

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

HARJUTUSTE KOGUMIK



FÜÜSIKA,
KEEMIA
JA
MATEMAATIKA
ALALT

TARTU 1963

A-25203₁₁

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOI

**HARJUTUSTE
KOGUMIK
FÜÜSIKA, KEEMIA
JA MATEMAATIKA
ALALT**

42088

TARTU 1963

Кс

Тартуский государственный университет
ЭССР, Тарту, ул. Кликкооли, 18
СБОРНИК УПРАЖНЕНИИ ПО ФИЗИКЕ,
ХИМИИ И МАТЕМАТИКЕ
На эстонском языке

A 2

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
~~78057~~

73336

Eessõna

Üleliidulises kõrgematesse koolidesse sisseastumiseksamite läbiviimise üldjuhendis on otseselt märgitud, et matemaatika, füüsika ja keemia eksamil peavad eksamineeritavad üles näitama kindlaid oskusi programmi materjali kohaste ülesannete lahendamises. Vastavalt sellele nõudele on igas füüsika ja keemia eksamipiletis ette nähtud küsimused teoreetiliste teadmiste valdkonnast ja üks ülesanne. Kuid põhiliseks raskuseks Tartu Riikliku Ülikooli sisseastumiseksameil füüsikaast ja osaliselt ka keemiaast on aastast aastasse olnud just puudulik ülesannete lahendamise oskus, mida peamiselt on põhjustanud vastavate ülesannete kogude puudumine. Eksami sooritajad on harjunud lahendama põhiliselt neid ülesandeid, mis esinevad koolis kasutatud õpikutes. Selle lünga kõrvaldamiseks ongi ette nähtud käesolev näidisülesannete kogumik, mis on koostatud viimastel aastatel sisseastumiseksamitel kasutatud füüsika ja keemia ülesannetest.

Analoogiliste ülesannete lahendamise oskust nõutakse kõigilt TRÜ Arstiteaduskonda, Füüsika-Matemaatikateaduskonda ja Bioloogia-Geograafiateaduskonda astujailt, kellel on sisseastumiseksamite üldjuhendis ette nähtud eksamite sooritamise füüsika ja keemia alal.

Käesolevas kogumikus esinev matemaatika ülesannete kogumik on valitud varasematel aastatel matemaatika kirjalikel eksameil kasutatud ülesannetest füüsika-, matemaatika- ja geoloogiaosakonda astujaile.

Ülesannete valik vastab täiesti vastavate sisseastumis-

eksamite programmidele ja nende lahendamine peaks andma ettekujutuse nõudeist, mis esitatakse Tartu Riiklikus Ülikoolis füüsika, keemia ja matemaatika ülesannete lahendamise oskuse suhtes sisseastumiseksameil.

Käesoleva kogumiku ülesanded füüsika alal on esitatud dots. K.-S. Rebase, keemia ülesannete osas vanemõpetaja T. Ilometsa ja matemaatika ülesannete osas vanemõpetaja L. Rootsi poolt.

Et hõlbustada iseseisvat tööd ülesannete lahendamisel, on iga ala lõppu paigutatud vastused, mis võimaldavad lahendajal kontrollida oma iseseisva töö tulemusi. Raskemate matemaatiliste ülesannete puhul on antud ka nende lahenduskäik.

A. Mitt,
vastutav toimetaja

Ülesandeid füüsikast

Mehhaanika

1. Keha visatakse vertikaalselt üles algkiirusega 15 m/s. Millal on keha 10 m kõrgusel viskekohast?
2. Kaks keha hakkavad vabalt langema võrdselt kõrguselt, üks 0,5 s enne teist. Mitme sekundi pärast on kehade vahekaugus 13 m?
3. Rong läbis 20 km vahemaast esimese kümnendiku ühtlaselt kiirenevalt ja viimase kümnendiku ühtlaselt aeglustuvalt. Ülejäänud teeosa sõitis rong jääva kiirusega 43,2 km/h. Määrata rongi liikumise keskmine kiirus.
4. Kaks 3 kg massiga keha ripuvad võrdsel kõrgusel tasa-kaalus üle seisva ploki oleva nõõri otstes. Ühele kehale lisati koormus 2 kG. Mitme sekundi pärast on kehade vahekaugus 3 m?
5. Eelmine ülesanne, kuid küsimus:
Kui suur on kehade vahekaugus 2 s pärast liikumise algust?
6. Eelmine ülesanne, kuid küsimus:
Mitu meetrit on langenud lisakoormusega keha 2 s pärast?
7. Sekundipendli pikkus taevakehal on 10 cm. Leida raskuskiirendus taevakehal.
8. Jõe laius on 32 m, voolu kiirus 0,6 m/s, ujuja kiirus seisvas vees 0,8 m/s. Kui pika tee läbib ujuja minimaalse ajaga üle jõe ujudes?

9. Jõe laius on 32 m, voolu kiirus 0,6 m/s, ujuja kiirus seisvas vees 1,0 m/s. Kui palju aega kulub ujujal ristisihis üle jõe ujumiseks?
10. Uks, mille kõrgus on 2 m, laius 1 m ja kaal 32 kg, on kinnitatud kahe hingega, millest üks asub ülemisest ja teine alumisest ukseäärest 20 cm kaugusel. Millise jõuga tõmbab uks ülemist hinge horisontaalsuunas?
11. Rakett, mille kaal Maa peal on 10 tonni, laskub taevakehale ühtlase kiirusega. Kui suur pidurdav jõud tonnides mõjub raketile, kui raskuskiirendus sel taevakehal on 30 m/s^2 ?
12. Keha hakkab vabalt langema 1000 m kõrguselt, temast 8 s hiljem hakkab 500 m kõrguselt langema teine keha. Misugune on nende kehade suhteline kiirus nende kohtumise hetkel?
13. Üks 5 kg ja üks 3 kg viht on kinnitatud üle ploki viidud nõõri otstesse. Kergem asub raskemast 1 m võrra madalamal. Laseme vihtidel nende endi raskuse mõjul liikuma hakata. Millise aja pärast on nad samal kõrgusel?
14. Puitklots asetseb kaldpinnal. Millise jõuga on vaja suruda klotsi kaldpinna vastu, et ta ei hakkaks liikuma? Klotsi kaal on 2 kg. Kaldpinna pikkus on 1 m ja kõrgus 60 cm. Hõõrdetegur $k = 0,4$.
15. Horisontaalsel 90 cm kõrgusel laual veereb pall kiirusega 3 m/s ja kukub üle laua serva maha. Kui kaugel on kukumiskoht laua servast?
16. Rong hakkab peatusest liikuma ühtlaselt kiirenevalt. 40 s pärast kiirendus lakkab. Kui suure kiiruse saavutas rong, kui 5 minutiga läbis ta 2,24 km?
17. Määrata maksimaalne kiirus, millega mootorrattur võib läbida kurvi kõverusraadiusega 15 m, kui maksimaalne lubatud kaldenurk vertikaalist on 30° .

18. 50 kG koormus on tõstetud kõie abil 2 sekundiga püstsuunas 10 m kõrgusele. Määrata kõie pingsus, kui koormuse liikumine oli ühtlaselt kiirenev.
19. Arvutada raskuskiirendus Kuu pinnal, kui Kuu mass on 81,5 korda väiksem Maa massist ja raadius $\frac{3}{11}$ Maa raadiusest.
20. Jalgratta ratta läbimõõt on 72 cm. Jalgrattur sõidab kiirusega 36 km/h. Millise nurkkiirusega pöörlevad rattad?
21. Rakett massiga 2,4 t tõuseb vertikaalselt kiirendusega 6 m/s^2 . Leida gaaside reaktiivjõud.
22. Leida sputniku kiirus, mis liigub 1500 km kõrgusel ring-orbiidil. Silmas pidada raskuskiirendust 1500 km kõrgusel. Maa raadius $r \approx 6400 \text{ km}$.
23. Missuguse nurkkiirusega saab vertikaaltasandis tiirutada 50 cm pikkuse niidi otsa riputatud 25-grammist keha, kui niit katkeb 300 G tõmbel?
Kui suur on sel puhul tiirutamise sagedus?
24. 0,8 kG-se vasara löögist tungib nael 2 cm sügavuselt seinale. Määrata löögi keskmine jõud, kui vasara kiirus löögi hetkel on 7 m/s.
25. Auto sõidab üle kumera silla kiirusega 50 km/h. Kui suur on silla kõverusraadius, kui auto ei avalda silla keskkohale mingit rõhumist?
26. Lainete levimiskiirus on 1200 km/h. Määrata vonkeperiood, kui lainepikkus on 30 cm.
27. Korgitükk kaalub 50 G. Millist jõudu on tarvis korgitüki "uputamiseks" vees? petrooleumis?
Korgi $e = 0,2 \text{ G/cm}^3$. Petrooleumi $e = 0,8 \text{ G/cm}^3$.
28. 45° nurga all horisondiga visati kivi kiirusega 20 m/s. Kui kaugele lendab kivi ja millise suurima kõrguse ta saavutab?

29. Keha kaaluga 4 kG langes kõrguselt h maapinnale, kusjuures langemine võttas 3 s. Määrata keha potentsiaalne energia kõrgusel h.
30. Keha kaalub õhus 2 korda rohkem kui vees. Kui suur on keha erikaal?

Soojus.

31. Seatinatüki ruumala 20° temperatuuril on 100 cm^3 ja 120°C temperatuuril $100,87 \text{ cm}^3$. Leida seatina joonpaisumiskoefitsient.
32. Kui suur on vase temperatuur, kui tema tihedus sel temperatuuril on $8,83 \text{ g/cm}^3$ ja 0° juures $8,9 \text{ g/cm}^3$? Vase joonpaisumiskoefitsient on $0,000017 \text{ kr}^{-1}$.
33. Piirituslambil soojendati 500 g 15° -st vett keemiseni ja põletati seejuures ära 15 g piiritust. Leida piirituslambi kasutegur. Piirituse kütteväärtus 7000 cal/g .
34. Kui palju -10° -st jääd kulub 10 l keeva vee jahutamiseks 20° -ni?
35. Karastamisel lasti kuumendatud terassaag massiga 200 g 2 kg õlisse, mille temperatuur oli 10° . Õli temperatuur tõusis 35° . Leida terassae algtemperatuur. Terase erisoojus $0,15 \text{ cal/g.grad}$, õli erisoojus $0,45 \text{ cal/g.grad}$.
36. Tullisesse alumiiniumõusse, mille mass on 729 g (erisoojus $0,21 \text{ cal/g kr}$), valatakse 0,5 liitrit petrooleumi, mille temperatuur on 20°C (erisoojus $0,5 \text{ cal/g kr}$). Petrooleumi temperatuur tõuseb 50° -ni. Kui suur on alumiiniumõu algtemperatuur?
37. Mitme meetri võrra muutub Tartu - Tallinna vahelise raudteerööpa pikkus (191 km), temperatuuri muutumisel 20° võrra? Raua paisumiskoefitsient $0,000012 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}/\text{grad}$.
38. Kivisöe kütteväärtus on 7000 kcal/kg . Kui palju vett algtemperatuuriga 5°C võib keema ajada ja seejärel aurus-

tada soojusega, mis tekib 20 kg kivisöe ärapõlemisel?
Vee keemissoojus on 540 kcal/kg.

