Die Feldmeßkunst.

Bearbeitet

von

G. H. Blaese,

Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften an den Forstklassen des Mitauschen Gouv. Gymnasiums, Candidat der Philosophie, Mitglied der Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst.

Erste Lieferung.

Mitau,
gedruckt bei J. F. Steffenhagen und Sohn.

1850.

Der Druck wird unter der Bedingung gestattet, daß nach Beendigung desselben die gesetzliche Anzahl von Exemplaren hieher eingängig gemacht werde.

Riga, den 12. Februar 1850.

(L. S.) Dr. E. Haffner, Censor.

Vorwort.

Nachdem ich sechs Jahre an dem hiesigen Gymnasium den Unterricht in der Geodäsie ertheilt habe, und in dem letzten Jahre zum Examinations-Committée für Kreisrevisoren zugezogen worden bin, habe ich erfahren, wie sehr ein Handbuch der niedern Geodäsie Noth thut.

Von mehreren Seiten dazu aufgefordert, veröffentliche ich ein von mir ausgearbeitetes Manuskript. Ich habe mich in dieser Schrift hauptsächlich nur auf die in den Ostseeprovinzen bei Aufnahmen gebräuchlichen Instrumente und Methoden beschränkt. Leichtere Sätze habe ich, um dem Lernenden Gelegenheit zu geben seine Kräfte zu üben, nur angedeutet. Die wichtigsten Sätze aus der Arithmetik, Algebra, Geometrie und ebenen Trigonometrie sind, als bereits bekannt, von mir vorausgesetzt.

Die Frage „warum ich einzelne Lieferungen erscheinen lasse" glaube ich dadurch genügend zu beantworten, wenn ich erkläre, daß es meine Absicht ist, meinen Schülern, und den Revisoren, die sich zum Examen vorbereiten, Gelegenheit zu geben, sich sogleich ernstlich mit der Sache beschäftigen zu können.

Das mit gedrängter Schrift Gedruckte kann von dem Anfänger übergangen werden, ohne daß er zu befürchten braucht, das Nachfolgende nicht zu verstehen.

Das Werk wird etwa zehn Bogen stark werden, und mit dem Schlusse dieses Jahres beendigt sein.

Mit Dank werde ich stets die Fingerzeige von Sachverständigen entgegennehmen.

Mitau, im Januar 1850.

Der Verfasser.

I.

Einleitung.

Denkt man sich mehrere beliebig gelegene Punkte im Raume und fällt von diesen Perpendikel auf eine beliebig gelegene Ebene, so nennt man die Treffpunkte der Perpendikel mit der Ebene die Projektionen der fraglichen Punkte im Raume, die Ebene aber, auf welcher die Projektionen liegen, die Projektionsebene.

Ist die Projektionsebene horizontal, so heißen die Projektionen Horizontalprojektionen, ist die Projektionsebene vertikal, so werden die Projektionen Vertikalprojektionen genannt.

Stellt man sich vor, daß die im Raume beliebig gelegenen Punkte durch gerade Linien verbunden sind, und verbindet nun auch ihre horizontalen und vertikalen Projektionen durch gerade Linien, so heißt die in der Horizontalebene gelegene Figur die Horizontalprojektion, so wie man die in der Vertikalebene gelegene Figur der im Raume befindlichen, aber nicht nothwendig ebenen Figur, die Vertikalprojektion nennt.

Die Projektionen einer Linie, einer Fläche, eines Körpers auf verschiedene, jedoch unter einander parallele Ebenen sind congruent.

Die Projektion einer ebenen Figur auf einer Ebene, welche der ebenen Figur parallel ist, ist mit der in Rede stehenden Figur congruent. Liegt also z. B. die ebene Figur in einer Horizontalebene, so stellt erstere zugleich auch ihre eigene Horizontalprojektion vor.

Die Projektion einer ebenen Figur, deren Ebene auf der Projektionsebene senkrecht steht, ist eine gerade Linie.

Die Projektion einer Linie, die auf der Projektionsebene senkrecht steht, ist ein Punkt.

Die Projektion eines Quadrats ist, bis auf den Fall, wo die Ebene des Quadrats der Projektionsebene parallel oder auf derselben senkrecht ist, stets ein Rechteck oder Parallelogramm.

Die Projektion eines Kreises ist in allen Fällen, ausgenommen denen, wo die Ebene des Kreises der Projektionsebene parallel ist und wo die Ebene des Kreises auf der Projektionsebene senkrecht steht, eine Ellipse.

