



TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

KÕRGE
MATEMAATIKA ÜLESANDED

I

TARTU 1972

57
NA-221
XII 10 97
TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

Matemaatika õpetamise metoodika kateeder

KÕRGEMA MATEMAATIKA
ÜLESANDED

I

Õppevahend Bioloogia-Geograafiateaduskonna
üliõpilastele

Tartu 1972

Koostanud E. Mitt, O. Prints, A. Vassil

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
N

Kinnitatud Matemaatikateaduskonna nõukogus
29. detsembril 1970.

Käesolev ülesannetekogu on koostatud Bioloogia-Geograafiateaduskonna I kursuse üliõpilastele 1. semestri kõrgema matemaatika praktikumi sooritamiseks. Ülesanded on jaotatud töödeks praktikumide teemade järgi.

Töö nr. 1. Analüütilise geomeetria põhijooned.

Töö nr. 2. Sirge.

Töö nr. 3. Teist järku jooned.

Töö nr. 4. Vektorid.

Töö nr. 5. Sirge ja tasapind ruumis.

Töö nr. 6. Funktsioon.

Töö nr. 7. Piirväärtus.

Töö nr. 8. Funktsiooni tuletis.

Töö nr. 9. Funktsiooni tuletise rakendusid.

Töö nr. 10. Integraal.

Töö nr. 11. Diferentsiaalvõrrandid.

Kõik tööd on koostatud neljas võrdse raskusega variantis A, B, C ja D.

Analüütilise geomeetria põhiülesanded

1. Leida lõigu MN pikkus, kui
 - a) M(2), N(7);
 - b) M(-5), N(-12).
2. Arvutada punkti Q koordinaat, kui
 - a) P(2), QP = 3;
 - b) P(-3), QP = 7.
3. Leida punktiga A(-7; 3) sümmeetrilised punktid x-telje, y-telje ja koordinaatide alguspunkti suhtes.
4. Leida y-teljel punkt, mis asub võrdsel kaugusel koordinaatide alguspunktist ja punktist (4; 3).
5. Joonestada kolmnurk tippudega A(6; 11), B(-2; 3), C(1; -1) ning arvutada kolmnurga ümbermõõd.
6. Konstrueerida punktid $A(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4})$, $b(4; \frac{\pi}{3})$, $C(4\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4})$ ja $D(2; -\frac{\pi}{6})$. Leida nende punktide ristkoordinaadid.
7. Skitseerida joone $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$ graafik.
8. Leida suhe, milles punkt M(-7) jaotab lõigu KL, kui K(4), L(-2).
9. Leida lõigul AB punkt M nii, et $AM : MB = 4 : 3$, kui A(-2; 5) ja B(12; 7).
10. Leida punktiga (5; -2) sümmeetriline punkt punkti (3; 6) suhtes.
11. Kolmnurga tipud on (-4; 0), (2; 4) ja (-1; -1). Leida mediaanide lõikepunkt ja mediaanide pikkused.
12. Leida lõigu MN suunanurk, kui M(-2; 1) ja N(1; 4).
13. Leida joonte $x^2 - x - 2y + 1 = 0$ ja $x - y - 2 = 0$ lõikepunktid.

14. Leida kolmnurga ABC pindala, kui $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$, $C(0; 5)$.
15. Kas punktid $A(3; 11)$, $B(0; 5)$ ja $C(-2; 1)$ asuvad ühel sirgel?
16. Leida nelinurga ABCD pindala, kui $A(3; 1)$, $B(4; 6)$, $C(6; 3)$ ja $D(5; -2)$.
17. Kolmnurga KLM kaks tippu on $K(4; 1)$ ja $L(-3; 2)$.
Leida ordinaatteljel asuv tipp M, kui kolmnurga pindala on 12.
18. Ruudu ABCD kolm tippu on $A(2; 5)$, $B(4; 5)$, $C(2; 3)$.
Leida tipp D.
19. Leida kolmnurga ABC tipust A tõmmatud sisenurga poolitaja pikkus, kui $A(5; -1)$, $B(-1; 7)$ ja $C(1; 2)$.
20. Kolmnurga kaks tippu on $A(-1; 7)$ ja $B(-3; 0)$ ning mediaanid lõikuvad punktis $K(-1; 3)$. Arvutada kolmnurga pindala.

Sirge

21. Lahendada võrrandisüsteemid determinantide abil:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 6x + 3y = 0, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + 6y = 9. \end{cases}$$

22. Uurida võrrandisüsteemi $\begin{cases} 12x + ay = 4 \\ ax + 3y = 2 \end{cases}$ lahenduvust.

23. Esitada determinandi $\begin{vmatrix} b - a & -2 & a + b \\ a & 0 & -b \\ a & 1 & -b \end{vmatrix}$ arend teise

veeru järgi. Leida selle determinandi väärtus.

24. Arvutada determinandi

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \\ 6 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

väärtus.

25. Leida x , kui

$$\begin{vmatrix} x & -1 & 3 \\ -4 & x & 5 \\ 6 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

26. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 1, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y - z = 5 \\ x + 3y - z = 4 \\ 5x + 2y + 2z = 8. \end{cases}$$

27. Skitseerida sirged:
- $y = 2x$,
 - $y = 3x + 2$,
 - $8x + 12y - 1 = 0$.
28. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti $P(1; 0)$ ja mille tõusunurk $\varphi = 120^\circ$.
29. Leida sirge $2x + 7y - 21 = 0$ tõus ja algordinaat.
30. Skitseerida telglõikude abil sirged
- $3x + 2y - 6 = 0$,
 - $y = 6x - 3$.
31. Leida sirge AB võrrand, kui
- A(2; 0) ja B(0; 3),
 - A(1; -3) ja B(-5; 2).
32. Kas sirgete võrrandid
- $\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 2 = 0$,
 - $y + 3 = 0$
- on normaalkujulised?
33. Teisendada võrrandid
- $3x - y - \sqrt{10} = 0$,
 - $3x + 4y + 15 = 0$
- normaalkujule.
34. Leida sirge $y - 3 = 0$ kaugus koordinaatide alguspunktist ja seda kaugust mõõtvat lõigu suunanurk.
35. Leida sirgete $y = 3x + 2$ ja $x = 3y - 2$ lõikepunkti kaugus koordinaatide alguspunktist.
36. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti A(-4; -3) ja on paralleelne sirgega $y - 4 = 2(x + 3)$.
37. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti P(1; -2) ja on risti sirgega $y = -3x + 4$.

38. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti $(2; -3)$ ning on paralleelne punkte $(1; 2)$ ja $(-1; -5)$ läbiva sirgega.
39. Leida punkti $(0; 1)$ kaugus sirgest $4x - 3y + 8 = 0$.
40. Leida sirged, mis on paralleelsed sirgega $3x + 4y - 7 = 0$ ja asuvad punktist $(1; -2)$ kolme ühiku kaugusel.
41. Arvutada sirgete $4x - 3y + 15 = 0$ ja $8x - 6y + 25 = 0$ vaheline kaugus.
42. Leida kolmnurga ABC külgede keskpunkte läbivate sirgete võrrandid, kui $A(5; -2)$, $B(-4; -3)$ ja $C(-1; 2)$.
43. Leida sirgel $2x - 3y - 5 = 0$ punktid, millede kaugus sirgest $x + 2y - 11 = 0$ on $\sqrt{5}$.
44. Leida nurk sirge $x - y - 5 = 0$ ja abstsissitelje vahel.
45. Leida nurk sirgete $y = -2x - 1$ ja $y = 3x$ vahel.
46. Missuguse k väärtuse korral on sirged $2x + 3ky - 5 = 0$ ja $6x - 7y + 1 = 0$ paralleelsed; risti?
47. Kolmnurga küljed asuvad sirgetel $y - 2 = 0$, $3x - 2y + 4 = 0$, $x - 2y - 7 = 0$. Leida kolmnurga sisenurgad.
48. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $A(-1; 1)$ ja moodustab sirgega $2x + 3y = 6$ nurga β , kui
 a) $\beta = 45^\circ$,
 b) $\beta = 135^\circ$.
49. On antud kolmnurk tippudega $O(0; 0)$, $A(8; 0)$ ja $B(0; 6)$.

Leida bisektorite võrrandid.

50. Rööpküliliku ABCD kolm tippu on $A(-3; 3)$, $B(0; 1)$ ja $C(3; 3)$.
 Leida tipp D.

51. Kolmnurga kaks külge asuvad sirgetel $3x - y - 3 = 0$ ja $6x - y - 3 = 0$ ning üks mediaan sirgel $3x - 2y + 3 = 0$.
Leida võrrand sirgele, millel asub kolmas külge.
52. Kolmnurga küljed asuvad sirgetel $x + 3y - 2 = 0$, $2x + y + 5 = 0$, $3x - 4 = 0$. Leida kolmnurga tipud, pindala, nurgad ja võrrandid sirgetele, millel asuvad kõrgused ja mediaanid.
53. Kolmnurga küljed asuvad sirgetel $5x - 3y - 15 = 0$, $x + 5y - 3 = 0$, $3x + y + 5 = 0$. Leida tippude koordinaadid.

Teist järku jooned

54. Leida võrrand ringjoonele, kui ringjoone keskpunkt on $(-2; -3)$ ja raadius 3.
55. Koostada võrrand ringjoonele, mis läbib punkte $A(-1; 3)$; $B(0; 2)$ ja $C(1; -1)$.
56. Leida ringjoone keskpunkt ja raadius, kui ringjoone võrrand on
- a) $x^2 + y^2 + 8x - 9 = 0$,
- b) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.
57. Leida ringjoonele $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 6 = 0$ läbi punkti $A(-2; 1)$ tõmmatud puutujate võrrandid.
58. Leida võrrand ringjoonele, mille keskpunktiks on $(4; 7)$ ja puutujaks $3x - 4y + 1 = 0$.
59. Leida võrrand ellipsile, mille fookuste vaheline kaugus on 6 ja väiksema pooltelje pikkus 2.
60. Koostada võrrand ellipsile, mille fookused asuvad y -teljel sümmeetriliselt koordinaatide alguspunkti suhtes ning ellipsi lühem pooltelg on 6 ja ekstsentrilisus $\frac{1}{5}$.
61. Leida ellipsi $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ telgede pikkused ja fookuste koordinaadid.
62. Leida ellipsi $9x^2 + y^2 = 36$ pooltelgede pikkused, fookuste koordinaadid ja ekstsentrilisus.
63. Koostada kanooniline võrrand ellipsile, mille fookuste vaheline kaugus on 12 ja ekstsentrilisus $\frac{3}{5}$.

64. Arvutada ellipsi ekstsentrilisus, kui ellipsi pikem telg paistab lühema telje otspunktist 120° - se nurga all.
65. Leida ellipsil $9x^2 + 25y^2 = 225$ punkt, mille kaugus ühest fookusest on 4 korda suurem kui teisest.
66. Mitu puutujat saab tõmmata ellipsile $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ läbi punkti (1; 1)?
67. Koostada kanooniline võrrand hüperboolile, mille reaalne pooltelg on 5 ja imaginaarne pooltelg 3. Leida hüperbooli asümptoodid.
68. Koostada kanooniline võrrand hüperboolile, mille reaaltelg on 6 ja ekstsentrilisus $\frac{5}{3}$.
69. Leida võrrand hüperboolile, mille fookusteks on $F_1(-10; 0)$ ja $F_2(10; 0)$ ning mis läbib punkti $M(12; 3\sqrt{5})$.
70. Leida võrrand hüperboolile, mis läbib ellipsi $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ fookusi ja mille fookusteks on ellipsi suure telje otspunktid.
71. Leida võrrand paraboolile, mille sümmeetriateljeks on x-telg, haripunktiks koordinaatide alguspunkt ja fookus on haripunktist 4 ühiku kaugusel.
72. Leida parabooli $x^2 + 20y = 0$ fookus ja juhtjoon.
73. Leida võrrand paraboolile, mille haripunktiks on koordinaatide alguspunkt, teljeks x-telg ja juhtjooneks $6x + 7 = 0$.
74. Missuguse ℓ väärtuse korral on sirge $y = 4x + \ell$ parabooli $y = 4x^2$ puutujaks?
75. Leida võrrand parabooli $y^2 = 10x$ puutujatele, mis läbivad parabooli ja sirge $y = 4x - 5$ lõikepunkti.

Vektorid

76. Leida vektori $(2; -5; 11)$ pikkus.
77. Arvutada punkti $A(4; 12; -3)$ kaugus koordinaatide alguspunktist.
78. Arvutada punkti $A(6; -9; 2)$ kaugus koordinaatide alguspunktist ja punktist $B(-6; 7; 17)$.
79. On antud vektorid: $\vec{AB}(2; 3; -1)$, $\vec{AC}(5; -2; 3)$, $\vec{AD}(-1; 3; -5)$, $\vec{AE}(-3; -4; -2)$, $\vec{AF}(0; 2; -3)$, $\vec{AG}(-4; 0; 2)$ ja $\vec{AH}(3; -2; 0)$.
Leida punktide B, C, D, E, F, G ja H koordinaadid, ku. $A(2; -5; 3)$.
80. Võrdhaarse trapetsi $OACB$ nurk BOA on 60° , $OB = BC = CA = 2$, M ja N on külgede BC ja AC keskpunktid. Avaldada \vec{AC} , \vec{OM} , \vec{ON} ja \vec{MN} vektorite \vec{OA} ja \vec{OB} suunaliste ühikvektorite \vec{m} ja \vec{n} kaudu.
81. Leida vektorite $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ja $\vec{b} = -5\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ summa ja vahe.
82. Arvutada $\vec{p} \cdot \vec{q}$, kui $\vec{p}(-2; 1; 2)$ ja $\vec{q}(3; -2; 6)$.
83. Arvutada vektorite $\vec{a}(2; 6; -3)$ ja $\vec{b}(-2; 2; 1)$ vahelise nurga koosinus.
84. Kas vektorid $\vec{a}(2; 4; 1)$ ja $\vec{b}(1; 2; -\frac{1}{2})$ on kollineaarsed?
85. Arvutada $\vec{a} \cdot \vec{b}$, kui $a = 2$, $b = 3$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$.
86. Näidata, et vektorid $\vec{a}(3; 2; 1)$ ja $\vec{b}(2; -3; 0)$ ristuvad.
87. On antud vektorid $\vec{p}(-2; 1; 2)$ ja $\vec{q}(3; -2; 6)$. Arvutada $\sqrt{\vec{p} \cdot \vec{p}} + \sqrt{\vec{q} \cdot \vec{q}}$.

88. Leida $|\vec{a} \times \vec{b}|$, kui $a = 3$, $b = 4$, $\hat{a}b = 30^\circ$.
89. Arvutada kolmnurga pindala, kui kolmnurga tipud on $A(7; 3; 4)$, $B(1; 0; 6)$ ja $C(4; 5; -2)$.
90. Lihtsustada
 $(2\vec{i} - \vec{j}) \cdot \vec{j} + (\vec{j} - 2\vec{k}) \cdot \vec{k} + (\vec{i} - 2\vec{k})^2$.
91. On antud vektorid $\vec{a}(2; -3; 1)$ ja $\vec{b}(5; 1; -2)$. Leida
 a) $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \times (\vec{a} + 5\vec{b})$,
 b) \vec{a} ja \vec{b} vahelise nurga siinus.
92. Kolmnurga tipud on $A(2; 0; -4)$, $B(4; -5; 8)$ ja $C(0; 2; 5)$. Leida kolmnurga raskuskese.
93. Näidata, et vektorid $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ ja $\vec{c} = -3\vec{i} + 12\vec{j} + 6\vec{k}$ on kollineaarsed.
94. Kas punktid $A(1; 0; 1)$, $B(4; 4; 6)$, $C(2; 2; 3)$ ja $D(10; 14; 17)$ asuvad ühel tasandil?
95. Arvutada püramiidi ABCD ruumala ja tipust D tõmmatud kõrgus, kui $A(2; -1; 3)$, $B(1; 3; 4)$, $C(5; 4; 5)$ ja $D(-1; 1; 2)$.

T Ü Ü nr. 5 - A

Sirge ja tasapind ruumis

96. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $M(-2; -1; 3)$ ja on risti vektoriga $\vec{n}(3; -2; 1)$.
97. Skitseerida tasapind $3x + 5z + 2 = 0$.
98. Konstrueerida tasapind $x - y - z = 0$ telglõikude abil.
99. Leida võrrand tasapinnale, mis on paralleelne x -teljega ning läbib punkte $A(0; 1; 3)$ ja $B(2; 4; 5)$.
100. Kas tasapinnad $2x + 3y - 7 = 0$ ja $z + 8 = 0$ on paralleelsed või risti?
101. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; 1)$ ja $C(3; 2; 1)$.
102. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib x -telge ja on risti tasapinnaga $2x - y + 5z - 3 = 0$.
103. Leida nurk tasapinna $x - y + 2 - 5 = 0$ ja yz -tasapinna vahel.
104. Leida võrrand tasapinnale, millel asub sirge $x + y = 0$, $x - y + z - 2 = 0$ ja mis on paralleelne sirgega $x = y = z$.
105. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $(5; -4; 3)$ ja $(-2; 1; 8)$ ning on risti
- xy -tasapinnaga,
 - yz -tasapinnaga,
 - xz -tasapinnaga.
106. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $M_1(-1; -2; 0)$ ja $M_2(1; 1; 2)$ ning on risti tasapinnaga $x + 2y + 2z - 4 = 0$.
107. Leida tasapindade $x - y + z = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ ja $x + y - z + 2 = 0$ lõikepunkt.

108. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(0; 0; a)$ ja on risti tasapindadega $x - y - z = 0$ ja $2y = x$.
109. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkte $A(2; -1; 3)$ ja $B(2; 3; 3)$. Leida sirge sihikoosinused.
110. Leida punkti $A(-3; 1; 0)$ läbiv sirge, mis on paralleelne vektoriga $\vec{m}(7; -2; 3)$.
111. Leida sirge $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$ kanoonilised võrrandid.
112. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $A(1; -2; 4)$ ja on risti tasapinnaga $3x - 7y - 5z - 1 = 0$.
113. Määrata sirgete $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-2}$ ja $\frac{x+1}{-6} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{4}$ vastastikune asend.
114. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $N(-1; 2; 1)$ ja on paralleelne sirgega $\begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0 \\ x + 2y - z + 1 = 0. \end{cases}$
115. Leida sirgete $\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{-12} = \frac{z-1}{3}$ ja $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-8}{-2}$ vaheline nurk.
116. Sirge a on paralleelne tasapinnaga α . Tasapinnal on võetud punkt M . Mitu sirgega a paralleelset ja punkti M läbivat sirget asub tasapinnal α ?
117. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $A(3; -2; 7)$ ja on risti sirgega $\frac{x-2}{3} = y = 1 - z$.
118. Leida punktiga $A(5; -4; 7)$ sümmeetriline punkt sirge $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-5}{6} = \frac{z-8}{5}$ suhtes.
119. Leida sirgele $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-3}$ punktist $(1; 0; -1)$ tõmmatud ristsirge võrrand.
120. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $B(2; -3; 4)$ ja sirget $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{3} = 2 - z$.

121. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib sirget $2x = -y = 3z$ ja on risti tasapinnaga $x - 3z = 0$.
122. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib sirgeid $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ ja $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}$.
123. Leida punkti $(-5; 1; 0)$ läbiva ja sirgega $x - 1 = \frac{y+9}{2} = -z - 12$ ristuva sirge võrrandid.
124. Leida nurk sirge $\begin{cases} 3x - 2y = 24 \\ 3x - z = -4 \end{cases}$ ja tasapinna $6x + 15y - 10z + 31 = 0$ vahel.
125. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $A(-5; 3; -4)$, lõikab sirget $\frac{x+1}{3} = \frac{1-y}{5} = \frac{z-2}{2}$ ja on paralleelne tasapinnaga $7x + 8y - 2z = 0$.

Funktsioon

126. Väljendada võrdhaarse trapetsi pindala alusnurga α funktsioonina, kui trapetsi alused on a ja b .

127. On antud funktsioon $\varphi(x) = \frac{2x-3}{x^2+1}$.

Arvutada $\varphi(0)$, $\varphi(-1)$, $\varphi(\frac{3}{2})$, $\varphi(\frac{1}{x})$ ja $\frac{1}{\varphi(x)}$.

128. On antud funktsioon

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{kui } x < 0 \\ 0, & \text{kui } x = 0 \\ x, & \text{kui } x > 0. \end{cases}$$

Arvutada $f(-2)$, $f(6)$, $f(a^2 + a + 1)$, $f(\sqrt{a})$, $f(\cos \frac{14\pi}{13})$.

129. On antud funktsioon $f(x) = 4x - x^2$.

Leida $f(a+1) - f(a-1)$.

130. On antud funktsioon

$$\varphi(t) = t^3 + 1.$$

Leida $\varphi(t^2)$ ja $[\varphi(t)]^2$.

131. On antud funktsioon

$$f(x) = 2x^3 + x.$$

Tõestada, et $f(-c) = -f(c)$.

132. On antud funktsioon

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x - \frac{3}{x}.$$

Tõestada, et $f(\frac{1}{x}) = f(x)$.

Leida järgmiste funktsioonide määramispiirkond.

133. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

$$134. f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$135. f(x) = \sqrt{9x - x^2}$$

$$136. f(x) = \sqrt{-4x^2 - 7}$$

$$137. y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$$

$$138. y = \sqrt{x+1} - \sqrt{3-x}$$

$$139. y = \frac{\sqrt{3-2x}}{x+1}$$

$$140. g(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x+2}} - \sqrt{x^2 - 4x}$$

$$141. g = \frac{1}{1 - \log z}$$

$$142. f(z) = \frac{1}{2 \sin^2 z - 1}$$

$$143. y = \sqrt{-x} + \sqrt{4+x}$$

144. Kerasse raadiusega R on kujutatud püstkoonus. Avaldada koonuse külgpindala S moodustaja x funktsioonina. Leida selle funktsiooni määramispiirkond.

145. Leida funktsiooni $f(x) = \frac{x}{|x|}$ katkevuskohad.

146. Kontrollida funktsiooni $y = \sqrt{\frac{x^2}{2+x}}$ pidevust.

147. Leida funktsiooni $y = \frac{2x-1}{x^2-9x}$ pidevuspiirkond.

148. Konstrueerida järgmiste funktsioonide graafikud piirkonnas:

$$|x| \leq 3:$$

$$a) y = \frac{x^3}{3},$$

$$b) y = 1 - |x^2 - 1|.$$

Leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.

149. Konstrueerida funktsiooni $y = |x - x^2|$ graafik ning leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.

150. On antud funktsioonid $f(x) = x^2 - x$ ja $\varphi(x) = \sin 2x$.
Leida $\varphi[f(2)]$.
151. On antud funktsioonid $u = 1 + v$, $v = z^2 + z$, $z = y - 2$
ja $y = \sin x$. Avaldada z , v ja u muutuja x funktsioonina.
152. Avaldada järgmised liitfunktsioonid elementaarfunktsioonide kaudu:
- $u = 5(3k + 1)^2$,
 - $g = \cos^3 t$,
 - $y = \sqrt[3]{(4 + 3x)^2}$,
 - $y = \ln(1 + \cos v)$.
153. Avaldada funktsiooni $y = -2x$ pöördfunktsioon. Leida selle määramispiirkond ning skitseerida graafik.
154. Avaldada funktsiooni $g = \frac{z^3}{1 - z^3}$ pöördfunktsioon ja leida selle määramispiirkond.
155. Kas funktsioon $g(x)$ on paaris või paaritu, kui
- $g(x) = x^2 \sin x$,
 - $g(x) = x^3 + \cos x$,
 - $g(x) = 2x^2 + x^4$?

Piirväärtus

Leida piirväärtused.

$$156. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 - 3x + 1}{x - 4} + 1 \right)$$

$$157. \lim_{k \rightarrow -2} \log (2 + 2k + k^2 - k^3)$$

$$158. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x^3 + 4x^4}{3x^2 + x^4 + x^6}$$

$$159. \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z^2 - 1}{z^2 - 3z + 2}$$

$$160. \lim_{n \rightarrow 1} \frac{1 - n^3}{1 - n}$$

$$161. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$162. \lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^4 - 16}{y - 2}$$

$$163. \lim_{r \rightarrow 6} \frac{\sqrt{r-4} - 2}{\sqrt{2r+4} - 4}$$

$$164. \lim_{k \rightarrow 1} \frac{\sqrt{k} - 1}{k^2 - \sqrt{k}}$$

$$165. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

$$166. \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p - 6}{p}$$

$$167. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x}{x + 6}$$

$$168. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^3 + 5}{3x^4 - 5x^2 + 1}$$

$$169. \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m^2 - 2m + 3}{3 + 7m - 1}$$

$$170. \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{k^2 + 1}}{k}$$

$$171. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x}$$

$$172. \lim_{z \rightarrow \infty} \left(\frac{z}{1+z}\right)^z$$

$$173. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin x}$$

$$174. \lim_{v \rightarrow \infty} \frac{\tan v}{v}$$

$$175. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

$$176. \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sin 4k}{\sin 2k}$$

Funktsiooni tuletis

177. Leida definitsiooni põhjal funktsiooni $y = x$ tuletis.

Leida funktsioonide tuletised.

$$178. y = 3 + x^4$$

$$179. g = \frac{1}{3}x + \frac{4 - 3x}{8}$$

$$180. y = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2,5x^2 - 0,3x + 0,1$$

$$181. f = x - \frac{2}{x} - \frac{1}{3x^3}$$

$$182. y = z + z^5 + \sqrt[3]{z^2} + 1$$

$$183. f(y) = 0,8 \sqrt[4]{y} - \frac{y^3}{0,3} + \frac{1}{5y^2}$$

$$184. y = (k + 1)^2$$

$$185. y = \sqrt[5]{(2x^2 - 4x^3)^4}$$

$$186. u = (1 - x^2)^{10}$$

$$187. y = \frac{1}{(1 - m^2)^5}$$

$$188. y = \sqrt{x} (x^3 - \sqrt{x} + 1)$$

$$189. y = \frac{r - 2}{r + 2}$$

$$190. y = \frac{2}{x^3 - 1}$$

$$191. v = \sqrt{\frac{5x + 3}{x - 2}}$$

$$192. y = \sin \sqrt{x}$$

$$193. y = \cos (a - bx)$$

$$194. y = 3 \sin^2 z - \sin^3 z$$

$$195. g = 2x - \tan^2 x$$

$$196. y = \frac{1}{3} \tan^3 x - \tan x + x$$

$$197. y = \sin \sqrt{1 + x^2}$$

$$198. p(x) = x \sin x + \cos x$$

$$199. y = x \tan x$$

$$200. y = \frac{r}{1 - \cos r}$$

$$201. g = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

$$202. v = \sqrt{\ln x}$$

$$203. v = \frac{3 \ln x}{1 - 2 \ln x}$$

$$204. y = e^{-x}$$

$$205. y = e^x \cos x$$

$$206. f(x) = x^2 \cdot 2^x$$

$$207. y = 2^x + 2^{3x}$$

$$208. y = \frac{e^x}{1 + x^2}$$

$$209. g = \frac{e^z}{\sin z}$$

$$210. y = a^{x^2} - e^{-x^2}$$

$$211. y = \arcsin \sqrt{v}$$

$$212. y = \arccos(1 - x^2)$$

$$213. y = x - \arctan x$$

$$214. y = \operatorname{arccot} \frac{1}{x}$$

$$215. p = x^2 \ln x$$

Leida funktsioonide tuletised argumendi antud väärtuste korral.

$$216. g = 3 \sqrt[3]{t} - 2 \sqrt{t^3} + 4; t = 1$$

$$217. y = (1 - 0,3x + 3x^2)^3; x = 0,1$$

$$218. y = \sqrt[3]{(4 + 3x)^2}; x = -1$$

$$219. y = (10 + 3x + x^2)(3 - x); x = 0$$

$$220. y = \frac{(5 - 3z)^4}{z^5}; z = \frac{1}{3}$$

$$221. u = \frac{1 + v}{\sqrt{1 - v}}; v = 0$$

$$222. s = \frac{t}{2} - \frac{2}{t} \sqrt{t^2 - 1}; t = 3$$

$$223. f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}; x = -3$$

$$224. y = \cos \frac{x}{a} + \cos \frac{a}{x}; x = a$$

$$225. y = \sin \frac{1}{x}; x = 2$$

$$226. r = \frac{1 + \cos t}{\sin t}; t = \frac{\pi}{2}$$

$$227. y = \ln \tan x; x = \frac{\pi}{4}$$

$$228. f = (\arcsin s)^2; s = 0$$

Funktsiooni tuletise rakendus

229. Leida funktsiooni $y = -x^2 - x + 6$ ekstreemumid.
230. Leida funktsiooni $y = 4x - \frac{x^3}{3}$ ekstreemumid.
231. Uurida järgmisi funktsioone ning skitseerida graafikud:
- a) $y = x^2 + 2x - 3$,
- b) $g = \frac{2z - 4}{z^2}$,
- c) $v = -\frac{4t}{t^2 + 1}$.
232. Koostada võrrandid parabooli $y = 4 - x^2$ puutujatele parabooli lõikepunktides x -teljega.
233. Koostada võrrand kõvera $y = x^2 - 2x + 2$ puutujale, mis on risti sirgega $x + 2y - 2 = 0$.
234. Koostada võrrandid hüperbooli $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$ puutujatele, mis läbivad punkti $(2; 1)$.
235. Jaotada arv 6 kaheks liidetavaks nii, et nende ruutude summa oleks minimaalne.
236. Kolmnurga aluse ja kõrguse summa on 10 cm. Millised peavad olema aluse ja kõrguse mõõtmed, et kolmnurga pindala oleks suurim?
237. Millised peavad olema silindrikujulise liitri (kaane-ga) mõõtmed, et materjali kulu oleks minimaalne?
238. Kerasse raadiusega R on kujutatud silinder. Milline peab olema silindri kõrgus, et silindri ruumala oleks suurim?
239. Akna alumine osa on ristkülik, mida ülalt täiendab

poolring.

Akna übermõõt on a . Millised peavad olema akna mõõtmed, et ta laseks läbi kõige enam valgust?

240. Millised peaksid olema kolmliikme $x^2 + px + q$ koefitsiendid p ja q , et kolmliikmel kohal $x = 2$ oleks miinimum, mis võrdub 1-ga?

241. Leida järgmistele funktsioonidele diferentsiaalid:

a) $y = \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}$,

b) $y = \sqrt{\tan z}$,

c) $y = e^{-4z}$.

242. Arvutada diferentsiaali abil täpsusega 0,01:

a) $\sqrt[3]{7,99}$,

b) $\tan 44^\circ$,

c) $\ln(e + 0,1)$,

d) $3,03^5$.

243. Leida 250 mm pikkuse skaalaga arvutuslükati täpsus, arvestades lugemi maksimaalseks absoluutseks veaks 0,1 mm.

Integraal

Integreerida

244. $\int (ax - b)^2 dx$

245. $\int \frac{dx}{x^2}$

246. $\int \sqrt{z} dz$

247. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx$

248. $\int (2u - 3\sqrt{u}) du$

249. $\int 5x \sqrt{x} dx$

250. $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx$

251. $\int \frac{t - 2}{t^3} dt$

252. $\int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx$

253. $\int \frac{(1 + \sqrt[3]{s})^3}{\sqrt[3]{s}} ds$

254. $\int \frac{(\sqrt{x} - 1)^3}{x} dx$

255. $\int (3 - 2v)^4 dv$

256. $\int \sqrt[3]{5 - 6x} dx$

257. $\int u \sqrt{1 - u^2} du$

258. $\int \frac{dr}{r + 3}$

259. $\int \frac{x dx}{x^2 + 1}$

260. $\int \frac{dt}{\sqrt{5 - 2t}}$

261. $\int e^{-3x} dx$

$$262. \int e^p \left(1 - \frac{e^{-p}}{2}\right) dp$$

$$263. \int 2^{3r} dr$$

$$264. \int \frac{e^{2x} dx}{1 - 3e^{2x}}$$

$$265. \int \sin(ax + b) dx$$

$$266. \int \cos 3t dt$$

$$267. \int \frac{dx}{\sin^2 \frac{3x}{5}}$$

$$268. \int \sin(2v - 1) dv$$

$$269. \int \frac{dx}{\cos^2 3x}$$

$$270. \int \tan \frac{x}{2} dx$$

$$271. \int \frac{\sin m dm}{1 + 3 \cos m}$$

$$272. \int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$$

$$273. \int x e^x dx$$

$$274. \int r \sin r dr$$

$$275. \int x \cos^2 x dx$$

$$276. \int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$277. \int \arctan x dx$$

$$278. \int \ln s ds$$

$$279. \int x \arctan x dx$$

Leida määratud integraalide väärtused.

280. $\int_0^2 x^3 dx$

281. $\int_0^3 \frac{t dt}{\sqrt{4-t^2}}$

282. $\int_0^1 \frac{z dz}{z^2 + 1}$

283. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x dx$

284. $\int_0^1 e^{-5x} dx$

285. $\int_0^1 x e^{-x} dx$

286. Leida joontega $y = 3 - 2x - x^2$ ja $y = 0$ piiratud kujundi pindala.

287. Leida joontega $y = x^2 + 4x$ ja $y = x + 4$ piiratud kujundi pindala.

288. Leida joontega $y^2 = 4x$ ja $x^2 = 4y$ piiratud kujundi pindala.

289. Leida joontega $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ ja $x = 2$ piiratud kujundi pindala.

Diferentsiaalvõrrandid

Lahendada diferentsiaalvõrrandid.

290. $y \, dy + x \, dx = 0$

291. $y' + 2x = 5$

292. $x(yy' - x + 1) = -1$

293. $(x + 1) \, dy + (2 - y) \, dx = 0$

294. $xy' - y = 0$

295. $xy' + y = 0$

296. $x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$

297.
$$\frac{dx}{x^2 - xy + y^2} = \frac{dy}{2y^2 - xy}$$

298. $y' - \frac{2y}{x} = x$

299. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

300. $y' + \frac{y}{x} = x$

301. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$

302. $\frac{dy}{dx} - y \cot x = 2x \sin x$

303. $y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1$

304. $y' + y \cos x = \sin x \cos x$

305. $x \, dy - y \, dx = y \, dy$

306. $y^2 + x^2 y = xyy'$

Leida diferentsiaalvõrrandi erilahend.