39. Diiselmootor, mille võimsus on 60 hj, tarvitab tunnis 12 kg naftat kütteväärtusega 11 000 kcal/kg. Leida kasutegur.
40. Kui suur on 85 hj siseõlemismootori kasutegur, kui ta kulutab tunnis 25 kg kütteainet, mille kütteväärtus on 11 000 kcal/kg?
41. Kui suur on 60 hj siseõlemismootori kasutegur, kui ta kulutab tunnis 15 kg kütteainet, mille kütteväärtus on 10 000 kcal/kg?
42. Kiirusega 60 km/h sõitev rong massiga 3000 tonni peata-takse pidurite abil. Kui palju soojust eraldub piduri-tes, eeldades, et rongi kogu kineetiline energia muutub soojuseks?
43. 10 g massiga püssikuul tungib seina kiirusega 500 m/s. Kui palju soojust vabaneb eeldusel, et kogu kuuli kinee-tiline energia muutub soojuseks?
44. Seatinast püssikuul tungib märklauda kiirusega 366 m/s ja peatub seal. Eeldades, et pool vabanenud energiast kulub püssikuuli soojendamiseks, leida mitme kraadi võrra ta soojenes. Seatina erisoojus on 0,032 cal/g kr.
45. Kui suur oli 500-tonnise raskusega rongi kiirus, kui tema pidurdamisel tekkis 9000 kcal soojust?
46. Gaasi ruumala 745 mmHg ja 20°C juures on 164 cm³. Leida tema ruumala normaalingimustel.
47. Leida 200 g hapniku ruumala 2 at rõhu juures, tempera-tuuril 27°C. Hapniku tihedus normaalingimustel on 0,0014 g/cm³.
48. 3-liitriise mahuga kolvis on 5 kg õhku temperatuuril -20°C. Leida õhurõhk kolvis.
49. Raudanum on ääreni täidetud petrooleumiga ja sisaldab seda 10°C juures 5 l. Mitu cm³ petrooleumi voolab anu-

mast välja temperatuuri tõusmisel 20°C ?

50. Õhu tihedus normaaltingimustes on $0,0013 \text{ g/cm}^3$. Milline on õhu rõhk mäe tipus, kui temperatuur seal on -30°C ja 1 l õhku kaalub 0,5 G?
51. Balloon sisaldab vesinikku 20°C temperatuuril 200 at rõhul. Mitmendik osa vesinikust on jäänud ballooni, kui rõhk on langenud tühjendamisel 10 at-ni ja temperatuur -50°C -ni?
52. Automootori keskmine võimsus on 25 hj ja kasutegur 18%. Kui suur on bensiini kulu autosõidul Tartust Tallinna (200 km), keskmise kiirusega 50 km/h? Bensiini kütteväärtus 11000 kcal/kg.

Elekter

53. Kaks punktlaengut, millest üks on teisest 3 korda suurem, mõjuvad vastastikku 0,02 mG jõuga 15 m kaugusel teineteisest. Leida laengute suurused kulonites.
54. Punktidesse A, B ja C on paigutatud laengud -4 lü , -12 lü ja $+5 \text{ lü}$. Leida igale laengule mõjuva jõu suurus. $AB = 2 \text{ cm}$, $BC = 4 \text{ cm}$. A _ _ B _ _ _ C
55. Laengu 10^{-5} kuloni viimisel elektrivälja tehti 600 ergi tööd. Leida potentsiaal välja punktis, kuhu viidi laeng.
56. Kaks laengut mõjutavad teineteist õhus 6 cm kauguselt 12-düünilise jõuga, eetris aga 10 cm kaugusel jõuga 1 düün. Määrata eetri dielektriline konstant.
57. Kui suure energia omandab elektron, läbides potentsiaalide vahe 10 V? (elektroni laeng on $4,8 \cdot 10^{-10} \text{ lü}$).
58. 50 cm raadiusega kera on laetud potentsiaalini 600 V. Kui palju soojust vabaneb juhtmes, mille abil see kera maandatakse?
59. Leida pinge voltides laengust 100 lü 10 ja 20 cm kaugusel olevate punktide vahel.

60. Kaks ühesugust õhkdielektrikuga kondensaatorit on ühendatud paralleelselt ning laetud pingeni U . Kui ühe kondensaatori plaatide vahemik täideti paberikihiga, teist kondensaatorit aga ei muudetud, siis vähenes ühendatud kondensaatoritel pinge 1,5 korda. Kui suur on paberi dielektriline konstant?
61. Kahele kondensaatorile anti võrdsed laengud, mille tagajärjel nad omandasid pinged vastavalt 5 V ja 10 V. Seejärel ühendati kondensaatorid paralleelselt. Milliseks kujunes pinge kondensaatoreil?
62. Kui suur on 2 kg alumiiniumtraadi takistus, kui tema diameeter on 2 mm?
Alumiiniumi eritakistus on $0,029 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ja erikaal $2,7 \text{ g/cm}^3$.
63. 3 cm raadiusega kerale anti laeng 10^{-5} kulonit. Kera ühendati mahtuvusvaba juhtmega 3 mm raadiusega kerakesega. Kui suur laeng läks kerakesele üle?
64. 100 cm^3 -st platinasulandist eritakistusega $0,1 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ valmistati traati, mille kogutakistuseks saadi 1000 oomi. Millise ristlõikepindalaga ning pikkusega traat valmistati?
65. Kondensaatorpatarei koosneb kolmest paralleelselt ühendatud kondensaatorist mahtuvustega $100 \text{ } \mu\text{F}$, $200 \text{ } \mu\text{F}$ ja $300 \text{ } \mu\text{F}$. Kui suur laengut on vaja patarei laadimiseks potentsiaalini 1000 V?
66. Vool, mille tugevus on 3 A, haruneb kaheks. Leida voolutugevus kummaski harus, kui harude juhtmed erinevad ainult läbimõõdu poolest, mis on vastavalt 2 mm ja 1 mm.
67. Kui pikka kroomnikkeltraati (eritakistus $1 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$), mille ristlõikepindala on $0,2 \text{ mm}^2$, on tarvis, et valmistada spiraali 220-voldisele elektripliidile võimsusega 880 W?
68. Kui suur peab olema eeltakistus, et võiks 220 V pingega võrku lülitada elektrileeklambi, mille toitmiseks on

vaja pinget 40 V ja voolutugevust 5 A?

69. Missuguseid mahtuvusi võib saada kolme kondensaatoriga, mille mahtuvused on 100 cm, 50 pF ja 0,01 μ F?
70. Kera laadimiseks potentsiaalini 1000 V tuli talle anda laeng 10^{-8} kulonit. Leida kera diameeter.
71. Galvaani element, mille emj on 1,1 V ja sisetakistus 1 oom, on lülitatud vooluringis galvanomeetriga, mille takistus on 1200 oomi. Kui tugev vool läbib galvanomeetri, kui sellega on ühendatud šunt, mille takistus on 3 oomi?
72. Vooluallika sisetakistus on 1 oom, voolutugevus vooluringis on 2,5 A. Välistakistuse kolmekordistamisel on aga voolutugevus 0,9 A. Leida vooluallika elektromotoorne jõud.
73. Elektrihõõglambi normaalne tööiga on 1000 tundi. Mitu kulonit elektrit läbib selle aja jooksul lampi, mille võimsus on 40 W ja tööpinge 110 V?
74. 36 hj võimsusega generaator toidab 300 paralleelselt ühendatud hõõglampi. Iga lambi takistus 600 Ω . Leida generaatori klemmpinge.
75. 5 A ampermeetri takistus on 0,25 Ω . Kui suur šunt tuleb temaga ühendada, et saaks mõõta voolutugevusi kuni 500 A?
76. Vooluallikaga on ühendatud paralleelselt 3 takistust. Voolu võimsus on neis vastavalt 800 W, 1000 W ja 250 W. Esimeses neist on voolutugevus 8 A. Leida takistite suurus oomides.
77. Mitu elementi elektromotoorse jõuga 1,3 V ja sisetakistusega 0,5 oomi tuleb ühendada järjestikku, et saada 20 Ω välistakistuse puhul voolutugevuse 1,5 A?
78. Normaalselt helenduva taskulambi pirnikese hõõgniidi takistus 3,5-voldise toitepinge puhul on 12,5 oomi. Pirnikene lülitati järjestikku suurema hõõglambi vooluringi ning viimasega koos 220 V elektrivõrku, mille taga-

järjel hakkas pirnike normaalselt helendama. Missuguse võimsusega oli suurem hõõglamp?

79. Elektrienergia ülekandeliini takistus transformaatori-alajaamade vahel on 10 oomi. Võimsuskadude vähendamise eesmärgil transformeeriti ülekandeliinile antavat pinget kaks korda kõrgemaks, mille tulemusena vähenes liinil võimsuskadu 75 kW võrra. Missuguse tugevusega voolu anti mööda liini enne ja pärast pinget tõstmist?
80. Keevitutransformaatori sekundaarmähise ning lühistatud elektrodide takistus kokku on 0,001 oomi. Voolutugevus sekundaarmähises ulatub lühise puhul kuni 2000 A-ni. Millise tugevusega vool läbib sel puhul transformaatori primaarmähist, mida toidetakse 220 V elektrivõrgust? (Transformaatori kasutegur lugeda $\approx 100\%$).
81. Elektrikeetjas soojeneb 10 minutiga 1,25 l 20°C vett keemistemperatuurini. Leida keetja kasutegur, kui võrgupinge on 220 V ja keetja küttekeha takistus on 60,5 oomi.
82. 220 V ja 60 W hõõglambi hõõguva volframmiidi temperatuur on 3100°K . Mitu korda väheneb hõõgniidi takistus jahtumisel toatemperatuurini (20°C)? Volframi takistuse temperatuurikoefitsient on 0,0046.
83. Vool, mille tugevus on 10 A, haruneb kolmeks. Leida voolutugevus igas harus, kui harude juhtmed erinevad ainult läbimõõdu poolest, mis on vastavalt 1 mm, 0,8 mm ja 0,6 mm.
84. Kui palju paralleelselt lülitatud elektrilampe, mis on arvestatud pingele 100 V, võivad põleda normaalselt, kui neid toidetakse akumulaatorpatareist elektromotoorse jõuga $E = 120\text{ V}$ ja sisetakistusega $R = 10\text{ oomi}$? Iga lambi võimsus on 50 W.
85. Vooluallika sisetakistus on 1 oom. Voolutugevus vooluringis on 2,5 A, välistakistuse kolmekordistumisel aga 0,9 A. Leida vooluallika elektromotoorne jõud.

86. Generaatorist, mille võimsus välisahelas on 36 hj, toidetakse 300 paralleelselt ühendatud hõõglampi. Iga hõõglambi takistus on 600 oomi. Leida generaatori klemmipinge.
87. Vooluring koosneb kahest paralleelselt ühendatud takistist R_1 ja R_2 ja nendega järjestikku ühendatud takistist R_3 . Vooluringi toidavad kaks paralleelselt ühendatud elementi. Ühe elemendi klemmipinge on 1,4 V, vool ringis on 1 A, takisti $R_1 = 2$ oomi, $R_3 = 1,0$ oomi. Leida takisti R_2 suurus.
88. Lift kaaluga 1 tonn tõuseb ühtlaselt 10 m kõrgusele 20 sekundiga. Lifti mootor töötab pingel 220 V. Milline on mootori poolt tarvitata voolutugevus, kui lifti kasutegur on 90%?
89. 220 V elektripliidi küttekeha on valmistatud 570 cm pikkusega ja 0,3 mm läbimõõduga kroonnikkeltraadist. Arvutada, kui palju maksab selle pliidi kasutamine 1 kuu (30 päeva) jooksul, kui pliiti kasutatakse keskmiselt 3 tundi päevas ja elektrienergia hind on 4 kop. kilovatt-tunni eest. Kroonnikli eritakistus on $1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.
90. Elektrivõrgu alajaamast liinidele antav pinge on 220 V. Alajaamast tarbijani on liinide takistus 2 oomi. Tarbija takistus on 20 oomi. Milline on pinge tarbimiskohal? Milline oleks pinge tarbimiskohal, kui liini juhtmed asendada kaks korda suurema läbimõõduga, kuid samast materjalist juhtmetega?
91. Kui palju maksab 1,2 l vee (15°C) keemaajamine, kui 1 kWh maksab 4 kop. ja keedukannu kasutegur on 80%?
92. Alalisvoolugeneraator toidab magistraaljuhtme kaudu paralleelselt lülitatud tarbijaid, mille takistused on 15 oomi, 30 oomi ja 40 oomi. Magistraaljuhtme takistus on 1,8 oomi, generaatori mähiste takistus 0,2 oomi. Milline on generaatori poolt tekitatav elektromotoorne jõud voltides, kui magistraaljuhtmes on voolutugevus 22 A?