Die Projektion eines Rechtecks, einer Ellipse kann unter Umständen ein Quadrat, ein Kreis sein.

Die Projektion einer Kugel ist stets ein größter Kreis der Kugel.

Die Projektion eines beliebigen Winkels kann ein rechter, ein spitzer und ein stumpfer Winkel sein.

Die Projektion einer krummen Linie ist im Allgemeinen wieder eine krumme Linie.

Durch seine Horizontal- und Vertikalprojektion ist die Gestalt und Größe eines Gegenstandes vollständig gegeben.

Die Lage einer Ebene wird horizontal genannt, wenn letztere auf dem Erdradius oder seiner Verlängerung senkrecht steht. Jeder freifallende Körper giebt die Richtung des Erdradius an. Jede Ebene ist folglich eine Horizontalebene, welche auf der Richtung eines freifallenden Körpers senkrecht steht. — Die Oberfläche jeder sich in Ruhe befindenden Flüssigkeit stellt eine Horizontalebene vor.

Die Richtung nach welcher freifallende Körper zur Erde sich bewegen nennt man Vertikale oder Vertikallinien und versinnlicht dieselben durch aufgehängte, weiter unten näher zu beschreibende sogenannte Lothe. Jede Ebene, die mit einer Vertikalen zusammenfällt oder ihr parallel ist, heißt Vertikalebene.

Ist ein Erdoberflächenstück nicht zu groß (wir werden weiter unten sehen, wie groß es sein kann), so kann ohne merklichen Fehler angenommen werden, daß die den verschiedenen Punkten des fraglichen Erdoberflächenstückes entsprechenden Vertikalen, also auch deren Versinnlichungen, wie namentlich ausgehängte Lothe und vertikale Stäbe, alle unter einander parallel sind; hieraus aber folgt, daß auch die den verschiedenen Punkten des Erdoberflächenstückes entsprechenden Horizontalebenen alle in eine einzige Horizontalebene zusammenfallen, oder doch wenigstens einander parallel sein müssen. Die Durchschnittspunkte der den verschiedenen Punkten des Erdoberflächenstückes entsprechenden Vertikalen mit irgend einer der dem Erdoberflächenstücke entsprechenden Horizontalebenen liefern, dem Vorhergehenden zufolge, die Horizontalprojektion der Punkte des in Rede stehenden Erdoberflächenstückes.

Es ist jetzt auch klar, daß die Lage der verschiedenen Punkte der Horizontalprojektion eines nicht zu großen Theiles der Erdoberfläche gegeneinander gefunden wird, wenn man in den verschiedenen Punkten des fraglichen Erdoberflächenstückes vertikale Stäbe aussteckt, und in irgend einer die vertikalen Stäbe durchschneidenden Horizontalebene die (kürzeste) Entfernung der Stäbe von einander bestimmt.

Auch läßt sich die Lage z. B. der Umfangspunkte der Horizontalprojektion eines nicht zu großen Erdoberflächenstückes angeben, wenn man die kürzesten Entfernungen immer je zweier benachbarten vertikalen Stäbe, die in den Umfangspunkten ausgesteckt sind, und auch die Winkel, welche je zwei unmittelbar aufeinander folgende kürzeste Entfernungen mit einander bilden, mißt.

Nach dem Vorhergehenden wird man also auch im Stande sein eine der Horizontalprojektion eines nicht zu großen Erdoberflächenstückes ähnliche Figur auf Papier zu verzeichnen.

Eine jede mit Hülfe eines verkleinerten oder sogenannten verjüngten, und weiter unten zu beschreibenden Maaßstabes entworfene Zeichnung, die eine der Horizontalprojektion eines Theiles der Erdoberfläche ähnliche Figur ist, in welcher demnach alle Linien unter denselben Winkeln gegen einander geneigt sein und in denselben Verhältnissen zu einander stehen werden, wie die entsprechenden Linien in der Horizontalprojektion des in Rede stehenden Theiles der Erdoberfläche, nennt man den geometrischen Grundriß des gedachten Theiles der Erdoberfläche.

