kõige vähem oli tasemetöodes ülesandeid, mis toetaksid probleemide lahendamise pädevuse hindamist. Ühtlasi oli see ka ainus pädevus, mille hindamiseks ei olnud 2018. ja 2019. aasta e-tasemetöös ühtegi ülesannet kuid 2020. aasta e-tasemetöös leiti neli ülesannet, mis toetavad antud pädevuse hindamist. See on tingitud asjaolust, et e-tasemetöös lahendatud ülesannetele sarnaseid ülesandeid leidub õpikutes ja töövihikutes ning sellest lähtudes, ei ole lahenduskäik õpilaste jaoks uudne ning ei rakendu probleemülesandena (Johanson *et al.*, 2021).

1.5 Raskused probleemülesannete lahendamisel

Teavet õpilaste probleemide lahendamise oskuste ja raskuste kohta tuleb põhjalikult hinnata, et saaks välja töötada edasised lahendused õpilaste toetamiseks. Kui neid tingimusi ei tuvastata, on õpilastel raske oma potentsiaali optimeerida nii õppeprotsessis kui ka teadmiste rakendamisel edaspidises elus (Patnani, 2013).

Õpilaste matemaatilise probleemi lahendamise võimed on väga madalad. Eriti madal on igapäevaeluliste probleemide lahendamise võime. Peaaegu kõik õpilased teevad algebraliste probleemide lahendamisel vigu ning seda näitab ka Son jt (2019) poolt tehtud uuring, kus osalesid 7. klassi õpilased ning uuringu fookuseks on algebraliste probleemide lahendamine toetudes Polya ja Newmani teooriatele. Uuringu tulemusena leiti, et õpilaste probleemide lahendamise oskuse keskmine protsent on alla 50%. Boesen jt (2014) poolt läbi viidud matemaatilise pädevuse arengu uuringus selgus, et umbes 79% koolitunnist tegeletakse protseduurilise pädevuse arendamisega ning vähim aega panustatakse probleemide lahendamise pädevuse arendamine, mis on keskeltläbi 29% ülejäänud 21%-st.

Õpilased seisavad silmitsi raskustega matemaatilise keele mõistmisel ja seetõttu tekivad väärarusaamad probleemi või selle osade mõistmise juures (Osman *et al.*, 2018). Keeleoskus ja mõistete mõistmise probleemid ning matemaatika probleemide töötlemise oskus kaks tegurit, mis muudavad õpilasel võimatuks õigeid vastuseid anda. Tingituna õpilaste individuaalsetest erinevustest, on igal õpilasel erinevad vead ja matemaatikaülesannete lahendamise erinevad võimed. Probleemide lahendamise protsessi oskuste vead on kognitiivsed ning tihedalt seotud ka oskusega erinevaid strateegiaid kasutada. Seetõttu on madala võimekusega õpilastel keeruline leida sobivat strateegiat probleemi lahendamiseks (Abdullah *et al.*, 2015).

Uuringus, mis hõlmas algklassi õpilaste vigade analüüsi kirjalikes matemaatikaülesannetes, tuleb välja, et umbes 60% õpilaste vigadest tekkisid keeleteguri (lugemine ja mõistmine) ja puuduliku sisuteadmiste tõttu. Kuigi selle õpilaste rühma puhul oli keeletegurist tingitud vigade protsent kõrge, takistasid neid ka puudulikud matemaatikateadmised (Singh *et al.*, 2010).

Õpilased ei suuda infot hästi vastu võtta ning nad ei ole aru saanud probleemi olemusest. Probleemülesannete lahendamisel tekkinud vead tulenevad järgnevatest veatüüpidest: teisendusvead 34,78%, protsessioskuste vead 23,91%, kodeerimisvead 19,57%, mõistmisvead 17,39% ja lugemisvead 4,35%. Õpilased ei saa materjalist täielikult aru ning selle põhjustab mõistete puudulik teadmine ning vähene kogemuse probleemülesannetega (Rohmah & Sutiarso, 2018).

PISA-laadse matemaatiliste probleemülesannete vigade analüüsimisel selgus, et õpilastel ei esinenud raskusi valikvastustega PISA-laadse matemaatilise ülesande lahendamisel, kuid tekstilise PISA-laadse matemaatilise ülesande lahendamisel suudab ülesande õigesti lahendada vaid 4,09% õpilastest. Valede ja osaliselt õigete vastuste analüüsimise tulemus näitas, et teisendusvigu oli 34,38%, mõistmisvigu 25,54%, lugemisvigu 21,29%, töötlemisvigu 19,14% ja kodeerimisvigu 7,49% (Rahmawati & Retnawati, 2019). Võrreldes antud tulemusi eelnevalt välja toodud Rohmah ja Sutiarto (2018) uuringu tulemustega, tuleb välja, et teisendusvead on ühtviisi sagedamini tekkivad vead, kuid teiste veatüüpide pingerivi on erinev. Antud erinevused on tingitud uuringute struktuurist ja tingimustest.

Raskused probleemülesannete lahendamise juures on tingitud lugemisvigadest ning arusaamatusest. Õpilased eksivad küsimuse oluliste sõnade lugemisel ja teabe lugemisel. Arusaamatus on õpilase viga, kui ta oskab ülesannet hästi lugeda, kuid ei mõista sümbolite või küsimuste tähendust. See hõlmab ka suutmatust tuvastada, mis on probleemist teada ja mida küsitakse (Fitriani, 2018). Probleemi lahendamise juures on õpilastel keeruline probleemolukorrast vajaliku teabe väljaselgitamine ja organiseerimine. Sinna juurde lisandub veel asjaolu, et õpilaste jaoks on raske hinnata lõplikult valitud lahenduse sobivust (Cho & Kim, 2020).

Põhikooliõpilaste matemaatiliste seoste loomise võime on madal. Matemaatiliste seoste loomise puudumine mõjutab õpilaste matemaatikaülesannete lahendamise oskust (Hermawan & Prabawanto, 2016). Probleemi lahendamise protsess nõuab pingutust, et luua seos probleemi lahendamise etappide vahel (Tasni & Susanti, 2017). Matemaatilist seoste leidmise oskuste ning matemaatiliste probleemide lahendamise võime analüüsimise tulemusena leiti, et madala seoste leidmise võimega on keeruline lahendada ka matemaatikas ette tulevaid probleeme, kuna matemaatilised seosed parandavad mõtlemisoskust (Kenedi *et al.*, 2019).

1.6 Uurimuse eesmärk ja hüpoteesid

Käesoleva magistr töö eesmärk on hinnata 3. ja 6. klassi õpilaste probleemide lahendamise taset võrreldes teiste matemaatika alampädevustega lähtudes matemaatikapädevuse teoreetilisest mudelist.