93. Kaks ühesugust akumulaatorit on ühendatud järjestikku ja annavad voolutugevuse 1,74 A, kui välistakistus on 1,9 oomi. Paralleelselt ühendatuna annavad needsamad akumulaatorid sama välistakistuse puhul voolutugevuse 1 A. Määrata nende akumulaatorite elektromotoorne jõud ja sisetakistus.
94. Kui elemendi välisahelas on takistus 2 oomi, siis elemendist võetava voolu tugevus on 0,5 A. Kui aga lülitada välistakistusele paralleelselt takistus 0,66 oomi, siis kasvab voolutugevus kahekordseks. Kui suur on elemendi elektromotoorne jõud ja sisetakistus?
95. Korteris elektrisisseseade koosneb 5 lambist à 100 vatti, 3 lambist à 40 vatti ja 2 lambist à 25 vatti ning elektripliidist 600 vatti. Kui palju tuleb tasuda kuus elektri eest, kui lampe tarvitatakse keskmiselt 6 tundi päeva kohta ja elektripliidit 2 tundi päevas? 1 kWh maksab 4 kop.
96. Mitu kg vaske vajatakse 5 km pikkuseks kahejuhtmeliseks liiniks, mille takistus peab olema 5 oomi? Vase erikaal on 8,5 G/cm³ ja eritakistus 0,017 Ω mm²/m.
97. Galvanomeetri skaalal on 100 jaotist, igale jaotisele vastav voolutugevus on 10⁻³ A ja sisetakistus R_g = 200 oomi. Galvanomeetrist ehitatakse a) ampermeeter mõõdupiirkonnaga 150 A. Leida šundi takistus; b) voltmeeter mõõdupiirkonnaga 200 V. Leida eeltakistus.
98. Kui suure takistusega spiraali läheb vaja elektripliidile, mis annaks 4,8 kcal/min, kui pinget on 100 V?
99. Vooluringi on järjestikku ühendatud ampermeeter ja elektrolüüt. Ampermeeter näitab voolu 1,5 A. Millise paranduse peame tegema ampermeetri lugemile, kui elektrolüüdist on 10 min. jooksul eraldunud 0,316 g vaske (k = 0,33 mg/C)?
100. Kui palju vaske saab elektrolüüsil eraldada vasevitriolilahusest, kasutades vooluallikana patareid mahtuvusega

0,5 ampertundi?

101. Kaks võrdse takistusega järjestikku lülitatud küttekeha annavad 110 V võrgupinge puhul 120 cal/s soojust. Kui neidsamu küttekehi paralleelselt ühendatuna toita samast elektrivõrgust, milline on siis tarvitata võimsus vattides? Milline on kummagi küttekeha takistus?
102. Määrata küttekeha traadi eritakistus, kui 0,5 mm² ristlõikega ning 12 m pikkusest traadist eraldub 60 V toitepinge puhul 2,16 kcal soojust minutis.
103. Vooluring koosneb 50 järjestikku ühendatud elemendist ja välistakistusest 36 Ω. Iga elemendi sisetakistus on 0,2 Ω. Kui suur takistus tuleb lülitada paralleelselt välistakistusega, et vool kogu ringis suureneks 2 korda?
104. Takistit 20 Ω läbis 10 min. jooksul 1000 C elektrit. Palju eraldus seejuures soojust?
105. Elektrikeetjas, mille kasutegur $\eta = 70\%$, on 0,5 kg jääd 0°C. Kui palju maksab selle jäätüki sulatamine ja jääst saadud vee aurutamine, kui 1 kWh maksab 4 kop.?
106. Elektrikeetja soojendab 10 minutiga 1,25 l vett toatemperatuurilt (20°C) keemispunktini. Leida keetja kasutegur, kui võrgupinge on 220 V ja keetja küttekeha takistus 60,5 oomi.
107. Raua eritakistus on 7 korda suurem kui vasel. Kaks võrdse ristlõikega ning võrdse pikkusega raud- ja vasktraati on ühendatud kord järjestikku, kord paralleelselt pingeallika klemmidele. Kummal juhul on traatidest summaarselt eralduv soojushulk suurem ja mitu korda?
108. Vasktraat ja raudtraat (pikkuselt ja ristlõikelt ühesugused) lülitatakse elektrivõrku kord järjestikku, kord paralleelselt. Kummal traadil eraldub enam soojust ühel ja teisel korral ja mitu korda?
109. Kui elektripliidi küttekeha normaalset pikkust 10%

võrra vähendada, siis kasvaks minutis eralduv soojushulk 660 cal võrra. Millise võimsusega (vattides) on küttekeha normaalselt?

110. 600 W võimsusega elektripliidil aetakse keema 1,5 l 10-kraadist vett 45 min. kestel. Kui palju vett seejuures aurustus, kui elektripliidi kasutegur on 45%?
111. Elektrikeetjal on 2 küttekeha. Ühe keha sisselülitamisel hakkab vesi keetjas keema 10 min, teise keha sisselülitamisel 20 min. pärast. Millise aja pärast hakkab vesi keetjas keema mõlema küttekeha üheaegsel sisselülitamisel: a) kehade järjestikuse, b) paralleelse ühenduse puhul? (Pinge, kasutegur, vee hulk ja selle algtemperatuur on samad kõikidel juhtudel.)
112. Metallisolatsioon takistus on 0,0005 oomi ja pinge 6 V. Leida voolutugevus, võimsus ja ühes tunnis eraldunud soojuse hulk kcal-tes.
113. Mitu džauli tööd teeb vool taskulambis, kui see põleb 5 minutit pingega 4 V ja voolutugevusega 0,25 A? Kui palju soojust seejuures eraldub?
114. Väik lüüsi piksevardasse, mille takistus on 0,1 oomi. 0,001 s kestel läbivoolanud elektri hulk oli 100 kulonit. Kui palju soojust (kcal) tekitab väik piksevardas?
115. Katoodkiirte kimp, läbides kondensaatori plaatide vahel 5 cm pikkuse tee, kaldub kõrvale 1 mm võrra. Määrata elektronide kiirus ja energia antud katoodkiirtes. Elektrivälja tugevus kondensaatori plaatide vahel on 150 V/cm, elektroni laeng $4,8 \cdot 10^{-10}$ CGSE üh. ja ta mass $9,1 \cdot 10^{-28}$ g.
116. Millisele lainepikkusele on häälestatud vastuvõtja, kui ta võnkeringi omainduktsioon on 0,003 henrit ja mahtuvus 300 cm?
117. Võnkeringi intensiivsusega 10 H on vaja häälestada 50 Hz sagedusele. Kui suur on selle võnkeringi mahtuvus?

118. Mitu elektroni läbib juhti 0,001 s jooksul, kui voolutugevus on 10^{-12} A?

Valgus

119. Projektsiooniaparaadis on 1000-küünlane kaarlamp. 10 cm kaugusel elektriikaare kraatrist asetseb aparadi kondensator, selle taga aga kondensori poolt valgustatud pinda kahekümnekordses suurenduses ekraanile projekteeriv objektiiiv. Arvutada ekraani valgustustugevus ta keskkohas, arvestades, et umbes 50% valgusest läheb kaduma aparadi optilise süsteemi läbimisel.
120. 25-küünlane lamp asetseb 40 cm kõrgusel laua kohal. Leida laua pinna valgustustugevus kohal, mis asetseb 50 cm kaugusel lambist.
121. Kaks lampi, 49 ja 64 küünalt, asetsevad teineteisest 180 cm kaugusel. Kuhu tuleb paigutada nende vahele fotomeetri ekraan, et ta valgustustugevus mõlemal pool oleks võrdne?
122. Kerapinnal raadiusega 5 dm on piiratud 1 m^2 pinnaosa. Leida sellele pinnale vastav ruuminurk, mille tipp asub kera keskpunktis.
123. 50-küünlane lamp on 30 cm lauast kõrgemal. Kui suur on 60 cm lambist eemal laua peal oleva raamatu valgustustugevus?
124. 100-küünlane lamp on 1,5 m kaugusel raamatust. Raamatu pinnavalgustus on 20 lx. Kui suure nurga all langeb valgus raamatule? Kui kõrgel lauast asetseb lamp?
125. Piirituse täieliku sisepeegelduse piirnurk on $47^{\circ}25'$. Arvutada piirituse murdumisnäitaja.
126. Missuguse fookusekaugusega lääts annab esemest 10 korda vähendatud tõelise kujutise 30 cm kaugusel läätses?
127. Eseme kõrgus on 10 cm, tema kujutis läätses 5,6 m kau-

gusel asuval ekraanil on 2,5 m kõrge. Kui suur on läätse fookuskaugus?

128. Kүүnla leegi kõrgus on 4 cm. Läätsel abil saadakse teemast ekraanil terav kujutis, mille kõrgus on 12 cm. Jättes läätsel paigale, nihutati kүүnal 2 cm lähemale. Siis, et saada uuesti teravat kujutist, nihutati ekraani, millel saadi nüüd 20 cm kõrgune leegi kujutis. Leida läätsel fookuskaugus.
129. Kui pikk on laine, kui talle vastav kvant kannab energiat 10^{-11} ergi? Millisesse spektri ossa kuulub see lainepikkus?
130. Kui palju footoneid väljub sekundis 100-vatise pirni hõõgniidist, kui kiirguse keskmine sagedus on $3 \cdot 10^{14}$ Hz ja pirni kasutegur on 4%?
131. Naatriumi hõõgav aur kiirgab valgust lainepikkusega 0,589 μ . Mitu vastava suurusega kvanti moodustavad summaarse energia 1 erg?
132. Vastu berülliumi tuuma põrkab α -osake ja jääb temasel, lüües välja neutroni. Kirjutada tuumareaktsioon.
133. Hõõglamp asetseb 60 cm kõrgusel laua kohal. Laua pinna valgustustugevus on lambist 1 m kaugusel asetsevas punktis 50 lx. Leida valgusallika valgustugevus.
134. Kaks lampi valgustugevustega $I_1 = 50$ cd ja $I_2 = 100$ cd asetsevad teineteisest 200 cm kaugusel. Kuhu tuleb paigutada nende vahele fotomeetri ekraan, et ta valgustustugevus valgusallika I_2 poolt oleks 4 korda suurem kui valgusallika I_1 poolt?
135. Anumasse on valatud vett ja sellele kiht bensooli. Valguskiir tungib bensoolist vette täieliku sisepeegeldumise piirnurga all, mis on 61° . Määrata bensooli murdmisnäitaja eeldusel, et bensooli ja vee segunemist kokupuutepinnal ei ole toimunud.
136. Läätsel abil, mille fookuskaugus on 50 cm, on võimalik

saada 20-kordset suurendust. Arvutada selle suurenduse saamiseks vajalikud eseme ja kujutise kaugused läätsest.