307. $xy' - y = 0$; $x = -2$, $y = 4$.

$$308. y^2 - \frac{dy}{dx} + 2x = 1; y(2) = -1.$$

$$309. (y^2 - 3x^2)dy + xydx = 0; y(0) = 1.$$

$$310. \frac{dy}{dx} = 2(2x - y); y(0) = -1.$$

$$311. y' - y \tan x = \frac{1}{\cos x}; y(0) = 0.$$

Analüütilise geomeetria põhiülesanded

1. Leida lõigu MN pikkus, kui
 - a) $M(1), N(-3)$;
 - b) $M(-12), N(-5)$.
2. Arvutada punkti Q koordinaat, kui
 - a) $P(-5), PQ = 7$;
 - b) $P(-3), QP = 5$.
3. Leida punktiga $M(-2; 3)$ sümmeetrilised punktid x-telje, y-telje ja koordinaatide alguspunkti suhtes.
4. Leida abstsissitelje punkt, mis asub võrdsel kaugusel koordinaatide alguspunktist ja punktist $A(-5; 3)$.
5. Leida nelinurga übermõõt, kui nelinurga tipud on $A(-5; 2)$ $B(0; -3)$, $C(2; -1)$, $D(1; 4)$.
6. Konstrueerida punktid $A(2; \frac{\pi}{2})$, $B(3; 0)$, $C(1; \frac{2\pi}{3})$ ja $D(5; -\frac{\pi}{4})$.
Leida nende punktide ristkoordinaadid.
7. Skitseerida joone $r = a \sin 3\varphi$ graafik.
8. Leida suhe, milles punkt $M(3)$ jaotab lõigu KL, kui $K(-1)$ ja $L(5)$.
9. Leida punkt C, mis jaotab punktide $A(1; 2)$ ja $B(-1; 4)$ vahelise lõigu suhtes $1 : 2$.
10. Leida kolmnurga ABC raskuskese, kui $A(1; -1)$, $B(6; 4)$, $C(2; 6)$.
11. Leida kolmnurga ABC mediaanide lõikepunkt ja mediaanide pikkused, kui $A(2; -1)$, $B(4; 3)$ ja $C(-2; 1)$.
12. Leida lõigu MN suunanurk, kui $M(0; 7)$ ja $N(-\sqrt{3}; 6)$.
13. Leida joonte $x - y - 4 = 0$ ja $x^2 + y^2 = 250$ lõikepunktid.

14. Leida kolmnurga ABC pindala, kui $A(2; -3)$, $B(-3; 4)$ ja $C(-4; -5)$.
15. Kas punktid $A(1; 1)$, $B(-1; 7)$ ja $C(0; 4)$ asuvad ühel ja samal sirgel?
16. Leida nelinurga ABCD pindala, kui $A(-2; -3)$, $B(-1; 4)$, $C(3; 3)$ ja $(6; -1)$.
17. Kolmnurga ABC kaks tippu on $A(1; 2)$ ja $B(4; 4)$. Lei-
da abstsisseteljel asuv tipp C, kui kolmnurga pindala
on 5.
18. Leida kolmnurga ümberringjoone raadius ja keskpunkt,
kui kolmnurga tipud on $A(4; 3)$, $B(-3; 2)$ ning $C(1; -6)$.
19. Leida kolmnurga ABC tipust B tõmmatud nurgapoolitaja
pikkus, kui $A(-2; 1)$, $B(1; 5)$ ja $C(-7; 11)$.
20. Rööpküliliku ABCD kolm tippu on $A(7; -5)$, $B(4; 3)$ ja
 $C(2; -4)$.
Leida tipp D (3 lahendit).

Sirge

21. Lahendada võrrandisüsteemid determinantide abil:

$$a) \begin{cases} 5x - y + 2 = 0 \\ 7x + 9y - 5 = 0, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x \cos \alpha - y \sin \alpha = \cos \beta \\ x \sin \alpha - y \cos \alpha = \sin \beta \end{cases}$$

22. Uurida võrrandisüsteemi $\begin{cases} 9x + 7y = 0 \\ 7x + 5y = 1 \end{cases}$ lahenduvust.

23. Esitada determinandi

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$$

arend 2. rea järgi. Leida selle determinandi väärtus.

24. Arvutada determinandi

$$\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

väärtus.

25. Leida x , kui

$$\begin{vmatrix} x & -1 & 3 \\ -4 & x & 5 \\ 6 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 0.$$

26. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 3x - 5y + z = 0, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} u + 2v + 2w = 3 \\ 2u + 3v + 5w = 10 \\ 3u + 7v + 4w = 3. \end{cases}$$

27. Skitseerida sirged:

a) $\frac{1}{3}y = 0,$

b) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1,$

c) $4x + 5y + 20 = 0.$

28. Sirge, mille tõusnurk on 135° , eraldab ordinaattelje positiivselt poolelt 2 ühiku pikkuse lõigu. Koostada selle sirge võrrand.

29. Leida sirge $-3x + y + 5 = 0$ tõus ja algordinaat.

30. Skitseerida telglõikude abil sirged

a) $3x - 5y + 15 = 0,$

b) $3y - 7 = 0.$

31. Leida sirge AB võrrand, kui:

a) $A(0; 3)$ ja $B(2; 0),$

b) $A(-1; 2)$ ja $B(-3; -2).$

32. Kas sirgete võrrandid

a) $-\frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y + 3 = 0,$

b) $-x - 1 = 0$

on normaalkujulised?

33. Teisendada võrrandid

a) $12x - 5y + 26 = 0,$

b) $2x + 23y - 7 = 0$

normaalkujule.

34. Leida sirge $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ kaugus koordinaatide alguspunktist ja seda kaugust mõõtva lõigu suunanurk.

35. Leida sirgete $6x + 12y - 21 = 0$ ja $4x + 8y - 14 = 0$ lõikepunkti kaugus koordinaatide alguspunktist.
36. Koostada võrrand sirgele, mis läbib joonte $x - y - 3 = 0$, $2x + 3y - 11 = 0$ lõikepunkti ja on paralleelne sirgega $5x - 4y - 17 = 0$.
37. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti $A(-1; 2)$ ja on risti sirgega $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.
38. Koostada võrrand sirgele, mis läbib joonte $3x - y - 3 = 0$ ja $4x + 3y - 4 = 0$ lõikepunkti ning on neist esimesega risti.
39. Leida punkti $P(1; -4)$ kaugus sirgest $3x + 4y + 8 = 0$.
40. Leida punkti $(2; -5)$ kaugus sirgest, mis läbib punkti $(-2; 4)$ ja on paralleelne sirgega $6x + 8y + 5 = 0$.
41. Leida sirgete $y = \frac{3}{4}x - 8$ ja $y = \frac{3}{4}x + 2$ vaheline kaugus.
42. Leida kolmnurga mediaanide võrrandid, kui kolmnurga tipud on $A(2; 1)$, $B(-2; 3)$, $C(0; 3)$.
43. Koostada võrrand joonele, mille iga punkt asetseb punktist $A(0; 1)$ kaks korda kaugemal kui punktist $B(0; 4)$.
44. Leida nurk sirgete $x = -2$ ja $y = -2x + 3$ vahel.
45. Leida nurk sirgete $3x + 2y = 0$ ja $6x + 4y - 5 = 0$ vahel.
46. Leida nurk sirgete $y = 2x - 3$ ja $y = -x + 1$ vahel.
47. Leida kolmnurga ABC külgede võrrandid ja nurgad, kui kolmnurga tipud on $A(-4; 0)$, $B(1; 3)$ ja $C(3; -1)$.
48. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $(1; -2)$ ja moodustab sirgega $3x - 2y + 4 = 0$ nurga α , kui
 a) $\alpha = 45^\circ$,
 b) $\alpha = 135^\circ$.

49. Leida sirgete $x + 8y - 26 = 0$ ja $4x + 7y + 29 = 0$ vaheliste nurkade nurgapoolitajate võrrandid.
50. Rombi diagonaalid pikkusega 8 ja 6 asuvad koordinaattelgedel.
Leida võrrandid sirgetele, millel asuvad rombi küljed.
51. Leida võrrand sirgele, mis läbib koordinaatide alguspunkti ja kolmnurga küljepoolitajate lõikepunkti, kui kolmnurga küljed asuvad sirgetel $x - y - 4 = 0$, $2x - 11y + 37 = 0$, $2x + 7y - 17 = 0$.
52. Kolmnurga tipud on $A(2; 3)$, $B(-1; 2)$ ja $C(3; -1)$.
Leida kolmnurga nurgad, pindala, mediaanide lõikepunkt ja võrrandid sirgetele, millel asuvad küljed ja kõrgused.
53. Kas sirged $x + 3y - 1 = 0$, $5x + y - 10 = 0$, $3x - 5y - 8 = 0$ lõikuvad ühes punktis?

Teist järku jooned

54. Leida võrrand ringjoonele, kui tema keskpunkt on $(2, -3)$ ja ringjoon läbib punkti $(5; 1)$.
55. Koostada võrrand ringjoonele, kui tema ühe diameetri otspunktid on $A(1; 8)$ ja $B(-5; 2)$.
56. Leida ringjoone keskpunkt ja raadius, kui ringjoone võrrand on
- a) $x^2 + y^2 + 4y = 0$,
- b) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$.
57. Leida läbi punkti $(-7; 1)$ ringjoonele $x^2 + y^2 = 5$ tõmmatud puutujate võrrandid.
58. Leida ringjoone $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ puutujad, mis on paralleelsed sirgega $3x - 4y = 0$.
59. Leida võrrand ellipsile, mille fookuste vaheline kaugus on 8 ja suurema telje pikkus 10.
60. Koostada võrrand ellipsile, mille fookused asuvad y -teljel sümmeetriliselt koordinaatide alguspunkti suhtes ja nii ellipsi pooltelgede summa kui ka fookuste vaheline kaugus on 8.
61. Leida ellipsi $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ pooltelgede pikkused ja fookuste koordinaadid.
62. Leida ellipsi $x^2 + 4y^2 = 16$ telgede pikkused, fookuste koordinaadid ja ekstsentrilisus.
63. Koostada kanooniline võrrand ellipsile, mille pikem telg on 16 ja ekstsentrilisus $\frac{1}{2}$.

64. Leida võrrand ellipsile, mille fookusteks on punktid $F_1(-3; 0)$ ja $F_2(3; 0)$ ning ellipsi iga punkti kauguste summa fookustest 12.
65. Kui kaugel asub ellipsi $x^2 + 2y^2 - 4 = 0$ ühest fookusest punkt, mille kaugus teisest fookusest on 1,5?
66. Mitu puutujat saab tõmmata ellipsile $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ läbi punkti (3; 1)?
67. Leida võrrand hüperboolile, mille reaaltelje pikkus on 8 ja fookustevaheline kaugus 10.
Leida hüperbooli asümptoodid.
68. Koostada kanooniline võrrand hüperboolile, mille imaginaarne pooltelg on 7 ja ekstsentrilisus $\frac{4}{3}$.
69. Leida võrrand hüperboolile, millel on ellipsiga $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ ühised fookused ja hüperbooli ekstsentrilisus on 1,25.
70. Leida võrrand hüperboolile, mis läbib punkte $(2\sqrt{7}; -3)$ ja $(-7; -6\sqrt{2})$.
71. Leida võrrand paraboolile, mille haripunktiks on koordinaatide alguspunkt, teljeks x-telg ja fookuse kaugus juhtjoonest 7.
72. Leida parabooli $y = x^2$ fookus ja juhtjoon.
73. Leida parabooli $x^2 + 18y = 0$ punkti N kaugus parabooli fookusest, kui punkti N abstsiss on 6.
74. Selgitada, kuidas sõltub parabooli $y^2 = 2px$ kuju parameetrist p.
75. Leida võrrand paraboolile, mille sümmeetriateljeks on x-telg, haripunktiks koordinaatide alguspunkt ja mis läbib punkti (-2; 4).

Vektorid

76. Leida vektori $(-4; 7; -5)$ pikkus.
77. Arvutada punkti $A(4; 12; -3)$ kaugus xy -tasapinnast.
78. Leida vektori $\vec{a}(3; -7; 2)$ lõpp-punkti B koordinaadid, kui tema alguspunkt on $A(-1; 3; 4)$.
79. On antud püramiidi tipud $A(-2; 3; 1)$, $B(1; 5; 2)$, $C(3; -3; -1)$, $D(-4; -1; 2)$. Leida vektorite \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} , \vec{BA} , \vec{BC} , \vec{BD} , \vec{CA} , \vec{CB} , \vec{CD} , \vec{DA} , \vec{DB} ja \vec{DC} koordinaadid.
80. Ristkülikus $OACB$ on $\vec{OA} = 3\vec{i}$ ja $\vec{OB} = 4\vec{j}$. Avaldada \vec{OA} , \vec{AC} , \vec{CB} , \vec{BD} , \vec{OC} ja \vec{BA} vektorite \vec{i} ja \vec{j} kaudu.
81. Leida vektorite $\vec{c}(0,03; -1,7; 0,82)$ ja $\vec{a}(0,17; -0,5; -0,2)$ vahe ja summa
82. Arvuta $\vec{a} \cdot \vec{b}$, kui $\vec{a}(5; -1; 2)$, $\vec{b}(-3; -1; 7)$.
83. Leida nurk vektorite $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$ ja $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ vahel.
84. Kas vektorid $\vec{c}(-4; 0; 2)$ ja $\vec{d}(-2; 0; 1)$ on kollineaarsed?
85. Arvutada $\vec{a} \cdot \vec{b}$, kui $a = 4$, $b = 12$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 10$.
86. Leida vektori \vec{AB} sihikoosinused, kui $A(1; 0; -1)$ ja $B(3; 1; -3)$.
87. On antud vektorid $\vec{p}(-2; 1; 2)$ ja $\vec{q}(3; -2; 6)$. Arvutada $\vec{p} \cdot \vec{q}$.
88. Leida vektorite $\vec{a}(3; -1; 2)$ ja $\vec{b}(-1; 2; 1)$ vektorkorrutis.

89. Arvutada kolmnurga ABC pindala, kui $A(-2; 3; 1)$,
 $B(3; -1; 1)$ ja $C(2; 3; 4)$.

- 90. Lihtsustada

$$\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}).$$

91. On antud vektorid $\vec{a}(1; -3; 2)$ ja $\vec{b}(3; 1; -2)$.

Leida a) $(3\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{b}$,

b) \vec{a} ja \vec{b} vahelise nurga siinus.

92. Kolmnurga kaks tippu on $A(5; -2; 1)$ ja $B(-1; 5; -2)$
ning mediaanide lõikepunkt $M(2; 1; -3)$. Leida kolmas
tipp.

93. Tõestada, et vektorid $(3; 4; 5)$, $(1; 2; 2)$ ja
 $(9; 14; 16)$ on kollineaarsed.

94. Leida k nii, et punktid $A(2; -1; k)$, $B(3; 1; 5)$,
 $C(6; 4; k+2)$ ja $D(9; 7; 7)$ asuksid ühel tasapinnal.

95. Püramiidi tipud on $A(5; -1; 2)$, $B(2; -1; 0)$,
 $C(1; -2; 2)$ ja $D(4; -2; 5)$. Arvutada selle püramiidi
ruumala ja tipust A tõmmatud kõrgus.

Sirge ja tasapind ruumis

96. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $M(-2; -1; 3)$ ja on risti vektoriga $\vec{n}(3; -2; 1)$.
97. Skitseerida tasapind $9y + 2 = 0$.
98. Konstrueerida tasapind $y - 2z + 8 = 0$ telglõikude abil.
99. Leida võrrand tasapinnale, mis on paralleelne x -teljega ning läbib punkte $A(4; 0; -2)$ ja $B(5; 1; 7)$.
100. Kas tasapinnad $3x + 2y - z + 5 = 0$ ja $x + 4y + z - 2 = 0$ on paralleelsed või risti?
101. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $M_1(1; -1; 2)$, $M_2(2; 1; 2)$ ja $M_3(1; 1; 4)$.
102. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $A(2; 2; -2)$ ja on paralleelne tasapinnaga $x - 2y - 3z = 0$.
103. Leida nurk tasapindade $4x - 5y + 3z - 1 = 0$ ja $x - 4y - z + 9 = 0$ vahel.
104. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(2; -1; 1)$ ja on risti tasapindadega $3x + 2y - z + 4 = 0$ ja $x + y + z - 3 = 0$.
105. Koostada punkte $A(2; -4; 3)$ ja $B(1; -2; 5)$ läbiva ning vektoriga $\vec{m}(2; -3; 1)$ paralleelse tasapinna võrrand.
106. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib x -telge ja punkti $P(0; -2; 3)$.
107. Leida tasapindade $2x - y + 3z - 9 = 0$, $x + 2y + 2z - 3 = 0$ ja $3x + y - 4z + 6 = 0$ lõikepunkt.

