

TARTU ÜLIKOOL
LOODUS- JA TÄPPISTEADUSTE VALDKOND
MATEMAATIKA JA STATISTIKA INSTITUUT

Ekke-Markus Muttika
**Matemaatikaga seotud uskumuste uurimine
kõrghariduse tasandil: temaatiline lähenemine
Beswicki raamistikule**

Matemaatika- ja Informaatikaõpetaja eriala
Magistritöö (15 EAP)

Juhendaja: Kateryna Lipmaa

TARTU 2025

**MATEMAATIKAGA SEOTUD USKUMUSTE UURIMINE
KÕRGHARIDUSE TASANDIL: TEMAATILINE LÄHENEMINE
BESWICKI RAAMISTIKULE**

Magistritöö

Ekke-Markus Muttika

Lühikokkuvõte

Käesolevas magistritöös analüüsitakse ülikooli tasemel matemaatikaõpetajate uskumusi matemaatika olemusest, selle õpetamisest ja selle õppimisest. Analüüsi aluseks võeti Kim Beswicki matemaatikaõpetajate uskumuste raamistik. See raamistik oli algselt loodud põhikooliõpetajate uskumuste kirjeldamiseks. See töö katsetab selle raamistiku sobilikkust ülikooli õpetajatega ning tuvastab kuidas võiks Beswicki raamistikku laiendada.

CERCS teaduseriala: S270 Pedagoogika ja didaktika

Märksõnad: matemaatika olemus, matemaatika õpetamine, matemaatika õppimine, õpetajate uskumused, matemaatika kõrgharidus

**RESEARCHING BELIEFS RELATED TO MATHEMATICS IN
HIGHER EDUCATION: A THEMATIC APPROACH TO
BESWICK'S FRAMEWORK**

Masters' thesis

Ekke-Markus Muttika

Abstract

This Masters's thesis aims to analyze university math teachers beliefs about the nature, the teaching and the learning of mathematics. The analysis is conducted with Kim Beswicks framework of mathematics teachers beliefs. This framework was initially created to analyze pre-service teachers beliefs. This thesis tests the frameworks applicability to university teachers and propose potential dimensions how the framework could be expanded.

CERCS research specialisation: S270 Pedagogy and didactics

Key Words: nature of mathematics, teaching mathematics, learning mathematics, teacher's beliefs, tertiary mathematics education

Sisukord

Sissejuhatus	5
1 Teooria: Beswicki raamistik matemaatikaõpetajate uskumustest	7
1.1 Õpetajate uskumused matemaatika olemusest	8
1.2 Õpetajate uskumused matemaatika õpetamisest	9
1.3 Õpetajate uskumused matemaatika õppimisest	10
2 Metoodika	12
2.1 Valim	12
2.2 Intervjuu	13
2.2.1 Intervjuu juhend	13
2.3 Kodeerimine ja analüüs	14
3 Andmeanalüüs	15
3.1 Esimene Intervjuu – Sander	15
3.1.1 Sanderi uskumused matemaatikast	15
3.1.2 Sanderi uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest	16
3.2 Teine Intervjuu – Toomas	17
3.2.1 Toomase uskumused matemaatikast	18
3.2.2 Toomase uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest	18
3.3 Kolmas Intervjuu – Tambet	19
3.3.1 Tambeti uskumused matemaatikast	20
3.3.2 Tambeti uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest	20

3.4	Neljas Intervjuu – Liisa	21
3.4.1	Liisa uskumused matemaatikast	21
3.4.2	Liisa uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest	22
3.5	Viies Intervjuu – Kaisa	23
3.5.1	Kaisa uskumused matemaatikast	24
3.5.2	Kaisa uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest	24
4	Arutelu	27
4.1	Raamistiku laiendus - uskumused rakendusmatemaatikast	28
4.2	Raamistiku laiendus – uskumused õppeaine kujundusest	29
5	Tänuõnad	32
6	Kokkuvõte	32
	Viited	33
	Lisa 1. Intervjuu juhend	36

Sissejuhatus

Inimeste uskumused on raskesti mõõdetavad ning veel raskemini defineeritavad (Ernest, 1989). Varasemad uuringud on näidanud, et matemaatikaõpetaja individuaalsed uskumused matemaatikast ja selle õpetamisest on seotud sellega, kuidas matemaatikaõpetaja oma tundi korraldab ja planeerib. Samas tihti leidub ka vastuolusid õpetaja kirjeldatud uskumuste ja nende tegeliku praktika vahel (Lepik jt, 2012). Matemaatika uskumuste ja õpetamise seoste kirjeldamine on veel aktiivne uurimisala (Kasa jt, 2024). On uuritud matemaatikaõpetajate uskumusi mitmetes erinevastes haridusastmetes, peamiselt põhikoolis (Xie ja Cai, 2021) ning võrdlemisi vähe ülikooli tasemel (Kasa jt, 2024).

Eestis on eelnevalt võrreldud põhikooli matemaatikaõpetajate uskumusi headest õpetamise tavadest ning võrreldud Läti ja Soome õpetajatega (Lepik jt, 2012). Samuti on Eestis uuritud esimese kursuse ülikooli tudengite vaateid matemaatikast (Kaldo ja Hannula, 2012), aga veel ei ole ühtegi uuringut, mis võttis eesmärgiks kirjeldada eesti ülikoolide matemaatikaõpetajate uskumusi matemaatikast ning selle õpetamisest ja õppimisest.

Paul Ernest lõi analüütilise mudeli, et kirjeldada ja uurida matemaatikaõpetajate teadmisi, uskumusi ja suhtumisi matemaatikasse ning nende seost õpetamise praktikaga (Ernest, 1989). Ernesti töö on saanud aluseks mitmetele teistele matemaatikaõpetajate uskumuste uuringutele ja raamistikudele (Bryan jt, 2007; Beswick, 2012; Muhtarom jt 2019). Selle töö jaoks on neist kõige relevantsem Beswicki edasiarendus (Beswick, 2012), kus ta lõi analüüsi toetava raamistiku ühendades mõlemad Ernesti ning Laura Van Zoest, Graham Jones ja Carol Thorntoni tööd (Ernest, 1989; Van Zoest jt, 1994). Beswicki raamistik loodi eesmärgiga, et kirjeldada ja analüüsida põhikoolis töötavaid matemaatikaõpetajaid (Beswick, 2012). See võib jääda puudulikuks, kui sellega üritada kirjeldada Eesti ülikoolis õpetavaid matemaatikaõpetajaid. Kui Yosef Kasa, Solomon Areaya ja Mulugeta Woldemichael

võtsid Beswicki raamistiku aluseks, et uurida Etioopia ülikooli matemaatikaõpetajate uskumusi, siis nad lisasid raamistikule lisa dimensiooni, mis kirjeldas uskumust õpetaja rollist matemaatika õpetamisel (Kasa jt, 2024). Nende uuring oli piiratud üheainsa esimese kursuse matemaatika aine õppejõududega (Kasa jt, 2024). Speer jõudis järeldusele, et matemaatikaõpetajate uskumuste analüüs ja võrdlus praktilisega annab kasulikemaid tulemusi, kui neid võimalikult täpselt ja kitsalt kirjeldada (Speer, 2008). See uuring analüüsib mitmekesisemate taustadega ülikooli matemaatikaõpetajaid ehk võib ilmnedagi veel vajadusi raamistiku laiendada või monteerida, et läbi viia põhjalikku ja korrektset analüüsi.

Selle töö eesmärk on teha esimene samm Eestis ülikooli matemaatikaõpetajate uskumuste uurimisse ning toetada tuleviku analüüsi selles teemas. Lootus on, et see töö paljastab olulisi tähelepanekuid sellise analüüsi jaoks konstrueeritava mudeli või raamistiku loomisel. Käsile on võetud kaks uurimisküsimust:

1. Milliseid uskumusi väljendavad ülikoolide matemaatikaõpetajad matemaatika olemuse, õpetamise ja õppimise kohta?
2. Kas mõni tuvastatud uskumus jääb väljapoole Beswicki algse raamistiku mõõtmeid?