137. Klaasplaadile murdumisnäitajaga 1,5 langeb valguskiir, mis keskkondade lahtuspõlõiril osaliselt murdub, osaliselt aga peegeldub. Milline on kiire langemismurk, kui murdunud ja peegeldunud kiire vaheline nurk on 90° ?
138. Arvutada kvandi energia elektronvoltides, kui temale vastab lainepikkus $200 \text{ m}\mu$! $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-12}$ ergi.
139. Määrata kiire nihe läbiminekul tasaparalleelsest klaasplaadist paksusega 3 cm, kui kiire langemismurk on 60° . Klaasi murdumisnäitaja $n = 1,51$.
140. Kui palju energiat (kilokalorites) eraldub 1 grammaatomi uraani U^{235} poolestumisel, kui ühes poolestumisaktis vabaneb ligikaudu 200 MeV energiat. $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-12}$ ergi.
141. Kui suur on uraani U^{235} ööpäevane kulu 5000 kW võimsusega ja 17 %-lise kasuteguriga aatomielektriijaamas, kui ühe grammaatomi U^{235} poolestumisel vabaneb $4,5 \cdot 10^3$ kcal energiat?
142. Leida vesinikuaatomi põhitaseme ja esimese ergutatud taseme energiateg vahel elektronvoltides, kui ergutamiseks vajaliku kiirguse lainepikkus on 1215 \AA . $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-12}$ ergi.
143. 1 g uraani U^{238} kiirgab $1,24 \cdot 10^4$ α -osakest sekundis. Missuguse aja jooksul lagunevad pooled U^{238} tuumadest?
144. Kuidas muutub tuumalaeng ja massiarv järgmistes tuumareaktsioonides:
- a) neeldub neutron, kiirgub α -osake;
 - b) neeldub prooton, kiirgub γ -kvant;
 - c) neeldub α -osake, kiirgub prooton.
145. Leida fotoelektroni kineetiline energia (elektronvoltides), kui elektron paisatakse välja volframikihi kiiritamisel valgusega, mille lainepikkus on 1800 \AA . Elektroni väljumistöö on 5,5 eV. $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-12}$ ergi.

Vastused ^{*}

1. $t_1 = 1 \text{ s}; t_2 = 2 \text{ s}.$
2. 2,9 s.
3. 36 km/h.
4. 1,11 s.
5. 9,8 m.
6. 4,9 m.
7. 98,6 cm/s².
8. 40 m.
9. 40 s.
10. 10 kG.
11. 30,6 T.
12. 78,5 m/s.
13. 0,64 s.
14. 1,4 kG.
15. 1,28 m.
16. 28,8 km/h.
17. 9,2 m/s.
18. 75,5 kG.
19. 1,62 m/s².
20. 27,8 rad/s.
21. 3,9 T.
22. 7,2 km/s.
23. 14,7 rad/s; 2,34 pööret/s.
24. 100 kG.
25. 19,7 m.
26. 0,0009 s.
27. 200 G; 150 G.
28. 41 m; 10,2 m.

^{*} g väärtuseks ülesannete lahendamisel võib võtta kas
9,8 m/s² või 10 m/s².

29. 1,73 kJ.
30. 2 G/cm³.
31. 0,000029 kraad⁻¹.
32. 155°C.
33. 40,5%.
34. 7,62 kg.
35. 785°C.
36. 89,2°C.
37. ~ 46 m.
38. 220 kg.
39. 29%.
40. 19,5%.
41. 25,3%.
42. 10⁵ kcal.
43. 0,3 kcal.
44. 250°C.
45. 44,3 km/h.
46. 150 cm³.
47. 81 dm³.
48. 1188 atm.
49. 46 cm³.
50. 260 mmHg.
51. 0,066.
52. 32 kg.
53. 4·10⁻⁸C ja 12,1·10⁻⁸C.
54. F_A = 11,4 dyn; F_B = -3 dyn.
55. 6 V.
56. 4,32.
57. 1,6·10⁻¹¹ erg.
58. 2,4·10⁻⁶ cal.
59. 1500 V.
60. 2.
61. 6,67 V.
62. 2,18 Ω.
63. 9·10⁻⁷ C.

64. $0,1 \text{ mm}^2$; 1 km.
65. 0,6 C.
66. 2,4 A; 0,6 A.
67. 11 m.
68. 36 Ω .
69. 10; 31; 36; 45; 99; 143; 145; 9045; 9100; 9145 cm.
70. 18 cm.
71. 0,7 mA.
72. 22,5 V.
73. $1,31 \cdot 10^6 \text{C}$.
74. 230 V.
75. 0,025 Ω .
76. 12,5 Ω ; 10 Ω ; 40 Ω .
77. 55.
78. $\sim 60 \text{ W}$.
79. 100 A; 50 A.
80. 18,2 A.
81. 0,87.
82. 13,9 korda.
83. 5 A; 3,2 A; 1,8 A.
84. 4 lampi.
85. 22,5 V.
86. 230 V.
87. 0,5 Ω .
88. 24,7 A.
89. 2 rbl. 16 kop.
90. 200 V; 215 V.
91. 0,6 kop.
92. 220 V.
93. 2 V; 0,2 Ω .
94. 1,5 V; 1 Ω .
95. 6 rbl. 26 kop.
96. 2890 kG.
97. 0,133 Ω ; 1800 Ω .
98. 30 Ω .

99. +0,1 A (I = 1,6 A).
100. ~ 0,6 g.
101. 2000 W; 12,1 Ω .
102. $1 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$.
103. 20,3 Ω .
104. 8 kcal.
105. 2,4 kop.
106. 87%.
107. Paralleelsel ühendamisel 9,14 korda rohkem.
108. Järjestikusel ühendamisel raudtraadil 7 korda rohkem, paralleelsel - vasktraadil 7 korda rohkem.
109. 412 W.
110. 74 g.
111. 30 min; 6 min. 40 s.
112. 12 000 A; 72 kW; 62 200 kcal.
113. 300 dž; 72 cal.
114. 240 kcal.
115. ~ 57 000 km/s; ~ $1,5 \cdot 10^{-8}$ ergi.
116. 1884 m.
117. ~ 1 μF .
118. 6290.
119. 125 lx.
120. 80 lx.
121. 84 cm kaugusele nõrgemast lambist.
122. 4 sterrad.
123. 27,8 lx.
124. 63° ; 67,5 cm.
125. 1,36.
126. 125 lx.
127. 21,5 cm.
128. 15 cm.
129. 200 m μ - ultraviolett.
130. ~ $2 \cdot 10^{19}$ footonit.
131. ~ $3 \cdot 10^{11}$ kvanti.
132. ${}_4\text{Be}^9 + {}_2\text{He}^4 = {}_6\text{C}^{12} + {}_0\text{n}^1$.

- 133. 83 cd.
- 134. $r_2 = 0,8$ m.
- 135. 1,50.
- 136. 0,53 m; 10,6 m.
- 137. $\sim 56^\circ$.
- 138. 6 eV.
- 139. 1,53 cm.
- 140. $4,5 \cdot 10^9$ kcal.
- 141. 31,4 g.
- 142. 10 eV.
- 143. $4,5 \cdot 10^9$ a.
- 145. 1,5 eV.

Ülesandeid keemiast

1. Kui suur on järgmiste ainete gramm-molekuli ruumala normaalsetes tingimustes: lämmastik, etaan, glütseriin ($d = 1,26$) ja vesi?
2. Kui suure ruumala võtab enda alla $19 \cdot 10^{21}$ gaasimolekuli normaalsetes tingimustes?
3. Mitu m^3 süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes) tekib 1 t söe täielikul põlemisel?
4. Mitme grammi atsetüleeni põletamisel saadakse 10 liitrit süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes)? Mitu liitrit hapnikku kulutati selle atsetüleenihulga põletamiseks?
5. Mitu grammi kaalub normaalsetes tingimustes gaaside segu, mis on saadud 11,2 liitrist lämmastikust ja 53,8 liitrist süsihappegaasist?
6. Kui suure ruumala normaalsetes tingimustes võtab enda alla 10 g hapniku ja 40 g lämmastiku segu?
7. Kui suur on 1 liitri vesiniku kaal normaalsetes tingimustes, kui ta sisaldab 2 ruumala-protsenti hapnikku?
8. Küttegaasid sisaldavad ruumalaliselt 20% CO, 40% CO₂ ja 40% O₂. Leida gaaside segu 1 liitri kaal grammides normaalsetes tingimustes.
9. Arvutada majapidamisgaasi tihedus vesiniku suhtes. Gaas sisaldab ruumalaliselt 48% H₂, 35% CH₄, 8% CO, 4% C₂H₄, 2% CO₂ ja 3% N₂.
10. 1 g-molekuli CO põlemisel eraldub 69 kcal, 1 gramm-molekuli H₂ põlemisel eraldub 58,1 kcal. Kui palju soojust eraldub 1 m³ vesigaasi põlemisel, milles on (ruumala

järgi) 5% CO₂, 39% CO, 49% H₂ ja 7% N₂?

11. Kui suur ruumala õhku on tarvis 1 m³ majapidamisgaasi täielikuks põlemiseks? Gaas sisaldab ruumalaliselt 48% H₂, 35% CH₄, 8% CO, 4% C₂H₄ ja 5% mittepõlevaid liisandeid.
12. Mitu ml vesinikku ja lämmastikku peab tekkima 96 ml ammoniaagi lagunemisel?
13. Mitu cm³ kloorvesinikku tekib 100 cm³ vesiniku reageerimisel 200 cm³ klooriga?
14. Mitu grammi vett võib saada 2 g vesinikust ja 20 g hapnikust koosneva segu plahvatamisel?
15. Kui suur ruumala hapnikku (normaalsetel tingimustel) saadakse 100 g vee elektrolüütilisel lagundamisel?
16. Ööpäeva jooksul eritab inimene umbes 0,5 m³ CO₂. Kui suur kogus inimese keha orgaaniliste ainete koostisse kuuluvat süsinikku oksüdeerub ööpäeva jooksul?
17. Kui palju tuleb võtta kaltsiumkarbiidi, et veega reageerimisel saada 10 liitrit atsetüleeni (normaalsetes tingimustes)?
18. Kui suur ruumala süsinikoksüüdi (normaalsetes tingimustes) on tarvis 6 g raud(III)oksüüdi redutseerimiseks?
19. 20 g NaOH lahustamisel 100 g vees saadi lahus, mille tihedus on 1,2. Arvutada
 - 1) mitme %-line on see lahus,
 - 2) mitu g-molekuli NaOH on ühes liitris lahuses.
20. Meditsiinilis kasutatakse haavade desinfitseerimiseks joodtinktuuri, mis on 10%-line joodilahus piirituses. Arvutage
 - 1) mitu ml piiritust ja mitu grammi joodi on tarvis 500 g joodtinktuuri valmistamiseks? Piirituse erikaal on ligikaudu 0,8;
 - 2) mitu g joodi tuleb võtta, et tema lahustamisel 125 ml-s piirituses saaksime 10%-lise lahuse?

21. Mõningate haiguste puhul süstitakse verre 0,85%-list keedusoolalahust, mida nimetatakse füsioloogiliseks lahuseks.
- Arvutage: 1) kui palju füsioloogilist lahust võib valmistada 170 grammist keedusoolast;
2) mitu grammi keedusoola viiakse verre 400 g füsioloogilise lahuse süstimisel?
22. Sidrunimahlas on ligikaudu 6,5% sidrunhapet. Mitu grammi vett tuleb lisada 50 g sidrunimahlale 1%-lise sidrunhappelahuse saamiseks.
23. 28,6 g-st kristallveega soodast ja 71,4 g-st veest on valmistatud lahus. Kui suur on Na_2CO_3 kontsentratsioon selles lahuses?
24. 70 grammile 12%-lisele lahusele lisati 30 g vett. Misugune on saadud lahuse kontsentratsioon?
25. 12%-lise kaaliumnitraadi lahuse kuivaksaurutamisel saadi 170 g kaaliumnitraati. Kui palju oli eme aurutamist vett antud lahuses?
26. Tehniline väävelhape sisaldab 3,5% vett. Kui palju vett on 1 liitris tehnilises väävelhappes, kui happe erikaal on 1,84?
27. Mitu g soodat ja vett on tarvis 50 g 5%-lise lahuse valmistamiseks?
28. Kui palju tuleb võtta 40%-list lahust ja vett, et saada 500 g 15%-list lahust?
29. Mitme %-line on lahus, mis on saadud 200 ml 25%-lise ($d = 1,3$) ja 100 ml 15%-lise ($d = 1,2$) lahuste segamisel?
30. Mitu ml 70%-list väävelhapet erikaaluga 1,615 on tarvis 600 ml 10%-lise H_2SO_4 -lahuse ($d = 1,07$) valmistamiseks?
31. Kui suures koguses vees tuleb lahustada 1 mool keedusoola, et saada 15%-list lahust?

