

Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Eripedagoogika ja logopeedia õppekava

Maarja Pertel

ARVUTUSÜLESANNETE SOORITAMISEL ESINEVAD VEAD JA ÜLESANNETE
SOORITAMISEKS KULUNUD AEG EESTI KOOLIDE 3. KLASSIDE MATEMAATIKA
ÕPIRASKUSEGA ÕPILASTEL

Magistritöö

Juhendaja: eripedagoogika nooremlektor Triin Kivirähk-Koor

Tartu 2024

Kokkuvõte

Arvutusülesannete sooritamisel esinevad vead ja ülesannete sooritamiseks kulunud aeg Eesti koolide 3. klasside matemaatika õpiraskusega õpilastel

Matemaatika õpiraskusega õpilased teevad arvutusülesannetes rohkelt vigu ja vajavad ülesannete sooritamiseks rohkem aega võrreldes õpiraskuseta eakaaslastega. Vigade ning aja uurimine aitab õpetajatel efektiivsemalt õpilasi individuaalselt juhendada. Käesoleva magistritöö eesmärgiks oli välja selgitada Eesti koolide 3. klassi spetsiifilise matemaatika ja üldise õpiraskusega õpilastel arvutusülesannete sooritamisel esinevad vead ning vigade arvu seos arvutusülesannete tegemiseks kulunud ajaga. Uuringus osales 108 3. klassi põhikooli riikliku õppekava järgi õppivat õpilast. Selgus, et nii spetsiifilise matemaatika õpiraskusega kui ka üldise õpiraskusega õpilased tegid enim protseduurilisi vigu. Vigade arvu ja kulunud aja vahel ei olnud statistiliselt olulist seost.

Võtmesõnad: spetsiifiline matemaatika õpiraskus, üldine õpiraskus, vead arvutusülesannetes, aeg arvutusülesannete tegemiseks

Abstract

Errors and time in arithmetic task solving in children with mathematical learning difficulties

Children with mathematical learning difficulties make many errors in arithmetic task solving and need more time for it compared to their peers. Analysing errors and time helps teachers guide the students more efficiently. The aim of this Master's thesis was to study errors and time spent for solving arithmetic tasks in 3rd grade students with mathematical learning difficulties. The study involved 108 3rd grade students in the basic school national curriculum. The results revealed that the most common mistakes were procedural mistakes. There was no statistical significance between the errors and time.

Keywords: mathematical learning difficulties, errors in arithmetic task solving, time spent for arithmetic task solving

Vead ja kulunud aeg spetsiifilise matemaatika ja üldise õpiraskusega õpilastel arvutusülesannetes	3
Sisukord	
1. Sissejuhatus	4
2. Teoreetiline ülevaade	5
2.1. Matemaatilised oskused	5
2.1.1. Aritmeetika	5
2.2. Matemaatika õpiraskused	6
2.2.1. Spetsiifiline matemaatika õpiraskus	7
2.2.2. Üldine õpiraskus	8
2.3. Matemaatika ülesannetes esinevad vead	8
2.4. Matemaatika ülesannete lahendamiseks kuluv aeg	10
3. Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused	10
4. Metoodika	11
4.1. Valim	11
4.2. Andmekogumine	12
4.3. Andmeanalüüs	13
5. Tulemused	16
6. Arutelu	24
Tänu sõnad	27
Autorsuse kinnitus	27
Kasutatud kirjandus	28
Lisa 1. Käsitletavate arvutusülesannete lühikirjeldus.	31
Lisa 2. Esinenud keskmine vigade arv ülesande ja õpilase kohta rühmade ning täpsemate ülesandetüüpide kaupa.	32
Lisa 3. Täielikult õigesti ja mitteõigesti (valed + EV vastused) lahendatud ülesannete arv ning sagedus rühmade kaupa.	33
Lisa 4. Esinenud veatüüpide arv rühma kohta.	34

1. Sissejuhatus

Matemaatika õppimine on paljude õpilaste jaoks keeruline (Hughes *et al.*, 2023). Faber (2021) on välja toonud, et kuni 25% inimestel võivad esineda matemaatika õppimisel raskused. Seda kinnitavad nii rahvusvaheliste ja riiklike testide/eksamite tulemused kui ka vestlused erinevate õpetajatega. Kuigi rahvusvaheliste ning riiklike testide/eksamite tulemused annavad ülevaate õpilaste saavutustest, ei anna need piisavalt informatsiooni selle kohta, kuidas abi vajavaid õpilasi õppetöös toetada (Hughes *et al.*, 2023).

Geary jt (2012) jagavad matemaatika õpiraskusega õpilased kahte gruppi: spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased ja üldise õpiraskusega õpilased. Matemaatika õpiraskusega õpilased rakendavad ülesannete lahendamisel tõenäolisemalt rohkem vigaseid strateegiaid ja algoritme matemaatika õpiraskuseta õpilastest (Zhang *et al.*, 2017). Valede strateegiate ja algoritmide kasutamise tulemusel esineb õpilaste töödes rohkelt vigu ning matemaatiliste oskuste mahajäämuse korral vajavad jõukohastamist näiteks arvutamise, mõõtmise ja arvujärkude järjestusega seotud valdkonnad (Zhang *et al.*, 2017). Erinevalt vaid testide/eksamite tulemuste analüüsimisest võib aga õpilaste vigade analüüsimine anda informatsiooni, kuidas matemaatika õpiraskusega õpilasi õppetöös aidata (Hughes *et al.*, 2023). Zhang jt (2017) hinnangul aitab vigaste algoritmide ja töödes esinenud vigade analüüsimine õpetajatel mõista õpilaste töödes esinenud vigade tekkepõhjuseid ning õpilaste vaeleusaamu, mis omakorda aitab õpetajatel enda tööd efektiivsemalt ja läbimõeldumalt planeerida ning õpilasi paremini juhendada. Praegused praktikad haridusmaastikul sageli aga alahindavad õpilaste vigade analüüsimise olulisust.

Üks madalamal tasemel olev osa kognitiivsetest oskustest nii üldise õpiraskusega kui ka spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilastel on informatsiooni töötlemise kiirus (Agostini *et al.*, 2022; Chong & Siegel, 2008). Informatsiooni töötlemise kiirusel on oluline roll aritmeetiliste oskuste omandamisel ja madalamal informatsiooni töötlemise kiirusel on seos matemaatiliste raskuste esinemisega (Cirino *et al.*, 2015; Fuchs *et al.*, 2008; Vukovic & Siegel, 2010). Rousselle ja Noël (2007) on välja toonud, et näiteks spetsiifilise matemaatika õpiraskusega lapsed vajavad eakohase arenguga eakaaslastest rohkem aega, et arve tajuda ja tehteid teha.

Üldise õpiraskusega ja matemaatika spetsiifilise õpiraskusega õpilaste matemaatika testide tulemused on aastast aastasse üksteisest erinevad: tegemist ei ole samasuguste tulemustega gruppidega (Geary *et al.*, 2012). Kummagi õpiraskusega õpilaste võimalikult edukaks ja põhjalikuks toetamiseks on oluline gruppidel esinevate vigade arvu, veatüüpe ja

ülesannete tegemiseks kuluvat aega uurida ning gruppe omavahel võrrelda. Autorile teadaolevalt ei ole Eestis varasemalt uuritud spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste vigu matemaatikaülesannete lahendamisel ega ülesannete lahendamiseks kulunud aega.

2. Teoreetiline ülevaade

2.1. Matemaatilised oskused

Mitmed uuringud on kirjeldanud matemaatiliste oskuste olulisust igapäevaelu ja karjääri edukuses, kuid matemaatika õppimine on paljude õpilaste jaoks keeruline (Agostini *et al.*, 2022; Hughes *et al.*, 2023). Agostini jt (2022) sõnul sõltub matemaatiline edukus oskustest erinevates matemaatika valdkondades ja kognitiivsete oskuste (näiteks informatsiooni töötlemise kiiruse ning töömälu) arengust. Puudujäägid ühes matemaatika valdkonnas mõjutavad ka teise valdkonna taset ja arengut (Agostini *et al.*, 2022). Mitmed uuringud on välja toonud, et laste matemaatiliste oskuste tase varajases lapseas võib ennustada nende matemaatika õppimise taset tulevikus (Lin, 2022). Geary jt (2012) jaotavad matemaatilised baasoskused kolmeks: aritmeetilised baasoskused, geomeetria ja mõõtmine ning lihtne algebra. Oluline osa matemaatilistest oskustest on ka matemaatilise teksti mõistmine (Jacobse & Harskamp, 2009).

2.1.1. Aritmeetika

Lin (2021) toob välja, et baasaritmeetika on arvu muutumine, kui seda kombineeritakse teiste arvudega, sooritades aritmeetilisi operatsioone (näiteks liitmine, lahutamine, korrutamine, jagamine). Aritmeetilised baasoskused on näiteks loendamine; arvude nimetuste, vastavate sümbolite ehk numbrite ning vastavate hulkade seostamine; arvudevaheliste seoste mõistmine (arvurida); arvude võrdlemine; peastarvutamine; algoritmid (Hirvonen *et al.*, 2012; Salminen *et al.*, 2018). Jordan ja Dyson (2016) kirjeldavad, et arvu mõistmise areng on järjestikune protsess. Aritmeetiliste tehete sooritamiseks on esmalt vaja mõista numbri ja arvu tähendust ning arvu muutumise põhimõtteid ja näiteks enne kahe arvu võrdlemise oskuse kujunemist on vaja osata arvu moodustada ehk mõista arvu koostist (Jordan & Dyson, 2016). Geary jt (2007) on välja toonud, et lapsed kasutavad loendamist ja mälupõhiseid protsesse lihtsate liitmistehete tegemiseks. Strateegiatest rakendavad nad sageli näppudel ja häälega loendamist, millest kõige sagedamini kasutavad kahte liitmise varianti: kahest liidetavast suurema valimine ja sellele väiksema liitmine loendamise kaudu (näiteks tehte $3 + 2$ lahendamiseks alustavad 3, loendavad

juurde 4 ja 5) ning mõlema liidetava loendamine alustades tõenäoliselt esimesest liidetavast (näiteks tehte $3 + 2$ lahendamiseks alustavad loendamist 1, 2, 3 ning seejärel 4, 5 juurde). On pakutud, et heal tasemel olevaid aritmeetilisi oskuseid võivad prognoosida arvude tajumise oskused (Salminen *et al.*, 2018).

Haridus- ja Teadusministeerium (2024) jaotab 3. klassi aritmeetiliste oskuste õpiväljundid mitmeks teemaks: numeratsioon ja arvude ehitus kümnendsüsteemis, naturaalarvude liitmine ja lahutamine, naturaalarvude korrutamine ja jagamine ning harilik murd. Numeratsiooni osas peab õpilane 3. klassi lõpuks muuhulgas loendama, lugema, kirjutama, järjestama ja võrdlema naturaalarve 0–10000. Naturaalarvude liitmisel ja lahutamisel on vaja osata näiteks liita ja lahutada peast arve 100 piires, liita ja lahutada kirjalikult arve 10000 piires ning leida tähe arvväärus võrdustes proovimise teel. Naturaalarvude korrutamisel ja jagamisel peab õpilane muuhulgas valdama korrutustabelit, korrutama ja jagama peast arve korrutustabeli piires, korrutama peast ühekohalist arvu kahekohalise arvuga ning jagama peast kahekohalist arvu ühekohalise arvuga 100 piires.