108. Leida võrrand tasapinnale, mis on paralleelne z -teljega ja läbib punkte $M_1(2; 2; 0)$ ja $M_2(4; 0; 0)$.
109. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkte $A(-1; 2; 3)$ ja $B(2; 6; -2)$. Leida sirge sihikoosinused.
110. Leida punkti $A(3; 9; -1)$ läbiv sirge, mis on risti vektoritega $\vec{c}(2; 3; 1)$ ja $\vec{b}(0; 7; -2)$.
111. Leida xz -tasapinnal sirge, mis läbib koordinaatide alguspunkti ja on risti sirgega $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{-1}$.
112. Leida sirge $\begin{cases} 3x + 2y + 4z - 11 = 0 \\ 2x + y - 3z - 1 = 0 \end{cases}$ kanoonilised võrrandid.
113. Määrata sirgete $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$, $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-4}$ vastastikune asend.
114. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $A(3; 1; -2)$ ja sirget $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$.
115. Leida sirgete $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-5}{2}$ ja $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{9} = \frac{z+1}{6}$ vaheline nurk.
116. Leida punktide $(-2; 7; 3)$ ja $(6; 1; -5)$ vahelise lõigu keskristsirge, mis on paralleelne xz -tasapinnaga.
117. Määrata sirge ja tasapinna vastastikune asend, kui nende võrrandid on $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{4} = \frac{z}{1}$ ja $-3x - 4y - z + 1 = 0$.
118. Leida sirge $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{4}$ ristprojektsioon tasapinnal $3x + y - z + 4 = 0$.
119. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib sirget $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$ ja punkti $N(3; 4; 0)$.
120. Leida punktist $A(1; 2; 3)$ tasapinnale $4x - 5y - 8z + 21 = 0$ tõmmatud ristsirge võrrand.

121. Leida punkti $(2; -5; 6)$ läbiv sirge, mis on paralleelne tasapindade $x - 2y + z - 5 = 0$ ja $x + y - z = 0$ lõikesirgega.
122. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib sirgeid $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$, $\frac{x+1}{2} = \frac{z-1}{2}$ ja $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.
123. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib sirget $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$ ja on risti tasapinnaga $2x + 3y - z = 4$.
124. Leida nurk sirge $y = 3x - 1$, $2z = -3x + 2$ ja tasapinna $2x + y + z - 4 = 0$ vahel.
125. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $A(-1; 0; 4)$, lõikab sirget $\frac{x+1}{3} = y - 3 = \frac{z}{2}$ ja on paralleelne tasapinnaga $3x - 4y + z - 10 = 0$.

Funktsioon

126. Kerasse on kujutatud silinder. Avaldada silindri ruumala V silindri kõrguse h funktsioonina, kui kera raadius on R .

127. On antud funktsioon

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1}.$$

Arvutada $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(-2)$, $f(-\frac{1}{2})$, $f(\sqrt{2})$ ja $|f(\frac{1}{2})|$.

128. On antud funktsioon

$$f(x) = 3^{2-4x}.$$

Arvutada $f(0)$, $f(1)$ ja $f(a+1)$.

129. On antud funktsioon

$$f(x) = \sqrt{9-5x}.$$

Arvutada $f(0)$, $f(1)$ ja $f(a+1)$.

130. On antud funktsioon

$$f(x) = 1 - x^2.$$

Leida $\frac{f(a) - f(b)}{a - b}$ ja $f(a-b) - f(a+b)$.

131. On antud funktsioon

$$F(z) = z^3 - 5z.$$

Tõestada, et $F(-z) = -F(z)$.

132. On antud funktsioon

$$f(x) = 2x(2x-2)(2x+6)(2x-\frac{1}{2}).$$

Tõestada, et $f(0) = f(1) = f(-3) = f(\frac{1}{4}) = 0$.

Leida järgmiste funktsioonide määramispiirkond.

$$133. y = \frac{1}{x^3 - x}$$

$$134. y = \sqrt{4 - x^2}$$

$$135. y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$$

$$136. f(x) = \frac{x-7}{x(x^2-4)}$$

$$137. y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$138. y = \sqrt{2,5-x} + \sqrt{x+1}$$

$$139. y = \frac{\sqrt{3x}}{1 + \sqrt{x^2-4}}$$

$$140. u = \frac{x-1}{x^2-5x+6} + \sqrt[3]{2x+1}$$

$$141. y = \sqrt[3]{\frac{1}{x-2}} - \log(2x-3)$$

$$142. y = \sqrt{\cos x}$$

$$143. f(x) = \frac{x}{|x|}$$

144. Koonusesse on kujutatud silinder. Avaldada silindri täispindala S tema raadiuse x funktsioonina, kui koonuse kõrgus on 3 ja põhja raadius 1. Leida selle funktsiooni määramispiirkond.

145. Leida funktsiooni $y = \frac{1}{x^2-9}$ katkevuskohad.

146. Kontrollida funktsiooni $y = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$ pidevust.

147. Leida funktsiooni $y = \frac{\sqrt{x-1}}{2x^2-7x+3}$ pidevuspiirkond.

148. Konstrueerida järgmiste funktsioonide graafikud piirkonnas $|x| < 3$:

a) $y = x^2 + 1$,

b) $y = 1 - 2^x$.

Leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.

149. Konstrueerida funktsiooni $y = -x|x|$ graafik ning leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.

150. On antud funktsioonid $f(x) = x^3 - x$ ja $\varphi(x) = \sin 2x$. Leida $\varphi[f(1)]$.

151. On antud funktsioonid $y = z^2$, $z = \sqrt[3]{x+1}$ ja $x = a^t$.
Avaldada y muutuja t funktsioonina.
152. Avaldada järgmised liitfunktsioonid elementaarfunktsioonide kaudu:
- $y = \sin^3 x$,
 - $u = \sqrt{1 - \cos 2t}$,
 - $g = \ln \sqrt{s}$,
 - $y = e^{-\frac{2}{x}}$.
153. Avaldada funktsiooni $y = 2x + 3$ pöördfunktsioon.
Leida selle määramispiirkond ning skitseerida graafik.
154. Avaldada funktsiooni $g = \frac{2a-1}{3a+4}$ pöördfunktsioon ja leida selle määramispiirkond.
155. Kas funktsioon $f(x)$ on paaris või paaritu, kui
- $f(x) = x^3 + 3x - 1$,
 - $f(x) = \cos 5x$,
 - $f(x) = x \cdot \sin^2 x - x^3$?

Piirväärtus

Leida piirväärtused.

$$156. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2x + 1}$$

$$157. \lim_{x \rightarrow -1} (x^5 - 5^{x+1} + 3)$$

$$158. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$$

$$159. \lim_{a \rightarrow 1} \frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 - a}$$

$$160. \lim_{y \rightarrow 3} \frac{y^2 - 6y + 9}{y^2 - 9}$$

$$161. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$$

$$162. \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r}{2 - \sqrt{r + 4}}$$

$$163. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1 + x} - (2x + 1)}$$

$$164. \lim_{z \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{z}}{3 - \sqrt{2z + 1}}$$

$$165. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$166. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 2x}$$

$$167. \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{k - k^3}{2k^3 + 3}$$

$$168. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 - 1}$$

$$169. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{x^2 - 2x + 9}$$

$$170. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

$$171. \lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{t}\right)^t$$

$$172. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+2}\right)^{3x}$$

$$173. \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\sin 3a}{a}$$

$$174. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$175. \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan t - \sin t}{\sin^2 t}$$

$$176. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$$

Funktsiooni tuletis

177. Leida definitiooni põhjal funktsiooni $y = x^3$ tuletis.

Leida funktsioonide tuletised.

$$178. y = 5(x - 2)$$

$$179. y = 3x^2 - 5x + 1$$

$$180. y = 0,8x^4 - 0,5x^3 + 0,2x^2 - 0,5x$$

$$181. g = a^3 + \sqrt{a}$$

$$182. s = \sqrt[3]{r\sqrt{r}}$$

$$183. y = (x - a)^2 - (x + a)^2$$

$$184. q = (s^2 + 1)^4$$

$$185. y = \sqrt{3x^3 - x^2 - 5}$$

$$186. k = \frac{1}{3r + 2}$$

$$187. u = \log(5v)$$

$$188. y = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$$

$$189. y = \frac{x + 1}{x - 1}$$

$$190. s = \frac{3t^2 + 1}{t - 1}$$

$$191. y = \frac{\sqrt{4x + 1}}{x^2}$$

$$192. z = \sin x + \cos x$$

$$193. y = 1 + \sin^2 x$$

$$194. y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$$

$$195. y = \cot \sqrt{x}$$

$$196. s = \sin \sqrt{1 - t^2}$$

$$197. y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$$

$$198. y = x^2 \sin x$$

$$199. y = \frac{1}{\sin^2 x} + \tan^2 x$$

$$200. y = \sin 2^x$$

$$201. y = \ln^2 x$$

$$202. h = \frac{1 + \ln x}{x}$$

$$203. z = x(1 - \ln x)$$

$$204. y = e^{\sqrt{x}}$$

$$205. y = \frac{x}{e^x}$$

$$206. y = a^{3x+5}$$

$$207. y = x \cdot 10^x$$

$$208. y = \frac{x^3 + 2^x}{e^x}$$

$$209. g = \frac{y}{4^y}$$

$$210. y = x^2 e^x$$

$$211. y = x \arcsin x$$

$$212. y = \arccos(1 - 2x)$$

$$213. y = \arctan \sqrt{x}$$

$$214. y = \arctan \frac{2x}{1 - x^2}$$

$$215. y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x$$

Leida funktsioonide tuletised argumendi antud väärtuste korral.

$$216. y = (2x + 3)^5; x = -2.$$

$$217. y = x^2 \sqrt{1 - x^2}; x = 0.$$

$$218. y = (1 - x)^{20}; x = 2.$$

$$219. y = \frac{x}{x^2 + 1}; x = -1.$$

$$220. y = \sqrt[3]{\frac{3x-1}{x+7}}; x = 0.$$

$$221. y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{2x}}; x = 4.$$

$$222. f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x^3}; x = 0,5.$$

$$223. f(x) = x^3 - \frac{3}{5}x^2 + 10x - 2; x = 5.$$

$$224. y = \frac{mx^2}{x} + \frac{nx\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} - \frac{p\sqrt{x}}{x}; x = 1.$$

$$225. y = 3 \cos^2 x - \cos^3 x; x = \pi.$$

$$226. y = \sqrt{x} \cdot \cos x; x = \frac{\pi}{2}.$$

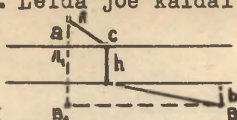
$$227. y = \ln x - \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^2}; x = -3.$$

$$228. t = \frac{\arcsin r}{\sqrt{1-r^2}}; r = 0.$$

Funktsiooni tuletise rakendusi

229. Leida funktsiooni $y = x^3 + 6x^2 - 9x$ ekstreemumid.
230. Leida funktsiooni $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ ekstreemumid.
231. Uurida järgmisi funktsioone ja skitseerida graafikud:
- a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 4$,
- b) $y = (x - 3) \cdot (x + 2)$,
- c) $y = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}$.
232. Koostada kõvera $y = \frac{x^3}{3}$ puutuja võrrand kohal $x = -1$.
233. Koostada puutujate võrrandid kõverale $y^2 = 4 - x$ tema lõikepunktides y -teljega.
234. Koostada võrrandid hüperbooli $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1$ puutujatele, mis on risti sirgega $x + 2y - 3 = 0$.
235. Milliste mõõtmetega ristkülikul on suurim pindala, kui ristküliku ümbermõõt on 50 cm?
236. Kolmnurka, mille alus on a ja kõrgus h , on ehitatud ristkülik. Millised peavad olema ristküliku mõõtmed, et selle pindala oleks maksimaalne?
237. Silindri ruumala on 27π cm³. Leida silindri raadius ja kõrgus nii, et silindri täispindala oleks vähim.
238. On tarvis valmistada koonusekujuline lehter, mille moodustaja pikkus on 20 m. Milline peab olema lehteri kõrgus, et ruumala oleks suurim?
239. Sektorikujulist maa-ala tahetakse piirata 20 m pikkuse traatvõrguga. Milline peab olema sektori raadius, et piiratava ala pindala oleks suurim?

240. Leida jõe kaldal koht, kuhu tuleks ehitada sild, et tee pikkus punktide A ja B vahel oleks vähim (vt. joonist).



241. Leida järgmiste funktsioonide diferentsiaalid:
- $y = \tan x - x^5$,
 - $y = \sqrt{1 - 2x^2}$,
 - $y = \ln \sin x$.

242. Arvutada diferentsiaali abil täpsusega 0,01
- $10,02^4$,
 - $\sin 29^\circ$,
 - $\ln 0,97$,
 - $\sqrt{124}$.

243. Pendli võnkeperiood $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, kus l on pendli pikkus, g - raskuskiirendus. Milline on võnkeperioodi T relatiivne viga, kui $\pi = 3,14(\pm 0,05)$, $l = 1(\pm 0,01)$ m, $g = 9,8(\pm 0,02)$ m/s²?

Integraal

Integreerida

244. $\int (x^2 - 5x + 4) dx$

245. $\int \frac{dx}{x^4}$

246. $\int \sqrt{x} dx$

247. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5x}}$

248. $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}) dx$

249. $\int 2x\sqrt{x} dx$

250. $\int (\frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^2}) dx$

251. $\int \frac{3y + 2\sqrt{y}}{y} dy$

252. $\int \frac{(x-2)^2}{x} dx$

253. $\int \frac{(1-2x\sqrt{x})^2}{x} dx$

254. $\int (1-\frac{z}{2})^2 dz$

255. $\int (2x-5)^2 dx$

256. $\int 5\sqrt{(8-3x)^6} dx$

257. $\int x^2 \sqrt[3]{x^3} + 2 dx$

258. $\int \frac{dx}{2x+5}$

259. $\int \frac{2x dx}{x^2+1}$

260. $\int \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} dx$

261. $\int e^{4x} dx$
 262. $\int (e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}) dx$
 263. $\int a^x (1 + \frac{a^{-x}}{x^5}) dx$
 264. $\int \frac{e^x dx}{e^x + 1}$
 265. $\int \sin (a - bx) dx$
 266. $\int \sin (2x - 3) dx$
 267. $\int \frac{dx}{\cos^2(m - \frac{x}{n})}$
 268. $\int \tan x$
 269. $\int \frac{\sin 2x dx}{3 + 2 \cos 2x}$
 270. $\int \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} dx$
 271. $\int x e^{-x} dx$
 272. $\int x \cos x dx$
 273. $\int 2x \sin x dx$
 274. $\int x^2 \cos x dx$
 275. $\int \sqrt{x} \ln x dx$
 276. $\int (\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2})^2 dx$
 277. $\int \cos (2 - 3x) dx$
 278. $\int x \ln x dx$
 279. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

Leida määratud integraalide väärtused.

280. $\int_0^{\pi} \cos x \, dx$

281. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2}$

282. $\int_0^1 \sqrt{1+x} \, dx$

283. $\int_{-1}^1 (2x-3)^3 \, dx$

284. $\int_{-\frac{2}{e}}^2 \frac{e^{2x} \, dx}{e^{2x} + 1}$

285. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

286. Leida joontega $y = 6x - x^2$ ja $y = 0$ piiratud kujundi pindala.

287. Leida joontega $y = x^3$, $y = 8$ ja $x = 0$ piiratud kujundi pindala.

288. Leida joontega $y = x^2$ ja $y = 2 - x^2$ piiratud kujundi pindala.

289. Leida joontega $y = x^2 - 4x$ ja $y = -x + 4$ piiratud kujundi pindala.

Diferentsiaalvõrrandid

Lahendada diferentsiaalvõrrandid.

290. $dy - x dx = 0$

291. $yy' = a$

292. $xy' + y = 0$

293. $xyy' + 1 = x^2 - x$

294. $y' = \frac{x}{y}$

295. $y' = \frac{y+1}{x}$

296. $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$

297. $2x \frac{dy}{dx} = 6y - x^2$

298. $\frac{dy}{dx} + 4x^3y = 3x^2 \cdot e^{-x^4}$

299. $y' = \frac{x+y}{x-y}$

300. $x^2 dy + (3 - 2xy) dx = 0$

301. $xyy' = x^2 + y^2$

302. $y' + y = \cos x$

303. $\frac{dy}{dx} = 4x - 3y + 5$

304. $y' - y \tan x = \frac{1}{\cos x}$

305. $2y dx + (y^2 - 6x) dy = 0$

306. $y' - xy = -y^3 \cdot e^{-x^2}$

307. $xy' + y = 0; y \Big|_{x=-2} = 4$

308. $(x^2 + 1) dy + xy dx = 0; y \Big|_{x=0} = 1$

$$309. \quad xy' = \frac{y}{x+1} = x; \quad y \Big|_{x=1} = 0$$

$$310. \quad \frac{dy}{dx} + x(2y - e^{-x^2}) = 0; \quad y(0) = 1$$

$$311. \quad y' - \frac{y}{1-x^2} = 1 + x; \quad y \Big|_{x=0} = 1$$

Analuütilise geomeetria põhiülesanded

1. Leida lõigu MN pikkus, kui
 - a) $M(7)$, $N(2)$;
 - b) $M(-8)$, $N(-12)$.
2. Arvutada punkti Q koordinaat, kui
 - a) $P(1)$, $PQ = 5$;
 - b) $P(-5)$, $QP = 4$.
3. Leida punkti $A(-1; 3)$ projektsioonid koordinaattelgedel. Leida saadud punktidele sümmeetrilised punktid x- ja y-telje ning koordinaatide alguspunkti suhtes.
4. Leida punkt, mis asub 5 ühiku kaugusel punktist $A(2; 1)$ ja y-teljest.
5. Leida kolmnurga ABC übermõõt, kui $A(4; -2)$, $B(-3; -4)$ ja $C(0; 7)$.
6. Konstrueerida punktid $A(\frac{\sqrt{2}}{2}; -2)$, $B(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 3)$, $C(-\frac{\sqrt{2}}{4}; -4)$, $D(\frac{2\sqrt{2}}{3}; -3)$. Leida nende punktide ristkoordinaadid.
7. Skitseerida joone $r = a \cos 2p$ graafik.
8. Leida punkt B, kui punkt $C(-4)$ jaotab punktide $A(2)$ ja B vahelise lõigu suhtes -3 .
9. Leida punktid, mis jaotavad punktide $(3; 4)$ ja $(-3; 1)$ vahelise lõigu kolmeks võrdseks osaks.
10. Väljendada kolmnurga raskuskeskme koordinaadid tema tippude koordinaatide kaudu.
11. Leida kolmnurga ABC mediaanide pikkused ja mediaanide lõikepunkt, kui $A(1; -1)$, $B(6; 4)$ ja $C(2; 6)$.