32. Mitu g-molekuli väävelhapet on ühes liitris 50%-lises lahuses, mille erikaal on 1,42?
33. Lämmastikhappelahus sisaldab 10 g-molekuli HNO_3 ühes liitris lahuses ($d = 1,3$). Mitme %-line on see lahus?
34. 200 grammi soolhappelahuse neutraliseerimiseks kulus 16 g sööbenaatriumi. Kui suur oli soolhappe protsendiline sisaldus antud lahuses?
35. Neutraliseeriti lahus, mis sisaldas 189 g HNO_3 . Neutraliseerimiseks kasutati algul sööbekaaliumilahust, milles oli 112 g KOH. Edasist neutraliseerimist teostati baariumhüdrosüüdiga. Mitu grammi $\text{Ba}(\text{OH})_2$ kulutati lahuse lõplikuks neutraliseerimiseks?
36. Mitu grammi 10%-list sööbenaatriumilahust kulub 98 g 20%-lise väävelhappe neutraliseerimiseks?
37. Kui palju 65%-list lämmastikhapet kulub 1 g-molekuli kustutatud lubja neutraliseerimiseks?
38. Kui palju 98%-list väävelhapet kulub 146 g kloorvesiniku saamiseks keedusoolast?
39. Mitu milliliitrit 20%-list soolhapet (erikaal 1,10) on vaja 1,5 g BaCO_3 lahustamiseks?
40. Kui palju 75%-list väävelhappelahust on võimalik saada lähtudes 500 kg-st väävlist?
41. Mitu grammi sademena eralduvat ainet tekib 100 g 5%-lise väävelhappelahuse ja 100 g 5%-lise baariumkloriidilahuse kokkuvalamisel?
42. Mitu liitrit kloori (normaalsetes tingimustes) on tarvis joodi väljatõrjumiseks 200 g-st 3%-lisest naatriumjodiidilahusest?
43. Mitu liitrit kloori (normaalsetes tingimustes) on tarvis joodi väljatõrjumiseks 200 ml-st naatriumjodiidilahusest, mis sisaldab 0,25 mooli NaJ liitris lahuses?
44. Kui palju 10%-st soolhapet kulub 440 liitri süsihappe-

gaasi (mõõdetuna normaaltingimustes) saamiseks marmorist?

45. 15 g magneesiumhüdroksüüdi töödeldi lahusega, mis sisaldas 42 g väävelhapet. Mitu grammi soola tekkis?
46. Mitu liitrit vesinikku (normaaltingimustes) saadakse 10 g malmi lahustamisel soolhappes? Malm sisaldab 4,5% happes mittelahustuvaid lisandeid.
47. 5-grammise teraseproovi põletamisel hapniku voolus tekkis 0,1 liitrit süsihappegaasi (mõõdetud normaaltingimustes). Mitu protsenti süsinikku oli terases?
48. Vaskpüriidi (CuFeS_2) maak sisaldab 28% aherainet. Kui palju vaske ja rauda on võimalik saada 1 tonnist maa-gist?
49. 40 g punase rauamaagi analüüsil leiti 22 g rauda. Milline on Fe_2O_3 sisaldus maagis?
50. Mitu g-aatomit alumiiniumi tuleb võtta, et saada punasest rauamaagist 280 g rauda?
51. Kui palju on tarvis võtta fosforiiti, mis sisaldab 65% kaltsiumfosfaati, et saada 1 tonn fosforit, arvestades tootmisel esinevat fosfori kadu 3%?
52. Mitu protsenti fosforit sisaldab fosforiit, milles on 12% aherainet?
53. Tehases põletatakse iga päev 100 t kivisütt, mis sisaldab 1,6% väävlit. Kui palju väävlisgaasi tekib vabriku töötamisel 30 päeva jooksul? Kui palju väävelhapet võib saada sellest väävlisgaasist tema täielikul ärakasutamisel?
54. Ühest kilogrammist tehnilisest kaltsiumkarbiidist saadi 300 liitrit atsetüleeni (normaalsetes tingimustes). Mitu protsenti lisandeid oli selles tehnilises kaltsiumkarbiidis?
55. Kui palju 90%-lise CaCO_3 sisaldusega lubjakivi peab võtma, et viimase lagundamisel saada 10 liitrit süsi-

happegaasi (normaalsetes tingimustes)?

56. 100 g lubjakivi kuumutamisel saadi 41 g süsihappegaasi. Mitu protsenti kaltsiumkarbonaati sisaldas lubjakivi?
57. Ühele hektarile anti 40 t laudasõnnikut, mis sisaldas 0,6% K_2O . Kui palju tuleks anda kaaliväetist, milles on 35% kaaliumkloriidi, et selle kogus oleks kaaliumi sisalduse poolest samaväärne 40 t laudasõnnikuga?
58. Missugune väetisena kasutatav ühend sisaldab rohkem lämmastikku: naatriumsalpeeter, ammoniumsalpeeter, kaltsiumtsüaanamiid $CaCN_2$?
59. Mitu grammi vett moodustub 20 g süsivesiniku põlemisel, mis sisaldab 25% vesinikku ja 75% süsinikku?
60. Leida niisuguse orgaanilise ühendi molekuli valem, mis sisaldab 77,4% C, 7,5% H ja 15,1% N. Ühendi aurude tihe-
dus õhu suhtes on 3,21.

Vastused

1. 22,4 l; 22,4 l; 73 cm³; 18 cm³.
2. 709 cm³.
3. 1867 m³.
4. 5,82 g; 12,5 l.
5. 119,6 g.
6. 39 l.
7. 0,1161 g.
8. 1,607 g.
9. 5,18.
10. 2470 kcal.
11. 5,58 m³.
12. 48 ml; 144 ml.
13. 200 cm³.
14. 18 g.
15. 62,2 l.
16. 268 g.
17. 28,6 g.
18. 2,52 l.
19. 16,67%; 5 g-molekuli.
20. 1) 562,5 ml; 50 g J₂.
2) 11,11 g J₂.
21. 1) 20 kg.
2) 3,4 g.
22. 275 g.
23. 10,9%
24. 8,4%
25. 1247 ml.
26. 64,4 g.
27. 2,5 g soodat, 47,5 g vett.
28. 187,5 g lahust, 312,5 g vett.

29. 21,8%.
30. 56,8 ml.
31. 331,5 ml.
32. 7,2 g-molekuli.
33. 48,5%.
34. 7,3%.
35. 85,5 g.
36. 160 g.
37. 194 g.
38. 200 g.
39. 2,5 ml.
40. 2040 kg.
41. 5,59 g.
42. 0,448 l.
43. 0,56 l.
44. 14,33 kg.
45. 31 g.
46. 3,8 l.
47. 1,67%.
48. 250 kg veske; 219 kg randa.
49. 79%.
50. 5 g-aatomit.
51. 7,9 t.
52. 17,6%.
53. 96 t SO₂, 147 t H₂SO₄.
54. 14%.
55. 49,7 g.
56. 93,2%.
57. 1,1 t.
58. CaCN₂, NH₄NO₃, 35%.
59. 45 g.
60. C₆H₅NH₂.

Ülesandeid matemaatikast [⌘]

A. Ülesandeid kirjalikelt vastuvõtueksameilt matemaatika-, füüsika-, füüsika-matemaatika pedagoogilisse ning geoloogiaosakonda

1. Arvutada

$$\frac{(58 \frac{4}{15} - 56 \frac{7}{24}) : 0,8 + 2 \frac{1}{9} \cdot 0,225}{8 \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}}$$

2. Lihtsustada avaldis

$$\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}} - \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - 1}$$

3. Arvutada

$$\frac{\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{0,7}\right]^{-0,5} - 7,5 \cdot \left(4 \frac{-3}{4}\right)^2}{3 \cdot (3) - 3 \frac{1}{7}}$$

4. Lahendada võrrand

$$12,6 : \left[5 \frac{2}{15} + \left(\frac{5}{9} - \frac{8,75}{x : \frac{8}{21} - 1 \frac{2}{5}} \right) \cdot 5,544 \right] - \frac{2}{11} = \frac{4}{5}$$

5. Lihtsustada avaldis

$$\frac{1}{x^{1,5} - 1} : \frac{\frac{1}{x^2} + 1}{x + 1 \frac{1}{x^2}}$$

[⌘] Raskematele ülesannetele, mis on märgitud tärniga (⌘), leiduvad käesoleva osa lõpus lahendused või lahendamist hõlbustavad näpunäited.

6. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2a (\sqrt{1+x^2} - x)}{b (\sqrt{1+x^2} + x)},$$

kui

$$x = \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)$$

ja $a > 0, b > 0$.

7. Lihtsustada avaldis

$$\left(\frac{a-b}{\sqrt{b}} x^2 - 2ax + a\sqrt{b} \right) : \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}} x - \sqrt{ab} \right),$$

kui

$$x = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}.$$

8. Tõestada, et

$$\frac{a^2 + (a-c)^2}{b^2 + (b-c)^2} = \frac{a-c}{b-c},$$

kui $a^2 + b^2 = (a+b-c)^2$.

9. Missuguste m väärtuste puhul on võrrandi

$$x^2 + 2(m-1)x + 3m^2 + 5 = 0$$

lahendid reaalsed?

10. Missuguste a väärtuste puhul on reaalarvuliste kordajatega võrrandi

$$x^2 + 2ax \sqrt{a^2 - 3} + 4 = 0$$

lahendid võrdsed?

11. Missugune peab olema n väärtus, et võrrandi

$$x^2 - 2x + \log n = 0$$

lahendid oleksid reaalsed?

№12. Missuguste a väärtuste puhul on hulkliige

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2$$

positiivne igal x väärtusel (a ja x on reaalarvud)?

13. Ruutvõrrandi $x^2 + px + q = 0$ lahendid on x_1 ja x_2 .
Võrrandit lahendamata avaldada tema kordajate kaudu
 $(x_1 - x_2)^2$.

№14. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0.$$

№15. Tõestada võrratus

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \gg 6,$$

kui $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

№16. Lahendada võrrand

$$9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x.$$

№17. Lahendada võrrand

$$\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2.$$

18. Lahendada võrrand

$$\log 2 + \log (4^{x-2} + 9) = 1 + \log (2^{x-2} + 1).$$

19. Kolme arvu, mille summa on 114, võib vaadelda geomeetrilise progressiooni kolme järjestikuse liikmena või aritmeetilise progressiooni esimese, neljanda ja kahekümne viienda liikmena. Leida need arvud.

20. Aednik tellis endale 20 haruldase taime seemet. Ta külvas kevadel kõik seemned maha ja sai sügisel igalt taimelt 10 seemet. Oletades, et ükski seeme ei lähe kaduma, leida, mitmendal aastal saab aednik 5 kg seemneid, kui ühes grammis on 40 seemet.

21. Täisnurkse kolmnurga lühem kaatet $a = 2,5$ cm. Kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida kolmnurga pindala.
22. Tööline teenindab 16 kudumismasinat, mis töötavad automaatselt. Kudumismasina jõudlus on a meetrit tunnis. Tööline laseb esimese masina käiku kell 8, iga järgmise 5 minutit hiljem eelmisest. Kui palju riiet toodetakse kahe esimese tunni jooksul?
23. Geomeetrilise progressiooni kolme järjestikuse liikme summa on 62 ning nende kümnendlogaritmade summa 3. Leida see progressioon.
24. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 9, tema liikmete ruutude summa $40\frac{1}{2}$. Leida progressiooni esimene liige ja tegur.
25. Leida kõik aritmeetilised progressioonid, mille esimeseks liikmeks on 5, vaheks on täisarv mille teiste liikmete hulgas leiduvad arvud 57 ja 113.
26. Lahendada võrrand

$$[8,9(29) + 2,(6) - 7,(35)] \cdot x : \frac{35}{36} = 2.$$

27. Kui kõik töölised oleksid asunud tööle üheaegselt, oleks brigaad sooritanud ettenähtud töö 7 tunniga. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahemike möödudes ning töötasid kõik kuni töö lõpetamiseni. Esimesena tööle asunud tööline töötas 10 tundi. Mitu korda töötas ta kauem viimasena tööle asunud töolisest?
28. Üks õmblusvabrik pidi õmblema 810 ülikonda, teine 900; esimene täitis plaani 3 päeva enne tähtaega, teine 6 päeva. On teada, et teine vabrik valmistab päevas 4 ülikonda rohkem kui esimene. Mitu ülikonda tegi kumbki vabrik päevas?
29. Foto mõõtmatega 12 cm x 18 cm on asetatud ühtlase laiusega raami. Leida raami laius, kui tema pindala on võrdne foto pindalaga.