2.2. Matemaatika õpiraskused

González-Castro jt (2014) on öelnud, et matemaatika ülesannete lahendamiseks on oluline kasutada strateegiaid, mõistmaks ülesannete sisu ja tekitamaks kujutlusi, mis loovad arusaama seostest ning lahendusvariantidest. Matemaatika õpiraskusega õpilastel ei teki strateegiate kasutamise oskused aga iseenesest (González-Castro *et al.*, 2014). Zhang jt (2017) on leidnud, et matemaatika õpiraskusega õpilased kasutavad ülesannete lahendamisel märkimisväärselt suurema tõenäosusega vigaseid strateegiaid ja algoritme kui matemaatika õpiraskuseta õpilased. Valede strateegiate ja algoritmide kasutamise tulemusel esinevad õpilaste töödes mitmed vead ning matemaatiliste oskuste mahajäämuse korral vajavad jõukohastamist näiteks arvutamise, mõõtmise ja arvujärkude järjestusega seotud valdkonnad (Zhang *et al.*, 2017). Matemaatika õpiraskusega õpilased eksivad isegi kõige lihtsamates ülesannetes, nagu arvude võrdlemine ja nimetamine (Landerl & Köne, 2009). Matemaatika õpiraskusega õpilased on üksteisest erinevad nii matemaatika kui ka muude õpioskuste poolest, küll aga esineb neil siiski mitmeid sarnaseid raskusi (Hughes *et al.*, 2023).

Fuchs jt (2021) hinnangul on matemaatika õpiraskusega õpilaste õpetamisel vaja lähtuda eripedagoogilisest õppemetoodikast: põhjalik selgitamine ja järjepidev teemade kordamine.

Põhjalik selgitamine hõlmab süsteemseid ja konkreetseid selgitusi, matemaatilise sõnavara õigesti kasutamist, matemaatika õpetamist arvureaga seostamise kaudu ning näitlikustamist (Fuchs *et al.*, 2021). Ühtlasi on vaja rõhuda õpitud oskuste teistsuguses kontekstis kasutamisele (Brown *et al.*, 2016).

Geary jt (2012) jagavad matemaatika õpiraskusega õpilased kahte gruppi. Ühte gruppi kuuluvad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased (ingl k *mathematical learning disability – MLD*) ja teise gruppi õpilased, kellel on püsivalt raskusi erinevates ainetes (ingl k *low achieving – LA*) ehk üldise õpiraskusega õpilased. Spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilaste tulemused on matemaatika oskuste testides läbi aastate alla 10 protsentiili ja üldise õpiraskustega õpilaste tulemused jäävad 11–25 protsentiili vahele (Geary *et al.*, 2012).

2.2.1. Spetsiifiline matemaatika õpiraskus

Spetsiifiline matemaatika õpiraskus on spetsiifiline õpiraskus, millest tulenevalt on nendel õpilastel märkimisväärsed puudujäägid protseduurilistes matemaatilistes oskustes (algoritmide meeldejätmise ning kasutamine lihtsate ja keeruliste ülesannete lahendamisel) ning kõige püsivamad ja märkimisväärsamad puudujäägid esinevad võimetes talletada pikaajalises mälus põhilisi aritmeetilisi fakte või neid pärast õppimist kasutamiseks mälust kätte saada (Chong & Siegel, 2008; Geary *et al.*, 2012). Sellest tulenevalt esinevad raskused näiteks arvukujude tajumise, hulkade suuruste äratundmise ja hindamise, arvude suurusjärgu tajumise, peastarvutamise, kirjaliku arvutamise, matemaatiliste seoste mõistmise ning matemaatiliste reeglite meeldejätmisega (Hannell, 2013; Hughes *et al.*, 2023). Antud õpilased võivad ühe numbriga teise asemel asendada, numbrid arvus ümber pöörata, eksida matemaatiliste sümbolite tajumisel, lugemisel ja kirjutamisel (Farrell, 2013). Geary jt (2012) sõnul jäävad õpilastele meelde vaid mõningad faktid ja nad teevad teadmiste mälust leidmisel rohkelt vigu, sealhulgas ebatavalisi vigu. Spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased teevad üldise õpiraskusega õpilastest rohkem vigu näiteks arvurea ülesannetes, peastliitmisel, kirjalikult liitmisel ja peastjagamisel (Geary *et al.*, 2012). Võrreldes matemaatika õpiraskuseta õpilastega toetuvad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased kauem näppude abil arvutamisele ja teevad loendamisel rohkem vigu (Geary *et al.*, 2007).

Geary jt (2012) sõnul omandavad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased lõpuks baasmatemaatilised oskused, kuid mitu aastat hiljem kui õpiraskuseta õpilased ja õpilastel

esinevad sageli raskused ka lugemises. Nende õpilaste õpetamisel eriti oluline keskenduda matemaatiliste baasoskuste õpetamisele (Hughes *et al.*, 2023). Spetsiifilise matemaatika õpiraskuse riskiga lapsi on sageli võimalik märgata juba lasteaias (Geary *et al.*, 2012).

2.2.2. Üldine õpiraskus

Sageli on üldise õpiraskusega õpilastel keskmisest madalam intellektitase (Shaw, 2022). Samas on üldise õpiraskusega õpilasi, kellel on tavapärane intellekt ja lugemisoskused, kuid sellest hoolimata paigutuvad matemaatika oskuste testides alla 25 protsentiili kategooriasse (Geary *et al.*, 2012). Tolar jt (2016) on välja toonud, et üldise õpiraskusega õpilastel võivad esineda puudujäägid näiteks aritmeetikateadmistes, sealhulgas protseduurilistes oskustes ja arvutajus.

Üldise õpiraskusega õpilastel on kooli minnes sageli nõrgad koostöö-, kognitiivsed ja metakognitiivsed oskused ning vähene õpihuvi (Becker & Luthar, 2002). Crumptoni ja Gregory (2011) hinnangul on paljude üldise õpiraskusega õpilaste jaoks õppetöös osalemine madala kasuteguriga ning nad vajavad õppetegevustes osalemiseks väliseid motivaatoreid, näiteks lühiajalised preemiad ja karistuse vältimine. Neil on keeruline näha enda hariduslikke saavutusi kui võimalust tulevikus soovitud eesmärke saavutada (Crumpton & Gregory, 2011). Üldise õpiraskuse tuvastamiseks on sageli vaja õpilaste akadeemilisi saavutusi pärast kooli astumist paar aastat jälgida, et märgata selle perioodi jooksul tavapärasest aeglasemat matemaatiliste oskuste arengut (Geary *et al.*, 2012).

Üldise õpiraskusega õpilaste teadmiste mälust leidmise ja oskuste rakendamise oskused on paremad kui spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilaste oskused, kuid kehvemad õpiraskuseta õpilaste oskustest (Geary *et al.*, 2012). Kuigi üldise õpiraskusega õpilased ei jõua oskuste poolest kunagi õpiraskuseta õpilaste tasemele, on nende saavutatud pädevused sarnasemad õpiraskuseta õpilastele kui spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilastel (Chong & Siegel, 2008; Mazzocco & Devlin, 2008). Samas leidsid Geary jt (2012), et 5. klassis vastasid üldise õpiraskusega õpilaste matemaatilised oskused 2. klassi õpilaste tasemele.

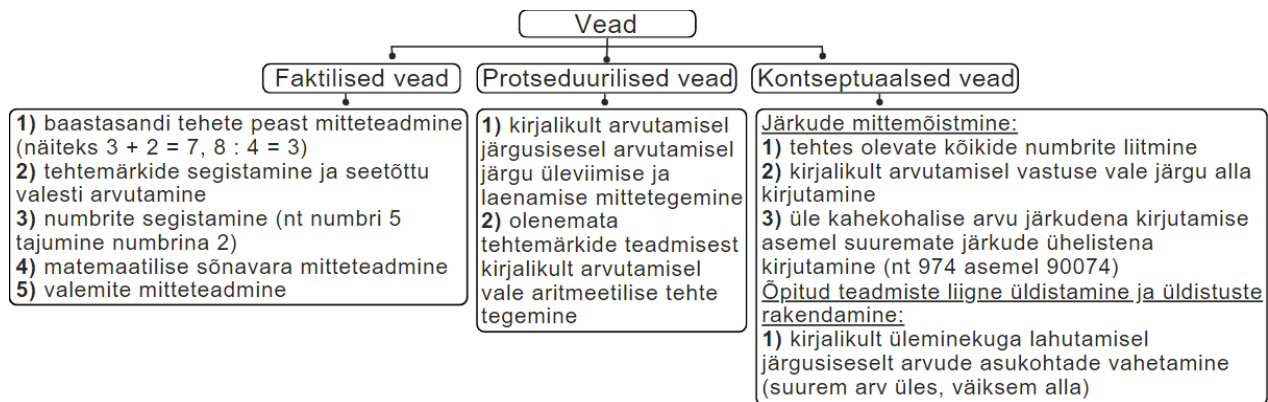
2.3. Matemaatika ülesannetes esinevad vead

Hughes jt (2023) leiavad, et kuigi rahvusvaheliste ning riiklike testide/eksamite tulemused annavad ülevaate õpilaste saavutustest, ei anna need piisavalt informatsiooni selle kohta, kuidas abi vajavaid õpilasi õppetöös toetada. Erinevalt vaid testide/eksamite tulemuste analüüsimisest

võib aga õpilaste vigade analüüsimine anda informatsiooni, kuidas matemaatika õpiraskusega õpilasi õppetöös aidata. Nimelt aitab vigaste algoritmide ja töödes esinenud vigade analüüsimine õpetajatel mõista õpilaste töödes esinenud vigade tekkepõhjuseid, õpilaste vaele arusaamu ja õpilase lähima arengu valda, mis omakorda aitab õpetajatel enda tööd efektiivsemalt ja läbimõeldumalt planeerida ning õpilasi paremini juhendada (Fisher & Lipson, 1986; Zhang *et al.*, 2017). Vigade analüüsimine on vajalik ka seepärast, et kindlaks teha, kas õpilane teeb püsivalt samasuguseid vigu (Brown *et al.*, 2016). Praegused praktikad haridusmaastikul sageli aga alahindavad õpilaste vigade analüüsimise olulisust (Zhang *et al.*, 2017).

Brown jt (2016) jaotavad vead matemaatika ülesannetes kolmeks: faktilised, protseduurilised ja kontseptuaalsed vead (Joonis 1). Faktilised vead esinevad matemaatiliste baastadmiste puudumise tõttu, protseduurilised vead tulenevad algoritmide valesti kasutamisest ning kontseptuaalsed vead tekivad matemaatiliste põhimõtete väärast arusaamast.

Joonis 1. Matemaatika ülesannetes esinevate vigade jagunemine.