1 Teooria: Beswicki raamistik matemaatikaõpetajate uskumustest

Matemaatika uskumuste uurimine on oluline. On mitmeid tegureid, mis mõjutavad seda kuidas matemaatikaõpetaja viib läbi matemaatika õpet – õpetaja teadmised, õppekava ja õppenõuded, materjalid ja mitmed muud. Varasemad uuringud on leidnud, et õpetaja uskumustel on tugev mõju sellele, kuidas kõik need tegurid mõjutavad tema õpet. Selle jaoks, et mõista, arendada ja potentsiaalselt muuta matemaatikaõpetajate õpetamist tuleb mõista mis ja kuidas nad teevad õpetamisega seotud otsuseid. Lisaks veel on näidatud, et õpetajate uskumused mõjutavad oluliselt seda kuidas õpetaja õpetamise stiil ja metoodika areneb tema õpetamise karjääri jooksul. Samuti mõjutavad uskumused ka kui vastutulelikud on õpetajad õpetamise reformidele ning kuidas nad neid endale sobivaks kohandavad (Speer, 2008).

Selles uuringus võeti fookuseks ülikooli matemaatikaõpetajate uskumused matemaatikast, matemaatika õpetamisest ning matemaatika õppimisest. Neid kolme uskumuste kategooriat on varem uuritud ja võrreldud ja sellepärast võtame ka need selle töö fookuseks.

Analüüs toetub peamiselt Kim Beswicki väljaarendatud raamistikule, mis ühendab uskumused matemaatikast, matemaatika õpetamisest ja matemaatika õppimisest. Tabelil on ette nähtud, et vertikaalteljel asetsevad uskumused moodustavad kontinuumi, ehk kõrvuti asetsevad uskumused on sarnased ja otsmised on erinevad, ning horisontaalteljel olevad uskumused on omavahel teoreetiliselt kokkusobivad (Beswick, 2005).

Uskumused matemaatikast (Ernest, 1989)	Uskumused matemaatika õpetamisest (Van Zoest, 1994)	Uskumused matemaatika õppimisest (Ernest, 1989)
Instrumentalistlik	Ainealane fookus ja rõhk tulemustele	Oskuste meisterlikkus, passiivne teadmiste areng
Platonistlik	Ainealane fookus ja rõhk sisulisele arusaamisele	Aktiivne sisulise arusaamise arendamine
Probleemide lahendamine	Fookus õppijale	Iseseisev huvidest lähtuv avastamine

Joonis 1: Beswicki tabel matemaatikaõpetajate uskumustest

1.1 Õpetajate uskumused matemaatika olemusest

Koolimatemaatika ja teadusliku matemaatika ühildamiseks on tähtis, et matemaatikaõpetajad oskaksid matemaatikat matemaatika teaduritele sarnaselt hinnata (Knoll jt, 2004).

Ernest pakkus välja kolm erinevat matemaatiliste uskumuste kategooriat (Ernest, 1989):

1. Instrumentalistlik
2. Platonistlik
3. Probleemide lahendamine

Instrumentalistliku vaatega inimese jaoks on matemaatika praktiline ja kasulik faktide kogum. Tema jaoks on matemaatikat vaja teiste väliste eesmärkide saavutamiseks (Ernest, 1989) ning erinevad matemaatika teemad ei ole otseselt omavahel ühendatud. Platonistlike vaadetega inimene mõistab matemaatikat kui eraldiseisvat staatilist süsteemi, mis eksisteerib iseseisvalt ning inimesed ei saa seda mõjutada. Platonisti jaoks on matemaatika avastatud, mitte leiutatud ning teemadevahelised seosed on olulised, et motiveerida edasisi avastusi (Ernest, 1989). Probleemide

lahendamise vaatega isiku jaoks on matemaatika dünaamiline ja pidevalt arenev uurimisvaldkond. Tema jaoks ei ole matemaatika lõplik ning eelnevad tulemusi on võimalik täiendada ja edasi arendada (Ernest, 1989). Selliste vaadetega isiku jaoks on matemaatika just protsess, mitte tulemus (Beswick, 2012). Probleemide lahendamise vaade on matemaatiliste uskumuste poolest kõige modernsem. (Cooney ja Shealy, 1997)

1.2 Õpetajate uskumused matemaatika õpetamisest

Raamistikus kirjeldatud uskumused matemaatika õpetamisest põhinevad Zoesti, Jonesi ja Thorntoni artiklil „Beliefs About Mathematics Teaching Held by Pre-service Teachers Involved in a First Grade Mentorship Program“ (Beswick, 2005), mis omakorda põhineb Kuhsi ja Balli eelneval tööel (Van Zoest jt, 1994). Kõigepealt tuvastati neli erinevat vaadet, kuidas matemaatikat peaks õpetama (Kuhs ja Ball, 1986; Van Zoest jt, 1994):

1. Fookusega õppijale. Tähelepanu on õppija isiklikul matemaatiliste teadmiste arengul.
2. Ainealase fookusega, rõhk sisulise arusaamise arendamisel. Õppijad peavad mõistma miks ja kuidas õpitavad meetodid toimivad.
3. Ainealase fookusega, rõhk tulemustele. Õpilane saavutab meisterlikkuse matemaatiliste valemite ja algoritmide rakendamisel.
4. Fookusega klassile. Rakendatakse tõhusaid klassiõppe meetodeid.

Klassipõhisel fookusel oli suur ülekattuvus teiste ainealase fookusega vaadetel (Kuhs ja Ball, 1986) ehk raamistik ehitati üles ainult esimese kolme vaate peale (Van Zoest jt, 1986).

Need kolm vaadet moodustavad kontinuumi. Neist esimene, fookus õppijale, on rohkem sotsiaalkonstruktivistlik lähenemine õpetamisele ja kolmas, ainealane fookus

rõhuga tulemustele, on rohkem tulemustepõhine. Ainalane fookus rõhuga sisulisele arusaamale, kirjeldab nende kahe vaate vahepealset (Van Zoest jt, 1986).

1.3 Õpetajate uskumused matemaatika õppimisest

Eelnevad uskumuste kirjelduste raamistikud võttis Beswick oma raamistikku minimaalsete muudatustega. Matemaatika õppimise uskumuste mudel põhines Ernesti kirjutatul, aga seda kohandati ja võeti kokku selle (Joonis 1) raamistiku jaoks (Beswick, 2005).

Mudel uskumustest matemaatika õpetamisest peaks kirjeldama õpetaja enda vaimset mudelit sellest, kuidas matemaatikat õpitakse. See sisaldab endas vaateid õppimise protsessist, mis vaimsed ja füüsilised käitumised on õppimisega seotud ning mis ja millised on sobilikud matemaatika õppimise meetodid (Ernest, 1989). Ernest toob välja peamised konstruktsioonid, kuidas mõista matemaatika õppimist äärmuste kaudu (Ernest, 1989):

1. Matemaatika õppimine on aktiivne teadmiste kui ühendatud terviku konstrueerimine või matemaatika õppimine on passiivne teadmiste vastu võtmine.
2. Matemaatika õppimine tähendab autonoomsuse ja huvide arendamist või õppija peab olema kuulekas ja kaasatöötav.

Nendest tõi Ernest veel edasiarendusi võimalikest õppimise mudelitest, mida võttis Beswick kokku kolmeks põhiliseks kontinuumi moodustavaks uskumuseks matemaatika õppimise kohta (Beswick, 2005):

1. Oskuste meisterlikkus, passiivne teadmiste areng. Õppimisel on tähtis omandada võimekus korrektselt rakendada valemeid ja algoritme. Õpetaja määrab, mida on vaja õppida.

2. Aktiivne sisulise arusaamise arendamine. Õppides tuleb küsida „miks?“ ning mõista õpitavaid teemasid sügavalt ja sisukalt.
3. Iseseisev huvidest lähtuv avastamine. Õppija liigub õppetunnist edasi ja väljapoole. Ise uurib asju juurde ja proovib matemaatilisi omadusi ning tulemusi iseseisvalt avastada. Õppija omaenda uudishimu on õppeprotsessi juhtiv.