30. Metsatöölaliste brigaad pidi üles töötama 216 m^3 puid. Kolm esimest päeva töötas brigaad plaanikohaselt, edasi aga ületati plaan iga päev 8 m^3 võrra. Nii oli brigaadil juba üks päev enne tähtaega üles töötatud 232 m^3 puid. Kui suur oli brigaadi päevaülesanne?
31. Linnade A ja B vaheline kaugus on 9 km. Tee linnast A linna B kulgeb algul märke, siis tasaselt ning lõpus allamäge. Jalakäijal, kes väljub linnast A, kulub minekuks linna B ja sealt tagasitulekuks linna A kokku 3 tundi 41 minutit. Jalakäija liigub vastumäge kiirusega 4 km/h, tasasel teosal 5 km/h ja allamäge 6 km/h. Lei-
da tasase teeosa pikkus.
32. Kahuripauk oli kuulda 2,5 km kaugusele pärituult 7,5 sekundi järel ja vastutuult 7,8 sekundi järel pärast lasku. Leida hääle levimise ja tuule kiirus.
33. Kahele töölisele anti sooritada teatud töö. Kui esimene tööline oli töötanud 7 tundi ja teine 4 tundi, selgus, et oli tehtud kokku $\frac{5}{9}$ tööst. Nüüd töötasid nad koos veel 4 tundi ja kogu tööst jäi teha $\frac{1}{18}$. Mitme tunniga oleks sooritanud selle töö kumbki tööline eraldi?
34. Kahe artelli töölised, töötades samaaegselt koos, lõpetaksid töö 8 päevaga. Kui töötaks $\frac{2}{3}$ esimese artelli töölistest ja $\frac{4}{5}$ teise artelli töölistest, siis lõpetaks töö $11\frac{1}{4}$ päevaga. Mitme päevaga teostaks selle töö kumbki artell eraldi?
35. Kaks kohtade A ja B vahel sõitvat marsruuttaksot lähtuvad samaaegselt teineteisele vastu. Peale kohtumist jääb sõita ühel 2 tundi, teisel $\frac{9}{8}$ tundi. Leida kummagi taksc kiirus, kui A ja B vaheline kaugus on 210 km.
36. Õpilane pidi korrutama kaks naturaalarvu, millest üks oli teisest 94 võrra suurem. Ta eksis ning sai tulemuseks arvu, milles kümneliste arv oli nelja võrra väiksem kui õiges korrutises. Jagades saadud korrutise suurema teguriga, sai õpilane jagatiseks 52 ja jäägiks 107.

Missuguseid arve õpilane korrutas?

37. Mootorrattur sõidab 1 km 4 minuti võrra kiiremini kui jalgrattur. Mitu kilomeetrit sõidab kumbki neist 5 tunniga, kui on teada, et mootorrattur sõidab selle aja jooksul 100 km rohkem kui jalgrattur?
38. Mööda ringjoont liiguvad kaks keha. Esimene neist teeb ühe täisringi 5 sekundi võrra lühema ajaga kui teine. Liikudes samas suunas kohtuvad need kehad iga 100 sekundi järel. Kui suure osa ringjoonest (kraadides) katab kumbki keha ühe sekundi jooksul?
39. Merevesi sisaldab 5% soola (kaalu järgi). Mitu kg magedat vett tuleb lisada 40 kg mereveele, et tema soolasisaldus väheneks 2%-le?
40. Kui mingit arvu suurendada 15% võrra, siis tulemuseks on 207. Mitme protsendi võrra on vaja vähendada seda arvu, et tulemuseks saada 126?
41. Hoone ehitamiseks tuli välja kaevata 3000 m³ pinnast teatud tähtajaks. Kuna iga päev ületati plaani 50 m³ võrra, siis lõpetati töö 8 päeva enne tähtaega. Mitme protsendiliselt täideti iga päev plaani?
42. Töölise palka tõsteti kaks korda, kummalgi korral sama protsendi võrra. Selle tagajärjel tõusis ta palk 100 rublalt 125 rubla 44 kopikale. Mitme protsendi võrra tõsteti kummalgi korral palka?
43. On antud kaks erineva vasesisaldusega sulami tükki, mis kaaluvad m ja n kg. Mõlemast lõigatakse ära ühesuguse kaaluga tükid, mis seejärel sulatatakse kokku järelejäänud osadega teistest tükkidest. Pärast seda osutub, et mõlemas saadud sulamis on vase protsent ühesugune. Kui palju kaalub kumbki äralõigatud tükk?
44. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \frac{3x}{x+y} - 2 + \frac{x+y}{3x} = 0, \\ xy - 54 = x + y. \end{cases}$$

45. Võrdhaarse kolmnurga alus on 30 cm, kõrgus 20 cm. Leida haarale tõmmatud kõrguse pikkus.
46. Ristküliku ABCD tipust diagonaalile tõmmatud ristlõik jagab täisnurga osadeks, mis suhtuvad nagu 3:1. Leida nurk selle ristlõigu ja teise diagonaali vahel.
47. Kahe sarnase kolmnurga pindalade vahe on 60 cm^2 ja nende kolmnurkade vastavate külgede suhe $\frac{2}{3}$. Arvutada nende kolmnurkade pindalad.
48. Missugune on normaalformaadis lõigatud paberilehtede mõõtmete suhe, kui on teada, et iga järgmine formaat saadakse eelmise poolitamise teel ja et kõik normaalformaadis lõigatud paberilehed on üksteisega sarnased?
49. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega 3 cm ja 4 cm. Ringjoon läbib lühema kaateti keskpunkti ning puudutab hüpotenuusi selle keskpunktis. Leida ringjoone raadius.
50. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega $AC = 3$ ja $BC = 4$. Ringjoon, mille keskpunkt asub hüpotenuusil, puudutab kaatetit BC ning läbib tipu A. Leida ringjoone raadius.
51. Kolmnurga alusega paralleelne sirge jaotab kolmnurga teised küljed osadeks, mis tipust lugedes suhtuvad nagu 1:2. Kuidas suhtuvad nende osade pindalad, milleks see sirge jaotab kolmnurga?
52. Leida võrdhaarse kolmnurga küljed, kui tema kõrgus on h ja sissejoonestatud ringjoone raadius r .
53. Leida täisnurkse kolmnurga küljed, kui tema übermõõt on $2p$ ja hüpotenuusile tõmmatud kõrgus h .
54. Trapetsi alused on 1 ja 7. Leida sellise lõigu pikkus, mis on paralleelne trapetsi alustega ja jagab tema pindala pooleks.
55. Trapetsi alused on a ja b . Leida diagonaalide lõikepunkti läbiva ning alustega paralleelse lõigu pikkus.

56. Kolmnurga ABC küljepoolitajal AD on võetud punkt E. Tõestada, et kolmnurgad ABE ja ACE on pindvõrdsed.
57. Tõestada, et kahe võrdse mediaaniga kolmnurk on võrdhaarne.
58. Tõestada, et kolmnurga ABC tipust A tõmmatud nurgapoolitaja ja ümberjoonestatud ringjoone lõikepunkt asub külje BC keskristsirgel.
59. Nurga üheks haaraks on ringjoone diameeter, teiseks selle diameetri otspunktist ringjoone vabalt valitud puutujale tõmmatud ristsirge. Tõestada, et nurga tippu ja puutepunkti läbiv sirge on selle nurga poolitajaks.
60. Täisnurkse kolmnurga ühe kaateti keskpunktist on joonestatud ristsirge hüpotenuusile. Näidata, et hüpotenuusil tekkinud lõikude ruutude vahe võrdub teise kaateti ruuduga.
61. Tõestada, et trapetsi haarade keskpunktid ning diagonaalide keskpunktid asuvad ühel sirgel.
62. Tõestada, et trapetsi diagonaalide keskpunkti ühendav lõik on võrdne poolega aluste vahest.
63. Tõestada, et kui võrdhaarse trapetsi diagonaal on võrdne suurema alusega, siis mitteparalleelsed küljed on keskmised võrdelised suurema aluse ja aluste vahe suhtes.
- ³⁸64. Võrdhaarse kolmnurga ABC alusel AC on vabalt võetud punkt M ja ühendatud tipuga B. Tõestada, et

$$BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC.$$

65. Kolmnurga ABC tipud asuvad ringjoonel. Läbi punkti A on joonestatud ringjoonele puutuja. Läbi punkti B on joonestatud puutujaga paralleelne sirge, mis lõikab sirget AC punktis D. Näidata, et lõik AB on lõikude AC ja AD geomeetriliseks keskmiseks.

66. Tabeleid kasutamata leida

$$\sin 10^\circ + \sin 50^\circ - \sin 70^\circ.$$

67. Tõestada võrdus

$$16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = 1.$$

68. Lahutada tegureiks avaldis

$$1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha.$$

69. Lihtsustada avaldis

$$\log (\sin^6 x + \cos^6 x + \frac{3}{4} \sin^2 2x).$$

70. Lahendada võrrand

$$\sin (x - 60^\circ) = \cos (x + 30^\circ).$$

71. Lahendada võrrand

$$1 + \cos x = \cot \frac{x}{2}.$$

72. Lahendada võrrand

$$(1 + \cos 5x) \cdot \tan \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) = 0.$$

73. Lahendada võrrand

$$\tan x = 2 \cos \frac{x}{2}.$$

Millised erilahendid asuvad piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$?

74. Lahendada võrrand

$$3 \tan^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} = 1.$$

75. Lahendada võrrand

$$\sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x = \frac{1}{4}.$$

76. Tõestada samasus

$$1 - \frac{\sin^2 \psi}{1 + \cot \psi} - \frac{\cos^2 \psi}{1 + \tan \psi} = \frac{1}{2} \sin 2\psi.$$

77. Tõestada samasus

$$\frac{\cos 2\alpha}{\cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha.$$

78. Tõestada, et kui $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, siis

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma = 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma.$$

79. Tõestada, et kui $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, siis

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}.$$

80. Kolmnurga kaks külge on b ja c , kolmnurga pindala $S = \frac{2}{5} bc$. Leida kolmas külg.

81. Leida täisnurkse kolmnurga nurgad, kui tema hüpotenuus on neli korda pikem sellele langetatud kõrgusest.

82. Nurga sees, mille suurus on 60° , asetseb punkt kaugustel a ja b nurga haaradest. Leida selle punkti kaugus nurga tipust.

83. Kolmnurga küljed on 4 cm, 5 cm ja 6 cm. Leida tema suurimat nurka poolitava lõigu pikkus (tipust vastasküljeni).

84. Leida kolmnurga küljed, kui on teada, et nad avalduvad kolme järjestikuse täisarvuna ning seejuures kolmnurga suurim nurk on kaks korda suurem vähimast.

85. Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on α . Leida sisse- ja ümberjoonestatud ringjoonte radiuste suhe.

86. Tõestada, et kui kolmnurga külgede a , b ja c vahel kehtib seos $a^2 = b^2 + bc$, siis $\alpha = 2\beta$.

87. Tõestada, et mis tahes kumera nelinurga pindala on võrdne tema diagonaalide ja nendevahelise nurga siinuse poole korrutisega.