Kõige levinumad vead on protseduurilised vead ning sageli on keeruline kontseptuaalseid vigu protseduurilistest vigadest eristada (Riccomini, 2014). Sellest lähtuvalt toovad Brown jt (2016) välja, et kirjalikult üleminekuga lahutamisel järgusiseselt arvude asukohtade vahetamist (suurem arv üles, väiksem alla) võib käsitleda nii protseduurilise kui ka kontseptuaalse veana. Kontseptuaalsed vead on kõige tõsisemad vead ja on seotud õpilaste intellekti ning võimete teemade vahel seoseid luua (Muthukrishnan *et al.*, 2019). Õpilased teevad ka hooletusvigu: õpilasel on vajalikud oskused ülesande lahendamiseks olemas, kuid ta teeb väsimuse, tähelepanu hajumise või muu põhjuse tõttu vigu (Brown *et al.*, 2016).

2.4. Matemaatika ülesannete lahendamiseks kuluv aeg

Edukus matemaatiliste toimingute sooritamisel sõltub matemaatilistest oskustest, mis on tihedalt seotud üldise kognitiivsete oskuste tasemega (Nelwan *et al.*, 2021). Nelwan jt (2021) on välja toonud, et empiirilised uuringud ei ole näidanud, kas spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilased toetuvad erinevatele tunnetuslikele protsessidele matemaatilises arengus või mitte. Teisalt on Agostini jt (2022) ning Chong ja Siegel (2008) kirjeldanud, et matemaatika õpiraskusega õpilastel on informatsiooni töötlemise kiirus üks madalamal tasemel olev osa kognitiivsetest oskustest. Informatsiooni töötlemise kiirus mängib tähtsat rolli aritmeetiliste oskuste omandamisel ning madalamate informatsiooni töötlemise kiiruse ja matemaatiliste raskuste esinemise vahel on seos (Cirino *et al.*, 2015; Fuchs *et al.*, 2008; Vukovic & Siegel, 2010). Agostini jt (2022) sõnul võib informatsiooni töötlemise kiirus mõjutada ka kõige lihtsamaid matemaatilisi toiminguid, nagu arvukoostise mõistmine ja kiiresti loendamine, mis on vajalikud matemaatiliste toimingute kiiresti tegemiseks. Lisaks on informatsiooni töötlemise kiirus seotud töömälu mahuga: varasemalt on leitud, et matemaatika õpiraskuseta õpilased tulevad paremini toime töömälu rakendamist vajavates ülesannetes kui näiteks spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased (Geary *et al.*, 2007). Näiteks spetsiifilise matemaatika õpiraskusega lapsed vajavad eakohase arenguga eakaaslastest rohkem aega arvude tajumiseks ja nendega tehete tegemiseks (Rousselle & Noël, 2007). Võib eeldada, et õpilased, kes vajavad testide tegemiseks rohkem aega, teevad testides ka rohkem vigu (Rousselle & Noël, 2007; Zhang *et al.*, 2017).

3. Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused

Vigaste algoritmide ja töödes esinenud vigade analüüsimine aitab õpetajatel mõista õpilaste töödes esinenud vigade tekkepõhjuseid, mis omakorda on toeks õpetajatele enda töö põhjalikumalt ja läbimõeldumalt planeerimisel ning seeläbi õpilaste paremini juhendamisel (Zhang *et al.*, 2017). Ühtlasi on leitud, et näiteks spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilastel on vaja rohkem aega õpiraskuseta eakaaslastest arvude tajumiseks ja tehete tegemiseks (Rousselle & Noël, 2007). Nendest uurimistulemustest lähtuvalt soovis autor välja selgitada, kas see vastas tõele ka antud magistritöö valimi puhul. Ühtlasi ei olnud autorile teadaolevalt Eestis varasemalt uuritud matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste vigu matemaatikaülesannete lahendamisel ega ülesannete lahendamiseks kulunud aega.

Sellest tulenevalt oli antud magistritöö eesmärgiks välja selgitada Eesti koolide 3. klassi spetsiifilise matemaatika ja üldise õpiraskusega õpilastel arvutusülesannete sooritamisel esinevad vead ning vigade arvu seos testi tegemiseks kulunud ajaga. Püstitati järgmised uurimisküsimused:

1. Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste vigade arv arvutusülesannete sooritamisel teineteisest ja õpiraskuseta õpilastest?
2. Millistes arvutusülesannetes teevad 3. klassis õppivad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega enim vigu, võrreldes teineteise ja õpiraskuseta õpilastega?
3. Milliseid vigu teevad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja õpiraskuseta õpilased arvutusülesannetes?
4. Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste rühmadel arvutusülesannete sooritamiseks kulunud aeg teineteisest ja kontrollgrupist?
5. Milline on seos 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja kontrollgruppi kuuluvatel õpilastel arvutusülesannete tegemiseks kulunud aja ning tekkinud vigade arvu vahel?

4. Metoodika

4.1. Valim

Antud magistritöö valim koosnes 108 3. klassi õpilasest, kes õppisid põhikooli riiklikul õppekaval Eesti üldhariduskoolides Tallinnas, Tartu linnas ja maakonnas, Pärnus ning Saaremaal. Valim moodustati Tartu Ülikooli ja Tallinna Ülikooli uuringu „Matemaatika baasoskuste seos kognitiivsete oskuste ja õpi- ning enesemääratluspädevustega“ raames. Valimi moodustamiseks kasutati sihipärast valimit. Õpilased jaotati kolme rühma: spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased (MLD), üldise õpiraskusega õpilased (LA), kontrollgrupp (Tabel 1). Rühmad moodustati Tartu Ülikooli ja Tallinna Ülikooli uuringu raames, lähtudes WRAT-5 matemaatika testi tulemustest ja õpetajatelt saadud infost õpilaste edasijõudmise kohta õppetöös. Rühmade moodustamiseks arvutati õpilaste testi tulemustest standardskoorid, mille alusel määrati õpilased vastavatesse rühmadesse.

Tabel 1. Moodustatud rühmade suurused, sooline jaotuvus ning vanus aastates ja kuudes.

Rühm	Rühma suurus	Mehed	Naised	Keskmine vanus
MLD	19	6	13	9a 8k
LA	38	25	13	9a 9k
Kontrollrühm	51	19	32	9a 6k
Kogu valim	108	50	58	9a 7k

Spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilaste rühma kuulusid õpilased, kelle WRAT-5 testi tulemus oli võrdne või madalam kui 10 protsentiili ja kellel oli õpetaja sõnul püsiv õpiraskus ainult matemaatikas. Üldise õpiraskusega õpilaste rühma moodustasid õpilased, kelle WRAT-5 testi tulemus oli 25 protsentiili ja 11 protsentiili vahel ning kellel oli õpetaja sõnul püsiv õpiraskus mitmes õppeaines, sealhulgas matemaatikas. Kontrollgruppi kuulusid õpilased, kelle WRAT-5 testi tulemus oli üle 25 protsentiili ja kellel polnud õpetaja hinnangul õpiraskust. Valimisse oli kaasatud kontrollgrupp, sest sooviti välja selgitada, kas ja kuidas erinesid spetsiifilise matemaatika õpiraskuse ja üldise õpiraskusega õpilaste vigade arv ning testi tegemiseks kulunud aeg matemaatika õpiraskuseta õpilastest. Kahe õpiraskusega grupi võrdlemisel kontrollgrupiga tekib õpetajatel parem arusaam, millele on vaja nii spetsiifilise matemaatika kui ka üldise õpiraskusega õpilaste õpetamisel rohkem tähelepanu pöörata võrreldes õpiraskuseta õpilaste õpetamisega. Aja analüüsimisel jäid MLD rühma valimist välja 2 õpilast, LA rühma valimist 4 õpilast ning kontrollrühma valimist 2 õpilast, sest nende õpilaste WRAT-5 testi tegemiseks kulunud aja andmed puudusid.

4.2. Andmekogumine

Antud magistritöös kasutati varem Tartu Ülikooli ja Tallinna Ülikooli uuringu „Matemaatika baasoskuste seos kognitiivsete oskuste ja õpi- ning enesemääratluspädevustega“ raames kogutud andmeid. Andmeid kogus uuringumeeskond 2021. aasta detsembrist kuni 2022. aasta aprillini The Wide Range Achievement Test, Fifth Edition (WRAT-5) kaudu. Tegemist on standardiseeritud testiga, mida kasutatakse akadeemiliste baasoskuste väljaselgitamiseks (Wilkinson & Robertson, 2017). WRAT-5 test aitab eristada õpiraskusega, kaasa arvatud spetsiifilise õpiraskusega, inimesi vanuses 5–85+ aastat. Tartu Ülikoolil on olemas WRAT-5 testi kasutamise litsents. Uuringus kasutati nimetatud testi matemaatika baasoskusi hindavat osa, mis aitab mõõta inimese võimet loendada, tuvastada arve, lahendada lihtsaid suulisi

arvutusülesandeid ja arvutada kirjalikke matemaatikaülesandeid ajapiiranguga. Testi läbiviimiseks jaotati uuringus osalevad õpilased kuni 5-liikmelistesse rühmadesse. Test koosneb kahest osast: suuline osa, milles on 15 ülesannet ning kirjalik osa, milles on 40 ülesannet. 40 ülesannet jagunevad matemaatiliste baasoskuste järgi aritmeetilisi oskuseid, geomeetrilisi ja mõõtmise oskuseid ja algebralisi oskuseid hindavateks ülesanneteks. Kirjaliku osa lahendamiseks on aega 15 minutit. Testi kirjalikus osas on ülesanded raskusastme järgi kasvavas järjestuses, mis tähendab, et eespool on lihtsamad ülesanded ja lähevad järjest raskemaks. Testi suuline osa tehakse vaid õpilastega, kes saavad kirjalikus osas alla 5 punkti. Antud uuringus kellegagi suulist osa läbi ei viidud. Testi juurde kuulub ka tagasiside protokoll, kuhu märgiti testil osaleva õpilase kood, testi alustamise ja lõpetamise kellaaeg, õpilase küsimused ja käitumuslikud eripärad testi sooritamise ajal ning õpilasele abi osutamine (uurija võis uuritavale meelde tuletada, et teisel leheküljel on samuti ülesanded, kui oli märgata, et õpilase tähelepanu oli hajunud; motiveerimine testi läbiviija poolt).

Informatsiooni kogumiseks klassiõpetajatelt koostati klassiõpetajatele keskkonnas Google Forms keskkonnas küsimustik, milles olid nii suletud kui ka avatud küsimused. Küsimustik andis uurijatele informatsiooni õpilaste taustaandmete kohta, näiteks vanus, sugu, akadeemiline edukus (mis oli vajalik rühmade moodustamiseks), esinevad õpiraskused, saadavad tugiteenused ja õpilaste õpimotivatsioon. Õpetajad vastasid küsimustikule 2021. aasta novembrist kuni 2022. aasta aprillini.

4.3. Andmeanalüüs

Käesolevas magistritöös uuriti WRAT-5 testi kirjaliku osa tulemusi, mille autor sisestas paber kandjalt Google'i arvutustabelitesse ja Microsoft Excelisse. Püstitatud uurimisküsimustele vastuste saamiseks kasutati kvantitatiiv-kvalitatiivset ehk segauurimust ning tulemuste analüüsi läbiviimiseks kasutati programme Google'i arvutustabelid, Microsoft Excel ja IBM SPSS Statistics.