2 Metoodika

Tegemist on kvalitatiivse intervjuu kombineeritud deduktiivse ja induktiivse teemaatilise analüüsiga. Uuringu raames viidi läbi intervjuud matemaatika teadurite ja lektoritega. Nimelt just inimesed, kes hetkeliselt õpetavad matemaatikat ülikooli tasemel.

Läbiviidud intervjuud transkribeeriti ja seejärel kodeeriti. Iga intervjuueeritav sai võimaluse üle kontrollida oma intervjuu transkriptsiooni ning soovi korral teha parandusi. Intervjuude transkriptsioonid olid konfidentsiaalsed ning peale jagamist intervjuueeritavaga, pääsesid neile ligi ainult selle uurimistöö autorid.

Beswick algselt lõi oma raamistiku, et kategoriseerida põhikooli matemaatikaõpetajate uskumusi matemaatika ja matemaatika hariduse kohta. Rakendamiseks ja andmekogumiseks kasutas ta eraldi küsimustikku ja intervjuusid (Beswick, 2005; Beswick, 2012). Selle uuringu eesmärk oli hinnata sellesama raamistikku sobilikkust ülikooli matemaatikaõpetajatele. Selle uuringu andmekogumine piirdud poolstruktureeritud intervjuudega.

2.1 Valim

Intervjuueeritavate valim oli mittetõenäosuslik. Tegemist oli sihipärase valimiga. Intervjuueeritav rühm on liiga väike ja spetsiifiline, et teostada tõenäosuslikku valimit. (Kalmus jt, 2015) Valiti välja sobivad uuritava rühma esinduslikud isikud. Eesmärgiks võeti teostada viis intervjuud. Arvestades, kui väike on uuritav hulk, siis ei ole võimalik täpselt kirjeldada intervjuueeritavate tausta, ilma anonüümsust rikku-mata, aga kõik on pikemat aega ülikoolis matemaatikat õpetanud ning enamustel puudub kogemus väljaspool ülikooli õpetamisega. Intervjuueeritavad on mitmekesise matemaatilise taustaga, aga kõik on õpetanud ülikoolis matemaatika aineid, mis on suunatud esimese aasta tudengitele.

Koostatud valim piirdus ainult ühe õppeasutuse matemaatikutega, sellepärast on võimalik, et korjatud andmed on kallutatud. On võimalik, et kõikide uuritavate uskumused on kallutatud õppeasutuse sisemise kultuuri poolt. Kahjuks jääb selle kontrollimine selle uuringu skoobist välja. Tuleviku suuremad uuringud võiksid hõlmata matemaatika kõrghariduse õpetajaid mitmetest eri asutustest.

2.2 Intervjuu

Intervjuud olid poolstruktureeritud. Intervjuu küsimuste kava on leitav Lisas 6.

Tegemist on individuaalintervjuudega ning kõik intervjuud viis läbi sama intervjueriija. Intervjuud viidi läbi näost näkku, intervjueeritavale sobivas keskkonnas. Intervjuud salvestasti Sony BX140 diktofoniga. Keskmiselt kestis üks intervjuu umbes 40 minutit. Kõikidest läbiviidud intervjuudest oli kõige lühem 24 minutit ning kõige pikem kestis 64 minutit.

Intervjuu transkribeerimisel kasutati TTÜ kõnetehnoloogia labori avalikku kõnetuvastuse teenust „Tekstiks.ee“ (Olev ja Alumäe, 2022). See tarkvara koostas intervjuudest esialgse teksti ning seejärel töötati läbi kogu tekst koos intervjuu salvestusega, et parandada kirja ja keelevigu ning korrektselt määrata tekst kõnelejatele. Trankriptsioonid on verbatim kujul ja ühe intervjuu trankriptsioon oli keskmiselt 8 lehekülge pikk ning umbes 5000 sõna.

2.2.1 Intervjuu juhend

Intervjuu juhend koosneb kahekümnest küsimusest ning on jaotatud viite ossa.

Esimese osa küsimused on seotud intervjueeritava tausta, rolli ja õpetamise kogemusega. Teine, kolmas ja neljas osa on igaüks seotud vastavalt uskumustest matemaatika olemusest, matemaatika õpetamisest ja matemaatika õppimisest. Osad küsimused on võetud Beswicki ja Zoesti (Beswick, 2005; Van Zoest jt, 1994) koostatud küsimustikest, ning kohandatud intervjuule sobivaks. Ülejäänud küsimused

loodi selle uuringu autorite poolt eesmärgiga saada vastuseid, mis aitaksid kirjeldada intervjueeritava vastavaid uskumusi.

Viies osa koosneb ainult kahest küsimusest, mis on pisut avatumad. Selles osas saab ka intervjueeritav võimaluse ise lisada mõtteid või täpsustada eelnevalt räägitut.

2.3 Kodeerimine ja analüüs

Kodeerimiseks kasutati veebipõhist kodeerimistarkvara QCAMap¹. Analüüsis kasutati kombineeritud deduktiivset ja induktiivset lähenemist (Kalmus jt, 2015) ehk kõigepealt loodi 9 erinevat koodi, mis vastasid igaüks ühele Beswicki raamistiku kategooriale (Joonis 1). Seejärel kodeeriti üksikhaaval läbi iga intervjuu transkriptsiooni tekst. Kodeerimise käigus loodi uusi koode, et välja tuua intervjueeritavate mõtteid ja uskumusi, mis ei langenud eelnevalt loodud 9 koodi alla. Üks intervjuu kodeeriti nii töö autori kui ka töö juhendaja poolt ja ülejäänud kodeeris autor ja koodid kontrollis üle töö juhendaja.

Kodeeritud tekstil teostati kahefaasilist deduktiivset ja induktiivset temaatilist analüüsi. (Kalmus jt, 2015) Deduktiivse analüüsiga kirjeldati ning kaardistati iga intervjueeritava uskumusi matemaatikast, matemaatika õpetamisest ja õppimisest vastavalt Beswicki raamistikule. Sellele järgnes induktiivne temaatiline analüüs, kus tuvastati ühiseid läbivaid teemasid intervjueeritud õpetajate uskumustes. Need on aluseks Beswicki raamistiku potentsiaalseteks laiendusteks.

¹<https://www.qcamap.org/>

3 Andmeanalüüs

Kõik intervjueeritavad on esindatud juhuslike varjunimedega. Valitud nimed ei peegelda intervjueeritava sugu, rahvust ega ühtegi muud omadust. Kuna uuritav hulk, kust valiti intervjueeritavad, on väike, siis peavad intervjueeritavate tausta kirjeldused olema ebamäärased, et säilitada intervjueeritavate anonüümsus.

Analüüsi tulemusena valmis tabel, kus on kaardistatud kõikide intervjueeritavate uskumused vastavalt Beswicki raamistikule (Joonis 2, lk 26).

3.1 Esimene Intervjuu – Sander

Esimesele intervjueeritavale on antud varjunimi Sander.

Sander on Tartu Ülikoolis matemaatika teadur, ning on õpetanud ülikoolis matemaatikat juba üle kümne aasta nii vastutava õppejõuna kui ka praktikumi juhendajana. Tal on ka vähest kogemust ülikoolitüdengitest nooremate õpilastega, aga pole kunagi püsivalt õpetanud põhikoolis ega gümnaasiumis.

3.1.1 Sanderi uskumused matemaatikast

Kõige tugevamalt seonduvad Sanderi uskumused matemaatikast probleemide lahendamise vaatega. Sander tõi välja, kuidas matemaatikas lahendamismeetodid on pidevalt arenevad ning kirjeldas matemaatikat, kui midagi mida ehitatakse. See on kindlalt probleemide lahendamine. Ta katogeriseeris matemaatikas tehtavat tööd kaheks: teooria ehitamine ja ülesannete lahendamine. Ta rääkis kuidas teda huvitab kõige rohkem just keeruliste ülesannete uurimine ja lahendamine, aga need kaks kategooriat tihti kattuvad ja toetavad teineteist.