Toetudes Boesen jt (2014) poolt läbi viidud matemaatilise pädevuse arengu uuringule, kus selgus, et umbes 79% koolitunnist tegeletakse protseduurilise pädevuse arendamisega ning vähim aega panustatakse probleemide lahendamise pädevuse arendamine, mis on

keskeltläbi 29% ülejäänud 21%-st, püstitati esimene hüpotees: **õpilaste probleemide lahendamise pädevus on madalam võrreldes teiste matemaatika alampädevustega.**

Toetudes Siregar ja Surya (2017) öeldule, et matemaatilise probleemi lahendamise käigus arendades matemaatilise seose loomist, tõstab see õpilase kognitiivset võimekust, püstitati teine hüpotees: **probleemilahendusoskus on seotud vaimse võimekuse alltestide tulemustega.**

Singh jt (2010) uuringus, mis hõlmas algklassi õpilaste vigade analüüsi kirjalikes matemaatikaülesannetes, tuleb välja, et umbes 60% õpilaste vigadest tekkisid keeleteguri (lugemine ja mõistmine) tõttu. Sellest lähtudes püstitati kolmas hüpotees: **probleemide lahendamise pädevus on seotud tekstimõistmisega.**

2. Metoodika

2.1 DigiEfekt projekti tutvustus

Magistritöös kasutatud andmed on kogutud Tartu Ülikooli uurimismeeskonna poolt läbi viidud projekti „DigiEfekt: digitaalse õppevara kasutamise mõju õppimisele ja õpetamisele Eesti põhihariduse näitel“ (edaspidi DigiEfekt) raames. Projekti peamiseks eesmärgiks oli mõista, milline seos on õpitulemustel ja digitaalsete õppematerjalide erinevatel kasutusviisidel. Uuringu keskmes on põhikooliõpilased esimesest, teisest ja kolmandast kooliastmest.

Uuringus kasutati nelja liiki andmeid: küsimustike ja testidega kogutavad kirjalikud andmed, vaatlusandmed, intervjuude andmed ja digijäljed (andmed erinevate digilahenduste näiteks Opiq kasutamisest).

DigiEfekti projektil on Tartu Ülikooli inimuuringute eetika komitee kooskõlastus nr 327/T-8 (Digiefekt, *s.a.*).

2.2 Valim

DigiEfekti valimisse kuulusid 3., 6. ja 9. klassi õpilased kokku 13 Eesti koolist ning antud magistritöös keskendutakse 3. ja 6. klassi õpilaste tulemustele. Koolide valimi koostamise võeti aluseks kooli tulemused akadeemilistes testides (riiklikud matemaatika, loodusainete ja eesti keele tasemetööd ja eksamid), kooli õpilaste digipädevus (aluseks 9. klassi tasemetöö tulemused 2019. aastal), kooli enesehinnang digivalmiduse osas (Digipeegli enesehinnanguvahendi kasutamise tulemused) ja kooli tulemus koolirahulolu uuringus (sh hinnangud digivalmidusele ja digitegevuste rakendamisele).

Valimikoolide nimekirja moodustamisel jäeti välja koolid, kus 10.11.2019 seisuga oli

uuritavates klassides vähem kui 10 õpilast. Projekt algas 1. mai 2020. aastal ning kõigilt õpilastelt ja nende vanematelt küsiti kirjalik nõusolek uuringus osalemiseks. Projekti kestvuseks oli kolm aastat (Digiefekt, *s.a.*). Tabelis 1 on esitatud testides osalenud õpilaste arv vastavalt vanuseastmele.

Tabel 1. Testides osalenud õpilaste arv vastavalt vanuseastmele.

	3. klass	6. klass
Matemaatikapädevuse test	247	171
Suhtluspädevuse test	275	260
Vaimse võimekuse test	287	255

2.3 Mõõtevahendid

Magistritöös on kasutatud andmeid kolmest erinevast testist: matemaatikapädevuse test, suhtluspädevuse test ning vaimse võimekuse test. Kasutatud andmed pärinevad esimesest mõõtmisest.

Matemaatikapädevuse hindamise testidest kasutatakse töös matemaatikateste, mis on mõeldud 3. klassidele ja 6. klassidele. Käesolevad testid tuginevad Eesti Vabariigi põhikooli riikliku õppekava matemaatika ainekavale ja Rootsis välja töötatud matemaatikapädevuse uurimise raamistikule, mida kohandati DigiEfekti uuringu läbiviimiseks Eestis. Testid mõõdavad matemaatikapädevust kuue matemaatikapädevuse dimensiooni kaudu: probleemi lahendamise pädevus, arutluspädevus, protseduuriline pädevus, esituspädevus, seoste loomise pädevus ning kommunikatsioonipädevus. Iga dimensiooni mõõtmiseks on testides ette nähtud vähemalt 3 ülesannet. Esindatud on ainult ühte dimensiooni hindavad ülesanded kui ka kompleksülesanded, mille eesmärk on hinnata mitut dimensiooni korraga. 3. ja 6. klassi testidel on kaks ühist ülesannet. Ülesanded on valitud erinevatest matemaatika valdkondadest (arvud ja tehted, algebra, geomeetria, andmete analüüs ja statistika) jälgides, et kõik teemad oleksid esindatud. Testides esineb nii automaathinnatavad kui inimhinnatavad ülesandeid (Johanson *et al.*, *s.a.*).

Suhtluspädevuse test koosneb kolmest dimensioonist: keelepädevus, pragmaatiline pädevus ja sotsiolingvistiline pädevus. Testides hinnati eesti keele grammatilisi teadmiseid, sõnavaralisi teadmiseid ning teksti mõistmist. Enamik ülesandeid olid arvutihinnatavad, inimhinnatavaid ülesandeid oli 3. klassis kolm 13 ülesandetüübist; 6. klassis kaks 14-st (Uibu *et al.*, *s.a.*).

Vaimsete võimete mõõtmiseks kasutati kahte alltesti Koolipsühholoogide testist. Antud testi kasutatakse Eesti koolides kognitiivse arengu hindamiseks kolmes vanusegrupis:

2.-3. klass; 4.-6. klass ja 7.-9. klass. Kui tavaliselt kasutatakse testi nii, et noorematele esitatakse vähem ülesandeid, siis DigiEfekti uuringus täideti kõikides vanuserühmades täispikka testi. Uuringus kasutati kahte alltesti: „Järeldamine: kujundid“ ja „Siil“. Alltest „Järeldamine: kujundid“ koosneb maatriks-tüüpi ülesannetest, millega hinnatakse järeldamisoskust, laiemalt mitteverbaalseid võimeid. Ülesande edukaks lahendamiseks on oluline roll ka visuaalsel tähelepanul ja töömälul. Alltest „Siil“ mõõdab planeerimisoskust, kuid sealjuures ka teisi täidesaatvaid funktsioone: tähelepanu, töömälu, pidurdusprotsesse, matemaatilisi teadmisi (Kikas *et al.*, 2016).

2.4 Protseduur

Matemaatikapädevuse testi täitmine toimus arvutis, Eksamite infosüsteemi (EIS) keskkonnas, väljaarvatud üks kool, kes täitis testi paberil. Andmete kogumisi viidi igas klassis läbi kahel korral ning mõlemal korral kasutati sama testi. Kahe mõõtmise käigus oli eesmärgiks uurida digivahendite kasutamise mõju matemaatikapädevuse skoori muutumise kiirusele.

Matemaatikapädevuse testi ülesannete lahendamiseks oli ette nähtud 3. klassis 35 minutit ning 6. klassis 40+25 minutit (test oli jaotatud kaheks osaks) (Johanson *et al.*, *s.a.*).