Andmete analüüsimisel ei käsitletud kõiki ülesandeid, vaid 3. klassi õpilastele põhikooli riikliku õppekava (2011) järgi jõukohaseid ülesandeid (16 ülesannet 40-st; Lisa 1). Ülesannete valiku tegemiseks uuris autor põhikooli riiklikku õppekava (2011) 3. klassi õpitulemusi, võrdles neid WRAT-5 testi ülesannetega ja jättis välja mitte jõukohased ülesanded. Jõukohased ülesanded olid aritmeetilisi oskuseid hindavad ülesanded, välja arvatud üks algebralisi oskuseid

hindav ülesanne, kus oli vaja leida tähe arvvärtus liitmistehtes. Käesolevas magistritöös käsitleti antud ülesannet aritmeetilisi oskuseid hindava ülesandena, sest lähtuvalt põhikooli riikliku õppekava (2011) õpioskuste jaotusest on üks naturaalarvude liitmise ja lahutamise 3. klassi õpiväljundeid tähe arvvärtuse leidmine võrdustes proovimise teel.

WRAT-5 matemaatika testis on tulemuste hindamiseks neli varianti: õige vastus – 1, vale vastus – 0, EV (ei vastanud) ja ET (ei tea). Õpilaste vastustes ei esinenud kordagi ET vastusevarianti. Testi tulemuste analüüsimisel lähtuti valdavalt järgnevast jaotusest: õige vastus, vale vastus ning EV. Valesid vastuseid ja EV käsitleti eraldi, sest EV vastuste puhul ei saa olla kindel, kas vastamata jätmine oli tingitud oskuste puudumisest või ajapuudusest. Ülesannete täielikult õigesti ja mitteõigesti lahendamise sageduse esitlemisel käsitleti õigeid vastuseid õigetena ning valesid ja EV vastuseid ülesannete mitteõigesti lahendamisena, sest nii vigade kui ka EV puhul ei saanud ülesanne õigesti lahendatud. Vigade analüüsimiseks uuriti õpilaste valesid vastuseid ja leiti, mitu viga oli igas vales vastuses. Ühes vales vastuses võis esineda mitu viga, mispärast ei olnud valede vastuste ja vigade arvud samaväärsed. Kui ei olnud võimalik aru saada, miks õpilane mingisuguse vastuse märkis, võeti vea arvuks 1 ning toodi välja, mitu sellist vastust rühma kohta oli.

Kolmogorov-Smirnovi testist selgus, et nii vigade arv WRAT-5 testis kui ka testi tegemiseks kulunud aeg vastasid normaaljaotusele ($p = 0,153 > 0,05$; $p = 0,359 > 0,05$). Sellest tulenevalt valiti ka vastavad andmeanalüüsi vahendid.

Enne vigade ja aja andmete uurimist toodi välja testi õigete, valede ja EV vastuste kirjeldav statistika, illustreerimaks õpilaste matemaatiliste oskuste taset ning ülesannete tegemata jätmise hulka rühmade kaupa. Vigade ja aja andmeanalüüsiks valitud meetodika on kirjeldatud uurimisküsimuste kaupa.

Uurimisküsimus nr 1: Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste vigade arv arvutusülesannete sooritamisel teineteisest ja õpiraskuseta õpilastest?

Esmalt toodi välja, mitu viga oli keskmiselt ühes vales vastuses rühmade kaupa. Uurimaks seost õpilaste rühma ja vigade esinemise arvu vahel toodi välja vigade esinemist kirjeldav statistika. Teada saamiseks, kas gruppide vigade esinemise keskväärtused olid statistiliselt oluliselt erinevad, viidi läbi ANOVA dispersioonanalüüs.

Uurimisküsimus nr 2: Millistes arvutusülesannetes teevad 3. klassis õppivad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega enim vigu, võrreldes teineteise ja õpiraskuseta õpilastega?

Esmalt jaotati aritmeetilisi baasoskuseid hindavad ülesanded rühmadesse: naturaalarvude liitmine ja lahutamine, naturaalarvude korrutamine ja jagamine ning numeratsioon. Seejärel arvutati rühmade kaupa ülesande tüübis esinenud keskmine vigade arv (ülesande ja õpilase kohta). Ühtlasi kirjeldati ülesandetüüpide konkreetsemate teemade vigade arvu. Seejärel kontrolliti baasoskuseid hindavate ülesannete grupeeriingute kaupa, kas uuritavate rühmade tulemuste erinevus oli statistiliselt oluline, kasutades ANOVA dispersiooanalüüsi. Ühtlasi toodi grupiti välja, mitu ülesannet lahendasid kõik rühma õpilased õigesti/mitteõigesti (ülesannete täielikult õigesti/mitteõigesti lahendamine).

Uurimisküsimus nr 3: Milliseid vigu teevad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja õpiraskuseta õpilased arvutusülesannetes?

Sagedamini esinevate vigade analüüsimiseks viidi läbi deduktiivne sisuanalüüs. Selleks uuriti õpilaste teste, tuvastati täpsemad vigade tüübid ja anti nendele nimetused (näiteks kirjalikult üleminekuga lahutamise ülesanne -> õpilane ei ole laenanud -> veatüübi nimetus oli “kirjalikult üleminekuga lahutamisel laenamise mittetegemine”). Tekkinud veatüübid grupeeriti üldisemate veatüüpide alla (näiteks “kirjalikult üleminekuga lahutamisel laenamise mittetegemine” ja “valelt järgult laenamine” grupeeriti veatüübiks “kirjalikult üleminekuga lahutamisel suuremalt järgult laenamisega seotud vead”). Need grupeeriti omakorda kolmeks veatüübiks: faktilised, protseduurilised ja kontseptuaalsed vead. Hooletusvigu ei käsitletud eraldi veatüübina, sest ühekordsel testimisel ei saanud veenduda, kas viga tekkis hooletusest või oli püsiv. Käesolevas magistritöös eeldati, et esinenud vead olid püsivad (eriti, kui samalaadne viga esines ühel õpilasel mitmes ülesandes). Kirjalikult üleminekuga lahutamisel käsitleti järgusiseselt arvude asukohtade vahetamist kontseptuaalse veana. Toodi välja, mitu korda mõnda veatüüpi rühmas esines ja kuna rühmades oli erinev arv õpilasi, arvutati veatüübi esinemise keskväärtsus õpilase kohta. Toodi välja ka konkreetsemaid veatüüpe lisaks kolmele põhilisele veatüübile. Analüüsi usaldusväarsuse kontrollimiseks valis autor valimist juhuslikult 10% õpilastest (11 õpilast) ja viis teist korda läbi vigade tuvastamise. Tekkinud veatüübid kattusid 100%.

Uurimisküsimus nr 4: Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste rühmadel arvutusülesannete sooritamiseks kulunud aeg teineteisest ja kontrollgrupist?

Uurimaks testi tegemiseks kulunud aja erinevusi rühmade vahel, esitati esmalt testi tegemiseks kulunud aega kirjeldav statistika rühmade kaupa. Ühtlasi viidi läbi ANOVA dispersioonanalüüs, mille tulemuse abil selgitati välja, kas gruppidel testi sooritamiseks kulunud aja keskväärtused olid teineteisest statistiliselt oluliselt erinevad.

Uurimisküsimus nr 5: Milline on seos 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja kontrollgruppi kuuluvatel õpilastel arvutusülesannete tegemiseks kulunud aja ning tekkinud vigade arvu vahel?

Võrreldi uuritavate rühmade ja kogu valimi keskmist testi sooritamiseks kulunud aega keskmise tekkinud vigade arvuga. Seose uurimiseks kasutati Pearsoni korrelatsioonikordaja arvutamist, sest sooviti mõõta lineaarset (ehk sirgjoonega kokkuvõetavat) seost kahe arvulise tunnuse vahel. Toodi välja, kas korrelatsiooniseos kahe arvulise tunnuse vahel oli tugev ja kas tunnuste vahel esines statistiliselt oluline seos.

5. Tulemused

Tulenevalt õigete vastuste alusel arvutatud standardskooride järgi õpilaste rühmadesse jaotamisest oli õigete vastuste kirjeldav statistika ootuspärane (Tabel 2). MLD rühma keskmine õigete vastuste arv oli madalaim ja kontrollrühma oma kõrgeim. Kõige madalama tulemuse said MLD ja LA rühma õpilased: mõlema rühma miinimumtulemus oli 7 punkti 16-st. Kõrgeima tulemuse sai kontrollrühma õpilane: 16 punkti 16-st. MLD rühma maksimaalne tulemus oli ühe võrra suurem kontrollrühma minimaalsest tulemusest: 12 punkti. Kontrollrühmas oli standardhälve väiksem ja LA rühmas oli suurim: tulemused varieerusid kõige vähem kontroll- ja kõige enam LA rühmas.

Valede vastuste arv WRAT-5 testi sooritamisel oli madalam kui õigete vastuste arv (Tabel 2). Nii MLD, LA kui ka kontrollrühmas oli minimaalne vigade arv 0 ehk igas grupis oli õpilasi, kes ei teinud ühtegi viga. Kõige rohkem vigu tegi LA rühma õpilane, kes vastas valesti 8 ülesandele 16-st. Kõige rohkem oli keskmiselt valesid vastuseid MLD rühmas, kõige vähem kontrollrühmas. Kontrollrühmas oli standardhälve kõige väiksem ning erinevus MLD ja LA

rühmade standardskooride vahel oli vaid 0,01. Seega vigade arv varieerus kõige vähem kontrollrühmas ning MLD ja LA rühmades varieerus teineteisest minimaalse erinevusega.

Ülesannetele vastamata jätmist esines keskmiselt kõige rohkem MLD rühmas, kõige vähem kontrollrühmas (Tabel 2). Kõikides rühmades oli õpilasi, kes vastasid kõikidele ülesannetele. Väikseim standardhälve oli kontrollrühmas ja suurim MLD rühmas, seega vastuseta jäänud ülesannete arv varieerus kõige vähem kontrollrühmas ja kõige rohkem MLD rühmas.

Tabel 2. Õigete, valede ja EV vastuste kirjeldav statistika rühmade kaupa.

Hinnang vastusele	Rühm	N	Keskmine	Mediaan	Mood	SD	Min	Max
Õige	MLD	19	10,05	10	11	1,31	7	12
	LA	38	11,32	11	11	1,82	7	14
	Kontrollrühm	51	14,12	14	14	1,13	11	16
Vale	MLD	19	2,80	3	4	1,58	0	5
	LA	38	2,53	2	2	1,57	0	8
	Kontrollrühm	51	1,25	1	2	1,09	0	4
EV	MLD	19	3,16	3	2	1,98	0	8
	LA	38	2,16	2	2	1,50	0	6
	Kontrollrühm	51	0,63	0	0	0,89	0	3

Märkused. N – vastajate arv; SD – standardhälve; EV – ei vastanud

Käesoleva magistritöö tulemused seoses WRAT-5 testis esinenud vigade ja testi sooritamiseks kulunud ajaga esitatakse uurimisküsimuste kaupa.

Uurimisküsimus nr 1: Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste vigade arv arvutusülesannete sooritamisel teineteisest ja õpiraskuseta õpilastest?

MLD rühmas oli keskmiselt ühes vales vastuses 1,35 viga, LA rühmas 1,43 viga ja kontrollrühmas 2,68 viga.