Nach den als bekannt vorauszusetzenden Begriffen der ebenen Geometrie und aus dem Vorhergehenden ist klar, daß eine jede in dem Grundrisse gezogene Linie eben so viele Einheiten des gebrauchten verkleinerten Maaßstabes enthalten wird, als sich wirkliche Einheiten in der entsprechenden Linie der zugehörigen Horizontalprojektion finden werden; daß ferner jedes in dem Grundrisse gewählte Flächenstück eine gleiche Anzahl verjüngter Flächeneinheiten, als die entsprechende Horizontalprojektion wirklicher Flächeneinheiten enthält, geben wird; daß endlich ein jeder in dem Grundrisse gemessene Winkel dem entsprechenden Winkel der Horizontalprojektion gleich sein muß. Man kann also aus einem richtig gezeichneten Grundrisse erfahren, wie groß die Entfernung von Punkten, wie groß die Flächenräume und wie groß die Winkel der entsprechenden Horizontalprojektion sind.

Die verkleinerte, aber in allen Stücken der Vertikalprojektion eines Theiles der Erdoberfläche oder irgend eines Gegenstandes ähnliche Zeichnung nennt man den geometrischen Aufriß.

Unter Plan versteht man entweder den Grundriß oder den Aufriß, oder auch beide.

Um die innere Einrichtung eines Hauses z. B. kennen zu lernen, muß Grundriß und Aufriß desselben gegeben sein. Durch erstern lernt man die Lage der Theile neben einander, durch letztern die Lage der Theile über einander kennen. Bei einem

Bergzuge muß gleichfalls Grundriß und Aufriß gegeben sein, wenn man seinen Verlauf und seine verschiedenen Höhenpunkte wissen will.

Die Geodäsie nun, deren niedrigster Theil Feldmeßkunst genannt wird, lehrt alle Arten geometrischer Grundrisse, und auch Aufrisse (Nivelliren) nach einem bestimmten verjüngten Maaßstabe verzeichnen.

Daß man von dem Feldmesser meist nur den Grundriß einer Oertlichkeit verlangt, hat seinen Grund darin, daß in ökonomischer Rücksicht die horizontale Projektion eines Stückes Land gleich der wahren Größe desselben zu rechnen ist, denn die Erfahrung lehrt, daß alle Gewächse in vertikaler Richtung wachsen, daß folglich ein beliebig gekrümmter und geneigter Boden, abgesehen von seinen Boden-, klimatischen und anderweitigen lokalen Verhältnissen, denselben Ertrag geben wird als eine seiner Horizontalprojektion an Flächenraum gleiche ebene Ackerfläche.

Die Pläne haben, je nach ihrem Zweck, verschiedene Benennungen erhalten. — Es giebt öconomische, militairische, forstliche, hydrographische Pläne u. s. w.

Ein Plan eines kleinen Theiles der Erdoberfläche, der viel Detail enthalten soll, muß mit einem größern Maaßstabe verzeichnet werden (z. B. ökonomische Pläne) als im entgegengesetzten Falle, d. h. wo weniger Detail verlangt wird, (z. B. bei militairischen Plänen).

Aus dem Vorhergehenden wäre in diesem Kapitel schließlich noch der Ausdruck „eines nicht zu großen Stückes der Erdoberfläche" zu erklären.

Denkt man sich von zwei Punkten A und B der Erdoberfläche nach dem Mittelpunkte der Erde (dieselbe als Kugel gedacht, welche in der That sehr nahe zu entsteht, wenn man sich die Oberfläche des Meeres unter die Höhen und Berge fortgesetzt denkt), die Erdradien gezogen und bezeichnet den Erdradius durch R, den Winkel, den die beiden Erdradien mit einander am Mittelpunkte bilden mit Φ, den durch die beiden Punkte A und B der Erdoberfläche gelegten Bogen eines größten Kreises der Erdkugel durch **b**, die zugehörige Sehne durch s und das Kreisverhältniß durch π, so sind **b** und s bekanntlich durch die beiden Formeln $\frac{R\,\pi\,.\,\Phi}{180}$ und $2\,R\,.\,\sin.\,\frac{1}{2}\,\Phi$ gegeben. — Wird nun R zu 860 geographische Meilen angenommen und $\Phi = \frac{1}{2}^{\circ}$ gesetzt, so ergeben sich für **b** und s die Zahlenwerthe 7,50491 geogr. Meilen und 7,50489 geogr. Meilen; der Unterschied des Bogens und der Sehne beträgt demnach nur 0,00002 geogr. Meilen; folglich kann in diesem Falle angenommen werden, daß Bogen und Sehne einander gleich sind und zusammenfallen.