Ta vaated olid osaliselt instrumentalistlikud, sest ta rõhutas matemaatika kasulikkust, kui tugevat motivatsiooni selle arenguks ning mis teeb matemaatilist tööd huvitavamaks. Puhta instrumentalisti jaoks küll ei ole matemaatika erinevad teemad

seotud ning Sander seda ei uskunud, aga Sander peab matemaatika rakendatavust tähtsaks. Sander ühe korra lühidalt kirjeldas matemaatikat, kui „eraldi seisvat“, mis seondub platonistliku vaatega, aga ülejäänud intervjuu platonismi otseselt ei peegeldanud.

Sanderi vaated on tugevalt probleemide lahendamise vaatega kooskõlas. Tal on kergelt ülekattumist teiste kategooriatega, aga matemaatiliste uskumuste kirjeldamiseks oli Beswicki raamistik väga sobilik.

3.1.2 Sanderi uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest

Sanderi uskumused matemaatika õpetamisest olid kalduvusega ainealasele fookusele rõhuga sisulisele arusaamale. Samuti oli tema jaoks väga oluline, et õpetaja teeks ainet õpilase jaoks huvitavaks ning arendaks tema sisemist motivatsiooni, mis langeb kokku „fookus õppijale“ uskumuste kategooriaga.

Sanderi eelistatud õpetamisviis on selline, kus õpetaja juhendab ja tutvustab teooriat õpilastele ning seejärel õpilased peavad ise hakkama seda teooriat rakendama ülesannete lahendamisega. Ta kirjeldas küll, et tema jaoks on tähtis, et õpilased lihtsalt ei rakendaks valemeid või võtteid, vaid mõistaksid ka teooriat millel need põhinevad ning vajadusel oskaksid neid ise tuletada. Nimelt just, et õpilane võiks luua iseendale süsteemi, mis aitab tal õpitavat teemat mõista.

Lisaks peab ta ka matemaatikas harjutamist väga oluliseks. Nimelt kirjeldas just, et teatud oskused tekivad just harjutamise teel ning nende omandamine on tähtis, et uurida ja mõista keerulisemaid teemasid. Tõi näiteks, et funktsiooni analüüsimiseks on vaja osata tuletist arvutada ja võrrandisüsteemi lahendada. See on põhimõtteliselt kombinatsioon kahest matemaatika õppimise uskumuste kategooriast – „Oskuste meisterlikkus, passiivne teadmiste areng“ ja „Aktiivne sisulise arusaamise arendamine“. Ehk et teatud oskustes meisterlikkuse saavutamine on oluline, et hõlbustada aktiivset sisulise arusaamise arengut.

Intervjuus tegi küll ka mitmeid väiteid, mis seonduvad iseseisva huvidest lähtuva avastamisega. Sanderi jaoks on oluline, et matemaatika õppijat huvitaks seda, mida ta õpib. Tema enda jaoks on raskusi tegeleda pikalt matemaatikaga, mis ennast ei pälvi. See ühendub ka tema matemaatika uskumustega, kus ta pidas sisemise motivatsiooni jaoks oluliseks, et uuritaval matemaatikal oleks mingi päriseluline motivatsioon. Matemaatika õppija peaks samuti pingutama, et leida mis tekitab temas motivatsiooni matemaatikat õppida ning matemaatikaõpetaja üks roll on õpilast sellega aidata.

Sanderi arvates on õppimisel oluline tegeleda ka iseseisva avastamisega. Seda sest sellega kaasneb avastamise rõõm, mis aitab tekitada ja säilita huvi matemaatika vastu. Lisaks veel see aitab kaasa matemaatika uurimistöele, kui võetakse käsile veel lahendamata matemaatika probleeme ja ülesandeid. Siis on oluline osata iseseisvalt tulla uutele mõtetele.

Viimane mõte on huvitav, sest see toetab matemaatika iseseisvat avastamist tulemustele suunatud vaatest. Beswicki tabeli ülemised kategooriad on tugevalt seotud praktilisuse ja rakendatavusega, aga Sander esitas mõtte, mis andis iseseisvale avastamisele väga praktilise väärtuse. Nimelt just, et teaduslikus matemaatikas on oluline see avastamise oskus ning sellepärast on ka tähtis seda harjutada, et panustada matemaatika teadustöösse.

Sanderi uskumusi matemaatika õpetamisest ja õppimisest on keeruline Beswicki tabelisse kindlalt paigutada. Pigem on kalduvus ainealasele fookusele ja rõhk sisulisele arusaamale ning iseseisvale huvidest lähtuvale avastamisele.

3.2 Teine Intervjuu – Toomas

Teisele intervjuueeritavale on antud varjunimi Toomas.

Toomas on õppinud ja õpetanud matemaatikat Tartu Ülikoolis üle kümne aasta. Ta on andnud nii loenguid nii praktikume peamiselt ainetes, mis on suunatud ma-

temaatika bakalaureuse tudengitele. Toomas ei ole õpetanud põhikoolis ega gümnaasiumis.

3.2.1 Toomase uskumused matemaatikast

Toomas seostub kõige tugevamalt platonismi vaatega, aga on ka olulisel määral kallutatud probleemide lahendamise poole. Toomas kirjeldas matemaatikat, kui universaalset keelt, mis võimaldab üheselt mõista ja kirjeldada maailmanähtuseid, sõltumata keelest ja kultuurist. See on väga tugev viide platonismile, aga toomas kirjeldas ka matemaatikat kui miski, mis mingil määral eksisteerib iseseisvalt, aga mida inimesed on ise edasi arendanud. Ta ei soovinud kindlalt kinnitada ega ümber lükata väidet, et matemaatika on inimlooming.

Toomase pakutud kirjeldused matemaatikast langevad hästi kokku platonismiga, aga see kuidas ta kirjeldab inimeste panust matemaatika arengusse ja see, et see üldse areneb ja muutub on pigem probleemide lahendamise vaade. Toomase uskumused matemaatikast jäävad nende kahe vaate vahele.

3.2.2 Toomase uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest

Toomas uskumused matemaatika õpetamisest on tugevalt seotud õppija fookusega. Toomas tahab luua dialoogi ja arutelu õpilastega. Ta eesmärk on tuvastada õpilaste murekohti ja auke arusaamas ning siis neid abistada ning edasi suunata. Ta peab tähtsaks seoste loomist matemaatika erinevate teemade ja valdkondade vahel.

Ta kritiseerib matemaatika õpetamist, kus õpilane lihtsalt lahendab ülesandeid ja õpib valemeid või algoritme pähe ilma neid sisukalt mõistmata. Ta tunneb, et õpetamise käigus peab õpetaja jätma mulje matemaatikast kui rohkem kui lihtsalt ülesannete lahendamine. Hindamisel eelistab toomas kombinatsiooni suulisest

ja kirjalikust hindamisest, sest suulisel vastamisel saab õpetaja paremini aru, kas õpilane päriselt mõistab seda matemaatikat, millest ta on kirjutanud.

See kõik näitab seda, et Toomase jaoks on väga oluline arendada õpilase sisulist arusaama teemast lähtudes just õppijast endast. Tema kujutab matemaatikaõpetaja rolli selliselt, et õpetaja annab ette ja tutvustab teemasid ning seejärel algab koostöö, et arendada välja sügav mõistmine sellest teemast. Fookus on just sellel, et arendada õpilase analüüsi- ja probleemilahendamise oskust. Kui õpilasel on veel omad huvid matemaatikas, siis ta peaks ennast ise juhtima ja iseseisvalt juurde uurima.

Toomase jaoks on matemaatika õppimisel tähtis üritada iseendale luua sisulist arusaama ning aktiivselt tekitada seoseid teiste teemadega. Lisaks veel võiks ise veel otsida endale katsumusi või teemalaiendusi juurde. Iseseisev avastamine on Toomase jaoks oluline ning kuigi seda ei pea kindlasti alati olema, aitab see tekitada ning säilitada motivatsiooni matemaatika vastu. Ise avastamine ja juurde õppimine on ka omaette oskus, mille arendamisesse võiks õpetaja panustada.