Vigade arvu kirjeldavast statistikast (Tabel 3) selgus, et suurim keskmine vigade arv õpilase kohta oli MLD rühmas ja väikseim kontrollrühmas. Kõige rohkem vigu tegi LA rühma õpilane, kes tegi 16 ülesande jooksul 13 viga. Kontrollrühmas oli standardhälve kõige väiksem

ning MLD rühmas 0,03 võrra suurem kui LA rühmas. See tähendab, et vigade arv varieerus kõige vähem kontrollrühmas ning MLD ja LA rühmades teineteisega võrreldes minimaalselt.

Tabel 3. Vigade arvude kirjeldav statistika rühmade kaupa.

Rühm	N	Keskmine	Mediaan	Mood	SD	Min	Max
MLD	19	3,79	4	5	2,49	0	9
LA	38	3,61	3	3	2,46	0	13
Kontrollrühm	51	1,69	2	0	1,56	0	6
Kogu valim	108	2,73	2	2	2,29	0	13

Märkused. N – vastajate arv; SD – standardhälve

ANOVA dispersioonanalüüsi tulemustest (Tabel 4) selgus, et MLD ja kontrollrühma ning LA ja kontrollrühma vigade esinemise arvu keskväärtused olid statistiliselt oluliselt erinevad ning MLD ja LA rühmade keskväärtused ei olnud.

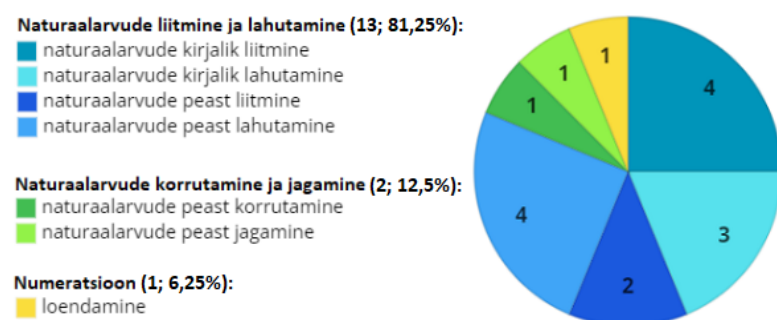
Tabel 4. Vigade esinemise arvu keskväärtuste statistiliselt oluline erinevus rühmapaaride kaupa.

Rühmad	p-väärtus
MLD ja LA rühm	$p = 0,947 > 0,05$
MLD ja kontrollrühm	$p < 0,01 < 0,05$
LA ja kontrollrühm	$p < 0,01 < 0,05$

Uurimisküsimus nr 2: Millistes arvutusülesannetes teevad 3. klassis õppivad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega enim vigu, võrreldes teineteise ja õpiraskuseta õpilastega?

Käesolevas magistritöös käsitletavate ülesannete jagunemine on kirjeldatud Joonisel 2.

Joonis 2. Käsitletavate ülesannete jagunemine.



Kõik rühmad tegid keskmiselt õpilase kohta kõige rohkem vigu naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannetes ning numeratsiooni ülesandes ei tehtud üheski rühmas vigu (Tabel 5).

Naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannetes tegid keskmiselt õpilase kohta enim vigu MLD rühma õpilased ning kõige vähem vigu kontrollrühma õpilased. Naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannetest tegid kõikide rühmade õpilased keskmiselt rohkem vigu kirjalikult arvutamise ülesannetes kui peast arvutamise ülesannetes (Lisa 2). Naturaalarvude peast liitmisel tegid kõige rohkem vigu LA rühma õpilased, naturaalarvude peast lahutamisel MLD rühma õpilased, naturaalarvude kirjalikult liitmisel MLD õpilased ja naturaalarvude kirjalikult lahutamisel LA rühma õpilased.

Naturaalarvude korrutamise ja jagamise ülesannetes eksisid keskmiselt õpilase kohta kõige rohkem LA rühma õpilased ja kõige vähem kontrollrühma õpilased. Naturaalarvude korrutamisel tegid keskmiselt õpilase kohta enim vigu MLD rühma õpilased ja naturaalarvude jagamisel LA rühma õpilased (Lisa 2). MLD rühmas tehti korrutamisel ja jagamisel sama palju vigu, LA rühmas rohkem vigu jagamisel ning kontrollrühmas korrutamisel. Kontrollrühmas ei esinenud naturaalarvude jagamisel ühtegi viga.

Tabel 5. Esinenud keskmine vigade arv ülesande ja õpilase kohta rühmade ning peamiste ülesandetiüüpide (välja arvatud numeratsioon) kaupa.

Ülesandetiüp	Rühm	Keskmine vigade arv ülesande kohta	SD ülesande kohta	Keskmine vigade arv õpilase kohta	SD õpilase kohta
naturaalarvude liitmine ja lahutamine	MLD	5,38	5,94	3,68	2,45
	LA	10	11,76	3,42	2,26
	Kontrollrühm	6,54	10,17	1,67	1,56
naturaalarvude korrutamine ja jagamine	MLD	1	0	0,11	0,32
	LA	3,5	2,12	0,14	0,47
	Kontrollrühm	0,5	0,71	0,02	0,14

Märkused. SD – standardhälve; keskmine vigade arv ülesande kohta – terve rühma peale

ANOVA dispersioonanalüüsi läbiviimisel selgus, et naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannete ega naturaalarvude korrutamise ja jagamise ülesannete lahendamisel tekkinud vigade arvu keskväärtused (ülesande kohta) ei olnud ühegi rühma vahel statistiliselt oluliselt erinevad (Tabel 6). Küll aga ilmnes, et naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannete lahendamisel tekkinud vigade arvu keskväärtused (õpilase kohta) olid statistiliselt oluliselt erinevad MLD ja

kontrollrühma ning LA ja kontrollrühma vahel. MLD ja LA rühmade keskväärtused (õpilase kohta) naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannete lahendamisel ei olnud statistiliselt oluliselt erinevad. Naturaalarvude korrutamise ja jagamise ülesannete lahendamisel tekkinud vigade arvu keskväärtused (õpilase kohta) olid statistiliselt oluliselt erinevad LA ja kontrollrühma vahel.

Tabel 6. Ülesandetüübis vigade esinemise arvu keskväärtuste (vigade arv ülesande kohta ja vigade arv õpilaste kohta) statistiliselt oluline erinevus ülesandetüüpide ja rühmapaaride kaupa.

Ülesandetüüp	Rühmad	p-väärtus (vigade arv ülesande kohta)	p-väärtus (vigade arv õpilase kohta)
naturaalarvudega liitmine ja lahutamine	MLD ja LA rühm	$p = 0,447 > 0,05$	$p = 0,668 > 0,05$
	MLD ja kontrollrühm	$p = 0,950 > 0,05$	$p < 0,01 < 0,05$
	LA ja kontrollrühm	$p = 0,632 > 0,05$	$p < 0,01 < 0,05$
naturaalarvudega korrutamine ja jagamine	MLD ja LA rühm	$p = 0,279 > 0,05$	$p = 0,648 > 0,05$
	MLD ja kontrollrühm	$p = 0,923 > 0,05$	$p = 0,573 > 0,05$
	LA ja kontrollrühm	$p = 0,195 > 0,05$	$p = 0,04 < 0,05$

Ülesannete täielikult õigesti ja mitteõigesti (ülesande lahendasid rühmas kõik õpilased õigesti/mitteõigesti) lahendamise statistika on tabelina välja toodud Lisas 3. MLD ja LA rühmas oli kõigil õpilastel õigesti lahendatud võrdne arv ülesandeid: 3 ülesannet 16-st ehk 18,75% ülesannetest. Kontrollrühmas lahendati täielikult õigesti 6 ülesannet ehk 37,5% kõikidest ülesannetest. MLD ja LA rühmades olid täielikult õigesti lahendatud 2 naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannet (naturaalarvude peast liitmine, naturaalarvude peast lahutamine) ning 1 numeratsiooni ülesanne. Kontrollrühmas olid täielikult õigesti lahendatud 5 naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannet (naturaalarvude peast liitmine, naturaalarvude peast lahutamine (3), naturaalarvude kirjalik lahutamine) ning 1 naturaalarvude korrutamise ja jagamise ülesanne (naturaalarvude jagamine). Kuigi kontrollrühma õpilastel ei esinenud ühtegi viga ka numeratsiooni ülesandes, oli rühmas 1 EV vastus.

Kõikidest ülesannetest lahendas ülesandeid täielikult mitteõigesti ainult MLD rühm, kes ei leidnud ühtegi õiget vastust 2 ülesandele (12,5% ülesannetest). Mõlemad ülesanded olid naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesanded: naturaalarvude kirjalik liitmine kolme mitmekohalise arvuga (kolme-, nelja- ja kahekohalised) ning naturaalarvude kirjalik lahutamine (vähendatav ja vähendaja kolmekohalised arvud).

Uurimisküsimus nr 3: Milliseid vigu teevad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja õpiraskuseta õpilased arvutusülesannetes?

Pärast õpilaste vigade analüüsimist saadi 35 täpsemat veatüüpi, mis omakorda grupeeriti 13 vearühmaks (Lisa 4). Vearühmale anti sellesse kuuluvatest täpsematest veatüüpidest lähtuv kokkuvõttev nimetus. Mõned täpsemad veatüübid jäid üksinda vearühmaks. Seejärel jaotati vearühmad faktilisteks, protseduurilisteks ja kontseptuaalseteks vigadeks. Kõige rohkem täpsemaid veatüüpe esines protseduuriliste vigade all (19/35), kõige vähem faktiliste vigade all (7/35). Kontseptuaalsete vigade alla rühmitus 9 täpsemat veatüüpi. 3 korral (2 korral LA rühmas, 1 korral kontrollrühmas) olid ülesanded lahendatud niimoodi, et ei olnud aru saada, miks õpilased sellised vastused märkisid.

Nii faktilisi, protseduurilisi kui ka kontseptuaalseid vigu esines keskmiselt kõige vähem kontrollrühmas. Faktilisi ja protseduurilisi vigu esines keskmiselt kõige rohkem MLD rühmas ning kontseptuaalseid vigu keskmiselt kõige rohkem LA rühmas. Kuigi mitmed täpsemad veatüübid esinesid kõigis kolmes rühmas, oli ka ainult MLD ja LA rühmades esinevaid veatüüpe: jagamise asemel korrutamise, järgu üleviimise märkimine laenamise märkimisviisiga, kõikide või juhuslike tehtes olevate numbrite liitmine (näiteks tehe $523 + 21$, õpilane on liitnud $5 + 2 + 3 + 2 + 1$). Ühtlasi kirjutati MLD ja LA rühmades paaril korral kirjalikult arvutamisel vastus murru joone alla õigete järkude alla kirjutamise asemel murru joone peale lühemate arvude tühjade järkude kohtadele. Täpsematest veatüüpidest ei esinenud MLD ega kontrollrühmas kordagi arvu kirjutamisel numbrite asukohtade vahetamist, kuid LA rühmas esines. LA ja kontrollrühma õpilased kirjutasiid tehetest võetud arve vastusesse ilma arvutamiset, aga MLD rühma õpilased mitte. LA rühmas esines nii peast- kui ka kirjalikult arvutamisel ühe aritmeetiliste tehte asemel teise tegemist märkimisväärselt rohkem kui teistes rühmades.