Aus dieser trigonometrischen Betrachtung geht nun auch die Erklärung jenes oben erwähnten Ausdruckes hervor. Erstrecken sich nämlich die Messungen nur über eine Fläche, die nicht größer als $7\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2}$ geographische Quadratmeilen ist, so sind alle in diesen Grenzen ausgehängten Lothe oder vertikal stehenden Stäbe, also überhaupt alle Vertikalen einander parallel, denn die den verschiedenen Punkten des Erdoberflächenstückes entsprechenden Vertikalen stehen offenbar in dem fraglichen Falle auf der, der Sehne s, als Durchmesser, zugehörigen Kreisfläche senkrecht. Ist der fragliche Theil der Erdoberfläche zugleich auch eben, und ist nicht merklich gegen die entsprechende Horizontalebene geneigt, so kann er als seine eigene Horizontalprojektion angesehen werden und die kürzesten Entfernungen der verschiedenen Lothe oder vertikalen Stäbe von einander können unmittelbar auf der Erdoberfläche gemessen werden.

II.

Von den Maaßen und Maaßstäben und von den Instrumenten durch welche man gerade Linien und Ebenen in die vertikale und horizontale Lage zu bringen im Stande ist.

Messen heißt untersuchen wie oft eine gegebene Größe (das Maaß) in einer andern gegebenen, mit ihr gleichartigen Größe enthalten ist. — Es giebt Längen-, Flächen-, Raum- und Gewichtmaaße; diese sind in den verschiedenen Ländern von verschiedener Ausdehnung, verschiedenem Gewicht, und haben besondere Benennungen erhalten. Bei uns in Rußland sind die Längenmaaße: der Faden (Сажень), der Fuß, der Zoll, die Linie. Diese sind durch folgende Gleichungen gegeben:

1 Faden = 7 Fuß = 84 Zoll = 1008 Linien.
1 Fuß = 12 Zoll = 144 Linien.
1 Zoll = 12 Linien.

Gewöhnlich jedoch theilt man den Zoll in 10 gleiche Theile und nennt diese Decimal- jene Duodecimallinien. Hiernach ist

1 Faden = 7 Fuß = 84 Zoll = 1008 Duod.-Lin. = 840 Dec.-Lin.
1 Fuß = 12 Zoll = 144 Duod.-Lin. = 120 Dec.-Lin.
1 Zoll = 12 Duod.-Lin. = 10 Dec.-Lin.

Man theilt wohl auch den Fuß in Decimalzoll, so daß 1 Faden = 7 Fuß = 70 Decimalzoll = 700 Decimallinien ist.

3 Faden, 4 Fuß, 9 Zoll, 8 Decimallinien schreibt man kurz $3^{\circ}\ 4'\ 9''\ 8'''$. Wären anstatt 8 Decimallinien 10 Duodecimallinien gegeben, so würde der ganze Unterschied in der Schreibart darin bestehen, daß man nach den drei Strichelchen (''') den lateinischen Buchstaben d setzte, also schriebe $3^{\circ}\ 4'\ 9''\ 10'''^{d}$.

Die Flächenmaaße sind: die Dessätine, der Quadratfaden, der Quadratfuß, der Quadratzoll, die Quadratlinie.

Bezeichnet man den Quadratfaden, den Quadratfuß, den Quadratzoll, die Quadratlinie resp. mit □°, □′ □″ □‴ so hat man:

1 Des. =	2400 □° =	117600 ′ =	16934400 □″ =	1693440000 □‴
	1 □° =	49 □′ =	7056 □″ =	705600 □‴
		1 □′ =	144 □″ =	14400 □‴
			1 □″ =	100 □‴