Toomase uskumused matemaatika õppimisest on kõige rohkem aktiivse sisulise arusaamise arendamise kallis, aga nendel on ka ülekattumist iseseisva huvidest lähtuva avastamisega.

3.3 Kolmas Intervjuu – Tambet

Kolmandale intervjuueeritavale on antud varjunimi Tambet.

Tambet on õpetanud Tartu Ülikoolis matemaatikat üle kahekümne aasta. Ta on peamiselt andnud matemaatika aineid, mis on suunatud bakalaureuseõppe tudengitele. Tambet ei ole õpetanud põhikoolis ega gümnaasiumis.

3.3.1 Tambeti uskumused matemaatikast

Tambeti uskumused matemaatikast on tugevalt seotud matemaatika praktilisuse ja rakendatavusega. Ta kirjeldas matemaatikat, kui alust kõikidele teistele teadustele ning tõi näiteid erialadest, kus see on tarvilik töötamiseks ning elust, kus see on kasulik. Tambeti jaoks teeb matemaatika just eriliseks selle kasulikkus, et kuidas seda kasutatakse peaaegu igas erialas ja isegi kunstis. Need seonduvad kõige paremini instrumentalismiga.

Nimetada Tambetit instrumentalistik oleks küll pisut eksitav. Tambetil puudus uskumus, et matemaatika teemad ei ole omavahel tugevalt seotud, mis on instrumentalismi üks põhine tunnusjoon. Sarnaselt Toomasele, Tambet samuti kirjeldas ka matemaatikat, kui midagi, mis on eraldi seisev, aga inimeste poolt edasi arendatud. See väide on platonismi ja probleemida lahendamise vahel, aga Tambet rõhutas seda ka vähem kui Toomas.

Beswicki raamistiku järgi oleks kõige korrektsem liigitada Tambet instrumentalistik, aga see oleks potentsiaalselt eksitav. Võimalik, et võiks olla instrumentalistist eraldatud matemaatika olemuse uskumuse kategooria, mis aitaks Tambeti uskumusi täpsemalt liigitada.

3.3.2 Tambeti uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest

Tambeti uskumused matemaatika õpetamisest on ainealase fookuse (rõhk sisulisel arusaamisel) ja õppija fookuse vahepeal. Ta pidas oluliseks individuaalset õppija küsitlemist ja suunamist, aga tõeses et see ei ole ajaliselt tihti võimalik. Matemaatika õpetamisel peab ta oluliseks luua ülesandeid ja materjale, mis panevad õpilase proovile ning eeldavad temalt sisulise arusaamise arengut.

Ta kritiseeris otseseid ülesandeid, kus õpilane saab lihtsalt rakendada valemit, algoritmi või definitsiooni. Tambeti jaoks on tähtis õpetada ja kontrollida matemaatikat niimoodi, et õpilane ei saaks läbi ainult õppimismeetoditega, mis on oma olemuselt

ainult mälule toetuvad.

Tambeti uskumused matemaatika õppimisest on kõige paremini kooskõlas aktiivse sisulise arusaamise kategooriaga. Ta rõhutas, et õppimisel tuleb seada endale kindel eesmärk üritada õpitavat sügavalt mõista. Väitis, et õpitu jääb palju paremini meelde, kui seda tegelikult mõistab. Samas küll, ta tähendas ka harjutamise olulisust.

Ta peab harjutamist oluliseks, et panna proovile oma sisulist arusaama ning et seda õpitut kinnistada. Lisaks veel, et harjutamine on ka oluline, et säilitada juba õpitut, sest need kipuvad ununema, kui neid ei kasuta. Tambet lisas samuti, et matemaatikas iseseisev avastamine õppimisel saab olla väga kasulik, aga see ei ole määrava tähtsusega.

3.4 Neljas Intervjuu – Liisa

Neljandale intervjuueeritavale on antud varjunimi Liisa.

Liisa on õpetanud matemaatikat Tartu Ülikoolis ligikaudu 20 aastat. Peamiselt on ta andnud matemaatikaaineid, mis on suunatud matemaatika ja teiste loodusteaduste bakalaureuseõppe tudengitele. Lisaks on ta õpetanud matemaatikat nii põhikoolis kui ka gümnaasiumis kumulatiivselt umbes 10 aastat.

3.4.1 Liisa uskumused matemaatikast

Liisa uskumused matemaatikast on väga platonistlikud. Tema jaoks on matemaatika keel, mis paneb aluse kõigele loogilisele mõtlemisele. Ta kirjeldas, et on juba olemas korrapärane süsteem ning matemaatikute töö on pingutus, et jõuda selleni ja seda avastada. Viimane väide on tüüpnaide platonistlike matemaatiliste uskumustega inimese arvamusest. Liisa pakkus ka, et tema selline uskumus on tingitud ka tema religioosse usust – jumal on loonud matemaatika sellisena nagu ta on.

Liisa peab ka matemaatika rakendatavust väga oluliseks. Teda pälvib matemaatika just siis, kui sellel on ka praktiline väljund. Ta tahab matemaatikaga kirjeldada füüsilise elu objekte. See viitab kergele instrumentalistlikule kallutusele, aga Liisa ikkagi tunnistab, et kõik matemaatika ei ole ega peagi olema kasulik, et elulisi probleeme lahendada. Teda isiklikult lihtsalt paelub matemaatika vähem, kui see läheb liiga abstraktseks.

Intervjuus ei ilmunud näitajaid, mis viitaksid probleemide lahendamise vaate uskumustele. Ma tunnen, et Beswicki raamistiku järgi saab väga kindlalt kategoriseerida Liisa uskumused matemaatika olemusest, kui platonistlikud.

3.4.2 Liisa uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest

Liisa uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest on väga mitmekesised. Liisa toob ise välja, et tema uskumused kuidas matemaatikat võiks õpetada ning kuidas ta tegelikult õppetööd korraldab ei ole täiuslikult kooskõlas. Need erinevused on tema sõnul tingitud just klasside suurustest ja õppenõuetest.

Liisa näeb ette, et matemaatikaõpetaja roll on olla juhendaja ja inspireerija. Õpetaja peaks looma dialoogi õpilastega ja toetama nende matemaatilisi huvisid. Vahest see võib tähendada isegi seda, et õpetaja on õpilastega aus ja ütleb, kui mingil õpitaval ei ole päris praktilist lahendust. Kõige tähtsam on, et õpetaja tekitaks õpilases huvi matemaatika vastu. See on kooskõlas kooskõlas „fookus õppijale“ matemaatika õpetamise uskumustega. Liisa küll märkis, et sellist õpet korraldada on tihti raske, sest klassid on liiga suured või õppetempo on liiga suur.

Juhul kui individuaalse fookusega õpe ei ole efektiivselt teostatav, siis Liisa uskumused matemaatika õpetamisest on ainealase fookusega ja rõhuga sisulisele arusaamale. Tema arvates on matemaatika õpetamises on tähtis üritada edasi anda õpitavate valemite ja algoritmide tuletamise oskust. Tema kirjeldab, et on väga vähe mida tuleb päriselt pähe õppida, kui on olemas teemast sügav mõistmine. Mainis küll, et iga õpetaja ei ole võimeline seda pakkuma ning siis sobib ka lihtsalt õpeta-

da võtted ja algoritmid selgeks, et õpilane vähemalt oskaks neid teostada isegi kui ta neid läbinisti ei mõista. Seda sellepärast, sest matemaatika on tohutult kasulik mitmetele igapäevaelus ning nende oskuste omandamine saab aidata mitmetes elu eri valdkondades.

Matemaatika õppimisel peab ta samamoodi tähtsaks aktiivset sisulise arusaamise loomist. Ta tunneb, et see teeb õppimise lihtsamaks ning siis omandatud oskused jäävad ka pikemalt külge. Samas peab Liisa harjutamist ja meisterlikkuse saavutamist samaväärselt oluliseks. Tema sõnul arendab harjutamine väga matemaatilist intuitsiooni, mille kujunemine on väga väärtuslik ning toetab sisulist mõistmist.