MLD rühma õpilased tegid kolmest veatüübist kõige sagedamini protseduurilisi (29; keskmiselt õpilase kohta 1,53) ja faktilisi vigu (28; keskmiselt õpilase kohta 1,47) ning kõige vähem kontseptuaalseid vigu (15; keskmiselt õpilase kohta 0,79). Olenemata kõige väiksemast kontseptuaalsete vigade arvust tegid MLD rühma õpilased palju kirjalikult üleminekuga lahutamisel järgusiseselt arvude kohtade ära vahetamise (suurema arvu ülesviimine, väiksema arvu allatoomine ehk suuremast arvust väiksema lahutamine) viga (14). Protseuurilistest vigadest esines kõige rohkem kirjalikult liitmisel järgu üleviimisega seotud vigu (11) ja

kirjalikult üleminekuga lahutamisel suuremalt järgult laenamisega seotud vigu (10). Kirjalikult liitmisel eksiti enim järgusiseselt arvutamisel suurema järgu üleviimisega õige järgu peale: üle viidavat järku viidi vale järgu peale. Kirjalikult üleminekuga lahutamisel ei laenatud suuremalt järgult. Faktilistest vigadest esines enim vigu peastarvutamisel (20).

LA rühma õpilased tegid kolmest veatüübist kõige sagedamini samuti protseduurilisi (52; keskmiselt 1,37) ja faktilisi vigu (44; keskmiselt 1,16) ning kõige vähem kontseptuaalseid vigu (39; keskmiselt 1,03). Kuigi kontseptuaalseid vigu tehti LA rühmas kokku kõige vähem, kuulus antud vigade kategooriasse täpsem veatüüp, mille osas eksisid LA rühma õpilased rohkem kui ühegi teise täpsema veatüübi osas: kirjalikult üleminekuga lahutamisel järgusiseselt arvude kohtade ära vahetamine (28). Protseuurilistest vigadest esines kõige rohkem kirjalikult üleminekuga lahutamisel suuremalt järgult laenamisega seotud vigu (19), kirjalikult liitmisel järgu üleviimisega seotud vigu (14) ja kirjalikult arvutamisel ühe aritmeetilise tehte asemel teise tegemist (13). Kirjalikult üleminekuga lahutamisel ei sooritatud laenamist, kirjalikult liitmisel ei viidud järgusiseselt arvutamisel järku üle või viidi üle vale arv. Faktilistest vigadest esines palju valesti peastarvutamist (22) ning ühe aritmeetilise tehte asemel teise tegemist (19). Kõige sagedamini liideti lahutamise asemel.

Kontrollrühma õpilased tegid kolmest veatüübist enim protseduurilisi vigu (45; keskmiselt 0,88). Faktilisi ja kontseptuaalseid vigu tehti võrdselt (20; keskmiselt 0,39). Protseuurilistest vigadest tehti kõige rohkem kirjalikult üleminekuga lahutamisel suuremalt järgult laenamisega seotud vigu (19) ja kirjalikult liitmisel järgu üleviimisega seotud vigu (15). Üleminekuga lahutamisel esines kõige rohkem märgitud laenamise arvutamisel arvesse mittevõtmist ning liitmisel järgusiseselt arvutamisel suurema üleviimise mittetegemist. Faktilistest vigadest esines ka kontrollgrupis kõige rohkem peastarvutamise vigu (15). Kontseptuaalsetest vigadest oli samuti enim levinud kirjalikult üleminekuga lahutamisel järgusiseselt arvude kohtade ära vahetamise viga (13).

Uurimisküsimus nr 4: Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste rühmadel arvutusülesannete sooritamiseks kulunud aeg teineteisest ja kontrollgrupist?

WRAT-5 testi sooritamiseks kulunud aja kirjeldavast statistikast (Tabel 7) selgus, et keskmiselt kulus kõige vähem aega testi sooritamiseks LA rühma õpilastel ja kõige rohkem aega

kontrollrühma õpilastel. Kõikiel rühmadel oli maksimaalne testi tegemiseks kulunud aeg 15 minutit, sest see oli ajaline piirang. Igas rühmas oli see ka kõige levinum testi tegemiseks kulunud aeg. MLD rühmas kasutas 8 õpilast ehk 47,06% õpilastest testi tegemiseks terve ettenähtud aja. LA rühmas tegi seda 15 õpilast ehk 44,12% õpilastest ning kontrollrühmas 36 õpilast ehk 73,47% õpilastest. Väikseim standardhälve oli kontrollrühmas, suurim LA rühmas: testi tegemiseks kulunud aeg arv varieerus kõige vähem kontroll- ja kõige rohkem LA rühmas.

Tabel 7. Ülesannetele tegemiseks kulunud aja (minutites) kirjeldav statistika rühmade kaupa.

Rühm	N	Keskmine	Mediaan	Mood	SD	Min	Max
MLD	17	12,11	12	15	3,04	7	15
LA	34	11,56	10,5	15	3,37	6	15
Kontrollrühm	49	14,04	15	15	1,88	8	15
Kogu valim	100	12,87	15	15	2,89	6	15

ANOVA dispersioonanalüüsi tulemuste (Tabel 8) alusel on MLD ja kontrollrühma ning LA ja kontrollrühma testi tegemiseks kulunud aja keskväärtused olid teineteisest statistiliselt oluliselt erinevad, MLD ja LA rühmade keskväärtused ei olnud.

Tabel 8. Kulunud aja keskväärtuste statistiliselt oluline erinevus rühmapaaride kaupa.

Rühmad	p-väärtus
MLD ja LA rühm	$p = 0,762 > 0,05$
MLD ja kontrollrühm	$p = 0,032 < 0,05$
LA ja kontrollrühm	$p < 0,01 < 0,05$

Uurimisküsimus nr 5: Milline on seos 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja kontrollgruppi kuuluvatel õpilastel arvutusülesannete tegemiseks kulunud aja ning tekkinud vigade arvu vahel?

Pearsoni korrelatsioonikordaja väärtus oli MLD rühmas vigade arvu ja testi tegemiseks kulunud aja vahel $r = -0,125$, LA rühmas $r = 0,304$, kontrollrühmas $r = 0,244$ ning kogu valimi puhul $r = -0,013$. Ükski korrelatsiooniseos ei olnud tugev (sotsiaalteadustes $r > 0,5$) ning üheski rühmas ega kogu valimi puhul ei olnud seos statistiliselt oluline.

6. Arutelu

Käesoleva magistr töö eesmärgiks oli välja selgitada Eesti koolide 3. klassi spetsiifilise matemaatika ja üldise õpiraskusega õpilastel arvutusülesannete sooritamisel esinevad vead ning vigade arvu seos testi tegemiseks kulunud ajaga.

Esimene püstitatud uurimisküsimus oli „Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste vigade arv arvutusülesannete sooritamisel teineteisest ja õpiraskuseta õpilastest?“. Ilmnes, et MLD rühma õpilased tegid matemaatika arvutusülesannetes keskmiselt rohkem vigu LA rühma õpilastest ning kõige vähem vigu tegid kontrollrühma õpilased. See võis tuleneda tõsiasiast, et üldise õpiraskusega õpilaste teadmiste mälust leidmise ja oskuste rakendamise oskused on paremad kui spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilaste oskused, kuid kehvemad õpiraskuseta õpilaste oskustest (Geary *et al.*, 2012). MLD ja kontrollrühma ning LA ja kontrollrühma vigade arvu keskväärtuste statistiliselt oluline erinevus on kooskõlas Zhang jt (2007) öelduga, et matemaatika õpiraskusega õpilased kasutavad ülesannete lahendamisel märkimisväärselt suurema tõenäosusega vigaseid strateegiaid ja algoritme kui ilma matemaatika õpiraskuseta õpilased. Ühtlasi on leitud, et üldise õpiraskusega õpilaste saavutatud pädevused on sarnasemad õpiraskuseta õpilastele kui spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilastel (Chong & Siegel, 2008; Mazzocco *et al.*, 2008), mis sai samuti antud valimi puhul kinnitust. Nii õigete vastuste kui ka vigade arvu esinemisel olid LA rühma tulemused sarnasemad kontrollrühma tulemustega kui MLD rühmal.

Teine uurimisküsimus oli „Millistes arvutusülesannetes teevad 3. klassis õppivad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilased enim vigu, võrreldes teineteise ja õpiraskuseta õpilastega?“. Ülesanded kategoriseeriti kolmeks: naturaalarvude liitmine ja lahutamine, naturaalarvude korrutamine ja jagamine ning numeratsioon (Haridus- ja Teadusministeerium, 2024). Kõikide rühmade õpilased tegid enim vigu naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesannetes, kuid kolmest rühmast tegid antud ülesannete kategoorias keskmiselt õpilase kohta kõige rohkem vigu MLD rühma õpilased. MLD ja LA rühmade õpilaste vigade arv oli naturaalarvude liitmisel ja lahutamisel lähemal üksteisele kui kontrollrühmale. Geary jt (2012) väitel teevad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased üldise õpiraskusega õpilastest rohkem vigu peast- ja kirjalikult liitmisel, mis antud magistr töö valimi puhul vastas vaid osaliselt tõele: kirjalikult liitmisel tegid keskmiselt õpilase kohta rohkem vigu LA rühma

õpilased. See võis tuleneda tõsiasjast, et mitmed MLD rühma õpilased jätsid kirjaliku liitmise ülesanded lahendamata. Naturaalarvude korrutamisel ja jagamisel tegid keskmiselt õpilase kohta enim vigu LA rühma õpilased. Korrutamisel eksisid rohkem MLD rühma õpilased, jagamisel LA rühma õpilased, mis ei olnud ootuspärane, sest Geary jt (2012) hinnangul teevad naturaalarvude jagamisel spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilased rohkem vigu kui üldise õpiraskusega õpilased. Numeratsiooni ülesandes ei teinud ühegi rühma õpilased vigu, mis tähendab, kõikide rühmade õpilased olid õpiväljundi „Õpilane loendab, loeb ja kirjutab naturaalarve 0–10 000.“ omandanud (Haridus- ja Teadusministeerium, 2024). Nii sarnasuste kui ka erinevuste esinemist MLD ja LA rühmade vahel kinnitavad ka Hughes jt (2023), tuues välja, et kuigi matemaatika õpiraskusega õpilased on üksteisest erinevad nii matemaatika kui ka muude õpioskuste poolest, esineb neil siiski mitmeid sarnaseid raskusi.