Wir übergehen die verschiedenen Raum- und Gewichtmaaße, als nicht hierher gehörig, und bemerken, daß das französische Maaßsystem das einzige auf wissenschaftlicher Basis ruhende ist, bei welchem die Längeneinheit nicht etwa eine willkührliche Größe, sondern eine in der Natur selbst vorkommende, unveränderliche Größe ist, die jederzeit wieder aufgefunden werden kann, und Meter genannt wird. Der Meter ist der zehnmillionste Theil des Erdmeridianquadranten, dessen Länge durch eine Gradmessung des durch Barcelona und Dünkirchen gehenden Meridians von Mechain und Delambre zu Ende des vorigen Jahrhunderts bestimmt wurde. (Eigentlich wurde die Messung erst durch Biot und Arago im Anfange des 19ten Jahrhunderts beendigt.) Sie fanden die Länge des Erdmeridianquadranten 5130740 Toisen bei 13 Grad Reaumur. Die Toise aber ist ein Längenmaaß dessen sich Bouguer und Condamine bei einer Gradmessung, die sie in der Mitte des vorigen Jahrhunderts in Peru vorgenommen, bedient hatten. — Denkt man sich nun die Länge der Toise von Peru, wie sie genannt wird, die sie bei 13 Grad Reaumur hat, in 6 Fuß, den Fuß in 12 Zoll, den Zoll in 12 Linien getheilt, so beträgt die Länge des Meters, die in Frankreich gesetzliche Längeneinheit, 3 Fuß 11,296 Linien oder 443,296 Linien der Toise von Peru.

Fast allgemein bedient man sich des französischen Maaßes um die Maaße der andern Länder mit diesem und unter einander zu vergleichen.

So beträgt namentlich ein Fuß bei uns in Rußland 0,938306 des französischen Fußes oder 135,116 Linien des französischen Fußes, oder 3,280 Fuß in Rußland betragen 1 Meter. Der englische Fuß ist mit dem russischen Fuß von gleicher Größe. Der preußische Fuß verhält sich zum russischen Fuß wie 1000 zu 971, ist also größer. Der Fuß in Schweden ist kleiner als der in Rußland, er verhält sich nämlich zum russischen wie 1000 zu 1026. Der österreichische Fuß aber ist nicht allein größer als der russische, sondern auch größer als der preußische. Der österreichische Fuß verhält sich nämlich zum russischen wie 1000 zu 964. Alle gegenannten Fuße sind aber kleiner als der französische Fuß. Eine bessere Uebersicht gewährt folgende Tabelle

1 russischer	Fuß	= 0,938306	franz.	Fuß,
1 englischer	„	= 0,938306	„	„
1 preuß. od. rheinl.	„	= 0,966180	„	„
1 österreichischer	„	= 0,973103	„	„
1 schwedischer	„	= 0,913993	„	„

Wenn im Nachfolgenden von Faden, Fußen 2c. die Rede ist, so sind darunter stets nur die in Rußland gebräuchlichen zu verstehen.

Die Messungen in der Geodäsie beschränken sich nur auf Ausmessungen von Längen und Winkeln. — Von den Instrumenten, welche dazu dienen um Längen und Winkel auf dem Felde zu messen, wollen wir in den folgenden Kapiteln sprechen; hier soll uns die Beantwortung folgender Fragen beschäftigen: 1) wie soll man Längen abtragen, welche eine bestimmte Anzahl von Malen kleiner sind als die auf dem Felde gemessenen, und 2) wie soll man Winkel verzeichnen, die ihren Graden und Minuten nach gegeben sind?

Gesetzt man hätte auf dem Felde eine Entfernung von 200 Faden gemessen, so kann diese offenbar auf dem Papier durch Linien von beliebiger Länge repräsentirt werden. Hat man aber einmal für 200 Faden eine gewisse Länge gewählt, so müssen alle übrigen auf dem Felde gemessenen Entfernungen einer und derselben aufzunehmenden Oertlichkeit (unter „eine Oertlichkeit aufnehmen" verstehen wir die horizontale Projektion derselben bestimmen) in demselben Sinne in dem anzufertigenden Plane verzeichnet werden, d. h. man muß für alle auf dem Felde gemessene Entfernungen in dem in Rede stehenden Plane Linien abtragen, die um eben so viel Mal kleiner sind, als die zuerst gewählte Linie kleiner ist als 200 Faden. Ist solches der Fall, so ist klar, daß eine jede Linie des Planes n mal kleiner sein wird, als die entsprechende Länge auf dem Felde; folglich die Linien des Planes den entsprechenden Entfernungen auf dem Felde proportional sein werden. — Dieses war, wie aus Cap. I. hervorgeht, die erste Anforderung, die an einen richtigen Grundriß gemacht werden muß. — Theilt man nun aber die beliebig gewählte, 200 Faden vorstellende Linie unseres Planes in 200 gleiche Theile, so ist man im Stande einzelne Faden und mithin auf ganz einfache Weise proportionale Längen abzutragen. Soll z. B. eine Länge von 843 Faden abgetragen werden, so wird man die vierfache Länge der 200 Faden vorstellenden und in 200 gleiche Theile getheilten Linie und noch 43 jener Theile mit dem Zirkel fassen, und diese Länge im verlangten Sinne abtragen.