12. Leida lõigu AB suunanurk, kui $A(-1; 4)$ ja $B(2; -5)$.
13. Leida joonte $x^2 + y^2 - 18 = 0$ ja $x + y = 0$ lõikepunktid.
14. Leida kolmnurga $P_1P_2P_3$ pindala, kui $P_1(-8; 6)$, $P_2(2; 1)$ ja $P_3(-2; -2)$.
15. Kas punktid $A(0; 1)$, $B(3; 4)$ ja $C(-1; -1)$ asuvad ühel sirgel?
16. Leida nelinurga ABCD pindala, kui $A(3; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-5; 2)$ ja $D(-1; -4)$.
17. Kolmnurga ABC kaks tippu on $A(-3; 1)$ ja $B(-1; -3)$. Leida kolmas tipp C, kui mediaanide lõikepunkt asub x-teljel ja kolmnurga pindala on 3.
18. On antud kolmnurga tipud $A(3; -2)$, $B(3; 2\sqrt{3})$ ja $C(1; 0)$. Leida kolmnurga nurgad ning kõrgused.
19. Kolmnurgas tippudega $A(-2; 0)$, $B(6; 6)$ ja $C(1; -4)$ leida nurgapoolitaja AE pikkus.
20. Leida punkt, mis asub võrdsel kaugusel kolmnurga ABC tippudest $A(-6; -6)$, $B(4; -6)$ ja $C(2; 2)$.

Sirge

21. Lahendada võrrandisüsteemid determinantide abil:

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 5y = 10, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} kx + y = 1, \\ x + ky = -1 \quad (k \neq \pm 1). \end{cases}$$

22. Uurida võrrandisüsteemi $\begin{cases} 6x - 4y = 10 \\ -9x + 6y = -15 \end{cases}$ lahenduvust.

23. Esitada determinandi

$$\begin{vmatrix} a & a & b \\ b & 0 & a \\ b & b & a \end{vmatrix}$$

arend III veeru järgi. Leida selle determinandi väärtus.

24. Arvutada determinandi

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

väärtus.

25. Leida x , kui

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

26. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1 \\ 5x - 6y + 4z = 3, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + 2z = -8 \\ x + 2y + z = 3 \\ 5x + y - z = 5. \end{cases}$$

27. Skitseerida sirged:

- a) $2x + y = 0$,
 b) $2x - 3y + 5 = 0$,
 c) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = 1$.

28. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti (2; 3) ja mille tõusnurk on 45° .

29. Leida sirge $6x - 3y - 8 = 0$ tõus ja algordinaat.

30. Skitseerida telglõikude abil sirged

- a) $5x + 3y = 2$,
 b) $2x + 3 = 0$.

31. Leida sirge AB, kui

- a) A(-3; -1) ja B(-5; -3),
 b) A(4; 0) ja B(0; -6).

32. Kas sirgete võrrandid

- a) $-x - 1 = 0$,
 b) $x + y - 2 = 0$
 on normaalkujulised?

33. Teisendada võrrandid

- a) $3x + 4y - 5 = 0$,
 b) $x - y + 5 = 0$
 normaalkujule.

34. Leida sirge $x + y - 2 = 0$ kaugus koordinaatide alguspunktist ja seda kaugust mõõtva lõigu suunanurk.

35. Leida sirge $5x + 2y + 19 = 0$ ja $4x - 3y + 29 = 0$ lõikepunkti kaugus koordinaatide alguspunktist.

36. Koostada võrrand sirgele, mis läbib joonte $x - 2y - 5 = 0$ ja $2x - 3y - 8 = 0$ lõikepunkti ning on paralleelne sirgega $3x - 2y + 2 = 0$.

37. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti $(5; -8)$ ja on risti sirgega $4x - 6y + 3 = 0$.
38. Koostada võrrand sirgele, mis läbib joonte $2x - 3y - 1 = 0$ ja $3x - y - 2 = 0$ lõikepunkti ning on risti sirgega $y = x$.
39. Leida punkti $A(5; -3)$ kaugus sirgest, mille telglõigud on 4 ja 6.
40. Arvutada punkti $(2; 1)$ kaugus sirgest, mis läbib punkti $(1; 3)$ ja on risti sirgega $3x - 4y + 2 = 0$.
41. Arvutada sirgete $12x - 5y - 26 = 0$ ja $12x - 5y + 13 = 0$ vaheline kaugus.
42. Leida kolmnurga mediaanide võrrandid, kui kolmnurga tipud on $(0; 1)$, $(1; 0)$ ja $(1; 1)$.
43. Koostada võrrand joonele, mille iga punkt asetseb punktidest $A(2; -3)$ ja $B(1; 4)$ võrdsel kaugusel.
44. Leida nurk sirgete $y = 0$ ja $x = 0$ vahel.
45. Leida nurk sirgete $(2 - \sqrt{3})x + y + \sqrt{5} = 0$ ja $x - y = 0$ vahel.
46. Leida nurk sirgete $y = -4x + 6$ ja $y = -x - 1$ vahel.
47. Leida kolmnurga sisenurgad, kui küljed asuvad sirgetel $x - y - 3 = 0$, $x - 3y - 4 = 0$ ja $4x + 2y + 3 = 0$.
48. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $(1; -2)$ ja moodustab sirgega $2x - 5y + 7 = 0$ nurga $\frac{\pi}{4}$, mille tangens on m , kui
 a) $m = 3$,
 b) $m = -3$.
49. Nurga üks haar asub sirgel $3x + 4y - 1 = 0$ ning nurgapoolitaja sirgel $14x - 8y - 3 = 0$. Leida võrrand sirgele, millel asub nurga teine haar.

50. Arvutada ristküliku pindala, kui ristküliku üks tipp on $(1; -2)$ ning kaks külge asuvad sirgetel $3x + 2y + 7 = 0$ ja $2x - 3y + 5 = 0$.
51. Kolmnurga ABC mediaanide lõikepunkt on $M(0; 3)$, üks tipp $A(3; -4)$ ja selle tipu lähiskülje AB keskpunkt $K(-1; 1)$. Leida tipud B ja C.
52. Kolmnurga ABC tipud on $A(4; 6)$, $B(-4; 2)$ ja $C(0; 3)$. Leida kolmnurga pindala, nurgad, külgede pikkused ja võrrandid sirgetele, millel asuvad küljed ja kõrgused.
53. Kas sirged $5x - 3y - 15 = 0$, $3x + y + 5 = 0$ ja $x + 5y - 3 = 0$ lõikuvad ühes punktis?

Teist järku jooned

54. Koostada võrrand ringjoonele, kui tema keskpunkt on (3; 4) ja ringjoon läbib koordinaatide alguspunkti.
55. Koostada punkte (7; 7), (0; 8) ja (-2; 4) läbiva ringjoone võrrand.
56. Leida ringjoone keskpunkt ja raadius, kui ringjoone võrrand on :
- a) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 6 = 0$,
- b) $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$.
57. Koostada võrrand ringjoonele, kui ringjoone keskpunkt on (2; -8) ja üks puutuja $4x + 3y - 4 = 0$.
58. Leida võrrand ringjoonele, mis läbib punkti (2; 1) ja puudutab sirget $x + 2y - 3 = 0$ punktis abstsissiga -1.
59. Leida võrrand ellipsile, mille lühema pooltelje pikkus on 4 ja fookustevaheline kaugus 6.
60. Koostada võrrand ellipsile, mille fookused asetsevad y-teljel sümmeetriliselt koordinaatide alguspunkti suhtes ning ellipsi poolteljed on 6 ja 2.
61. Leida ellipsi $5x^2 + 9y^2 - 45 = 0$ pooltelgede pikkused ja fookuste koordinaadid.
62. Leida ellipsi $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ telgede pikkused, fookustevaheline kaugus ja ekstsentrilisus.
63. Arvutada ellipsi ekstsentrilisus, kui ellipsi lühem pooltelg on võrdne fookuse kaugusega keskpunktist.

64. Leida võrrand ellipsile, mille väiksem pooltelg on 6 ja ekstsentrilisus 0,8.
65. Leida ellipsil $2x^2 + 3y^2 - 72 = 0$ punkt, mille kaugus ühest fookusest on 3 korda suurem kui teisest.
66. Mitu puutujat saab tõmmata ellipsile $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ läbipunkti (0; 2)?
67. Leida võrrand hüperboolile, mille ekstsentrilisus on 2 ja mis läbib punkti $(2; \sqrt{3})$. Leida hüperbooli asümptoodid.
68. Kirjutada kanooniline võrrand hüperboolile, mille reaalne pooltelg on $2\sqrt{5}$ ja ekstsentrilisus $\sqrt{1,2}$.
69. Kirjutada kanooniline võrrand hüperboolile, mille fookuste vaheline kaugus on 10 ja tippude vaheline kaugus 8.
70. Leida punktid, kus hüperbooli $x^2 - 3y^2 = 12$ asümptoodid lõikuvad ringjoonega, mille keskpunkt on hüperbooli parempoolses fookuses ja mis läbib koordinaatide alguspunkti.
71. Leida võrrand paraboolile, mille sümmeetriateljeks on x-telg, haripunktiks koordinaatide alguspunkt ja mis läbib punkti $(2; -4)$.
72. Leida parabooli $2y^2 + 3x = 0$ fookus ja juhtjoon.
73. Leida võrrand paraboolile, mille haripunktiks on koordinaatide alguspunkt, teljeks on x-telg ning fokaallaius on 6.
74. Leida paraboolil $y^2 + 12x = 0$ punkt, mille kaugus fookusest on 9.
75. Leida a sellised väärtused, et ruutkolmliige $x^2 + (2a + 4)x + (3a^2 - 4a + 1)$ oleks positiivne mistahes x korral.

Vektorid

76. Leida vektori $(-6; 2; 3)$ pikkus.
77. Leida lõigu AB keskpunkt K, kui $A(-2; 3; 0)$ ja $B(6; -1; -8)$.
78. Kolmnurga tipud on $A(4; 1; 3)$, $B(-2; -3; -4)$ ja $C(-3; 2; 5)$. Leida kolmnurga übermõõt.
79. Leida vektorite $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - \vec{q}$, $\vec{c} = 3\vec{p}$ ja $\vec{d} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$ koordinaadid, kui $p(2; -1; 5)$ ja $q(-4; 0; 1)$.
80. Avaldada rööpküliliku ABCD küljed \vec{AB} , \vec{BC} , \vec{CD} ja \vec{DA} diagonaalide $\vec{AC} = \vec{a}$ ja $\vec{BD} = \vec{b}$ kaudu.
81. Leida vektorite $\vec{c}(2,3; 0,4; -1,6)$ ja $\vec{a}(12,9; -4,1; 0)$ summa ja vahe.
82. Arvutada $\vec{a} \cdot \vec{b}$, kui $\vec{a}(\alpha-1; \beta-1; \gamma-1)$ ja $\vec{b}(\beta+1; \gamma+1; \alpha+1)$.
83. Missugused antud vektorite paaridest on risti, paralleelsed, moodustavad teravnurga või nürinurga:
 a) $(2; -7; 3)$, $(5; 2; 1)$,
 b) $(4; 16; -12)$, $(-6; -24; 18)$,
 c) $(2; 1; -8)$; $(7; 2; 2)$,
 d) $(5; -3; 2)$; $(1; 3; 4)$?
84. Kas vektorid $\vec{a}(\frac{3}{2}; -\frac{4}{7}; 0,1)$ ja $\vec{b}(\frac{3}{4}; -\frac{2}{7}; 0,05)$ on kollineaarsed?
85. Kolmnurga ABC külgede pikkused on $AB = 7$, $BC = 5$ ja $CA = 6$. Arvutada $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
86. Leida vektori $\vec{a}(6; -3; 7)$ projektsioon vektori $\vec{b}(-3; 4; 0)$ suunal.

87. On antud vektorid $\vec{p}(-2; 1; 2)$ ja $\vec{q}(3; -2; 6)$. Arvutada $(\vec{p} - 3\vec{q}) \cdot (2\vec{q} - 5\vec{p})$.
88. On antud kaks vektorit $\vec{a}(2; -3; 1)$ ja $\vec{b}(5; 1; -2)$. Leida $\vec{a} \times \vec{b}$.
89. Arvutada kolmnurga ABC pindala, kui $A(4; 1; -4)$, $B(6; 3; 7)$ ja $C(2; 3; 1)$.
90. Lihtsustada $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \times \vec{c} + (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \times \vec{b} + (\vec{b} - \vec{c}) \times \vec{a}$.
91. On antud vektorid $\vec{a}(2; -3; 1)$ ja $\vec{b}(5; 1; -2)$. Leida
 a) \vec{a} ja \vec{b} vahelise nurga siinus,
 b) $(3\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{b}$.
92. Kolmnurga üks tipp on $A(3; 2; -6)$, selle tipu ühe lähiskülje keskpunkt $K(2; -1; 2)$ ja mediaanide lõikepunkt $M(3; -3; 0)$. Leida ülejäänud kaks tippu.
93. Näidata, et vektorid $\vec{a}(0; 1; 4)$, $\vec{b}(2; 1; -1)$ ja $\vec{c}(4; 3; 2)$ on kollineaarsed.
94. Arvutada $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$, kui $\vec{a}(3; -4; 7)$, $\vec{b}(1; 2; 5)$ ja $\vec{c}(1; -4; 5)$.
95. Arvutada püramiidi ABCO ruumala ja tipust O tõmmatud kõrgus, kui $O(0; 0; 0)$, $A(5; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$ ja $C(1; 2; 4)$.

Sirge ja tasapind ruumis

96. On antud punktid $M_1(0; -1; 3)$ ja $M_2(1; 3; 5)$. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti M_1 ja on risti vektoriga $\overrightarrow{M_1M_2}$.
97. Skitseerida tasapind $x + y - 5 = 0$.
98. Konstrueerida tasapind $2x - 5 = 0$ telglõikude abil.
99. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib z -telge ja punkti $M_1(2; -4; 3)$.
100. Kas tasapinnad $2x - 4y + 6z + 1 = 0$ ja $3x - 6y + 9z - 2 = 0$ on paralleelsed või risti?
101. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 2)$ ja $C(1; 1; 4)$.
102. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(2; 2; -2)$ ja on paralleelne tasapinnaga $x - 2y - 3z = 0$.
103. Leida nurk tasapindade $6x + 2y - 4z - 2 = 0$ ja $9x + 3y - 6z + 5 = 0$ vahel.
104. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(3; 1; -7)$ ning on paralleelne vektoritega $(-2; 1; 3)$ ja $(4; 2; 5)$.
105. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(5; -2; 3)$ ja on paralleelne tasapinnaga $2x + 3y - z = 0$.
106. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $(8; -3; 1)$ ja $(4; 7; 2)$ ning on risti tasapinnaga $3x + 5y - 7z - 21 = 0$.
107. Leida tasapindade $x + y + z = 0$, $2x - 3y + 4z = 0$ ja $4x - 11y + 10z = 0$ lõikepunkt.
108. Leida võrrand tasapinnale, mis on paralleelne x -teljega ja läbib punkte $M_1(0; 1; 3)$ ja $M_2(2; 4; 5)$.

109. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkte A(3; -1; 2) ja B(-2; 1; -1). Leida sirge sihikoosinused.
110. Leida võrrand sirgele, mis on paralleelne sirgega $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{3}$ ja läbib punkti A(0; 1; -1).
111. Leida võrrandid sirgele, mis läbib punkti (2; -5; 1) ning on risti tasapinnaga $3x + 2y - z + 5 = 0$.
112. Leida sirge $\begin{cases} x = 2z - 5 \\ y = 6z + 7 \end{cases}$ kanoonilised võrrandid.
113. Määrata sirgete $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$ ja $\frac{x+2}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ vastastikune asend.
114. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti (-4; 3; 0) ja on paralleelne sirgega $\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$.
115. Leida sirgete $\begin{cases} 2x - y - 7 = 0 \\ 2x - z + 5 = 0 \end{cases}$ ja $\begin{cases} 3x - 2y + 8 = 0 \\ z = 3x \end{cases}$ vaheline nurk.
116. Määrata sirge ja tasapinna vastastikune asend, kui nende võrrandid on $\frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$ ja $-4x + 5z + 3 = 0$.
117. Koostada punkti (-2; 1; 2) ja sirget $\frac{2-x}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{2}$ läbiva tasapinna võrrand.
118. Leida punktiga (5; -3; 7) sümmeetriline punkt tasapinna $2x + 3y + 5z + 2 = 0$ suhtes.
119. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti B(-1; 2; -3) ja on risti sirgega $\begin{cases} x = 2 \\ y - z = 1 \end{cases}$.
120. Leida punktist A(1; 2; 3) tasapinnale $3x + 11y = 0$ tõmmatud ristsirge võrrand.
121. Leida sirge $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ ja tasapinna $2x + 3y + 3z - 8 = 0$ lõikepunkti koordinaadid.

122. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib sirgeid

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3} \quad \text{ja} \quad \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{3} .$$

123. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti

$\Delta(5; -2; 3)$, on risti tasapinnaga $4x + 3y - z + 2 = 0$
ja paralleelne z -teljega.

124. Leida nurk sirge $\frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ ja tasapinna

$$x + 2y - 4z + 1 = 0 \text{ vahel.}$$

125. Leida võrrand sirgele, mis läbib punkti $(-1; 0; 4)$,

on paralleelne tasapinnaga $3x - 4y + z - 10 = 0$ ja

$$\text{lõikab sirget } \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2} .$$

Funktsioon

126. Väljendada sõltuvus täisnurkse kolmnurga kaatetite a ja b vahel, kui hüpotenuus $c = 5$.

127. On antud funktsioon

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + 1}.$$

Arvutada $f(0)$, $f(-2)$, $f(-\frac{1}{2})$, $f(x - 1)$ ja $f(\frac{1}{2})$.

128. On antud funktsioon

$$\varphi(x) = \frac{x - 2}{x + 1}.$$

Arvutada $\varphi(0)$, $\varphi(1)$, $\varphi(2)$, $\varphi(-2)$, $\varphi(4)$. Kas eksisteerib $\varphi(-1)$?

129. On antud funktsioon

$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 11x$. Arvutada $f(a)$, $f(b + 2)$ ja $f(0)$.

130. Leida funktsiooni $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ väärtus kohal $x = a + 1$.

131. On antud funktsioon

$$F(x) = 2x^6 - 3x^4 + x^2.$$

Tõestada, et $F(a) = F(-a)$.

132. On antud funktsioon

$$f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}.$$

Tõestada, et $f(x) = f(\frac{1}{x})$.

Leida järgmiste funktsioonide määramispiirkond.

$$133. y = \frac{a}{x - b}$$

$$134. y = \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$$

135. $y = \sqrt{x^2 - 4}$

136. $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$

137. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}$

138. $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{2 - x}$

139. $y = \frac{\sqrt{x - 4}}{3 - x}$

140. $y = \sqrt{x - 1} + 2\sqrt{1 - x} + \sqrt{x^2 + 1}$

141. $y = \log(x^2 + 3)$

142. $y = -\sqrt{2 \sin x}$

143. $f(x) = \frac{1}{x - |x|}$

144. Kerasse raadiusega R on kujutatud silinder kõrgusega x . Avaldada silindri ruumala V kõrguse x funktsioonina. Leida selle funktsiooni määramispiirkond.

145. Leida funktsiooni $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ katkevuskohad.

146. Kontrollida funktsiooni $y = \sqrt{3x + 2}$ pidevust.

147. Leida funktsiooni $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 + 4x - 5}$ pidevuspiirkond.

148. Konstrueerida järgmiste funktsioonide graafikud piirkonnas $|x| \leq 3$:

a) $y = x^2$,

b) $y = \begin{cases} 1 - x, & x \leq 0 \\ 1 + \sqrt{3}x, & x > 0 \end{cases}$

Leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.

149. Konstrueerida funktsiooni $y = |x^2 - 1|$ graafik ning leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.

150. On antud funktsioonid $f(x) = x^3 - x$ ja $\varphi(x) = \sin 2x$. Leida $f[\varphi(\frac{\pi}{12})]$.
151. On antud funktsioonid $y = z^2$ ja $z = x + 1$. Avaldada y muutuja x funktsioonina.
152. Avaldada järgmised liitfunktsioonid elementaarfunktsioonide kaudu:
- $y = \sin^3(2x + 1)$,
 - $y = \sqrt{1 - x^2}$,
 - $u = e^{t^2}$,
 - $z = \ln(\cos \frac{x}{2})$.
153. Avaldada funktsiooni $y = \sqrt{x}$ pöördfunktsioon. Leida selle määramispiirkond ning skitseerida graafik.
154. Avaldada funktsiooni $s = t^2 - 2t$ pöördfunktsioon ja leida selle määramispiirkond.
155. Kas funktsioon $f(x)$ on paaris või paaritu, kui
- $f(x) = x^2 + 2x - 1$,
 - $f(x) = 1 - x^2$,
 - $f(x) = \sin x - x^5$?

Piirväärtus

Leida piirväärtused.

156. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3}$

157. $\lim_{t \rightarrow -6} \left[t\sqrt{t^2 - 20} - \log(-t + \sqrt{t^2 - 20}) \right]$

158. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{x^2 - 7x + 12}$

159. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 8}$

160. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$

161. $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{s+1}}{s}$

162. $\lim_{z \rightarrow 1} \frac{1 - z^2}{1 - \sqrt{z}}$

163. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - 1}{4 - \sqrt{12+x}}$

164. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x+1}}{\sqrt{2+x+x}}$

165. $\lim_{v \rightarrow \infty} (\sqrt{v+a} - \sqrt{v})$

166. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - x + 1}$

167. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 6x + 11}{x^2 - 3x}$

$$168. \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{2y^4 - y + 3}{y^3 - 8y + 5}$$

$$169. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 6}{x^3 - 2x}$$

$$170. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^3 - x^2 + 1}}{x + 3}$$

$$171. \lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{t}\right)^t$$

$$172. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x + 1}\right)^{2x}$$

$$173. \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\sin 5p}{p}$$

$$174. \lim_{k \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin k}{\cos k}$$

$$175. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$$

$$176. \lim_{v \rightarrow 0} \frac{\sin 5v}{\sin 3v}$$

Funktsiooni tuletis

177. Leida definitsiooni põhjal funktsiooni $y = x^2$ tuletis.

Leida funktsioonide tuletised.

$$178. y = 2x^2 - 1$$

$$179. y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{5}x + 13$$

$$180. z = \sqrt[3]{t} + \sqrt[3]{2}$$

$$181. y = \frac{x}{n} + \frac{n}{x} + \frac{x^2}{m} + \frac{m}{x^2}$$

$$182. y = \frac{1 - x^3}{\sqrt{9t}}$$

$$183. y = \sqrt{2x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + x^{\frac{2}{3}}$$

$$184. z = (t - 0,5)^2$$

$$185. u = \sqrt[5]{5v - v^5}$$

$$186. y = (7x^2 - \frac{4}{x} + 6)^6$$

$$187. g = (2x + 3x^2)^{-\frac{3}{4}}$$

$$188. s = t(t^2 - 4)$$

$$189. y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x}$$

$$190. y = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

$$191. y = \left(\frac{p+1}{p-1}\right)^2$$

$$192. y = \sin^4 x$$

$$193. y = \sin^3 x + \cos^3 x$$

$$194. y = 6 \cos \frac{x}{3}$$

$$195. y = \frac{1}{4} \tan^4 x$$

$$196. y = \sqrt{\cos 2z}$$

$$197. y = \cot x + \tan^2 x$$

$$198. z = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}$$

$$199. y = \sin \frac{x}{3} \cdot \sin 3x$$

$$200. y = \frac{\tan x}{1 + \cos x}$$

$$201. y = \sin \frac{x}{2} \sin 2x$$

$$202. y = \ln(x^2 + 2x)$$

$$203. y = \cos 2x \ln x$$

$$204. y = e^{\sqrt{x+1}}$$

$$205. y = \frac{e^x}{x - 3}$$

$$206. z = \frac{1}{3^v}$$

$$207. u = v^2 + 3^v$$

$$208. y = \frac{e^{-x} + 1}{e^{-x} - 1}$$

$$209. y = e^{-x^2} \ln x$$

$$210. y = 3\sqrt{x} e^{-x}$$

$$211. y = x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$$

$$212. y = \frac{\arccos x}{x}$$

$$213. y = \arctan \frac{z}{a}$$

$$214. y = \frac{x}{1 + x^2} - \arctan x$$

$$215. y = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$$

Leida funktsioonide tuletised argumenti antud väärtuste korral.

$$216. y = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{3}; x = 1.$$

$$217. y = (1 - 5x)^4; x = -1.$$

$$218. s = 1 + 2t; t = 0.$$

$$219. y = 2x(x^2 + 3) - 3x(x^2 - 3); x = 3.$$

$$220. s = \sqrt{\frac{2t-1}{t}}; t = 1.$$

$$221. y = \frac{(1+x^4)^{10}}{x^3}; x = 0.$$

$$222. y = \frac{x}{x-b} + \frac{x-b}{x}; x = 2b.$$

$$223. f(x) = \frac{2+x^2}{\sqrt{2-x^2}}; x = \frac{1}{2}.$$

$$224. f(z) = \frac{2x^3 - 3z + \sqrt{z} - 1}{z}; z = \frac{1}{4}.$$

$$225. y = a \cos \frac{x}{3}; x = 3\pi.$$

$$226. y = \cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x; x = \frac{\pi}{4}.$$

$$227. t = s \log s; s = 0.$$

$$228. v = \arcsin \frac{2}{u}.$$

Funktsiooni tuletise rakendusi

229. Leida funktsiooni $y = x^2 + 4x + 5$ ekstreemumid.
230. Leida funktsiooni $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$ ekstreemumid.
231. Uurida järgmisi funktsioone ning skitseerida graafikud:
- a) $y = \frac{3}{x^2}$,
- b) $y = x^3 - 3x^2 + 4$,
- c) $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$.
232. Koostada puutujate võrrandid kõverale $y = 9 - x^2$ kohal $x = -3$.
233. Millises parabooli $y = x^2 + 4x$ punktis on selle puutuja paralleelne x -teljega?
234. Koostada võrrandid hüperbooli $x^2 - 4y^2 = 16$ puutuja-tele, mis läbivad punkti $A(0; -2)$.
235. Jaotada arv 20 kaheks liidetavaks nii, et nende korutis oleks suurim.
236. Ristkülikukujulise akna pindala on $3m^2$. Missugused peaksid olema akna mõõtmed, et tema übermõõt oleks võimalikult väike?
237. Silindrikujuline paak (kaaneta) peab mahutama v liitrit vett. Millised peavad olema paagi mõõtmed, et pindala oleks vähim ?
238. Kerasse raadiusega R on kujutatud koonus. Milline peab olema koonuse kõrgus, et koonuse ruumala oleks suurim?

239. Kulutused auriku küttele on võrdelised auriku kiiruse kuubiga. On teada, et kiiruse korral $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ kulub kütust 30 rubla eest tunnis. Ülejäänud kulutused, mis ei sõltu kiirusest, moodustavad 480 rubla tunnis. Millise kiiruse korral kulutused 1 km pikusel teel on vähimad? Milline on sellel juhul 1 tunni maksumus?
240. Papiükist, mille mõõtmed on 32 cm x 20 cm, valmistatakse kaaneta karp. Selleks lõigatakse nurkadest välja võrdsed ruudud ja murtakse servad üles. Kui pikk peab olema väljalõigatavate ruutude serv, et karbi ruumala oleks suurim?
241. Leida järgmiste funktsioonide diferentsiaal:
- $y = \sqrt{1 + x^2}$,
 - $y = 2x - \sin 2x$,
 - $y = \cos (a - bx)$.
242. Arvutada diferentsiaali abil täpsusega 0,01:
- $\sqrt[4]{17}$,
 - $\cot 46^\circ$,
 - $\ln 1,05$,
 - $4,98^3$.
243. Kera diameetri mõõtmisel on saadud tulemus 8,63 ($\pm 0,02$). Kui täpselt saab arvutada selle põhjal kera ruumala?

Integraal

Integreerida

244. $\int (x^7 + x^5 - 7) dx$

245. $\int \frac{dy}{3y^2}$

246. $\int \sqrt{x^3} dx$

247. $\int 5\sqrt{t^2} dt$

248. $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{2}) dx$

249. $\int 7y \sqrt[3]{y} dy$

250. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{4\sqrt{x^3}} \right) dx$

251. $\int \frac{10x^8 + 3}{4x^4} dx$

252. $\int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^3} dx$

253. $\int \frac{3\sqrt{x^2} - 4\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

254. $\int \frac{z - 1}{\sqrt{z^2}} dz$

255. $\int \frac{ds}{(3s+2)^3}$

256. $\int \sqrt{4u - 1} du$

257. $\int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx$

258. $\int \frac{dt}{1 - 10t}$

259. $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}$

260. $\int \frac{4z^2}{8z^3 + 19} dz$
 261. $\int e^{-t} dt$
 262. $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right) dx$
 263. $\int a^{2x-1} dx$
 264. $\int e^{x^3 + x^2 - x + 1} (3x^2 + 2x - 1) dx$
 265. $\int \sin 2v dv$
 266. $\int \cos (s - 1) ds$
 267. $\int \frac{du}{\cos^2 5u}$
 268. $\int \sin (1 - 5x) dx$
 269. $\int \frac{dx}{\cos^2 \frac{ax}{2}}$
 270. $\int \cot x dx$
 271. $\int \sin^3 z \cos z dz$
 272. $\int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx$
 273. $\int x e^{2x} dx$
 274. $\int t \cos t dt$
 275. $\int (x + \sin x) \cos x dx$
 276. $\int (x^2 + 1) e^x dx$
 277. $\int \arcsin x dx$
 278. $\int \sqrt{x} \ln x dx$
 279. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

Leida määratud integraalide väärtused.

$$280. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 4t \, dt$$

$$281. \int_0^5 \frac{x \, dx}{\sqrt{4x+5}}$$

$$282. \int_{-2}^{-1} \frac{dz}{(11+5z)^3}$$

$$283. \int_{-1}^0 u^2 \sqrt{4-u^3} \, du$$

$$284. \int_{-2}^1 \frac{e^{4x} \, dx}{2^{4x} + 1}$$

$$285. \int_0^{\pi} x \cos x \, dx$$

286. Leida joontega $y = 4 - x^2$ ja $y = 0$ piiratud kujundi pindala.

287. Leida joontega $y = x^2 + 2$ ja $x + y = 4$ piiratud kujundi pindala.

288. Leida joontega $y^2 = 9x$ ja $x^2 = 9y$ piiratud kujundi pindala.

289. Leida joontega $xy = 6$ ja $x + y - 7 = 0$ piiratud kujundi pindala.

Diferentsiaalvõrrandid

Lahendada diferentsiaalvõrrandid.

290. $y \, dx + x \, dy = 0$

291. $y' + 2x = 0$

292. $(1 + y)dx + (x - 1) \, dy = 0$

293. $y' x^3 = 2y$

294. $yy' + x = 0$

295. $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$

296. $x^2 y' = y^2 + xy$

297. $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$

298. $y' + y = x$

299. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

300. $y' - \cos x = x^2 e^{\sin x}$

301. $y' = \frac{y+1}{x}$

302. $y' - \frac{2y}{x} = 1 + \frac{1}{x}$

303. $y' + \frac{y}{x} = \frac{\sin x}{x}$

304. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$

305. $xyy' = 1 - x^2$

306. $y'x + y = -xy^2$

Leida diferentsiaalvõrrandi erilahend.