88. Nurk korrapärase nelinurkse prisma diagonaali ning külgtahu vahel on kaks korda väiksem nurgast diagonaali ja põhja vahel. Põhja külg on a . Leida prisma külgpindala.

89. Koonuse moodustaja ja põhja vaheline nurk on α . Leida põhja raadius, kui koonuse ruumala on V .

90. Koonuse telglõikeks on kolmnurk pindalaga P . Leida koonuse ruumala, kui tema moodustaja ja põhja vaheline nurk on α .
91. Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks külgtahku on risti põhjaga, ülejäänud kaks moodustavad põhjaga nurgad α ja β . Leida püramiidi ruumala, kui tema kõrgus on h . Arvutada ruumala juhul, kui $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ ja $h = 3$ dm.
92. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja serv $a = 8$ cm, külgtahu tipunurk $\varphi = 90^\circ$. Leida püramiidi ruumala ja täispindala.
93. Korrapärase kuusnurkse püramiidi apoteem on m . Kahe tahuline nurk põhja serva juures on α . Leida püramiidi täispindala.
94. Kolmnurk, milles 60° -se nurga lähisküljed on 8 cm ja 15 cm, pöörleb selle nurga suurema lähiskülje ümber. Leida tekkiva pöördkeha ruumala ja pindala.
95. Täisnurkse kolmnurga kõrgus on h , üks teravnurkadest α . Kolmnurk pöörleb ümber telje, mis on paralleelne hüpotenuusiga ja asub sellest kaugusel, mis on võrdne hüpotenuusile tõmmatud kõrgusega. Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
96. Romb, suurema diagonaaliga d ning teravnurgaga α , pöörleb telje ümber, mis on paralleelne rombi küljega ning asub diagonaalide lõikepunktist kaugusel d . Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
97. Ruut küljega a pöörleb telje ümber, mis läbib ruudu üht tippu. Telg moodustab ruudu ühe küljega nurga α . Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
98. Koonuse moodustaja ja telje vaheline nurk on α . Leida koonuse ja selle ümber kujundatud kera ruumalade suhe.
99. Koonusesse, mille moodustaja ja põhja vaheline nurk on α , on kujundatud kera. Koonuse ruumala on V . Leida

kera pindala.

100. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on h , kahtahuline nurk põhja serva juures α . Leida püramiidi sisse kujundatud kera raadius.
101. Kerra raadiusega r on kujundatud püramiid, mille põhjaks on romb teravnurgaga α . Püramiidi külgtahud moodustavad põhjaga nurga ψ . Leida püramiidi ruumala.
102. Kera ümber on kujundatud korrapärane kolmetahuline prisma, selle ümber omakorda kera. Leida nende kerade pindalade suhe.
103. Puust tüvikoonus (erikaaluga 0,58), mille kõrgus $h = 48$ cm ning põhjade läbimõõdud $d_1 = 44$ cm ja $d_2 = 32$ cm, on silindriliselt läbi puuritud nii, et silindri ja koonuse teljed ühtivad. Silindri läbimõõt $d = 10$ cm. Väljapuuritud osa on täidetud rauaga (erikaal 7,5). Leida niiviisi saadud keha erikaal.
104. Tasapinnal asetsevad kolm võrdse raadiusega kera (raadius R), puudutades üksteist. Leida niisuguse kera raadius, mis puudutab tasapinda ning kõiki kolme kera.

B. Ülesandeid suulistelt vastuvõtueksamitelt.

Nendes osakondades, kus matemaatika kirjalikku vastuvõtueksamit ei olnud, esitati igale eksamineeritavale teoreetiliste küsimuste kõrval ka üks ülesanne. Järgnev valimik on koostatud niisugustest ülesannetest.

Lahendada võrrandid:

- $1 - \log 5 = \frac{1}{3} (\log \frac{1}{2} + \log x + \frac{1}{3} \log 5)$.
- $\log (x + \sqrt{3}) = -\log (x - \sqrt{3})$.
- $x^{\log_{10} x} = 100$.

$$4. \left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{64}.$$

$$5. 0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1}.$$

$$6. x + 2\sqrt{x-1} = 4.$$

7. Lahendada võrratus

$$\frac{3-2x}{5} + 8 > \frac{5x+2}{2} - x.$$

8. Sovhoosi viljapuuaiad on ristküliku-kujuline. Ristküliku pikkus on 400 m võrra suurem laiuusest, kusjuures tema küljed suhtuvad nagu 5:3. Üövaht käib kiirusega 4 km/h. Kui palju kulub tal aega selleks, et käia üks kord ümber aia?

9. Tõestada samasus

$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha.$$

Lahendada võrrandid:

$$10. \sin x = \sin 2x.$$

$$11. \tan x^2 = 1.$$

12. Leida rõõpküliku nurgad, kui üks neist on teisest 20° võrra suurem.

13. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 30 ja 40. Leida hüpotenuusile tõmmatud kõrgus.

14. Ruudu pindala on 10 dm^2 . Leida ruudu ümber joonestatud ringjoone raadius.

15. Ristküliku pindala on 120 cm^2 ja diagonaal 17 cm. Leida ristküliku küljed.

16. Millega võrdub korrapärase üheksanurga pindala, kui tema külje pikkus on a?

17. Ringjoon, mille raadius on 2 cm, on lahti painutatud kaareks, mille raadius on 5 cm. Missugune kesknurk vastab selle kaarele?

18. Koonuse põhja raadius on r . Läbi kõrguse keskpunkti on tehtud põhjaga paralleelne lõige. Leida lõike pindala.
19. Silindri põhja pindala on Q ja telglõike pindala M . Leida silindri täispindala.
20. Tasapinnast kaugusel a asetsevast punktist on juhitud tasapinnani kaks lõiku, mis moodustavad tasapinnaga nurkad 45° ja teineteisega nurga 60° . Leida nende lõikude aluspunktide vaheline kaugus.

Vastused. Lahendusi

- A. 1. $\frac{157}{280}$.
2. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.
3. $\frac{21}{64}$.
4. $x = \frac{4}{3}$.
5. $\frac{1}{x-1}$.
6. 2.
7. 0.
9. Võrrandil pole ühegi m väärtuse puhul reaalseid lahendeid.
10. $a_{1,2} = \pm 2$, $a_{3,4} = \pm 1$.
11. $0 < n \leq 10$.
12. $a \geq 1$ ja $a < -3$. Märkus: Ruutkolmliige on igal x väärtusel positiivne siis, kui tema diskriminant on negatiivne ning x^2 kordaja positiivne. Juhud, kus mõned kordajatest on võrdsed nulliga, nõuavad täiendavat uurimist.
13. $p^2 - 4q$.
14. $x < -3$ ja $x > 1$. Näpunäide: nimetajas seisev kolmliige on igal x väärtusel positiivne, seega murrul on sama märk, mis tema lugejal.
15. Lahendus:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^2 + c^2}{ac} + \frac{b^2 + c^2}{bc} + \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{(a - c)^2 + 2ac}{ac} + \\
&+ \frac{(b - c)^2 + 2bc}{bc} + \frac{(a - b)^2 + 2ab}{ab} \gg \frac{2ac}{ac} + \frac{2bc}{bc} + \\
&+ \frac{2ab}{ab} = 6.
\end{aligned}$$

16. Lahendus: Jagame võrrandi mõlemad pooli 4^x -ga; siis saame

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x - \left(\frac{6}{4}\right)^x = 2$$

ehk

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2.$$

Tähistades $\left(\frac{3}{2}\right)^x = y$, saame $y^2 - y - 2 = 0$, millest $y_1 = 2$ (teine lahend $y_2 = -1$ ei kõlba).

Seega $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$, millest logaritmime teel saame

$$x = \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2}.$$

17. $x_1 = 2^{\sqrt{2}}$, $x_2 = 2^{-\sqrt{2}}$. Märkus: ülesande lahendamisel lähtuda seosest

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

18. $x_1 = 4$, $x_2 = 2$.

19. Otsitavad arvud on 2, 14 ja 98.

20. Neljandal aastal.

21. $4\frac{1}{6}$ cm².

22. 22a meetrit.

23. On olemas kaks progressiooni, mis rahuldavad ülesande tingimusi, nimelt 2; 10; 50 ja 50; 10; 2.

24. $a_1 = 6$, $q = \frac{1}{3}$.

25. $d_1 = 1$, $d_2 = 2$, $d_3 = 4$.

26. $x = \frac{11}{24}$.

27. $2\frac{1}{2}$ korda.

28. 20 ja 24.

29. 3 cm.

30. 24 m^3 .

31. Lahendus: Olgu tasase teeosa pikkus x km; siis ülejäänud osa on $9 - x$ km. Edasi-tagasi teekonnal kulub tasase teeosa katmiseks aega $2 \cdot \frac{x}{5}$ tundi; ülejäänud teeosa katmiseks, mis läbitakse üks kord üles-, teine kord allamäge

$$\frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} \text{ tundi.}$$

Kokku kulub aega (tundides)

$$2 \cdot \frac{x}{5} + \frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} = 3 \frac{41}{60}.$$

Saadud võrrandist leiame, et $x = 4$.

32. Hääli levib kiirusega $326 \frac{12}{13}$ m/s ja tuule kiirus on $6 \frac{16}{39}$ m/s.

33. Esimene tööline sooritaks töö 18 tunniga, teine 24 tunniga.

34. Esimene artell sooritaks töö 12 päevaga, teine 24 päevaga.

35. Taksode kiirused on 80 km/h ja 60 km/h.

36. 147 ja 53.

37. Mootorrattur 150 km, jalgrattur 50 km.

38. Esimene 18° , teine $14,4^\circ$.

39. 60 kg.

40. 30% võrra.

41. 125%.

42. 12%.

43. Lahendus:

I tükk kaalub m kg, selles on vaske $x\%$;

II " " " " " " " " $y\%$;

Olgu äralõigatud tükkese kaal z kg. Siis

I tükist jääb järele $m-z$ kg, selles on vaske $\frac{(m-z)x}{100}$ kg;

II " " " " " " " " $\frac{(n-z)y}{100}$ kg.

I tükist äralõigatud z kg sisaldab $\frac{zx}{100}$ kg vaske;

II " " " " " " " " $\frac{zy}{100}$ kg " .

I tüki jäägi ja teisest äralõigatud osa sulam kaalub m kg ja sisaldab vaske $\frac{(m-z)x + zy}{100}$ kg;

II tüki jäägi ja esimesest äralõigatud osa sulam kaalub n kg ja sisaldab vaske $\frac{(n-z)y + zx}{100}$ kg.

Kuna untes tükkides vase % peab olema sama, siis

$$\frac{(m-z)x + zy}{100m} = \frac{(n-z)y + zx}{100n}$$

ehk

$$(y-x)(mz + nz - mn) = 0.$$

Ülesande tingimuste põhjal $y - x \neq 0$, seega

$$mz + nz - mn = 0,$$

millest

$$z = \frac{mn}{m+n}.$$

44. Lahendus: Tähistades $\sqrt{\frac{3x}{x+y}} = z$, viime süsteemi esimese võrrandi kujule $(z - \frac{1}{z})^2 = 0$, millest $z_1 = z_2 = 1$ ning $y = 2x$. Asendades teises võrrandis $y = 2x$, saame

$$2x^2 - 3x - 54 = 0,$$

millest leiame $x_1 = 6$, $x_2 = -\frac{9}{2}$. Järelikult süsteemi lahendid on

$$\begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 12 \end{cases} \quad \text{ja} \quad \begin{cases} x_2 = -\frac{9}{2}, \\ y_2 = -9. \end{cases}$$

45. 24 cm.

46. 45° .

47. 108 cm^2 ja 48 cm^2 .

48. $\sqrt{2}$.

49. $\frac{5}{3}$ cm.

50. $\frac{15}{8}$.

51. 1:8.