Liisa peab samuti oluliseks iseseisvat avastamist matemaatika õppimisel. Õpilased peaksid vahest ise proovima nende jaoks uusi probleeme lahendada. Ta ütles, et see aitab luua ja hoida õpilaste motivatsiooni ja huvi matemaatika vastu. Ise kätte saadud matemaatiline tulemus pakub suuremat saavutuse tunnet, kui see kui õpetaja tutvustab ja seletab.

Liisa uskumused matemaatika õppimisest on mitmekülgsed ning need langevad võrdväärselt igasse õpetamise uskumuste kategooriasse. Näiliselt Liisa usub, et korraliku matemaatilise hariduse saavutamiseks on oluline harjutada palju, aktiivselt üritada sisukalt mõista ning iseseisvalt üritada avastada ja uurida. Liisa seadis piirangu, et see milline õppimine sobib on väga sõltuv indiviidist, aga ikkagi märkis et kõik need erinevad lähenemised õppimisele on omamoodi kasulikud.

3.5 Viies Intervjuu – Kaisa

Viiendale intervjuueeritavale on antud varjunimi Kaisa.

Kaisa on õpetanud Tartu Ülikoolis matemaatikat üle 20 aasta ning õpetab ja juhendab ülikoolis kõikidel tasemetel – bakalaureus, magister ja doktor. Kaisa ei ole põhikoolis ega gümnaasiumis õpetanud matemaatikat.

3.5.1 Kaisa uskumused matemaatikast

Kaisa uskumused matemaatika olemusest on mitmekülgsed ja langevad osaliselt igasse Beswicki raamistiku matemaatika uskumuste kategooriasse.

Kaisa kirjeldab matemaatikat samaaegselt nii keele kui ka töövahendina. Täpsemalt just ka kui tööriistade kogumikku, mis võimaldab teha teadustööd teistes valdkondades ning lahendada päriselulisi probleeme. See on väga konkreetset instrumentalistlik arusaamine matemaatikast.

Kaisa peab matemaatikat küll suuresti inimloominguks. Tema sõnul oleme me selle keele välja arendanud, et omavahel arendada loogilist arutelu ning kirjeldada enda ümbritsevat maailma. See on kooskõlas probleemide lahendamise uskumusega matemaatikasse. Kaisa küll tõi välja, et tema arvates ei ole matemaatika täiesti leiutatud vaid, et mingi aluseline loogika eksisteerib iseseisvalt ning inimesed on selle otsa ehitanud ülejäänud matemaatika. Probleemi lahendamise uskumusega seondub ka Kaisa väide, et puhtas matemaatikas uuritakse väga abstrakseid matemaatilisi objekte, millel puudub seos päriseluliste objektidega.

Kaisa konkreetset eristab puhtast matemaatikast ja rakenduslikku matemaatikast ning ta uskumused matemaatikast on näiliselt mõlema jaoks erinevad. Nimelt just ta uskumused rakenduslikust matemaatikast on pigem instrumentalistlikud ning puhtast matemaatikast pigem kooskõlas probleemide lahendamisega. Intervjuu Kaisaga toob välja ühe puuduse Beswicki raamistikuga – intervjuueeritava jaoks on ülikooli matemaatika piisavalt mitmekesine, et tema uskumused matemaatikast hargnevad koos matemaatika eri harudega.

3.5.2 Kaisa uskumused matemaatika õpetamisest ja õppimisest

Kaisa uskumused matemaatika õpetamisest on kõige paremini kooskõlas ainealase fookusega ja rõhuga sisulisele arusaamale. Kaisale meeldivad uuemad õppemethodid nagu ümberpööratud klassiruum, aga tal on ka veel usku tüüpilisse loengu

ja ülesannete lahendamisega õpetamisesse. Tema arvates peaksid olema ülesanded sellised, mis panevad õpilase sisulist arusaama proovile. Üritab vältida niiöelda „retseptiraamatu“ järgi õpetamist, kus lihtsalt rakendatakse valemeid ja algoritme. Kaisal on lisaks ka pisut kokkulangevust õppija fookusega õpetamisega. Ta arvab, et matemaatika materjalid ja õpetamine peaksid olema kohandatud õpetatava rühma jaoks. Näiteks, kui õppijad on kõik arstiteaduse eriala tudengid, siis peaks nendele antava matemaatika aine teemasid muutma ja kujundama, et tuua rohkem sisse seda matemaatikat, mis on relevantne meditsiinitöötajate jaoks.

Kaisa matemaatika õppimises uskumused ühilduvad peamiselt aktiivse sisulise arusaama arendamisega. Tema sõnul peab õppija kogu aeg küsima endalt, et miks mingi etteantud valem või reegel kehtib, mitte ainult selle pähe õppima. Juhul kui varem õpitud valem on meelest läinud, siis peaks oskama seda tuletada. Kaisa tunnistab, et pähe õppimisel on mingit väärtust ikka, et kiirendada töö tempot, sest igakord valemite tuletamine on ajaliselt mahukas, aga enne seda tuleb õpitut sisuliselt mõista.

Kaisa peab iseseisvat avastamist matemaatikas oluliseks, aga õpilasi sellele suunata ei ole alati lihtne. See on väga hea, kui õppijal tekivad ise küsimused ning ta siis interneti või muude materjalide abil leiab sellele vastuse. Kaisa üritab arvestuslikes töödes tekitada õpilasele iseseisva probleemi lahendamise võimaluse. Ta loob ülesandeid, mis on väga erinevad eelnevalt tundide ajal lahendatud ülesannetest, aga mida on võimalik lahendada kasutades ainult õpituid võtteid.

Õpetaja	Uskumused ma- temaatikast	Uskumused ma- temaatika õpeta- misest	Uskumused ma- temaatika õppi- misest
Sander	Probleemide lahendamise	Ainealane fookus ja rõhk sisulisele arusaamisele	Iseseisev huvidest lähtuv avastamine
Toomas	Platonistlik / Probleemide lahendamine	Fookus õppijale	Aktiivne sisulise arusaamise arendamine
Tambet	Instrumentalistlik*	Ainealane fookus ja rõhk sisulisele arusaamisele / Fookus õppijale	Aktiivne sisulise arusaamise arendamine
Liisa	Platonistlik	Ainealane fookus ja rõhk tulemustele / Ainealane fookus ja rõhk sisulisele arusaamisele / Fookus õppijale	Oskuste meisterlikkus, passiivne teadmiste areng / Aktiivne sisulise arusaamise arendamine / Iseseisev huvidest lähtuv avastamine
Kaisa	Instrumentalistlik / Platonistlik / Probleemide lahendamine	Ainealane fookus ja rõhk sisulisele arusaamisele	Aktiivne sisulise arusaamise arendamine

Joonis 2: Intervjueeritud õpetajate uskumuste kaart

4 Arutelu

Beswicki raamistik sai enamjaolt rahuldavalt hakkama õpetajate uskumuste kirjeldamisega. Uskumused tabeli esimesest reast (Joonis 1) olid üldiselt väheesindatud ning kui need sobisid õpetaja uskumuste kirjeldamiseks siis need ilmusid koos teiste uskumuste kategooriatega või vajasid täpsustust. Teise ja kolmanda rea uskumused esinesid enam-vähem võrdselt intervjueeritud õpetajate hulgas. Kõikidel intervjueeritavatel välja arvatud Sander oli vähemalt ühte sorti uskumus, kus tema vaated peegeldasid mitmeid uskumuste kategooriaid. See viitab potentsiaalsele vajadusele luua uusi kategooriaid, mis esindaksid siis kas kahe eri kategooria vahepealset või ühendit.

Kõige tugevamalt oli raamistikuga puudujääke tunda Liisa ja Kaisa puhul. Liisal esines kõiki kolme kategooriat nii matemaatika õpetamise kui ka matemaatika õpetamise uskumustes. Kaisal samamoodi tema matemaatika olemuse uskumustega. Raamistiku analüüsi toetamise väärtus kahaneb kui uuritavad valguvad kõikide kategooriate peale laiali.