307. $2y'\sqrt{x} = y; y|_{x=4} = 0$

308. $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}; y(0) = 0$

309. $xy' + y - e^x = 0; y|_{x=a} = b$

310. $xy \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2; y(1) = \sqrt{2}$

311. $xy' - \frac{y}{x+1} = x; y(0) = 1$

Analüütilise geomeetria põhiülesanded

1. Leida lõigu MN pikkus, kui
 - a) $M(-2)$, $N(-13)$;
 - b) $M(2)$, $N(-17)$.
2. Arvutada punkti Q koordinaat, kui
 - a) $P(2)$, $PQ = 3$;
 - b) $P(0)$, $QP = 2$.
3. Leida punktiga $E(2; -5)$ sümmeetrilised punktid x-telje, y-telje ja koordinaatide alguspunkti suhtes.
4. Leida punkti $(2; -4)$ läbiva ringjoone keskpunkt, kui see ringjoon puudutab y-telge punktis $(0; 2)$.
5. Leida kolmnurga ABC übermõõt, kui $A(2; 0)$, $B(5; 3)$ ja $C(2; 6)$.
6. Leida punktide $A(0; -3)$, $B(\sqrt{3}; 1)$ ja $C(-3\sqrt{2}; -3\sqrt{2})$ polaarkoordinaadid ning konstrueerida need punktid.
7. Skitseerida joone $r = a \sin 2\varphi$ graafik.
8. Leida suhe, milles punkt $M(5)$ jaotab lõigu KL, kui $K(1)$ ja $L(13)$.
9. Leida punkt M, mis jaotab punktide $A(-2; 1)$ ja $B(3; 6)$ vahelise lõigu suhtes $3 : 2$.
10. Leida punktid, mis jaotavad punktide $A(2; -7; 1)$ ja $B(5; 2; -5)$ vahelise lõigu kolmeks võrdseks osaks.
11. Kolmnurga kaks tippu on $A(1; 2)$ ja $B(-3; 4)$ ning mediaanide lõikepunkt $M(1; 3)$. Leida kolmnurga kolmas tipp ja mediaanide pikkused.
12. Leida lõigu MN suunanurk, kui $M(3; -2)$ ja $N(5; -4)$.
13. Leida joonte $3x + y - 1 = 0$ ja $2x + y - 3 = 0$ lõikepunkt.
14. Leida kolmnurga KLM pindala, kui $K(3; -2)$, $L(-5; 2)$ ja $M(-1; -3)$.

15. Näidata, et punktid $A(1; 1)$, $B(-1; 7)$ ja $C(0; 4)$ asuvad ühel sirgel.
16. Leida nelinurga ABCD pindala, kui $A(3; 1)$, $B(4; 6)$, $C(6; 3)$ ja $D(5; -2)$.
17. Kolmnurga ABC kaks tippu on $A(4; 1)$ ja $B(-3; 2)$.
Leida ordinaatteljel asuv tipp C, kui kolmnurga pindala on 12.
18. Rööpküliku ühe külje otspunktid on $K(1; -3)$ ja $L(-2; 4)$ ning selle külje vastaskülje keskpunkt $M(2; 4)$.
Leida diagonaalide pikkused.
19. Leida kolmnurga ABC tipust B tõmmatud nurgapoolitaja pikkus, kui $A(4; -2)$, $B(-1; -5)$ ja $C(0; 2)$.
20. Kolmnurga ABC pindala on 9 ning $A(2; -1)$ ja $B(5; 2)$.
Leida tipp C, mis asub koordinaatide alguspunktist kaugusel $\sqrt{17}$.

Sirge

21. Lahendada võrrandisüsteemid determinantide abil:

$$a) \begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x - 4y = 16, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x - 6y = 8 \\ 6x - 9y = 12. \end{cases}$$

22. Uurida võrrandisüsteemi $\begin{cases} kx + y = 1 \\ 3x - 2y = m \end{cases}$ lahenduvust.

23. Esitada determinandi

$$\begin{vmatrix} k & 1 & m \\ 1 & m & k \\ m & k & 1 \end{vmatrix}$$

arend III rea järgi. Lihtsustada saadud tulemus.

24. Arvutada determinandi

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

väärtus.

25. Leida x , kui

$$\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

26. Lahendada võrrandisüsteemid:

$$a) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x + y - z = 2, \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 4y + 2z + 10 = 0 \\ 5x + 2y + 3z + 2 = 0 \\ 2x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$$

27. Skitseerida sirged:

a) $x + 5 = 0$,

b) $y = -\frac{1}{2}x - 1$,

c) $2x - 3y - 12 = 0$.

28. Sirge moodustab ordinaattelje positiivse suunaga nurga 135° ning eraldab abstsissstelje negatiivselt poolelt 2 ühiku pikkuse lõigu. Koostada selle sirge võrrand.

29. Leida sirge $2x + y - 6 = 0$ tõus ja algordinaat.

30. Skitseerida telglõikude abil sirged

a) $y = x - 1$,

b) $2x = 3y + 7$.

31. Leida sirge AB võrrand, kui

a) $A(-2; 1)$ ja $B(-1; 2)$,

b) $A(0; 3)$ ja $B(-7; 8)$.

32. Kas sirgete võrrandid

a) $-\frac{12}{13}x - \frac{5}{13}y - 2 = 0$,

b) $y + 3 = 0$

on normaalkujulised?

33. Teisendada võrrandid

a) $x + 5 = 0$,

b) $6x - 8y + 9 = 0$

normaalkujule.

34. Leida sirge $x + 5 = 0$ kaugus koordinaatide alguspunktist ja seda kaugust mõõtva lõigu suunanurk.

35. Leida sirgete $4x - 6y + 5 = 0$ ja $2x - 3y + 1 = 0$ lõikepunkti kaugus koordinaatide alguspunktist.

36. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti $P(2; -3)$ ning on paralleelne sirgega $y = \frac{1}{2}x - 1$.
37. Koostada võrrand lõigu AB keskristsirgele, kui $A(4; -3)$ ja $B(0; -5)$.
38. Leida koordinaatide alguspunktist sirgetele $15x - 8y - 51 = 0$ ja $4x + 3y + 35 = 0$ tõmmatud ristlõikude pikused.
39. Leida punkti $P(-2; 3)$ kaugus sirgest $y = \frac{35}{12}x - \frac{5}{12}$.
40. Leida punkti $(1; 4)$ kaugus sirgest, mis läbib punkte $(3; 1)$ ja $(4; -3)$.
41. Arvutada sirgete $5x + 12y - 13 = 0$ ja $10x + 24y + 39 = 0$ vaheline kaugus.
42. Leida võrrandid sirgetele, millel asuvad mediaanid, kui kolmnurga tipud on $(2; 1)$, $(0; 7)$ ja $(-4; -1)$.
43. Koostada võrrand sirgele, mis on paralleelne sirgega $3x - 4y - 10 = 0$ ja asub sellest 3 ühiku kaugusel.
44. Leida nurk sirgete $y = 5x - 1$ ja $y = \frac{2}{3}x + 4$ vahel.
45. Leida nurk sirgete $y = 3$ ja $y = 3x + 1$ vahel.
46. Leida nurk sirgete $y = \sqrt{3}x + 2$ ja $y = -x + 4$ vahel.
47. Arvutada kolmnurga sisenurgad, kui kolmnurga küljed asuvad sirgetel $2x - 5y + 2 = 0$, $x + 3y - 1 = 0$ ja $4x - 2y + 7 = 0$.
48. Koostada võrrand sirgele, mis läbib punkti $(2; -1)$ ja moodustab sirgega $5x - 2y + 3 = 0$ nurga α , kui
 a) $\alpha = 45^\circ$,
 b) $\alpha = 135^\circ$.
49. Koostada sirgete $x - 3y + 5 = 0$ ja $3x - y - 2 = 0$ vaheliste nurkade nurgapoolitajate võrrandid.
50. Ruudu vastastipud on $A(-2; 3)$ ja $C(0; -1)$. Leida võrrandid sirgetele, millel asuvad ruudu küljed ja diagonaalid.

51. Kolmnurga üks külg asub sirgel $5x + 4y - 17 = 0$ ning kaks kõrgust sirgetel $4x + y - 18 = 0$ ja $2x - y + 1 = 0$. Leida antud külje vastastipp.
52. Kolmnurga ABC tipud on $A(1; 4)$, $B(5; -2)$ ja $C(-2; -4)$. Leida kolmnurga külgede keskpunktid, mediaanide lõikepunkt, kolmnurga pindala ja võrrandid sirgetele, millel asuvad mediaanid ja küljed.
53. Kas sirged $x - y + 7 = 0$, $2x - y + 3 = 0$ ja $3x - y - 1 = 0$ lõikuvad ühes punktis?

Teist järku jooned

54. Koostada võrrand ringjoonele, kui tema keskpunkt on koordinaatide alguspunktis ja raadius on 5.
55. Koostada võrrand ringjoonele, kui tema ühe diameetri otspunktid on (3; 9) ja (7; 3).
56. Leida ringjoone keskpunkt ja raadius, kui ringjoone võrrand on
 a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 40 = 0$,
 b) $x^2 + y^2 + 10x + 26y + 144 = 0$.
57. Leida ringjoonele $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$ läbi punkti (3; 6) tõmmatud puutujate võrrandid.
58. Koostada võrrand ringjoonele, mis läbib punkte A(3; 1) ja B(-1; 3) ning mille keskpunkt asub sirgel $3x - y - 2 = 0$.
59. Koostada võrrand ellipsile, mille suurema telje pikkus on 26 ja fookustevaheline kaugus 10.
60. Koostada võrrand ellipsile, mis on sümmeetriline koordinaattelgede suhtes ja läbib punkte M(2; 3) ning B(0; 2).
61. Leida ellipsi $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ ekstsentrilisus ja fookuste koordinaadid.
62. Leida ellipsi $16x^2 + 25y^2 = 400$ pooltelgede pikkused, fookuste koordinaadid ja ekstsentrilisus.
63. Leida kanooniline võrrand ellipsile, mille pikem pooltelg on 10 ja ekstsentrilisus 0,6.
64. Arvutada ellipsi ekstsentrilisus, kui ellipsi lühem telg paistab fookusest 60° -se nurga all.

65. On antud jooned $2x - y + k = 0$ ja $x^2 + 3y^2 - 12 = 0$.
Missugustel k väärtustel
- jooned lõikuvad,
 - puutuvad,
 - ei oma ühiseid punkte?
66. Sirgel $x = -5$ leida punkt, mille kaugused ellipsi $x^2 + 5y^2 = 20$ vasakpoolsest fookusest ja ülemisest tipust on võrdsed.
67. Leida võrrand hüperboolile, mille pooltelgede pikkused on 5 ja 4. Leida hüperbooli asümptootid.
68. Leida kanooniline võrrand hüperboolile, mille reaaltelje pikkus on $\sqrt{15}$ ja mis läbib punkti $(5; -2)$.
69. Leida võrrand hüperboolile, mille reaaltelje pikkus on 5 ja ekstsentrilisus 1,4.
70. Leida nurk hüperbooli $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ asümptootide vahel.
71. Leida võrrand hüperboolile, mille sümmeetriateljeks on y - telg, fookuseks $(0; 3)$ ja haripunktiks koordinaatide alguspunkt.
72. Leida parabooli $y^2 - 12x = 0$ fookus ja juhtjoon.
73. Leida võrrand paraboolile, mille haripunktiks on koordinaatide alguspunkt, teljeks x -telg ning fookuseks $F(2,5; 0)$.
74. Arvutada parabooli $y^2 = 24x$ punkti M kaugus fookusest, kui punkti M abstsiss on 3.
75. Koostada võrrand joonele, mille kõik punktid asuvad võrdsel kaugusel punktist $F(0; 2)$ ja sirgest $y = 4$.

Vektorid

76. Leida vektori $(4; -2; 4)$ pikkus.
77. Arvutada punkti $A(4; 12; -3)$ kaugus y -teljest.
78. Esitada vektorid $\vec{a}(3; 4; 5)$, $\vec{b}(-2; -4; -3)$ ja $\vec{c}(6; 15; -3)$ ristuvate ühikvektorite kaudu.
79. Leida vektorite $3\vec{a}$, $-4\vec{b}$, $\frac{1}{3}\vec{c}$ koordinaadid, kui $\vec{a}(3; 4; 5)$, $\vec{b}(-2; -4; -3)$ ja $\vec{c}(6; 15; -3)$.
80. Korrapärasel kuusnurgas $ABCDEF$ on $\vec{AB} = \vec{a}$ ja $\vec{AF} = \vec{b}$. Avaldada \vec{AC} , \vec{AD} , \vec{AE} ja \vec{EC} vektorite \vec{a} ja \vec{b} kaudu.
81. Leida vektorite $\vec{a}(4; -2; 1)$ ja $\vec{b}(12; -12; 12)$ summa ja vahe.
82. Arvutada $\vec{a} \cdot \vec{b}$, kui $\vec{a}(2; -3; 1)$ ja $\vec{b}(4; 2; -5)$.
83. Kolmnurga tipud on $A(2; 0; 4)$, $B(2; -1; -3)$ ja $C(2; -4; 1)$.
Leida sisenurk tipu A juures.
84. Kas vektorid $\vec{g}(-3,6; -4,2; \frac{3}{8})$ ja $\vec{h}(1,2; 1,4; -\frac{1}{8})$ on kollineaarsed?
85. Millise nurga moodustavad vektorid $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ ja $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$?
86. Missuguse k väärtuse korral on vektorid $(2; 3k; -1)$ ja $(6; 2; 2k)$ risti?
87. On antud vektorid $\vec{p}(-2; 1; 2)$ ja $\vec{q}(3; -2; 6)$. Arvutada $(\vec{p} + \vec{q}) \cdot (\vec{p} - \vec{q})$.
88. Leida $|\vec{a} \times \vec{b}|$, kui $|\vec{a}| = 7$; $|\vec{b}| = 5$ ja $\vec{a} \cdot \vec{b} = -21$.
89. Arvutada kolmnurga ABC pindala, kui $A(0; 5; -1)$, $B(2; 4; 2)$ ja $C(-6; 8; -10)$.
90. Lihtsustada $(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{c} - \vec{a}) + (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b})$.

91. On antud vektorid $\vec{a}(3; 0; -1)$, $\vec{b}(2; 4; 3)$, $\vec{c}(-1; 3; 2)$ ja $\vec{d}(2; 0; 1)$. Leida
 a) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$,
 b) \vec{a} ja \vec{d} vahelise nurga siinus.
92. Kolmnurga külgede keskpunktid on $K(4; -3; 1)$,
 $L(1; 2; 3)$ ja $M(-2; 1; 2)$. Leida kolmnurga tipud.
93. Arvutada $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$, kui \vec{c} on risti vektoritega \vec{a} ja \vec{b} , $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{5\sqrt{11}}{6}$, $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 5$.
94. Näidata, et punktid $A(2; -1; -2)$, $B(1; 2; 1)$,
 $C(2; 3; 0)$ ja $D(5; 0; -6)$ asuvad ühel tasapinnal.
95. Arvutada püramiidi ABCD ruumala ja tipust C tõmmatud kõrgus, kui $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$ ja $D(2; 3; 8)$.

Sirge ja tasapind ruumis

96. On antud punktid $M_1(0; -1; 3)$ ja $M_2(1; 3; 5)$. Koostada võrrand tasapinnale, mis läbib punkti M_1 ning on risti vektoriga $N = \overrightarrow{M_1M_2}$.
97. Skitseerida tasapind $2x - 3y + 1 = 0$.
98. Konstrueerida tasapind $x + z = 1$ telglõikude abil.
99. Leida võrrand tasapinnale, mis on paralleelne xz -tasapinnaga ja läbib punkti $A(2; -5; 3)$.
100. Kas tasapinnad $x - 3y + 2z = 0$ ja $x - 3y + 2z + 17 = 0$ on paralleelsed või risti?
101. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $(1; 1; 1)$, $(2; 2; 2)$ ja $(3; 3; 3)$.
102. Koostada punktide $A(3; -8; 1)$ ja $B(1; 6; -7)$ vahelise lõigu keskristtasapinna võrrand.
103. Leida nurk tasapindade $x - 2y + 2z - 8 = 0$ ja $x + z - 6 = 0$ vahel.
104. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(3; -5; 2)$, on risti tasapinnaga $x + 2y - z + 2 = 0$ ja paralleelne vektoriga $(2; -3; 1)$.
105. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $A(-1; -1; 2)$ ja on risti tasapindadega $x - 2y + 2 - 4 = 0$ ning $x + 2y - 2z + 4 = 0$.
106. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkte $P(-1; -2; 0)$ ja $Q(1; 1; 2)$ ning on risti tasapinnaga $x + 2y + 2z - 5 = 0$.
107. Leida tasapindade $2x - y + 3z - 9 = 0$, $x + 2y + 2z - 3 = 0$ ja $3x + y - 4z + 6 = 0$ lõikepunkt.

108. Koostada võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $A(2; 2; 1)$ ja on risti tasapindadega $x + 2y - z + 1 = 0$ ning $2x + y - z = 0$.
109. Koostada võrrandid sirgele, mis läbib punkte $(3; -2; -1)$ ja $(5; 4; 5)$. Leida sirge sihikoosinused.
110. Leida punkti $B(3; 7; -12)$ läbiv sirge, mis on paralleelne sirgega $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{6} = \frac{z+2}{-5}$.
111. Leida võrrandid sirgele, mis läbib punkti $B(1; -2; 1)$ ja on risti tasapinnaga $2x - 3y + z = 0$.
112. Leida sirge $\begin{cases} x = 3z - 5 \\ y = 2z - 8 \end{cases}$ kanoonilised võrrandid.
113. Määrata sirgete $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-2}{3}$ ja $\frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-4}$ vastastikune asend.
114. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(-1; -2; 3)$ ja on paralleelne sirgetega $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-4} = \frac{z-5}{6}$ ja $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-8}$.
115. Leida sirgete $\frac{x-2}{16} = \frac{y+1}{12} = \frac{z}{15}$ ja $2x = y + 1 = z - 4$ vaheline nurk.
116. Sirge ja tasapind on risti ühe ja sama sirgega. Missugune on antud sirge ja tasapinna vastastikune asend?
117. Leida koordinaatide alguspunkti ja sirget $\frac{x-2}{5} = \frac{y+3}{2} = -z$ läbiva tasapinna võrrand.
118. Leida võrrand tasapinnale, mis läbib punkti $(3; -2; 1)$ ja on risti sirgega $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$.
119. Leida punktist $(1; 2; 3)$ tasapinnale $z = 8$ tõmmatud ristsirge võrrand.
120. Leida sirge $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ ja tasapinna $x + 2y + 3z - 29 = 0$ lõikepunkt.