Suhtluspädevuse testi täideti samuti elektroonilise testina EIS-i keskkonnas. Õpilaste suhtluspädevust hinnati 3. ja 6. klassis kahel ajahetkel: sõltuvalt klassist novembrist 2021 kuni märtsini 2022 ja aprillis või mais 2022 (Uibu *et al.*, *s.a.*).

Vaimse võimekuse mõõtmise alltestis „Järeldamine: kujundid“ kuvatakse mõlemale vanusegrupile testi alustades näidisülesanne. Lahendamiseks on kuni 22 ülesannet. Õpilase ülesandeks on leida 3*3 maatriksis puuduolev osa kaheksa pakutud võimaluse seast (Kikas *et al.*, 2016). Alltestis „Siil“ kuvatakse õpilasele näidisülesanne ja seejärel lahendamiseks kuni üheksa ülesannet. Lapsel tuleb ruudustikus etteantud reeglite põhjal leida kõige lühem tee (vähim läbitud ruutude arv), mille siil peab õunani jõudmiseks läbima. Reegleid järgides on siilil tee läbimiseks mitu erinevat võimalust. Testi teises pooles lisanduvad uued reeglivahetusega ülesanded. Kolmes ülesandes tuleb tee leida hoopis koera jaoks ja järgida tee läbimisel teistsuguseid reegleid (Kikas *et al.*, 2016). Alltestis „Järeldamine: kujundid“ oli maksimaalselt võimalik saada 22 punkti ning alltestis „Siil“ maksimaalselt 9 punkti. Digiefekti põhiuuringu raames viidi testid läbi arvutis, testikeskkonnas EIS ajavahemikus 24.11.2021 – 21.04.2022 (Silm, *s.a.*).

2.5 Andmeanalüüs

Andmeanalüüsiks kasutati mitteparameetrilist statistikat, kuna tunnuste jaotused ei vastanud normaaljaotusele. Normaaljaotuse kontrollimiseks kasutati Shapiro-Wilk testi. Andmete analüüsimisel kasutati kirjeldava statistika analüüsi ja korrelatsioonanalüüsi.

Andmeanalüüsiks kasutati andmetöötlusprogrammi JASP versiooni 0.17.1 (JASP Team, 2023).

3. Tulemused

3.1 Probleemide lahendamise pädevuse tase võrreldes teiste alampädevustega

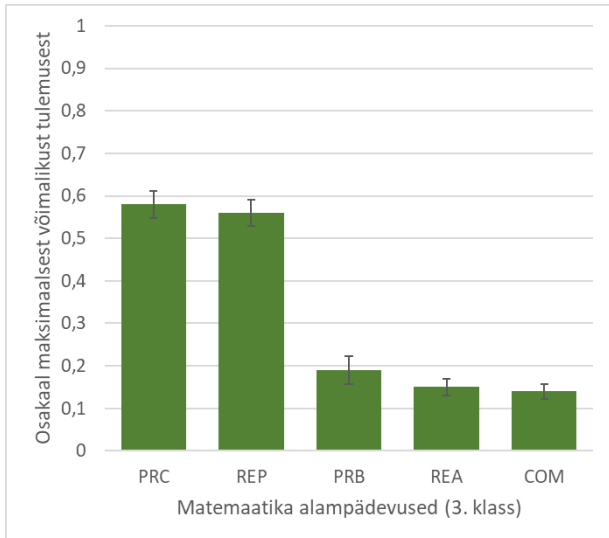
Esimese püstitatud hüpoteesiga sooviti tõestada, kas probleemide lahendamise pädevus on madalam võrreldes teiste matemaatika alampädevustega. Selleks võrreldi 3. ja 6. klasside matemaatikatesti keskmiseid tulemusi. Tabelis 2 on esitatud kirjeldav statistika saadud tulemustest.

Tabel 2. Kolmandate ja kuuendate klasside matemaatika alampädevuste tulemused esitatuna osakaaluna maksimaalsest võimalikust tulemusest.

	PRC		REP		REA		COM		PRB	
	3. kl	6. kl	3. kl	6. kl	3. kl	6. kl	3. kl	6. kl	3. kl	6. kl
Osalenute arv	282	238	282	247	282	247	282	243	282	247
Puuduvate väärtuste arv	0	9	0	0	0	0	0	4	0	0
Keskmine	0,58	0,61	0,56	0,52	0,15	0,34	0,14	0,31	0,19	0,35
Standardhälve	0,27	0,22	0,26	0,23	0,17	0,22	0,15	0,19	0,28	0,26
Miinumum	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Maksimum	1,00	1,00	1,00	1,00	0,90	1,00	0,86	0,85	1,00	1,00

Märkused. PRC – protseduuriline pädevus; REP – esituspädevus; REA – arutluspädevus; COM – kommunikatsioonipädevus; PRB – probleemide lahendamise pädevus

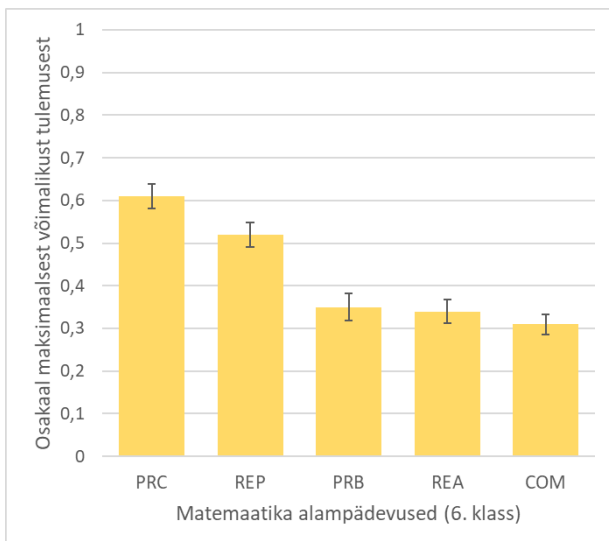
Kolmandate klasside keskmised tulemused koos 95% usalduspiiridega on esitatud joonisel 1. Tulemused näitavad, et 3. klasside keskmised tulemused on kõige nõrgemad kommunikatsioonipädevuse, arutluspädevuse ning probleemide lahendamise pädevuse puhul. Kõigi kolme tulemus on statistiliselt oluliselt madalam kui protseduurilise pädevuse ja esituspädevuse tulemus.



Joonis 1. Kolmandate klasside matemaatika alampädevuste tulemused esitatuna 95% usalduspiiridega.

Märkused. PRC – protseduuriline pädevus; REP – esituspädevus; REA – arutluspädevus; COM – kommunikatsioonipädevus; PRB – probleemide lahendamise pädevus

Kuuendate klasside puhul on tulemused sarnased. Nõrgimateks alampädevusteks on samuti kommunikatsioonipädevus, arutluspädevus ja probleemide lahendamise pädevus. Erinevalt kolmandate klasside tulemustest on näha, et kuuendate klasside puhul on protseduuriline pädevus kõrgem ka esituspädevusest. Joonisel 2 on esitatud saadud tulemused 95% usalduspiiridega.



Joonis 2. Kuuendate klasside matemaatika alampädevuste tulemused esitatuna 95% usalduspiiridega.