Saaks korralda kordusintervjuusid Kaisa ja Liisaga, et paluda neil ennast täpsustada ning konkreetsemalt küsida, mis uskumuste kategooriaga nad samastuvad kõige tugevamalt. Teine võimalik lahendus oleks teha rohkem eristusi uskumuste osas. Ülikooli matemaatika uurimises, õppes ja õpetamises on väga palju mitmekesisust. Põhikoolis on ühes klassis maksimaalselt 24 õpilast (Põhikooli- ja gümnaasiumiseadus, 2017), aga ülikoolis võib õpetajal olla klassis vähem kui 10 tudengit või mitusada. Lisaks veel mõned intervjueeritavad kirjeldasid, et nende õpetamine ja õpetamisesse suhtumine on sõltuv sellest, kas nad on õpetatavas aines vastutav õppejõud või mitte. Kui lisada tabelile veergusid juurde, et nende erisustega arvestada, siis on võimalik, et tulemused oleksid konkreetsemad.

Beswick koostas oma raamistiku, et aidata uurida seoseid põhikooli matemaatika-õpetajate uskumuste ja õpetamise praktika vahel (Beswick, 2005). Kui tulevikus

teha analoogne uuring, mis analüüsib ülikooli matemaatikaõpetajate praktikat, siis see tõenäoliselt peab ka eristama ülikoolis õpet kursuste vahel, kus on suured korralduslikud ja temaatilised vahed. Sellisel juhul oleks sobilik teha ka sarnaseid erisusi uskumuste raamistikus.

4.1 Raamistiku laiendus - uskumused rakendusmatemaatikast

Matemaatika uskumuste osas oleks potentsiaalselt kasulik ka lisada juurde veergusid. Ülikooli matemaatikas on tugev hargnemine, kus eristatakse rakenduslikku matemaatikat ja puhtast matemaatikat ning ülikoolis töötav matemaatik võib kokku puutuda mõlemaga. Kaisa oli näide matemaatikust, kelle uskumused matemaatika olemusest erinesid sõltuvalt sellest, kas juttu on rakenduslikust või puhtast matemaatikast. Mitmed teised õpetajad väljendasid ka uskumusi, mis olid seotud matemaatika rakendusliku poolega ilma, et nad peaksid matemaatikat puhtalt rakenduslikuks. Raamistikku võiks laiendada uue kategooriaga: uskumused rakendusmatemaatikast.

Instrumentalistlikust, platonistliku ja probleemide lahendamise uskumuste mõisteid saab venitada, et kasutada ka rakendusliku matemaatika uskumuste kirjeldamiseks. Sobivamate kategooriate loomine vajab veel sügavamalt matemaatilise filosoofia teooria uurimist või loomist. Loodud kategooriad peaksid omavahel moodustama kontinuumi ning olema teiste veergudega loogiliselt seonduvad, et uus raamistik vastaks esialgse Beswicki raamistiku konstruktsioonile.

Kui eristada uskumusi puhtast matemaatikast ja rakendusmatemaatikast, siis oleks tõenäoliselt võimalik saada täpsemaid analüüsi tulemusi õpetajate matemaatika olemuse uskumuste kohta. Joonisel 3 loodud tabel on näide sellest adaptatsioonist. See kirjeldaks Kaisa uskumusi matemaatikast täpsemalt.

Uskumused puhtast matemaatikast	Uskumused raketimatemaatikast	Uskumused matemaatika õpetamisest	Uskumused matemaatika õppimisest
Instrumentalistlik	Instrumentalistlik	Ainealane fookus ja rõhk tulemustele	Oskuste meisterlikkus, passiivne teadmiste areng
Platonistlik	Platonistlik	Ainealane fookus ja rõhk sisulisele arusaamisele	Aktiivne sisulise arusaamise arendamine
Probleemide lahendamise	Probleemide lahendamise	Fookus õppijale	Iseseisev huvidest lähtuv avastamine

Joonis 3: Adapteeritud tabel matemaatikaõpetajate uskumustest

4.2 Raamistiku laiendus – uskumused õppeaine kujundusest

Mitmed intervjueritavad õpetajad demonstreerisid tugevaid arvamusi selle kohta, kuidas matemaatika õppekava või programm peaks olema struktureeritud. Osad vaated olid seotud üldise üleülikoolilise õppekorraldusega ning palju seonduvad ka individuaalsete ainete ülesehitusega.

Sellised uskumused on ülikoolis töötavate õpetajate jaoks väga olulised ja relevantid, sest ülikooli ainete ülesehitus saab muutuda märkimisväärselt erinevate semestrite vahel. Lisaks veel õpetaja enda kogemus aine õpetamisest võib väga sõltuda sellest, kas ta on aines vastutav õppejõud või mitte. Kõik kes osalevad ühe ülikooli aine õpetamises ei pruukinud olla seotud selle aine loomisega.

Selles töös pakutakse välja kolm kategooriat õppeaine kujundusega seotud uskumustest:

1. Traditsiooniline - õppeaine struktuur peaks olema fikseeritud ja kanooniline. Rõhk on aluslike matemaatiliste teadmiste loomisel ning loogilisel järjestusel.
2. Interdistsiplinaarne - õppeaine peaks olema põimitud teiste erialadega ning

looma ühendusi eluliste rakendustega.

3. Kohanemisvõimeline - õppeaine struktuur peaks olema paindlik ja kohandatud õppijate vajaduste, tausta või tuleviku õpeteekonna jaoks.

Oleks vastutustundetu üritada intervjueeritavaid kindlalt kategoriseerida nendes uskumustesse lähtudes ainult hetkel läbi viidud intervjuudest, mis oli ehitatud toetudes esialgsele Beswicki raamistikule. Nende uskumuste korrektne kaardistamine vajaks uut intervjuud, uue kavaga, mis sisaldab küsimusi, mis on mõeldud just nende uskumuste uurimiseks. Ometi küll need kategooriad on tuletatud lähtudes nendest intervjuudest.

Hetkelised intervjuud vihjavad, et Kaisa uskumustel on tugev ülekattumine kohanemisvõimelise suhtumisega õppeaine struktuuri. Analoogselt vihjavad Liisa ja Toomase intervjuud Interdistsiplinaarsele ning Tambeti ja Sanderi omad pigem Traditsioonilisele uskumusele õppeaine struktuuris. Need on küll ainult esialgsed aimdused ning tugevam veendumus nõuaks edasist uurimistööd.

Eeldatavasti on nendel uskumustel mingi ülekattumine uskumustega õpetamisest. Nende eristamine on küll väärtuslik, sest uskumused õpetamisest on rohkem seotud sellega, kuidas õpetada ning uskumused ainestruktuurist on seotud rohkem sellega mida õpetada ja miks. Ülikooli õpetajate jaoks on need viimased küsimused palju tihedamini relevantsemad kui põhikooli ja gümnaasiumi matemaatikaõpetajatel, kellel on etteantud riiklik õppekava (Põhikooli riiklik õppekava, 2014; Gümnaasiumi riiklik õppekava, 2014). Siin on näide raamistikust lisatud uskumuste laiendusega (Joonis 4).

Uskumused puhtast matemaatikast	Uskumused raketud matemaatikast	Uskumused matemaatika õpetamisest	Uskumused õppeaine kujundusest	Uskumused matemaatika õppimisest
Instrumentalistlik	Instrumentalistlik	Ainealane fookus ja rõhk tulemustele	Traditsiooniline	Oskuste meisterlikkus, passiivne teadmiste areng
Platonistlik	Platonistlik	Ainealane fookus ja rõhk sisulisele arusaamisele	Interdistsiplinaarne	Aktiivne sisulise arusaamise arendamine
Probleemide lahendamise	Probleemide lahendamise	Fookus õppijale	Kohanemisvõimeline	Iseseisev huvidest lähtuv avastamine

Joonis 4: Teine adapteritud tabel matemaatikaõpetajate uskumustest

5 Tänuõnad

Soovin tänada kõiki intervjueeritavaid, kes olid väga vastutulelikud intervjuude ajas kokkuleppimisel ning et andsid nii mahukaid intervjuusid. Samuti olen väga tänulik oma juhendajale, Kateryna Lipmaale, kes oli kogu uurimistöö kirjutamise protsessis tohutult toetav ja alati abivalmis.