Kolmas uurimisküsimus oli „Milliseid vigu teevad spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja õpiraskuseta õpilased arvutusülesannetes?“. Vead jaotati faktilisteks, protseduurilisteks ja kontseptuaalseteks vigadeks (Brown *et al.*, 2016). Kõik eelnimetatud veatüübid esinesid kõikides rühmades ja kolmest veatüübist tehti kõikides rühmades enim protseduurilisi vigu, mis on kõige levinum veatüüp (Riccomini, 2014). Kolme tüüpi vigu tegid kõige vähem kontrollrühma õpilased, mis on kooskõlas üldise arusaamaga, et spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ning üldise õpiraskusega õpilased teevad matemaatika ülesannetes õpiraskuseta õpilastest rohkem vigu (Geary *et al.*, 2012). Chong ja Siegel (2008) ning Geary jt (2012) uuringutulemused, et spetsiifilise matemaatika õpiraskusega õpilastel esinevad puudujäägid võimetes talletada ja taastada matemaatilisi fakte ning ka protseduurilistes matemaatilistes oskustes, said kinnitust ka käesolevas magistritöös: faktilisi ja protseduurilisi vigu tegid kõige rohkem MLD rühma õpilased. Kontseptuaalseid vigu tegid kõige rohkem LA rühma õpilased. Sellest võib järeldada, et võrreldes MLD ja kontrollrühma õpilastega oli LA rühma õpilastel kõige rohkem valearusaamu matemaatiliste põhimõtete mõistmisel (Brown *et al.*, 2016), mis võib tuleneda üldise õpiraskusega õpilaste madalast intellektitasemest (Shaw, 2022), sest kontseptuaalsete vigade esinemine on seotud õpilaste intellekti ning võimetega teemade vahel seoseid luua (Muthukrishnan *et al.*, 2019). Samas oli üks kontseptuaalsete vigade täpsem veatüüp levinud kõigis kolmes rühmas: kirjalikult üleminekuga lahutamisel järgusiseselt arvude kohtade ära vahetamine. Kirjalik üleminekuga lahutamine on õpilaste jaoks keeruline ja laenamise asemel kasutatakse sageli varasemalt õpitud strateegiat ehk suuremast arvust väiksema

lahutamist (Brown *et al.*, 2016). Kui nimetatud veatüüp oleks olnud liigitatud protseduuriliste vigade alla, oleksid kontseptuaalseid vigu siiski kõige rohkem teinud LA rühma õpilased.

Neljas uurimisküsimus oli „Millisel määral erineb 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilaste rühmadel arvutusülesannete sooritamiseks kulunud aeg teineteisest ja kontrollgrupist?“. Selgus, et keskmiselt kõige vähem aega kulus testi sooritamiseks LA rühma õpilastel ja keskmiselt kõige rohkem aega kontrollrühma õpilastel. Zhang jt (2017) ning Rousselle'i ja Noëli (2007) hinnangul võib eeldada, et õpilased, kellel on vaja rohkem aega testide tegemiseks, teevad testides ka rohkem vigu ja näiteks spetsiifilise matemaatika õpiraskusega lapsed vajavad eakohase arenguga eakaaslastest rohkem aega arvude tajumiseks ja nendega tehete tegemiseks. Käesolevas magistrیتöös ei saanud eeltoodud väide kinnitust, mis tulenes tõenäoliselt tõsiasjast, et kontrollrühma õpilased lahendasid kõikidest testi ülesannetest (40 ülesannet) rohkem ülesandeid võrreldes MLD ja LA rühmadega. Kontrollrühma õpilased kasutasid rohkem ettenähtud aega ära. Eeldatavasti tegid MLD ja LA rühmas õpilased neile jõukohased ülesanded ära, pärast mida loobusid vastamisest ja lõpetasid testi täitmise enne ajapiirangu täitumist. LA rühma õpilastel olev testi tegemiseks kõige väiksem ajakulu võib olla selgitatav vähese õpimotivatsiooni ja väliste motivaatoritega, millest viimast Crumptoni ja Gregory (2011) hinnangul paljud üldise õpiraskusega õpilased õppetöös osalemiseks vajavad.

Viimane uurimisküsimus oli „Milline on seos 3. klassis õppivate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega, üldise õpiraskusega ja kontrollgruppi kuuluvatel õpilastel arvutusülesannete tegemiseks kulunud aja ning tekkinud vigade arvu vahel?“. Käesolevas magistrیتöös ei esinenud üheski grupis ega kogu valimi puhul vigade arvu ja testi tegemiseks kulunud aja vahel tugevaid seoseid ning ühelgi juhul polnud seos statistiliselt oluline.

Antud magistrیتöö põhjal ei ole võimalik teha üldistusi, sest tegemist oli väikese valimiga, eriti MLD rühma valim. Lisaks on piiranguks ebavõrdsete õpilaste arvuga rühmad ja aja analüüsimisel mõned puuduvad andmed. Ülesannete tüüpide alusel vigade analüüsimise tulemuste põhjal ei ole võimalik teha üldistusi naturaalarvude korrutamise ja jagamise ega numeratsiooni oskuste kohta, sest mõlemas ülesandetüübis oli vähe ülesandeid (vastavalt kaks ja üks ülesannet). Ühtlasi oli ülesannete variatsioon kesine ja raskusaste madal: näiteks korrutamise ja jagamise ülesannetes korrutati ning jagati vaid ühekohalisi arve, kuigi põhikooli riikliku õppekava (2011) alusel oskab õpilane 3. klassi lõpuks korrutada ühekohalist arvu kahekohalise

arvuga 100 piires ning jagada peast kahekohalist arvu ühekohalise arvuga 100 piires. Lisaks oli naturaalarvude liitmise ja lahutamise ülesandeid kõige rohkem ning nende raskusaste varieerus, mispärast oli õpilastel nimetatud ülesannetes võimalik kõige rohkem vigu teha.

Töö annab hea ülevaate spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilastel sagedamini esinevate veatüüpide kohta. Sagedamini esinenud veatüüpidega tutvumise tulemusel on võimalik nendele aspektidele õpilaste õpetamisel rohkem tähelepanu pöörata ning seeläbi vigade tekkimise hulka mingil määral vähendada. Ühtlasi selgus, et kontrollrühma õpilased on rohkem motiveeritud proovima lahendada nende jaoks keerulisemaid ülesandeid, võrreldes spetsiifilise matemaatika õpiraskusega ja üldise õpiraskusega õpilastega, mis annab mingil määral informatsiooni õpilaste õpimotivatsiooni kohta.

Edaspidi võiks uurida õpilaste küsimuste, käitumise eripärade, abi osutamise ja motiveerimise seost WRAT-5 testis esinenud õigete vastuste, vigade arvu ning kulunud ajaga. Ühtlasi võiks uurida 3. klassi õpilaste vigu rohkemates neile jõukohastes naturaalarvude korrutamise ja jagamise ning numeratsiooni ülesannetes.

Tänu sõnad

Soovin tänada Tartu Ülikooli ja Tallinna Ülikooli uuringu „Matemaatika baasoskuste seos kognitiivsete oskuste ja õpi- ning enesemääratluspädevustega“ meeskonda, kelle kogutud andmeid ja moodustatud rühmi sain enda magistritöö raames kasutada. Tänan enda juhendajat, Triin Kivirähk-Koort, minus matemaatika kui õpetatava õppeaine vastu huvi tekitamise, mõistva suhtumise, põhjaliku juhendamise ning abi eest. Ühtlasi tänan enda elukaaslast, kes mind toetas.

Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Maarja Pertel

/allkirjastatud digitaalselt/

21.05.2024

Kasutatud kirjandus

- Agostini, F., Zoccolotti, P., & Casagrande, M. (2022). Domain-General Cognitive Skills in Children with Mathematical Difficulties and Dyscalculia: A Systematic Review of the Literature. *Brain Sciences*, *12*(2), 239. MDPI AG.
- Becker, B. E., & Luthar, S. (2002). Social-emotional factors affecting achievement outcomes among disadvantaged students: Closing the achievement gap. *Educational Psychologist*, *37*, 197–214. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3704_1
- Brown, J., Skow, K., & the IRIS Center (2016). *Mathematics: Identifying and addressing student errors*. https://iris.peabody.vanderbilt.edu/wp-content/uploads/pdf_case_studies/ics_matherr.pdf
- Chong, S., & Siegel, L. (2008). Stability of Computational Deficits in Math Learning Disability From Second Through Fifth Grades. *Developmental Neuropsychology*, *33*(3), 300–317. <https://doi-org.ezproxy.utlib.ut.ee/10.1080/87565640801982387>
- Cirino, P. T., Fuchs, L. S., Elias, J. T., Powell, S. R., & Schumacher, R. F. (2015). Cognitive and mathematical profiles for different forms of learning difficulties. *Journal of learning disabilities*, *48*(2), 156–175. <https://doi.org/10.1177/0022219413494239>
- Crumpton, H. E., & Gregory, A. (2011). “I’m Not Learning”: The Role of Academic Relevancy for Low-Achieving Students. *The Journal of Educational Research*, *104*(1), 42–53.
- Faber, H. (2021). *Code green on dyscalculia: A guide for educators, parents, counselors, and other professionals*. Notion Press Media Pvt Ltd.
- Farell, M. (2013). *The Effective Teacher’s Guide to Dyslexia and Other Learning Difficulties (Learning Disabilities)*. Practical strategies. Second edition. Routledge.
- Fisher, K. M., & Lipson, J. I. (1986). Twenty questions about student errors. *Journal of Research in Science Teaching*, *23*, 783–803.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Lambert, W., Stuebing, K., & Fletcher, J. M. (2008). Problem Solving and Computational Skill: Are They Shared or Distinct Aspects of Mathematical Cognition?. *Journal of educational psychology*, *100*(1), 30–47.
- Fuchs, L. S., Newman-Gonchar, R., Schumacher, R., Dougherty, B., Bucka, N., Karp, K.S., Woodward, J., Clarke, B., Jordan, N.C., Gersten, R., Jayanthi, M., Keating, B., & Morgan, S. (2021). *Assisting students struggling with math: Intervention in the elementary grades*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance,

- Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. <https://shorturl.at/4Kpk1>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child development, 78*(4), 1343–1359.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2012). Mathematical cognition deficits in children with learning disabilities and persistent low achievement: A five-year prospective study. *Journal of Educational Psychology, 104*(1), 206–223.
- González-Castro, P., Cueli, M., Cabeza, L., Álvarez-García, D., & Rodríguez, C. (2014). Improving basic math skills through integrated dynamic representation strategies. *Psicothema, 26*(3), 378–384. <https://doi.org/10.7334/psicothema2013.284>
- Hannell, G. (2013). *Dyscalculia. Action plans for successful learning in mathematics*. Second edition. Routledge.
- Haridus- ja Teadusministeerium (2024). *Matemaatika 3. klassi õppe kirjeldus*. <https://projektid.edu.ee/display/OKMV/3.+klass+matemaatika>
- Hirvonen, R., Tolvanen, A., Aunóla, K., & Nurmi, J.E. (2012). The developmental dynamics of task-avoidant behavior and math performance in kindergarten and elementary school. *Learning and Individual Differences, 22*, 715-723.
- Hughes, E. M., Witzel, B. S., Myers, J., & Lin, T. H. (2023). Unpacking and Understanding Specific Learning Disabilities in Mathematics. *TEACHING Exceptional Children, 0*(0).
- Jacobse, A. E., & Harskamp, E. G. (2009). Student-controlled metacognitive training for solving word problems in primary school mathematics. *Educational Research and Evaluation, 15*(5), 447–463. <https://doi.org/10.1080/13803610903444519>
- Jordan, N. C., & Dyson, N. (2016). Catching math problems early: Findings from the Number Sense Intervention Project. A. Henik (Ed.), *Continuous issues in numerical cognition: How many or how much*, 59–79. San Diego: Academic Press.
- Landerl K., & Kölle, C. (2009). Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *J Exp Child Psychol, 103*(4), 546-65.
- Lin, C. H. (2022). Developing mental number line games to improve young children's number knowledge and basic arithmetic skills. *Journal of experimental child psychology, 222*, 105479. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2022.105479>
- Mazzocco, M. M., & Devlin, K. T. (2008). Parts and 'holes': gaps in rational number sense