Märkused. PRC – protseduuriline pädevus; REP – esituspädevus; REA – arutluspädevus; COM – kommunikatsioonipädevus; PRB – probleemide lahendamise pädevus

3.2 Probleemilahendusoskuse seos vaimse võimekuse alltestidega

Teise püstitatud hüpoteesiga sooviti tõestada, et probleemilahendusoskuse testi tulemused on seotud vaimse võimekuse alltestide tulemustega. Selleks teostati korrelatsioonanalüüs, kus analüüsiti vaimse võimekuse alltestide tulemusi ja probleemide lahendamise pädevuse seost. Vaimse võimekuse alltestides uuriti planeerimisoskust ja järeldamisoskust. Tabelis 2 on näha 3. klasside korrelatsioonanalüüsi tulemusi.

Tabel 3. Kolmandate klasside matemaatika alampädevuste seos tekstimõistmise ja vaimse võimekusega (Spearmani ρ).

	PRC	REP	REA	COM	PRB	LING	PRAG	SOCIO	MTR	PLN
PRC	—									
REP	0,47	—								
REA	0,51	0,49	—							
COM	0,43	0,43	0,66	—						
PRB	0,47	0,39	0,35	0,37	—					
LING	0,39	0,44	0,35	0,34	0,46	—				
PRAG	0,28	0,40	0,25	0,31	0,49	0,53	—			
SOCIO	0,12	0,19*	0,16*	0,13	0,13	0,22**	0,13*	—		
MTR	0,34**	0,32**	0,27**	0,28**	0,21**	0,26**	0,28**	0,03	—	
PLN	0,14*	0,14*	0,15*	0,17*	0,21	0,15*	0,30**	-0,04	0,07	—

Märkused. PRC – protseduuriline pädevus; REP – esituspädevus; REA – arutluspädevus; COM – kommunikatsioonipädevus; PRB – probleemide lahendamise pädevus; LING – keelepädevus; PRAG – pragmaatiline pädevus; MTR – järeldamine; PLN – planeerimine; SOCIO – sotsioloogiline pädevus; * $p < 0,05$; ** $p < 0,001$

Tulemused näitavad, et 3. klasside probleemide lahendamise pädevus on nõrgas seoses vaimse võimekuse järeldamise alltesti tulemusega ($\rho=0,21$, $p<0,001$). Samuti saab öelda, et planeerimise alltesti tulemuste ja probleemide lahendamise pädevus on nõrgas seoses ($\rho=0,21$, $p<0,001$). Tabelis 3 on näha 6. klasside korrelatsioonanalüüsi tulemusi.

Tulemused näitavad, et 6. klasside probleemide lahendamise pädevus on mõõdukas seoses vaimse võimekuse järeldamise alltesti tulemusega ($\rho=0,37$, $p<0,001$). Samuti saab öelda, et planeerimise alltesti tulemus ja probleemide lahendamise pädevus on mõõdukas seoses ($\rho=0,38$, $p<0,001$).

Tabel 4. Kuuendate klasside matemaatika alampädevuste seos tekstimõistmise ja vaimse võimekusega (Spearmani ρ).

	PRC	REP	REA	COM	PRB	LING	PRAG	SOCIO	MTR	PLN
PRC	—									
REP	0,31	—								
REA	0,34	0,35	—							
COM	0,30	0,41	0,57	—						
PRB	0,49	0,51	0,47	0,56	—					
LING	0,30**	0,35**	0,21*	0,28**	0,47**	—				
PRAG	0,36	0,34	0,35	0,45	0,43	0,57	—			
SOCIO	0,06	0,06	0,09	0,04	0,05	0,20*	0,17*	—		
MTR	0,35**	0,30**	0,26**	0,39**	0,37**	0,31**	0,48**	0,05	—	
PLN	0,27**	0,34**	0,26**	0,230**	0,38**	0,19*	0,33**	0,08	0,50**	—

Märkused. PRC – protseduuriline pädevus; REP – esituspädevus; REA – arutluspädevus; COM – kommunikatsioonipädevus; PRB – probleemide lahendamise pädevus; LING – keelepädevus; PRAG – pragmaatiline pädevus; MTR – järeldamine; PLN – planeerimine; SOCIO – sotsiolingvistiline pädevus; * $p < 0,05$; ** $p < 0,001$

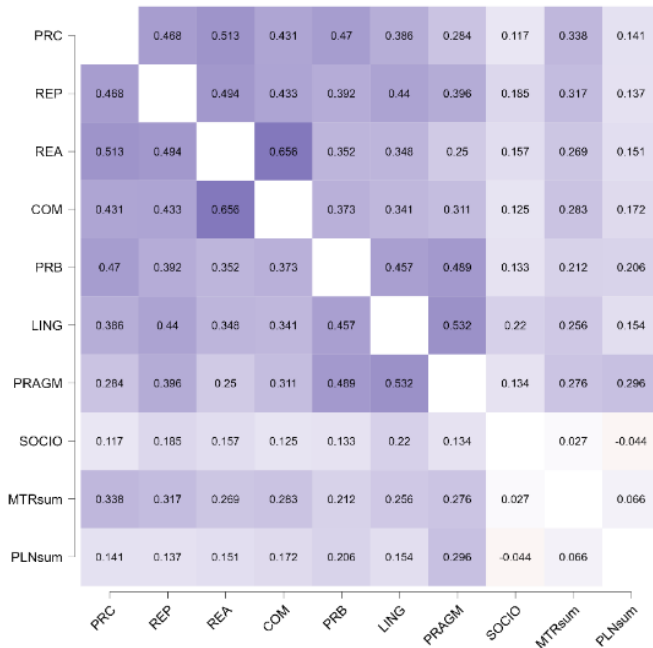
3.3 Probleemilahendusoskuse seos tekstimõistmisega

Kolmanda püstitatud hüpoteesiga sooviti tõestada, et probleemilahendusoskus on seotud tekstimõistmisega. Selleks teostati korrelatsioonanalüüs, kus uuriti probleemide lahendamise pädevuse ja suhtluspädevuse testi kaudu uuritud pädevuste seost. Analüüsis kasutati keelepädevust, pragmaatilist pädevust ja sotsiolingvistlist pädevust. Tabelis 2 on loetav korrelatsioonanalüüsi tulemused 3. klasside arvestuses. Analüüsist selgus, et probleemide lahendamise pädevus on mõõdukas seoses keelepädevusega ($\rho=0,46$, $p<0,001$) ning saadud tulemus on statistiliselt olulise tõenäosusega. Samuti on pragmaatilise pädevuse ja probleemide lahendamise pädevuse vahel mõõdukas seos ($\rho=0,49$, $p<0,001$). Sotsiolingvistilise pädevuse ja probleemide lahendamise pädevuse vahel on nõrk seos ($\rho=0,13$, $p=0,045$)

6. klasside korrelatsioonanalüüsi tulemusena selgus, et nagu ka 3. klasside puhul, siis ka 6. klasside tulemused annavad kinnitust, et keelepädevus on probleemide lahendamise pädevusega mõõdukas seoses ($\rho=0,47$, $p<0,001$). Tulemustest välja lugeda, et pragmaatiline pädevus on samuti mõõdukas seoses probleemide lahendamise pädevusega ($\rho=0,43$, $p<0,001$). 6. klasside puhul on sotsiolingvistilise pädevuse ja probleemide lahendamise pädevuse vahel väga nõrk seos ($\rho=0,05$, $p=0,434$).