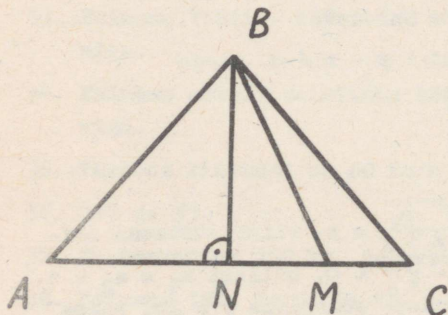
52. Alus $a = 2r\sqrt{\frac{h}{h-2r}}$, haar $b = (h-r)\sqrt{\frac{h}{h-2r}}$.

53. Hüpotenuus $\frac{2p^2}{2p+h}$, kaatetid $\frac{p(p+h+\sqrt{p^2-2ph-h^2})}{2p+h}$
ja $\frac{p(p+h-\sqrt{p^2-2ph-h^2})}{2p+h}$.

54. 5.

55. $\frac{2ab}{a+b}$.

64. Lahendus: Tõmbame kõrguse BN. Kolmnurgast NBM



$$\begin{aligned} BM^2 &= BN^2 + NM^2 = \\ &= BN^2 + (NC - MC)^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - 2NC \cdot MC + MC^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - MC(AC - MC). \end{aligned}$$

Kolmnurgast NBC

$$BN^2 = BC^2 - NC^2,$$

seega

$$\begin{aligned} BM^2 &= BC^2 - MC(AC - MC) = \\ &= BC^2 - MC \cdot AM, \end{aligned}$$

ning

$$BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC,$$

m.o.t.t.

66. 0.

67. Lahendus:

$$\begin{aligned} & 16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = \\ & = 8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \\ & = \frac{8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} \\ & = \frac{\sin 20^\circ \sin 100^\circ \sin 140^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \frac{\sin 20^\circ \sin 80^\circ \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ \sin 40^\circ \sin 20^\circ} = 1. \end{aligned}$$

68. $2 \cos \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha) = 2\sqrt{2} \cos \alpha \sin (45^\circ + \alpha)$.

69. 0.

70. $x = 60^\circ + k \cdot 180^\circ$.

71. $x_1 = (2k + 1)\pi$, $x_2 = \frac{2k + 1}{2}\pi$.

72. $x_1 = \frac{2k + 1}{5}\pi$, $x_2 = \frac{2(3k + 1)}{3}\pi$.

73. $x_1 = (2k + 1)180^\circ$, $x_2 = \frac{6k \pm 1}{3} \cdot 180^\circ$; piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$ asuvad erilahendid $x_1' = 180^\circ$, $x_2' = 60^\circ$ ja $x_2'' = 300^\circ$.

74. $x = \frac{2k + 1}{4}\pi$.

75. Lahendus: Teisendades võrrandit saame

$$\sin^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + \cos^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{4}$$

ehk

$$\sin 2x = \frac{1}{2}, \text{ seega } x = \frac{6k + (-1)^k}{12} \pi.$$

80. $a = \sqrt{b^2 + c^2 \pm \frac{6}{5}bc}$.

81. 15° ja 75° . Näpunäide: Kuna $\sin \alpha = \frac{b}{c}$ ja $\cos \alpha = \frac{a}{c}$, siis $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{1}{4}$, millest $\alpha = 15^\circ$.

$$82. x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 + ab + b^2}.$$

$$83. 3 \frac{1}{3} \text{ cm.}$$

84. 4,5 ja 6.

$$85. \frac{r}{R} = \frac{\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

86. Lahendus: Koosinuslause põhjal $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$;

kuna $a^2 = b^2 + bc$,

siis vaadeldaval juhul $c^2 - 2bc \cos \alpha = bc$

ning $\frac{c}{b} = 1 + 2 \cos \alpha$.

Sinuslause põhjal $\frac{c}{b} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$,

seega

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = 1 + 2 \cos \alpha;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta;$$

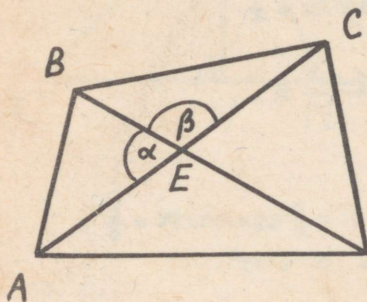
$$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \beta,$$

millest

$$\alpha = 2\beta.$$

87. Tõestus:



$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABE} + S_{BCE} + S_{CDE} + S_{DAE} \\ &= \frac{1}{2} AE \cdot BE \sin \alpha + \frac{1}{2} BE \cdot CE \sin \beta + \\ &\quad + \frac{1}{2} CE \cdot DE \sin \alpha + \frac{1}{2} DE \cdot AE \sin \beta. \end{aligned}$$

Et $\sin \alpha = \sin \beta$, siis

$$S_{ABCD} =$$

$$D = \frac{1}{2} [AE(BE+DE) + CE(BE+DE)] \sin \alpha =$$

$$= \frac{1}{2} [(AE+CE)(BE+DE)] \sin \alpha = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha, \quad \text{m.o.t.t.}$$

88. $4\sqrt{3} a^2.$

89. $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi \tan \alpha}}.$

90. $V = \frac{\pi}{3} P \sqrt{P \cot \alpha}.$

91. $V = \frac{1}{3} h^3 \cot \alpha \cot \beta$; nõutaval erijuhul $V = 3\sqrt{3} \text{ dm}^3.$

92. $V = \frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3, S = 16(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2.$

93. $S = 2\sqrt{3} \text{ m}^2 \cos \alpha (1 + \cos \alpha).$

94. $V = 240\pi^3, S = 84\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2.$

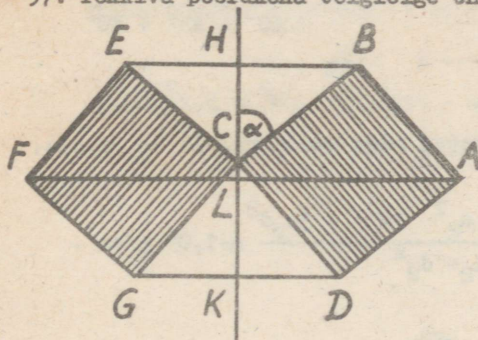
95. Ülesande teksti võib tõlgendada mitmel viisil - kas kõrgus h on tõmmatud hüpotenuusile või on ta üks kaatetest, kas telg asub hüpotenuusist täisnurga poole või vastassuunas. Juhul, kui h all mõista hüpotenuusile tõmmatud kõrgust ning kui telg asub hüpotenuusist täisnurgale vastupidisel pool, on

$$V = \frac{8\pi h^3}{3 \sin 2\alpha}.$$

96. $V = \pi d^3 \tan \frac{\alpha}{2}.$

97. Tekkiva pöördkeha telglõige on joonisel viirutatud; selle keha ruumala võrdub tükikoonuste $AFGD$ ja $ABEF$ ruumalade summa ning koonuste BCE ja GCD ruumalade summa vahega.

$$V = \pi a^3 (\sin \alpha + \cos \alpha).$$



98. Koonuse ruumala suhe kera ruumalasse on $\frac{1}{4} \sin^3 2\alpha$.

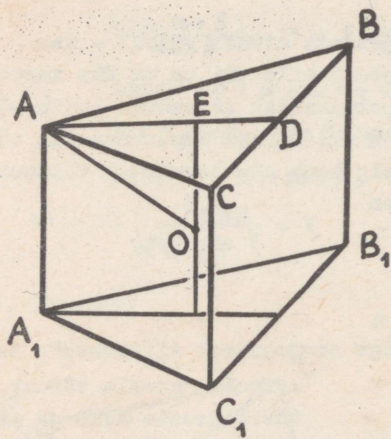
$$99. S = \left(\frac{12 \sqrt{\pi} V \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^4 \frac{\alpha}{2}} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

$$100. r = \frac{h \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

$$101. V = \frac{16}{3} r^3 \frac{\tan \frac{\alpha}{2} \sin^4 \frac{\alpha}{2} \tan^4 \varphi}{(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \tan^2 \varphi)^3}.$$

Märkus: Rombi tippudest asuvad ainult kaks kera pinnal.

102. Lahendus: Kui O on kerade ühine keskpunkt, siis ümberjoonestatud kera raadius $R = AO$, sissejoonestatud kera raadius $r = EO$. Kuna E on $\triangle ABC$ mediaanide lõikepunkt, siis



$$AE = 2 ED;$$

$$ED = EO = r,$$

seega

$$AE = 2 r.$$

Kolmnurgast AEO

$$AO^2 = AE^2 + EO^2$$

ehk

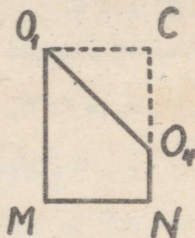
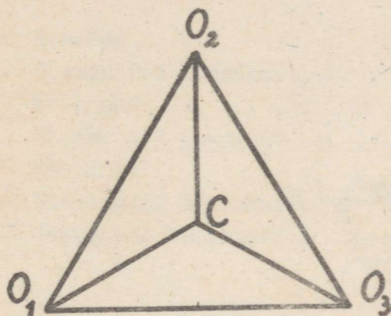
$$R^2 = 5 r^2.$$

Kerade pindalad suhtuvad nagu nende radiuste ruudud, seega nagu 5:1.

$$103. e = \frac{e_p (d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2 - 3d^2) + 3e_r d^2}{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2} \approx 1,05 \text{ g/cm}^3.$$

104. Lahendus: Kolme antud kera keskpunkti ühendavad lõigud moodustavad võrdkülgse kolmnurga küljega $2R$. Neid puudutav kera on väiksem; ta asub kolme antud kera alla jäävas õõnsuses. Tema keskpunkt asub võrdsetel kaugustel antud kerade keskpunktidest ning allpool tasapinda, mis neid keskpunkte läbib.

Väikese kera keskpunkti O_4 projektsioon punkte O_1, O_2, O_3 läbivale tasapinnale langeb kokku $\triangle O_1O_2O_3$ medianside lõikepunktiga C . Märgime O_1 ja O_4 projektsioonid tasapinnale, millel kerad asu-



vad, vastavalt M ja N . Täisnurkses trapetsis O_1O_4NM on

$$O_1M = R, O_4N = r$$

(väikese kera raadius),

$$O_1O_4 = R + r, MN = O_1C = \frac{2\sqrt{3}}{3} R.$$

Täisnurksest kolmnurgast O_1O_4C saame

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \frac{4}{3} R^2.$$

Lahendades selle võrrandi r suhtes, leiame

$$r = \frac{1}{3} R.$$

- B. 1. $x = \frac{16}{\sqrt[3]{5}}$.
2. $x = 2$.
3. $x_1 = 10, x_2 = 0,01$.
4. $x = \frac{\log 8 - \log 3}{\log 3 - \log 2}$.
5. $x_1 = 4, x_2 = -2$.
6. $x = 2$.
7. $x < 4$.
8. 48 minutit.
10. $x_1 = 2k\pi, x_2 = \frac{2k+1}{3}\pi$.
11. $x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{(4k+1)\pi}$.
12. 80° ja 100° .
13. 24.
14. $\sqrt{5}$ dm.
15. 15 cm ja 8 cm.
16. $S = \frac{9}{4}a^2 \tan 70^\circ$.
17. 144° .
18. $\frac{1}{4}\pi r^2$.
19. $S = 2Q + \pi M$.
20. $a\sqrt{2}$.

Sisukord.

Eessõna	3
Ülesandeid füüsikast	5
Vastused	21
Ülesandeid keemiast	26
Vastused	32
Ülesandeid matemaatikast	34
Vastused. Lahendusi	48

Vastutav toimetaja A. Mitt
Korrektor E. Vchandu

TRÜ rötaprint 1963. Trükipoognaid 3,7.
Arvutuspoognaid 2,5. Trükiarv 2000.
MB 03230. Tell. nr. 997.

Hind 9 kop.

Hind 9 kop.

A-25203

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00404654 8