6 Kokkuvõte

Selles töös kirjeldati viie erineva ülikooli matemaatikaõpetaja uskumusi lähtudes Beswicki raamistikust. Andmekogumine toimus poolstruktureeritud intervjuudega ning transkribeeritud intervjuudele teostati kombineeritud deduktiivset ja induktiivset temaatilist analüüsi. Õpetajate uskumuste kaardistamine oli enamjaolt edukas. Beswicki raamistik jäi kohati puudulikuks ülikooli matemaatikaõpetajate uskumuste kategoriseerimisel ning töös kirjeldati kahte erinevat dimensiooni, mille võrra võiks veel raamistikku laiendada.

Sellel töö on mitmeid piiranguid. Induktiivse temaatilise analüüsi tulemusena tuvastasime kaks moodust, kuidas võiks ette võetud raamistikku laiendada, aga need on veel esialgsed ning vajavad põhjalikkuma teoreetilist alust. Samuti on valim väga väike ning edasised uuringuid võiksid hõlmata rohkem uuritavaid rohkematest kõrgema hariduse asutustest rakendades nii küsimustikku kui ka lisaintervjuusid. Analüüsile lisab ka usaldusväärust kui eri uurijad iseseisvalt kaardistaksid samu õpetajaid. See uuring piirdus ka ainult uskumuste kirjeldamisega. Uskumuste uurimise eesmärk on lõpuks luua võrdlust ja otsida seoseid õpetajate praktikaga. Tuleviku uuringud peaksid lisaks uskumuste analüüsile ka teostama praktika vaatluseid või praktikateemalisi intervjuusid.

Viited

- [1] Beswick, K. (2005). The beliefs/practice connection in broadly defined contexts. *Mathematics Education Research Journal*, 17, 39-68.
- [2] Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational studies in mathematics*, 79, 127-147.
- [3] Bryan, C. A., Wang, T., Perry, B., Wong, N. Y., ja Cai, J. (2007). Comparison and contrast: similarities and differences of teachers' views of effective mathematics teaching and learning from four regions. *ZDM*, 39, 329-340.
- [4] Cooney, T. J., ja Shealy, B. E. (2013). On understanding the structure of teachers' beliefs and their relationship to change. In *Mathematics teachers in transition* (pp. 87-109). Routledge.
- [5] Ernest, P. (1989). The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13-33.
- [6] Gümnaasiumi riiklik õppekava (01.09.2014). Riigi Teataja I. Kasutatud 27.05.2025, <https://www.riigiteataja.ee/akt/129082014021>
- [7] Kaldo, I., & Hannula, M. S. (2012). Structure of university students' view of mathematics in Estonia. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(2), 5-26.
- [8] Kalmus V., Masso A. ja Linno M. (2015), Kvalitatiivne sisuanalüüs. K. Rootalu, V. Kalmus, A. Masso, ja T. Vihalemm (toim), Sotsiaalse analüüsi meetodite ja metodoloogia õpibaas. <https://samm.ut.ee/kvalitatiivne-sisuanalyys/>
- [9] Kasa, Y., Areaya, S., ja Woldemichael, M. (2024). Relationship between university teachers' beliefs about teaching mathematics and their instructional practices. *Cogent Education*, 11(1), 2335838.

- [10] Knoll, E., Ernest, P., & Morgan, S. (2004). Experiencing Research Practice in Pure Mathematics in a Teacher Training Context. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- [11] Kuhs, T. M., ja Ball, D. L. (1986). Mapping the Domains of Knowledge, Skills, and Dispositions.
- [12] Lepik, M., Pipere, A., & Hannula, M. S. (2012). Comparing mathematics teachers' beliefs about good teaching: the cases of Estonia, Latvia and Finland. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(3-4), 177-198.
- [13] M. Muhtarom, Juniati, D., ja Siswono, T. Y. E. (2019). Examining Prospective Teachers' Belief and Pedagogical Content Knowledge towards Teaching Practice in Mathematics Class: A Case Study. *Journal on Mathematics Education*, 10(2), 185-202.
- [14] Olev, A., & Alumae, T. (2022). Estonian speech recognition and transcription editing service. *Baltic Journal of Modern Computing*, 10(3), 409-421.
- [15] Perry, B., Tracey, D., & Howard, P. (1999). Head mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 11(1), 39-53.
- [16] Põhikooli- ja gümnaasiumiseadus (09.11.2017). Riigi Teataja I. Kasutatud 27.05.2025, <https://www.riigiteataja.ee/akt/125102017007>
- [17] Põhikooli riiklik õppekava (01.09.2014). Riigi Teataja I. Kasutatud 27.05.2025, <https://www.riigiteataja.ee/akt/129082014020>
- [18] Speer, N. M. (2008). Connecting beliefs and practices: A fine-grained analysis of a college mathematics teacher's collections of beliefs and their relationship to his instructional practices. *Cognition and instruction*, 26(2), 218-267.

- [19] Van Zoest, L. R., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1994). Beliefs about mathematics teaching held by pre-service teachers involved in a first grade mentorship program. *Mathematics Education Research Journal*, 6, 37-55.
- [20] Xie, S., & Cai, J. (2021). Teachers' beliefs about mathematics, learning, teaching, students, and teachers: Perspectives from Chinese high school in-service mathematics teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(4), 747-769.

Lisa 1. Intervjuu juhend

I osa: üldised küsimused

1. Milline on teie haridustase?
2. Mis teie hetkeline roll matemaatika teaduses/matemaatika hariduses?
3. Mis kogemused on teil matemaatikaga ja matemaatika õpetamisega?

II osa: uskumused matemaatika olemusest

4. Mis on teie arvates matemaatika? Kas matemaatika on teie arvates avastatud või leiutatud?
5. Mis teeb matemaatika eriliseks võrreldes teiste teadusvaldkondadega? Miks?
6. Kas te näete matemaatikat kui midagi ilusat, kasulikku või midagi muud? Miks?
7. Mis vahe on “matemaatika” kui teaduse ja “matemaatika” kui kooliaine vahel?

III osa: uskumused matemaatika õpetamisest

8. Milline peaks olema õpetaja roll matemaatika õpetamisel?
9. Millised on teie arvates kõige tõhusamad matemaatika õpetamise meetodid?
10. Kuidas saab kõige paremini mõõta õpilase arusaamasid ja võimeid matemaatikas?
11. Miks on teie arvates tähtis matemaatikat õpetada?
12. Kuidas õppenõuded (õppekava) mõjutavad seda kuidas te õpetate matemaatikat?

13. Kuidas mõjutavad hindamismeetodid seda kuidas te õpetate?
14. Kas te tunnete, et matemaatika õpetamine kõrghariduses on põhimõtteliselt täiesti erinev matemaatika õpetamisest põhi- ja keskkoolis? Kui jah, siis kuidas?

IV osa: uskumused matemaatika õppimisest

15. Mis on teie arvates kõige tähtsam matemaatika õppimisel?
16. Kui tarvilikuks te peate iseseisvat (st õpetaja abita) avastamist matemaatika õppimisel? Kui tähtis on protseduuride harjutamine ja kordamine?
17. Kas õpilased õpivad matemaatikat paremini kui nad töötavad koos ja arutavad omavahel või kui nad töötavad iseseisvalt?
18. Mis on matemaatika õppimisel õpilaste kõige suuremad takistused ja kuidas neid ületada?

V osa: Lõpetavad mõtted

19. Kuidas te muudaks seda kuidas ülikoolis matemaatikat õpetatakse, kui saaksite muuta ühe asja?
20. Kas te tunnete mingit lahkeli selle vahel, kuidas nõutakse, et te matemaatikat õpetaks ning kuidas te ise tahate õpetada?

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Ekke-Markus Muttika,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „Matemaatikaga seotud uskumuste uurimine kõrghariduse tasandil: temaatiline lähenemine Beswicki raamistikule“, mille juhendaja on Kateryna Lipmaa, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Ekke-Markus Muttika

27.05.2025