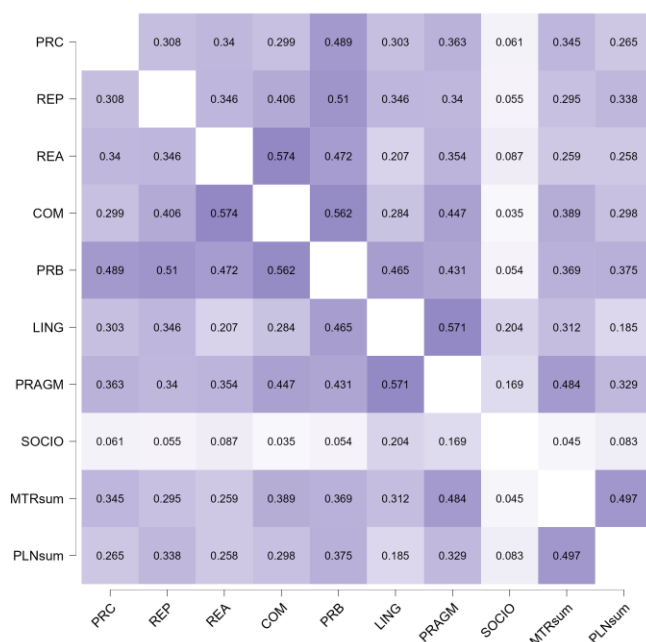
3.4 Matemaatikapädevuste, suhtluspädevuste ning vaimse võimekuse alltestide tulemuste seos probleemide lahendamise pädevusega

Uuringu tulemusena saab teha kokkuvõtte, millised pädevused mõjutavad kahes erinevas vanuseastmes probleemide lahendamise pädevust kõige enam. 3. klassi tulemused on nähtavad Joonisel 1, mis illustreerib Tabelis 3 esitatud seoseid.



Joonis 3. Kolmandate klasside probleemide lahendamise pädevuse mõjutegurite soojuskaart.

3. klassis kontekstis kõikidest pädevustest kõige tugevama seose probleemide lahendamise pädevusega moodustab pragmaatiline pädevus ($\rho=0,49$, $p<0,001$). Võrreldes uuringus kasutatud pädevusi, siis kõige nõrgem seos probleemide lahendamise pädevusega on suhtluspädevuse testi sotsiolingvistlise pädevusega. Saadud tulemus moodustab väga nõrga korrelatsiooni ($\rho=0,13$, $p<0,001$). 6. klasside tulemused on esitatud Joonisel 2, mis illustreerib Tabelis 4 esitatud seoseid.



Joonis 4. Kuuendate klasside probleemide lahendamise pädevuse mõjutegurite soojuskaart.

Selles vanuseastmes on probleemide lahendamise pädevusega kõige tugevamas seoses kommunikatsioonipädevus ($\rho=0,56$, $p<0,001$). Nõrgimas seoses on sotsiolingvistiline pädevus ($\rho=0,05$, $p<0,001$).

4. Arutelu

Käesoleva magistritöö eesmärk oli hinnata 3. ja 6. klassi õpilaste probleemide lahendamise taset võrreldes teiste matemaatika alampädevustega lähtudes matemaatikapädevuse teoreetilisest mudelist. Töö raames vaadeldi 3. ja 6. klasside probleemide lahendamise oskust matemaatikas DigiEfekti projekti koolide lõikes. Täpsemalt sooviti välja selgitada, millisel tasemel on Eesti õpilaste probleemide lahendamise pädevus matemaatikas võrreldes teiste matemaatika alampädevustega ning millised tegurid mõjutavad probleemide lahendamise pädevust matemaatikas.

Esimese püstitatud hüpoteesiga sooviti tõestada, et probleemide lahendamise pädevus on madalam võrreldes teiste matemaatika alampädevustega. Selle jaoks kasutati kirjeldava statistika analüüsi. Magistritöö tulemused näitasid, et nii 3. klasside kui ka 6. klasside kontekstis oli nõrgimaks matemaatika alampädevuseks kommunikatsioonipädevus, millele järgnes arutluspädevus ning seejärel probleemide lahendamise pädevus. Seega saab öelda, et püstitatud hüpotees ei pidanud täielikult paika, aga kuna kirjeldava statistika analüüsi tulemusena ei ole kommunikatsioonipädevuse, arutluspädevuse ning probleemide

lahendamise pädevuse keskmiste tulemuste väärtused väga suure erinevusega, siis saab öelda, et probleemide lahendamise pädevus on nõrgemalt avalduvate matemaatika alampädevuste hulgas. Autori hinnangul on saadud tulemused ootuspäratud, kuna PISA testi tulemuste põhjal võib öelda, et Eestis on vähe väga kõrge probleemilahendusoskusega õpilasi (Tire *et al.*, 2012). Antud andmete põhjal tekkis oletus, et probleemide lahendamise pädevus võib olla nõrgemalt avalduvate matemaatika alampädevuste hulgas.

Kirjeldava statistika analüüsi tulemusena tuli välja, et kõige tugevamalt avalduv matemaatika alampädevus on protseduuriline pädevus. See toetab ka Boesen jt (2014) poolt läbi viidud uuringu tulemust, et 79% koolitunnist tegeletakse protseduuriliste pädevuste arendamisega. Andmed toetavad üksteist õppeprotsess ja õppetulemus seose alusel, kus protsessi kvaliteedist sõltuvad tulemused. Tundides tegeletaksegi suuremal osal ajast mehhaaniliselt ülesannete lahendamisega ning olulisel kohal on pigem õige vastuse saamine, mitte arusaamine, miks ja kuidas tegelikult ülesanne ja vastus kooskõlas on. Protseuurilise pädevuse tugev esinemine võib olla tingitud ka asjaolust, et näidisülesannete eeskujul on võimalik lahendada edukalt enamus õpilasele esitatud ülesannetest, kuna tihtipeale esineb ülesannetes sarnaseid mustreid, mida õpilased ajapikku on võimelised pähe õppima.

Kuna õppemaht on suur, siis jääb tagaplaanile ka arutlemine. Oluliseks peetakse kõikide teemade läbimist, mitte asjaolu, et õpilane võiks teemadest ka sügavamalt aru saada. Arutluspädevus on probleemide lahendamise pädevusega võrreldes veelgi nõrgemalt avalduv pädevus, kuid ometi hea arutlusvõime tagab ka edu probleemide lahendamise juures. Eduka probleemi lahendamise juures on arutlemine vältimatu, kuna erinevad probleemilahenduse võimalused ning nendega kaasnevad aspektid on oluline läbi arutleda, et saaks hinnata võimaluste sobivust.