- among children with vs. without mathematical learning disabilities. *Developmental science*, 11(5), 681–691. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00717.x>
- Muthukrishnan, P., Mong, S., & Sidhu, G. (2019). Addition Error Patterns Among the Preschool Children. *International Journal of Instruction*, 12, 115-132.
- Nelwan, M., Friso-van den Bos, I., Vissers, C., & Kroesbergen E. (2021). The relation between working memory, number sense, and mathematics throughout primary education in children with and without mathematical difficulties. *Child Neuropsychology*, 28(2), 143-170.
- Põhikooli riiklik õppekava lisa 3 (2011). *Riigi teataja I 2014, 1*.
<https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1120/4202/2010/1m%20lisa3.pdf#>
- Riccomini, P. J. (2014). *Identifying and using error patterns to inform instruction for students struggling in mathematics*. Webinar series, Region 14 State Support Team.
- Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: a comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102(3), 361-95.
- Salminen, J. B., Koponen, T. K., & Tolvanen, A. J. (2018). Individuality in the Early Number Skill Components Underlying Basic Arithmetic Skills. *Frontiers in Psychology*, 9.
- Shaw, S. R. (2022). *Reaching and Teaching Students Who Don't Qualify for Special Education: Strategies for the Inclusive Education of Diverse Learners* (1st ed.). Routledge.
- Zhang, D., Stecker, P., & Beqiri, K. (2017). Strategies Students With and Without Mathematics Disabilities Use When Estimating Fractions on Number Lines. *Learning Disability Quarterly*, 40(4), 225-236. <https://doi.org/10.1177/0731948717704966>
- Tolar, T. D., Fuchs, L., Fletcher, J. M., Fuchs, D., & Hamlett, C. L. (2016). Cognitive profiles of mathematical problem solving learning disability for different definitions of disability. *Journal of Learning Disabilities*, 49(3), 240–256.
- Vukovic, R. K., & Siegel, L. S. (2010). Academic and cognitive characteristics of persistent mathematics difficulty from first through fourth grade. *Learning Disabilities Research & Practice*, 25(1), 25–38. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2009.00298.x>
- Wilkinson, G., & Robertson, G. (2017). *The Wide Range Achievement Test, Fifth Edition*. Pearson. <https://t.ly/TIj5H>

Lisa 1. Käsitletavate arvutusülesannete lühikirjeldus.

Ülesanne	Ülesande lühikirjeldus
Ülesanne 1	5-piires naturaalarvudega peast liitmine
Ülesanne 2	5-piires naturaalarvudega peast lahutamine
Ülesanne 3	Arvuritta puuduva arvu kirjutamine
Ülesanne 4	10-piires naturaalarvudega peast liitmine
Ülesanne 5	10-piires naturaalarvudega peast lahutamine
Ülesanne 6	20-piires arvudega üleminekuga kirjalik liitmine
Ülesanne 7	Lahutamistehtes puuduva tehteliikme leidmine (10-piires naturaalarvudega)
Ülesanne 8	100-piires arvudega üleminekuta kirjalik liitmine (kolm liidetavat; kahekohalised arvud)
Ülesanne 9	100-piires arvudega üleminekuta kirjalik lahutamine (kahekohalised arvud)
Ülesanne 10	Korrutustabeli piires peast korrutamine
Ülesanne 11	100-piires arvudega üleminekuga kirjalik liitmine (kahekohalised arvud)
Ülesanne 12	Korrutustabeli piires peast jagamine
Ülesanne 13	100-piires arvudega üleminekuga kirjalik lahutamine (kahekohalised arvud)
Ülesanne 14	10000-piires arvudega üleminekuga kirjalik liitmine (kolm liidetavat; kahe-, kolme- ja neljakohalised arvud)
Ülesanne 15	1000-piires arvudega üleminekuga kirjalik lahutamine (kolmekohalised arvud)
Ülesanne 16	Tähe arvvaartuse leidmine

Lisa 2. Esinenud keskmine vigade arv ülesande ja õpilase kohta rühmade ning täpsemate ülesandetiüüpide kaupa.

Ülesandetiüp	Täpsem ülesandetiüp	Rühm	Keskmine vigade arv ülesande kohta	Keskmine vigade arv õpilase kohta
naturaalarvude liitmine ja lahutamine	naturaalarvude peast liitmine	MLD	0,08	0,05
		LA	0,31	0,11
		Kontrollrühm	0,08	0,02
	naturaalarvude peast lahutamine	MLD	0,77	0,53
		LA	0,85	0,29
		Kontrollrühm	0,38	0,10
	naturaalarvude kirjalik liitmine	MLD	1,92	1,32
		LA	2,92	1
		Kontrollrühm	2,92	0,75
	naturaalarvude kirjalik lahutamine	MLD	2,62	1,79
		LA	5,92	2,03
		Kontrollrühm	3,15	0,80
naturaalarvude korrutamine ja jagamine	naturaalarvude korrutamine	MLD	0,5	0,05
		LA	1	0,04
		Kontrollrühm	0,5	0,02
	naturaalarvude jagamine	MLD	0,5	0,05
		LA	2,5	0,10
		Kontrollrühm	0	0

Märkused. keskmine vigade arv ülesande kohta – terve rühma peale

Lisa 3. Täielikult õigesti ja mitteõigesti (valed + EV vastused) lahendatud ülesannete arv ning sagedus rühmade kaupa.

Rühm	100% (arv)	100% (sagedus)	0% (arv)	0% (sagedus)
MLD	3	18,75%	2	12,5%
LA	3	18,75%	0	0%
Kontrollrühm	6	37,5%	0	0%

Märkused. 100% - rühmas kõigil ülesanne õige; 0% - rühmas kõigil ülesanne mitteõige (valed + EV vastused)

Lisa 4. Esinenud veatüüpide arv rühma kohta.

Veatüüp	Täpsemad veatüübid	MLD	LA	Kontrollrühm
Faktilised vead	1. Ühe aritmeetilise tehte asemel teise tegemine	5	19	3
	- Jagamise asemel korrutamine	1	5	-
	- Korrutamise asemel liitmine	-	1	-
	- Lahutamise asemel liitmine	4	11	1
	- Liitmise asemel lahutamine	-	2	2
	2. Arvu tajumine teise arvuna	3	2	2
	3. Valesti peastarvutamine	20	22	15
	4. Järgu vastusesse tervenisti kirjutamisel arvus numbrite kohtade vahetamine	-	1	-
	Kokku:	28	44	20
	Kokku (keskmiselt):	1,47	1,16	0,39
Protseduurilised vead	5. Kirjalikult arvutamisel ühe aritmeetilise tehte asemel teise tegemine (tehtes korraka mitu aritmeetilist tehet)	3	13	3
	- Kirjalikult arvutamisel lahutamise asemel liitmine (üks järk, samas tehtes nii liitmine kui ka lahutamine)	3	8	1
	- Kirjalikult arvutamisel liitmise asemel korrutamine (üks järk)	-	1	-
	- Kirjalikult arvutamisel liitmise asemel lahutamine (üks järk)	-	4	2
	6. Kirjalikult liitmisel järgu üleviimisega seotud vead	11	14	15
	- Kirjalikult liitmisel järgusiseselt arvutamisel suurema järgu üleviimise mittetegemine	2	4	4
	- Järgusiseselt arvude liitmisel suurema järgu üleviimise asemel järgu vastuse tervikuna vastusesse kirjutamine	2	2	2
	- Järgusiseselt arvutamisel suurema järgu üleviimine vale järgu peale	3	-	1
	- Järgusiseselt arvutamisel suurema järgu vastusesse kirjutamine üleviimise asemel	-	1	2
	- Järgusiseselt arvutamisel väiksema järgu vastusesse kirjutamise asemel selle ära kaotamine	-	1	2
	- Kirjalikult arvutamisel vale arvu üleviimine	-	3	2
	- Üle toodud järgu liitmata jätmine	2	1	2
	- Vastusesse arvu märkimise unustamine (sulu peal üleval olemas)	1	-	-

Veatüüp	Täpsemad veatüübid	MLD	LA	Kontrollrühm
	- Järgu üleviimise märkimine laenamise märkimisviisiga	1	2	-
	7. Kirjalikult üleminekuga lahutamisel suuremalt järgult laenamisega seotud vead	10	19	19
	- Laenamise ärajätmine	8	15	3
	- Laenamise märkimata jätmine (sellest tulenevalt on arutamisel kõikides järkudes ülemised arvud ühe võrra suuremad, kui peaksid olema)	-	-	2
	- Märgitud laenamise arutamisel arvesse mittevõtmine	2	4	11
	- Valelt järgult laenamine	-	-	3
	8. Tehtes kõikide arvude ja järkudega vajalike tehete tegemise asemel valiku tegemine	3	4	8
	- Kirjalikult arutamisel kolme arvuga ühes järgus ühe liidetava arutamata jätmine	-	2	4
	- Tehtes osade järkude arutamata jätmine	3	2	4
	9. Kirjalikult arutamisel vastuse kirjutamine murru joone peale tühjade järkude kohale	2	2	-
	Kokku:	29	52	45
	Kokku (keskmiselt:	1,53	1,37	0,88
Kontseptuaalsed vead	10. Järgusiseselt arvude arutamise asemel erinevate järkude liitmine	1	6	3
	- Järgusiseselt arutamise asemel ühe arvu siseselt erinevate järkude liitmine	-	1	-
	- Kirjalikult arutamisel diagonaalis ehk erinevates järkudes olevate arvudega aritmeetilise tehete tegemine	-	3	3
	- Kõikide/juhuslike tehete olevate numbrite liitmine	1	2	-
	11. Arutamise asemel arvude vastusesse kirjutamine	-	3	4
	- Tehtest arvude vastusesse kirjutamine	-	2	3
	- Ülesande numbri ülesandes kasutamine	-	1	-
	- Vastuse lõppu 0 lisamine	-	-	1
	12. Õpitud teadmiste üldistamine ja ülekanndmine arutamisel	14	30	13
	- Kirjalikult üleminekuga lahutamisel järgusiseselt arvude kohtade ära vahetamine (suurem arv üles, väiksem alla)	14	28	13

Veatüüp	Täpsemad veatüübid	MLD	LA	Kontroll- rühm
	- Liitmistehte asemel lahutamistehte tegemiseks liidetavate asukohtade muutmine (suurem arv vähendatavaks, väiksem arv vähendajaks)	-	1	-
	- Kirjalikult arvutamisel suuremast järgust arvutamise alustamine	-	1	-
	Kokku:	15	39	20
	Kokku (keskmine):	0,79	1,03	0,39
	13. Ei ole arusaadav, miks sellise vastuse kirjutas	-	2	1

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Maarja Pertel,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „Arvutusülesannete sooritamisel esinevad vead ja ülesannete sooritamiseks kulunud aeg Eesti koolide 3. klasside matemaatika õpiraskusega õpilastel“, mille juhendaja on Triin Kivirähk-Koor, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Maarja Pertel

21.05.2024