121. Leida punkti $(1; 0; -5)$ ristprojektsioon tasapinnal $x - 2y + 3z = 0$.
122. Leida võrrand tasapinnale, millel asuvad punktid $(3; -1; 7)$ ja $(5; 3; 2)$ ning mis on paralleelne sirgega $x = y = -z$.
123. Leida tasapinnal $5x - 3y + 2z - 5 = 0$ sirge, mis lõikab sirget $x = \frac{y-1}{2} = z$ ja on paralleelne tasapinnaga $3x - y + 2z - 4 = 0$.
124. Leida nurk sirge $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{5}$ ja tasapinna $3x - 3y + 2z - 5 = 0$ vahel.
125. Leida tasapindade $3x - 7y + 5z + 17 = 0$ ja $x + 8y - 11z - 2 = 0$ lõikesirget ning punkti $(-1; 3; 2)$ läbiv tasapind.

Funktsioon

126. Väljendada silindri raadiuse sõltuvus silindri kõrgusest antud ruumala $V = 1$ korral.

127. On antud funktsioon

$$F(x) = \frac{3x + 4}{x^2 + 1}.$$

Arvutada $F(0)$, $F(2)$, $F(\frac{a}{2})$, $F(\frac{1}{x})$, $\frac{1}{F(x)}$ ja $F(b) - F(1) + 7F(-1)$.

128. On antud funktsioon

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{kui } 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + x, & \text{kui } 1 < x < 4 \\ \sqrt[3]{2x^2 - 5}, & \text{kui } 4 \leq x < 5. \end{cases}$$

Arvutada $f(2)$, $f(\frac{3}{4})$, $f(0)$ ja $f(3\sqrt{2})$.

129. On antud funktsioonid

$$f(x) = x^2 \text{ ja } p(x) = x^3.$$

$$\text{Leida } \frac{f(b) - f(a)}{p(b) - p(a)}.$$

130. On antud funktsioon

$$f(x) = x^2 + 3x - 1.$$

Arvutada $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$, $f(a + 1)$, $f(a) + 1$, $f(a^2)$ ja $[f(a)]^2$.

131. On antud funktsioon

$$F(x) = x^4 - 2x^2 + 5.$$

Tõestada, et $F(a) = F(-a)$.

132. On antud funktsioon $P(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}$. Tõestada, et $P(\frac{1}{x}) = P(x)$.

Leida järgmiste funktsioonide määramispiirkond.

$$133. y = \frac{x-1}{x+2}$$

$$134. y = \frac{2x - 3}{9 - x^2}$$

$$135. y = \sqrt{1 - x^2}$$

$$136. f(x) = \sqrt{2x^2 + 2x + 7}$$

$$137. y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x}}$$

$$138. y = \sqrt{x - 3} - \sqrt{6 - x}$$

$$139. y = \frac{\sqrt{x - 1}}{x^2 - 4}$$

$$140. f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$$

$$141. y = \log(\sqrt{x + 5} - 1)$$

$$142. f(x) = \sqrt{1 - \sin x}$$

$$143. y = \frac{|x|}{x - |x|}$$

144. Poolringi, mille raadius on R , on kujutatud ristkülik. Avaldada ristküliku pindala S ristküliku kõrguse h funktsioonina, kui ristküliku alus asub poolringi diameetril. Leida selle funktsiooni määramispiirkond.

145. Leida funktsiooni $f(x) = \frac{3x - 5}{x^2 + 2x + 10}$ katkevuskohad.

146. Kontrollida funktsiooni $y = \sqrt{x}$ pidevust.

147. Leida funktsiooni $y = \frac{4}{x^2 - 2x + 1}$ pidevuspiirkond.

148. Konstrueerida järgmiste funktsioonide graafikud piirkonnas $|x| \leq 3$:

a) $y = \frac{x^3}{3} + 1,$

b) $y = |x^2 - 1| - 1.$

Leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.

149. Konstrueerida funktsiooni $y = |-3x^2 + 6x - 1|$ graafik ning leida kasvamispiirkond ja kahanemispiirkond.
150. On antud funktsioonid $f(x) = x^3 - x$ ja $\varphi(x) = \sin 2x$.
Leida $f[\varphi(x)]$.
151. On antud funktsioonid $y = \sqrt{z + 1}$ ja $z = \tan^2 x$.
Avaldada y muutuja x funktsioonina.
152. Avaldada järgmised liitfunktsioonid elementaarfunktsioonide kaudu:
- a) $u = (1 - 5^v)^2$, d) $y = 3 \ln 2x$.
- b) $y = \sqrt[3]{(1 + x)^2}$,
- c) $zy = \sqrt{\cos 4t + 3}$,
153. Avaldada funktsiooni $y = 1 - 3x$ pöördfunktsioon.
Leida selle määramispiirkond ning skitseerida graafik.
154. Avaldada funktsiooni $t = s^2 + 1$ pöördfunktsioon ja leida selle määramispiirkond.
155. Kas funktsioon on paaris või paaritu, kui
- a) $f(x) = \frac{\sin x}{2^x}$,
- b) $f(x) = x^3 + 3x$,
- c) $f(x) = 2 - x^4$?

Piirväärtus

Leida piirväärtused.

156. $\lim_{x \rightarrow -3} (x^3 - 5x^2 + 2x + 4)$

157. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{1-x}$

158. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 4x}{x^2 - 2x - 24}$

159. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{3x^2 - 14x - 5}$

160. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$

161. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x^2 + 1}}{2x^2}$

162. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}}$

163. $\lim_{z \rightarrow -3} \frac{\sqrt{z+3}}{\sqrt{1-z}-2}$

164. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - \sqrt{a^3}x}{\sqrt{ax} - a}$

165. $\lim_{y \rightarrow +\infty} (\sqrt{y+1} - \sqrt{y})$

166. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+3}$

167. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x-2x^2}{x^2+x-1}$

168. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x}{x+6}$

169. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x + 3}$
170. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4t^2 + \sqrt{t} + 2}{2t^2 - \sqrt{3t} + 5}$
171. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{x}{4})^x$
172. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n} + \frac{1}{n})^n$
173. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x}$
174. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
175. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$
176. $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin 3\alpha}{\sin 2\alpha}$

Funktsiooni tuletis

177. Leida definitsiooni põhjal funktsiooni $y = \frac{1}{2} \sqrt{x}$ tuletis.

Leida funktsioonide tuletised.

$$178. y = \frac{x^2}{3}$$

$$179. y = ax^2 + bx + c$$

$$180. y = x + 3x^2 - \frac{x^3}{3}$$

$$181. y = 2x^2 + 5x - 3 - x^{-3} - 2x^{-2}$$

$$182. y = \frac{x}{c} - \frac{ax}{b + c}$$

$$183. y = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}$$

$$184. y = (\sqrt{x} - \sqrt{a})^2$$

$$185. y = \sqrt{a^3 + a} - 1$$

$$186. y = (2 + 3x)^5$$

$$187. y = \frac{1}{\sqrt{a^2 - t^2}}$$

$$188. y = x^4(3x + 2)^3$$

$$189. u = \frac{2t}{t + 3}$$

$$190. v = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$$

$$191. y = \frac{x^3}{(x - 5)^4}$$

$$192. y = \sin 6v$$

$$193. y = \cos^2 z$$

$$194. y = 3 \sin (3x + 5)$$

$$195. y = \frac{\tan x}{x}$$

$$196. s = a \cos^2 \frac{t}{a}$$

$$197. y = \sqrt{\cos 4u}$$

$$198. y = \tan \frac{x+1}{2}$$

$$199. y = x \sin (2x - 1)$$

$$200. y = \frac{\sin z}{z} + \frac{z}{\sin z}$$

$$201. y = \frac{x \sin x}{1 + \tan x}$$

$$202. y = \frac{1}{\ln x}$$

$$203. y = \cos^2 x - 2 \ln \cos x$$

$$204. y = e^{-x^2}$$

$$205. y = xe^x$$

$$206. y = 3^{\sin x}$$

$$207. y = t \cdot 10^{\sqrt{t}}$$

$$208. y = \frac{1 + e^v}{1 - e^v}$$

$$209. y = \frac{\cos x}{e^x}$$

$$210. y = e^{\sqrt{x}} \cdot (1 - e^{-\sqrt{x}})$$

$$211. y = z \sqrt{1 - z^2} + \arcsin z$$

$$212. y = \arccos x^2$$

$$213. y = \arctan \sqrt{6x - 1}$$

$$214. y = \sqrt{x} \arctan x$$

$$215. y = \arcsin \sqrt{1 - 4x}$$

Leida funktsioonide tuletised argumendi antud väärtuste korral.

$$216. y = 3x^{\frac{2}{3}} + 5x^{\frac{4}{5}} + x^{-\frac{1}{2}}; x = 1.$$

$$217. y = (1 + 2x)^{30}; x = -1.$$

$$218. y = (1 + \sqrt[3]{z})^3; z = 8.$$

$$219. y = x^3 \sqrt{1 - x^2}; x = 0.$$

$$220. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}; x = 3.$$

$$221. y = \frac{\sqrt{5 - u^2}}{5 + u}; u = -2.$$

$$222. y = \frac{x^8}{8(1 - x^2)^4}; x = 0.$$

$$223. y(s) = \sqrt{\frac{s+1}{s-1}}; s = 2.$$

$$224. f(t) = \frac{t^2 - 5t - 1}{t^3}; t = \frac{1}{a}.$$

$$225. z = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}; x = \pi.$$

$$226. s = \frac{\sin t}{1 + \cos t}; t = \frac{\pi}{2}.$$

$$227. y = \ln \sin x; x = \frac{\pi}{4}.$$

$$228. y = \arcsin \frac{x}{a}; x = \frac{a}{2}.$$

Funktsiooni tuletise rakendusi

229. Leida funktsiooni $y = 4x - x^2$ ekstreemumid.
230. Leida funktsiooni $y = \frac{x^2}{x - 2}$ ekstreemumid.
231. Uruida järgmisi funktsioone ja skitseerida graafikud:
- a) $y = \frac{x^3}{3} - 1$,
- b) $y = x^2 - 2x - 3$,
- c) $y = x^2 - \frac{x^4}{2}$.
232. Koostada puutujate võrrandid kõverale $y = 4x - x^2$ selle lõikepunktides x -teljega.
233. Millise kõvera $y = x^2 - 2x + 5$ punktis on selle puutuja paralleelne I veerandi nurgapoolitajaga?
234. Koostada võrrandid hüperbooli $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$ puutujatele, mis läbivad selle hüperbooli ja sirge $3x - 5y = 0$ lõikepunkte.
235. Kahe arvu vahe on a . Missugused peavad olema need arvud, et nende korrutis oleks vähim?
236. Kolmnurga alus on 16 ja kõrgus 10 cm. Millised peavad olema sellesse kolmnurka kujutatud ristküliku mõõtmed, et ristküliku pindala oleks maksimaalne?
237. Silindri ruumala on V . Millised peavad olema selle silindri mõõtmed, et täispindala oleks vähim?
238. Millised on kera ümber kujundatud minimaalse ruumalaga koonuse mõõtmed, kui kera raadius on 10 cm?
239. Silindrikujulist keha täiendab ülalt poolkera. Millised peavad olema selle keha mõõtmed, et tema täispindala oleks vähim?

240. Keha on visatud vertikaalselt üles algkiirusega $300 \frac{m}{s}$.
Liikumise võrrand on $s = v_0 t - 4,9 t^2$. Kas momendil
t keha tõuseb või langeb, kui
- $t = 20s$,
 - $t = 30s$,
 - $t = 32s$?
241. Leida järgmiste funktsioonide diferentsiaalid:
- $y = x^3 - 3x^2 + 3x$,
 - $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$,
 - $y = \ln \cos x$.
242. Arvutada diferentsiaali abil täpsusega 0,01
- $\sqrt{3603}$,
 - $\cos 31^\circ$,
 - $\arctan 0,98$,
 - $(2,93)^4$.
243. Kuubi serva pikkus on $5(\pm 0,01)$ meetrit. Arvutada
kuubi ruumala absoluutne ja relatiivne viga.

Integraal

Integreerida

244. $\int (x^5 - 4x^3 + x - 1) dx$

245. $\int \frac{dx}{x^{11}}$

246. $\int \sqrt[3]{x} dx$

247. $\int \sqrt{3pt} dt$

248. $\int (x - \frac{1}{2x^2} + 1) dx$

249. $\int 3x\sqrt{x} dx$

250. $\int (2x^3 - 5 \sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{4x^5} - 1) dx$

251. $\int \frac{x^2 - 3x + 8}{x^4} dx$

252. $\int \frac{(2\sqrt{z} + 1)^2}{z^2} dz$

253. $\int \frac{(2-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$

254. $\int \frac{x-2}{\sqrt{x^3}} dx$

255. $\int \frac{dx}{(2x-3)^5}$

256. $\int \sqrt{8-2t} dt$

257. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+1}}$

258. $\int \frac{1}{5x+4} dx$

259. $\int \frac{x dx}{3-5x^2}$

$$260. \int \frac{du}{2u - 1}$$

$$261. \int e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$262. \int (e^t + e^{-t})^2 dt$$

$$263. \int 3^{2x} 2dx$$

$$264. \int 5^{\sin x} \cos x dx$$

$$265. \int \sin \frac{x}{3} dx$$

$$266. \int \cos(1 - 2x) dx$$

$$267. \int \frac{dx}{\sin^2(3x + 2)}$$

$$268. \int \sin 3z dz$$

$$269. \int \frac{dx}{\cos^2(3x + 5)}$$

$$270. \int \tan 3x dx$$

$$271. \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$$

$$272. \int \frac{3 - 2 \sin^2 x}{\sin^2 x} dx$$

$$273. \int x e^{-3x} dx$$

$$274. \int x \sin 2x dx$$

$$275. \int v \cos 2v dv$$

$$276. \int x^2 \sin x dx$$

$$277. \int \arctan t dt$$

$$278. \int x \ln(x - 1) dx$$

$$279. \int e^x (\sin e^x) dx$$

Leida määratud integraalide väärtused.

$$280. \int_1^4 \sqrt{x} \, dx$$

$$281. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{\cos^2 2t}$$

$$282. \int_2^{-13} \frac{dx}{\sqrt{(3-x)^4}}$$

$$283. \int_0^1 \frac{z \, dz}{\sqrt{2+3z}}$$

$$284. \int_0^4 (1 + e^{\frac{x}{4}}) \, dx$$

$$285. \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

286. Leida joontega $y = 5 - x^2$ ja $y = 0$ piiratud kujundi pindala.

287. Leida joontega $y = -x^2 - 2$ ja $y = x - 4$ piiratud kujundi pindala.

288. Leida joontega $y = x^2$ ja $y = \frac{x^3}{3}$ piiratud kujundi pindala.

289. Leida joontega $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$ ja $y = 0$ piiratud kujundi pindala.

Diferentsiaalvõrrandid

Lahendada diferentsiaalvõrrandid.

290. $\frac{dy}{dx} = 1$

291. $y' - 2x = 0$

292. $yy' - x = 0$

293. $y(x-1)y' - \frac{1}{y+1} = 0$

294. $y \frac{dy}{dx} - x = 0$

295. $x(x+1) \frac{dy}{dx} + y = y^2$

296. $y^2 + x^2 y' = xy y'$

297. $(a^2 + x^2)y' + xy = 1$

298. $y' = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$

299. $\frac{dy}{dx} - y = x^2$

300. $\frac{dy}{dx} + 3x^2 y = e^{-x^2}$

301. $y' + y \frac{1-2x}{x^2} = 1$

302. $xe^x y' + ye^x = 1$

303. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - \cos x = 0$

304. $y' + 2y = 4x$

305. $y' + y = \cos x$

306. $(y^2 - 3x^2)dy + xydx = 0$

Leida diferentsiaalvõrrandi erilahend.

$$307. yy' + x = 0; y|_{x=2} = 4.$$

$$308. x^2 y' + y^2 = 0; y|_{x=-1} = 1.$$

$$309. y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}; y|_{x=1} = -1.$$

$$310. x^2 \frac{dy}{dx} + (1 - 2x)y - x^2 = 0; y(-1) = 1.$$

$$311. y' - xy = -e^{-x^2} y^3; y(0) = 1.$$

ЗАДАЧИ ПО ВЧСНЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Учебное пособие для студентов
биолого-географического факультета
Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Эликооли, 18

Vastutav toimetaja E. Aadusoo
Korrektor M. Raisma

=====
TRÜ rotaprint 1972. Paljundamisele antud
30.III 1972. Trükipoognaid 7,13. Ping-
trükipoognaid 6,63. Arvestuspoognaid 5,18.
Paber 30x42. 1/4. Trükiarv 300. Tell.nr. 431

H i n d 35 kop.

Hind 35 kop.

51(076)

XII
-8
lgs