Kuna jõustunud matemaatika õppekava muudatusena kinnitati, et eraldi teemavaldkonnana lisandub matemaatika õppekavasse probleemide lahendamine (Linde, 2022), siis lähtudes kõigest eelnimetatust on kinnitatud muudatused matemaatika õppekavas põhjendatud ning seda nii esimese kui teise kooliastme puhul. Kuna tulemustest selgus, et probleemide lahendamise pädevus on esimese ja teise kooliastme puhul ühtviisi nõrgemalt avalduvate pädevuste hulgas, siis on ainuõige viia kahte esimesse kooliastmesse eraldi teemavaldkonnana sisse probleemide lahendamise. Kui esmapilgul võib tunduda, et esimese kooliastme puhul pole probleemide lahendamise lisandumine õppekavasse õigustatud, siis tegelikult pannakse just esimeses kooliastmes tugev alus järgnevate kooliastmete teemade edukale läbimisele. Õpilased, kes eelmises klassis sisust aru ei saanud, võivad järgnevas klassis sisu aru saamisel nõrgad olla.

Teise püstitatud hüpoteesiga sooviti tõestada, et probleemide lahendamise oskus on seotud vaimse võimekuse alltestide tulemustega. Analüüsi tulemustele toetudes saab järeldada, et järelduste tegemise oskus ja planeerimisoskus on seotud probleemide lahendamise oskusega, kuid seda nõrgalt.

6. klasside tulemused erinesid 3. klasside tulemustest vaimse võimekuse alltest „Järeldamine: kujundid“ ja alltesti „Siil“ puhul. 6. klassi puhul on mõlema vaimse võimekuse testi tulemused mõõdukas seoses probleemide lahendamise pädevusega. Samuti on 6. klasside puhul erinev see, et suuremas seoses probleemide lahendamise pädevusega on planeerimisoskust kajastava testi tulemused.

Autori hinnangul on tulemused ootuspäratud, kuna vaimse võimekuse alltestide tulemused oleks võinud kõikide eelduste kohaselt olla tugevamas seoses probleemide lahendamise pädevusega. Üheks oluliseks argumendiks on asjaolu, et planeerimisoskus on probleemide lahendamise juures olulisel kohal ning seda kinnitab ka Pólya (1945) probleemide lahendamise põhiprintsiibi teine printsiip – lahenduskäigu planeerimine. Ootuspäraselt oli 3. klassis järeldamise alltestide tulemus tugevamas seoses probleemide lahendamise pädevusega kui planeerimise alltesti tulemus, kuid seda siiski mõõdukalt. Mõeldes sellele, kui oluline on järeldamine matemaatikas, oleks võinud oletada, et järeldamisoskus on tugevamas seoses probleemide lahendamise pädevusega. Nii eduka kui edutu probleemi lahendamise juures on oluline järeldada, millest oli edu või ebaedu tingitud ning milliseid järeldusi saab tulemustest teha.

Kolmanda püstitatud hüpoteesiga sooviti tõestada, et probleemide lahendamise pädevus on seotud tekstimõistmisega. Selleks teostati korrelatsioonanalüüs, kus uuriti probleemide lahendamise oskuse suhtluspädevuse testi kolme alapädevusevahelist seost. Suhtluspädevuse testis kasutati alampädevustena keelepädevust, pragmaatilist pädevust ja sotsiolingvistilist pädevust. Korrelatsioonanalüüsi tulemusena selgus, et keelepädevuse ja probleemide lahendamise pädevuse vahel on mõõdukas seos. Samuti on pragmaatilise pädevuse ja probleemide lahendamise pädevuse vahel mõõdukas seos. Kui võrrelda kahte suhtluspädevuse testi mõõduka seose saanud alampädevust, siis tugevamas seoses probleemide lahendamise pädevusega on 3. klasside puhul pragmaatiline pädevus ning 6. klasside puhul keelepädevus. Sotsiolingvistilise pädevuse ja probleemide lahendamise pädevuse vahel on 3. klassidel nõrk seos ning 6. klassidel väga nõrk seos, mis tähendab, et suhtluspädevuse testi alampädevustest mõjutab sotsiolingvistiline pädevus probleemide lahendamise pädevust kõige vähem. Saadud tulemustest saab järeldada, et tekstimõistmine on osaliselt seotud probleemide lahendamise pädevusega.

Eelnevalt mainitud korrelatsioonanalüüsi tulemused annavad ka kinnitust Singh jt (2010) poolt läbi viidud uuringu tulemustele, kust tuleb välja, et kirjalikes matemaatikaülesannetes tehtud vigadest umbes 60% tekkisid keeleteguri (lugemine ja mõistmine) tõttu. Samuti kinnitab see Fitriani (2018) tehtud uuringu tulemusi, et raskused probleemülesannete lahendamise juures on tingitud lugemisvigadest ning arusaamatusest. Antud uuringus 25,9% õpilastest mõistsid probleemülesande sisu valesti.

Kuna tugevaima seose probleemide lahendamise pädevusega moodustas 3. klasside tulemuste põhjal pragmaatiline pädevus ning selle järgi keelepädevus, siis saab järeldada, et sõnavara ja grammatika kasutamine on olulisem, kui lihtsalt nende tundmine. Kuna pragmaatiline pädevus on seotud ka sellega, kuidas õpilane mõistab teksti, siis on saadud tulemused ootuspärased, kuna teksti mõistmine loob eeldused probleemist aru saamise jaoks. Samuti oli ootuspärane asjaolu, et sotsiolingvistiline pädevus on nõrgas seoses probleemide lahendamise pädevusega. Kuna sotsiolingvistiline pädevus eeldab sotsiaalsete suhete keeleliste tähistajate tundmist, siis autori hinnangul ei ole see piisavalt olulises seoses probleemide lahendamise pädevusega, sest probleemide lahendamise juures on olulisemal kohal keele kasutamisoskus, mitte sotsiaalsete suhete keeleliste tähistajate tundmine. Uuringu tulemustest saab järeldada, et sõnavara tundmine loob eelduse sõnavara korrektsele kasutamisele probleemide lahendamise juures.

Kuna 6. klasside tulemuste põhjal saab järeldada, et probleemide lahendamise pädevusega tugevaimas seoses on keelepädevus, siis saab antud tulemusest järeldada, et kooliastme kasvades on probleemide lahendamise juures olulisem pigem keele tundmine mitte selle kasutamine. Samas leidsid Rahmawati ja Retnawati (2019) oma uurimuses, mis kajastas vigade esinemisi PISA-laadse matemaatilise ülesande lahendamisel, et 21,19% vigadest olid lugemisvead.

Uuringu tulemusena võib öelda, et matemaatika alampädevustel, suhtluspädevustel ning vaimse võimekuse alltestide tulemustel on probleemide lahendamise pädevusega mõõdukas seos. See omakorda tähendab, et antud pädevuste avaldumine mõjutab probleemide lahendamise pädevuse avaldumise tugevust. Kui analüüsida uuringu tulemusi sellest perspektiivist, et millise pädevusega on probleemide lahendamise pädevusel kõige tugev seos, siis tuleb välja, et suhtluspädevuse testi alampädevused ehk teksti mõistmisega seotud pädevused on tugevaimas seoses probleemi lahendamise pädevusega kui näiteks vaimse võimekuse alltestide pädevused. Autori hinnangul on saadud tulemused ootuspärased, kuna kõigepealt tuleb mõista probleemülesande sisu ning siis saab edasi liikuda järeldamise ning planeerimisega. Sõnavara ebakorrektno tundmine ning kasutamine võib viia õpilase

probleemide lahendamise juures valele lahendusele või koguni probleemist mitte aru saamiseni.

Töö piirangutest saab välja tuua asjaolu, andmed on kogutud kolmeteistkümnest Eesti erinevas paigas asuvast koolist ja saadud andmete põhjal ei saa teha üldistusi kogu Eesti 3. ja 6. klasside kohta. Saadud andmed kajastavad ainult väljavalitud kolmeteistkümnepäevase kooli tulemusi ning olles valinud valitust erinevad koolid, ei pruugiks olla tulemused sarnased. Lisaks on varasemalt uuritud probleemide lahendamist matemaatikas vähe ning pole võimalik võrrelda käesoleva magistr töö tulemusi varasematega.

Töö tugevuseks saab pidada asjaolu, et töö raames ei kogutud andmeid, kuid kasutati juba olemasolevaid andmeid. Seega ei koormatud eraldi koolide personali ja õpilasi. Samuti saab tugevuseks pidada seda, et magistr töö rõhk oli andmete analüüsimisel, mitte instrumendi koostamisel ja andmete kättesaamisel. See lõi eelduse tulemuste ratsionaalsusele. Samuti ei koormata sellisel viisil digitaalseid andmekandjaid aina juurde kogutavate andmetega, mis muutis magistr töö protsessi keskkonnasäästlikuks. Üheks oluliseks tugevuseks võib pidada ka piisavalt suur andmete hulk, mille põhjal saab teha statistiliselt olulisi järeldusi.

Antud töö praktiliseks väärtuseks võib nimetada töö tulemustest saadud kinnitust, et matemaatika õppekava muutused on põhjendatud ning tehtud otsuste tulemusena saab parandada matemaatikahariduse kvaliteeti. Samuti annavad töö tulemused kinnitust, et keeleõppe on oluline ja tihedalt seotud matemaatikaga.

Edaspidi võib uurida uuenenud matemaatika õppekava järgseid muutusi ning seoseid probleemide lahendamise pädevusega. Üheks võimaluseks on uurida, kas ja millisel määral on muutunud probleemide lahendamise tase peale uue õppekava rakendusse võtmist. Samuti saab uurida, millises seoses on suhtluspädevused probleemide lahendamise pädevusega peale uue õppekava kasutusele võtmist.

Tänuõnad

Magistr töö on valminud projekti DIGIVARA5 „DigiEfekt: Digitaalse õppe- vara kasutamise mõju õppimisele ja õpetamisele Eesti põhihariduse näitel (01.05.2020–30.04.2023)“ toetusel. Sellest tulenevalt tänan projekti autoreid võimaluse eest kasutada kogutud andmeid, projektis osalenud koole, õpilasi ja õpetajaid. Samuti soovin tänada enda juhendajaid Gerli Silma ja Maarja Sõrmust suurepärase juhendamise eest.

Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrekselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Melody Pöder

/allkirjastatud digitaalselt/

18.05.2023

Kasutatud kirjandus

- Abdullah, A. H., Abidin, N. L. Z., Ali, M. (2015). *Analysis of Students' Errors in Solving Higher Order Thinking Skills (HOTS) Problems for the Topic of Fraction*. Asian Social Science, 11(2).
- Ainevaldkond „Matemaatika”. Põhikooli riiklik õppekava. Lisa 3 (2014). *Riigi Teataja 2011, 1*.
- Allen, L., Kelly, B. B., & National Research Council. (2015). *Child development and early learning. In Transforming the workforce for children birth through age 8: A unifying foundation*. National Academies Press (US).
- Argarini, D. F. (2018). *Analisis pemecahan masalah berbasis Polya pada materi perkalian vektor ditinjau dari gaya belajar*. Jurnal Matematika Dan Pembelajaran, 6(1), 91–99.
- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2014). *Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum*. The Journal of Mathematical Behavior, 33, 72-87.
- Cho, M. K., & Kim, M. K. (2020). *Investigating Elementary Students' Problem Solving and Teacher Scaffolding in Solving an Ill-Structured Problem*. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 8(4), 274-289.
- Daulay, K. R., & Ruhaimah, I. (2019). *Polya theory to improve problem-solving skills*. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1188, No. 1, p. 012070). IOP Publishing.
- Devlin, K. (2021). *Matemaatikat tuleks õpetada kui mõtteviisi, mitte kui arvutamist*. Eesti Haridusteaduste Ajakiri. Estonian Journal of Education, 9(1), 6-32.
<https://doi.org/10.12697/eha.2021.9.1.02a>
- Eesmäe, E. (2023). *Valitsus kiitis heaks ajakohastatud riiklikud õppekavad*.
<https://hm.ee/uudised/valitsus-kiitis-heaks-ajakohastatud-riiklikud-oppekavad>
- Eesti keele instituut. (s.a.). *Haridussõnastik*. <http://www.eki.ee/dict/haridus/index.cgi>
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Routledge Falmer.
- Fitriani, H. N., Turmudi, T., & Prabawanto, S. (2018). *Analysis of students error in mathematical problem solving based on Newman's error analysis*. In International Conference on Mathematics and Science Education (Vol. 3, No. 1, pp. 791-796).
- Gulacar, O., Bowman, C. R., & Feakes, D. a. (2013). *Observational investigation of student problem solving: The role and importance of habits*. Science Education International, 24(2), 344–360.

- Hendriana, H., Johanto, T., & Sumarmo, U. (2018). *The Role of Problem-Based Learning to Improve Students' Mathematical Problem-Solving Ability and Self Confidence*. Journal on Mathematics Education, 9(2), 291-300.
- Hermawan, D., & Prabawanto, S. (2016). *Pengaruh penerapan model pembelajaran problem based learning berbantuan media teknologi informasi dan komunikasi terhadap kemampuan koneksi matematis siswa sekolah dasar*. Eduhumaniora: Jurnal Pendidikan Dasar, 7(1).
- Hidayat, W., & Sariningsih, R. (2018). *Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis dan Adversity Quotient Siswa SMP Melalui Pembelajaran Open Ended*. JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika), 2(1), 109-118.
- IMEchE. (2013). *The Institution of Mechanical Engineers: Academic Accreditation Guidelines*. London: Institution of Mechanical Engineers.
- Irwanto, Saputro, A. D., Rohaeti, E., & Prodjosantoso, A. K. (2018). *Promoting critical thinking and problem solving skills of preservice elementary teachers through processoriented guided-inquiry learning (POGIL)*. International Journal of Instruction, 11(4), 777–794.
- JASP Team (2023). JASP (Version 0.17.1) [Arvuti tarkvara].
- Johanson, M., Pedaste, M., Pastak, M., Täht, K., Sõrmus, M., & Jukk, H. (2021). *Matemaatikapädevuse hindamine Eesti e-tasemetöödega*. Estonian Journal of Education/Eesti Haridusteaduste Ajakiri, 9(2).
- Johanson, M., Sõrmus, M., Jukk, H., Pedaste, M., Baucal, A. (s.a.). *DigiEfekti põhiuuringu tulemuste raport – matemaatikapädevus* [Avaldamata raport].
- Kenedi, A. K., Helsa, Y., Ariani, Y., Zainil, M., & Hendri, S. (2019). *Mathematical Connection of Elementary School Students to Solve Mathematical Problems*. Journal on Mathematics Education, 10(1), 69-80.
- Khalid, M., Saad, S., Hamid, S. R. A., Abdullah, M. R., Ibrahim, H., & Shahrill, M. (2020). *Enhancing creativity and problem solving skills through creative problem solving in teaching mathematics*. Creativity Studies, 13(2), 270-291.
- Kikas, E., Toomela, A., Männamaa, M., Soodla, P., Jõgi, A-L., Kaldoja, M-L. (2016). *Koolisühholoogi hindamisvahendite komplekt: manuaal*. E. Kikas (Toim.). Eesti Ülikoolide Kirjastus.
- Langoban, M. (2020). *What makes mathematics difficult as a subject for most students in higher education?* International Journal of English and Education, 9(3), 214–220.

- Lesh, R. (1981). *Applied mathematical problem solving*. Educational studies in mathematics, 12(2), 235-264.
- Linde, M. (2022, november 11-12). *Matemaatika riiklike ainekavade ajakohastamine* [konverentsi ettekanne]. 48. Matemaatikaõpetajate päevad Pärnus, Pärnu.
- Lithner, J., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2010). Mathematical competencies: A research framework. The seventh mathematics education research seminar, Stockholm, January 26–27, 2010 (pp. 157–167). Svensk förening för matematikdidaktisk forskning, SMDF.
- Maharani, H. R., Sukestiyarno, S., & Waluya, B. (2017). *Creative thinking process based on Wallas model in solving mathematics problem*. International Journal on Emerging Mathematics Education, 1(2), 177-184.
- Motlagh, S. E., Amrai, K., Yazdani, M. J., Abderahim, H. A. & Souri, H. (2011). *The Relationship Between Self-efficacy and Academic achievement in high school students*. Procedia Social and Behavioral Sciences, 15, 765–768.
- Muhlisin, A. (2019). *Reading, mind mapping, and sharing (RMS): Innovation of new learning model on science lecture to improve understanding concepts*. Journal for the Education of Gifted Young Scientists, 7(2), 323–340.
- Munns, A. (2017). *A study of competence in mathematics and mechanics in an engineering curriculum*. European journal of engineering education, 42(6), 1062-1075.
- Nazari, M. A., Sabaghypour, S., Pezhmanfard, M., Azizi, K., & Vahedi, S. (2021). *The influence of children's mathematical competence on performance in mental number line, time knowledge and time perception*. Psychological Research, 85(5), 2023-2035.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *The principles and standards for school mathematics*.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). *Mathematical competencies revisited*. Educational Studies in Mathematics, 102(1), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Niss, M., & Jensen, T. H. (eds.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, 18, 1–334, Undervisningsministeriet (Ministry of Education).
- Osman, S., Yang, C. N. A. C., Abu, M. S., Ismail, N., Jambari, H., & Kumar, J. A. (2018). *Enhancing students' mathematical problem-solving skills through bar model visualisation technique*. International Electronic Journal of Mathematics Education, 13(3), 273-279.

- Palu, A., & Kikas, E. (2015). Matemaatikapädevus. E. Kikas & A. Toomela (toim), *Õppimine ja õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpädevused ja nende arendamine* (lk 242–254). Eesti Ülikoolide Kirjastus OÜ.
- Patnani, M. (2013). *Upaya meningkatkan kemampuan problem solving pada mahasiswa*. Jurnal Psikogenesis, 1(2), 130–142.
- Polya, G. (1945). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2015). *Problem-solving strategies in mathematics*. Singapura: World Scientific.
- Rahmawati, F., & Retnawati, H. (2019). *An analysis of students' difficulties in solving PISA-like mathematical problems*. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1200, No. 1, p. 012015). IOP Publishing.
- Rohmah, M., & Sutiarsa, S. (2018). *Analysis problem solving in mathematical using theory Newman*. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(2), 671-681.
- Schoenfeld, A. H. (1987). *Pólya, problem solving, and education*. Mathematics magazine, 60(5), 283-291.
- Schoenfeld, A. H. (2013). *Reflections on Problem Solving Theory and Practice*. The Mathematics Enthusiast, 10(1,2), 9–32.
- Silm, G. (s.a.). *Digiefekti põhiuuringu tulemuste raport – vaimne võimekus* [Avaldamata raport].
- Simamora, R. E., & Saragih, S. (2019). *Improving Students' Mathematical Problem Solving Ability and Self-Efficacy through Guided Discovery Learning in Local Culture Context*. International Electronic Journal of Mathematics Education, 14(1), 61-72.
- Singh, P., Rahman, A. A., & Hoon, T. S. (2010). *The Newman procedure for analyzing Primary Four pupils errors on written mathematical tasks: A Malaysian perspective*. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 8, 264-271.
- Sipayung, T. N., Imelda, Siswono, T. Y. E., & Masriyah. (2021). *The preliminary study of students' creative problem-solving ability*. Journal of Physics: Conference Series, 1836(1), 1–14. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1836/1/012052>
- Siregar, N. D., & Surya, E. (2017). *Analysis of students' junior high school mathematical connection ability*. International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR), 33(2), 309-320.

- Son, A. L., & Fatimah, S. (2019). *An analysis to student error of algebraic problem solving based on polya and newman theory*. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1315, No. 1, p. 012069). IOP Publishing.
- Sukma, Y., & Priatna, N. (2021). *Mathematics Teachers' Response To Online Learning During the Covid-19Pandemic: Challenges and Opportunities*. *Kalamatika: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 1–14.
<https://doi.org/10.22236/kalamatika.vol6no1.2021pp1-14>
- Tallinna Ülikool loodus- ja terviseteaduste instituut (s.a.). *Matemaatikapädevuse uuringud*.
<https://www.tlu.ee/liti/teadus/matemaatikapadevuse-uuringud>
- Tartu Ülikool (s.a.). Digiefekt. <https://digiefekt.ut.ee/avaleht>
- Tasni, N., & Susanti, E. (2017). *Membangun koneksi matematis siswa dalam pemecahan masalah verbal*. *Beta Jurnal Tadris Matematika*, 10(1), 103-116.
- Tire, G., Lepmann, T., Jukk, T., Puksand, H., Henno, I., Lindemann, K., Kitsing, M., Täht, K., & Lorenz, B. (2012). *PISA 2012 Eesti tulemused: Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused matemaatikas, funktsionaalses lugemises ja loodusteadustes*.
- Uibu, K., Kärbla, T., Võik, I. (s.a.). *DigiEfekti põhiuuringu tulemuste raport – suhtluspädevus* [Avaldamata raport].
- Õppekava (s.a.). *Riiklike õppekavade ajakohastamine 2022*. <https://oppekava.ee/oppekavade-ajakohastamine/>
- Yapatang, L., & Polyiem, T. (2022). *Development of the Mathematical Problem-Solving Ability Using Applied Cooperative Learning and Polya's Problem-Solving Process for Grade 9 Students*. *Journal of Education and Learning*, 11(3), 40-46.

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Melody Pöder,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „Eesti õpilaste probleemi lahendamise oskus matemaatikas DigiEfekti projekti koolide näitel“, mille juhendajad on Gerli Silm ja Maarja Sõrmus, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Melody Pöder

18.05.2023