Nur wenn die auf dem Felde gemessenen Entfernungen alle ohne Ausnahme mit der als Maaß gebrauchten Länge commensurabel sind, wird man im Stande sein, wenigstens theoretisch genommen, einen der horizontalen Projektion vollkommen ähnlichen Grundriß anzufertigen. Weil aber die zu messenden Entfernungen wohl nie alle mit dem Maaße commensurabel sind, und wenn sie es auch wären doch zuletzt unsere Sinne und Instrumente uns bei der Untersuchung verlassen würden, so gehört ein ähnlicher Grundriß, praktisch genommen im Allgemeinen zu den Unmöglichkeiten. Jedenfalls aber kommt man mit einem richtig gezeichneten Grundriß, vorausgesetzt, daß die Angaben der horizontalen Projektion möglichst genau waren und der Maaßstab groß ist, der Wahrheit sehr nahe.

Die oben beliebig gewählte 200 Faden vorstellende Länge wird jedoch nicht ganz beliebig gewählt, sondern so angenommen, daß sie ein aliquoter Theil des Maaßes ist, mit welchem die Entfernungen auf dem Felde gemessen wurden. Hierdurch wird es nämlich möglich anzugeben, um wie viel mal die Linien und die Fläche des Planes kleiner sind als die entsprechenden Linien und die Fläche der aufzunehmenden Oertlichkeit. Hat man z. B. die Entfernungen der Oertlichkeit mit einem Faden gemessen, so muß die 200 Faden (welche beispielsweise gewählt wurden) vorstellende Länge durch eine Linie auf dem Plane wiedergegeben werden, welche ein aliquoter Theil des Fadens ist (ein aliquoter Theil des Fadens ist der Fuß, der Zoll, die Linie), also z. B. durch einen Zoll. Jede Linie des Planes ist dann offenbar 16800 mal kleiner als die entsprechende Linie der in Rede stehenden Oertlichkeit, denn 1 Zoll ist von 200 Faden der 16800ste Theil, weil 1 Faden 84 Zoll enthält, also 200 Faden 16800 Zoll. Die Fläche des Planes aber ist 16800 mal 16800 d. i. 282240000 mal kleiner als die der in Rede stehenden Oertlichkeit.

Das Verhältniß der lineären Verkleinerung wird gewöhnlich durch einen Bruch angegeben, dessen Zähler immer 1, dessen Nenner aber in dem obengenannten Falle 16800 ist; also wäre die obige Verkleinerung durch den Bruch $\frac{1}{16800}$ auszudrücken. Würden 100 auf dem Felde gemessene Faden gleich 1 Zoll auf dem Plane sein, so würde offenbar der Bruch $\frac{1}{8400}$ die lineäre Verkleinerung ausdrücken, so daß also eine jede Linie des Planes in diesem Falle 8400 mal kleiner als die entsprechende Entfernung der Oertlichkeit ist.

Wenn man aus einer durch einen Bruch gegebenen Verkleinerung zu wissen wünscht, wie viel Faden durch einen Zoll in dem entsprechenden Plane ausgedrückt werden, so hat man offenbar nur nöthig mit der Zahl 84 in den Nenner des gegebenen Bruches, dessen Zähler, wie bemerkt wurde, die Einheit ist, zu dividiren; der Quotient giebt die fragliche Anzahl Faden an. Wenn z. B. der Bruch $\frac{1}{4200}$ die lineäre Verkleinerung ausdrückt, so ist der Quotient 50, d. h. 50 Faden sind in dem Plane durch 1 Zoll wiedergegeben.

Theilt man den Zoll, der in unserem gewählten Beispiele 200 Faden vorstellt, in 10 gleiche Theile, so würde jeder 10te Theil des Zolles, also die Decimallinie, in dem anzufertigenden Plane 20 Faden im Felde entsprechen, und man würde demnach Längen, die kleiner als 20 Faden sind, nicht mehr auf dem Papier abzutragen im Stande sein, woraus wiederum folgt, daß, umgekehrt, jede auf dem in Rede stehenden Plane in den Zirkel gefaßte Länge auf dem Felde eine Differenz von 20 Faden geben kann. Theilt man den Zoll in 100 gleiche Theile, so würde jeder 100ste Theil des Zolles auf dem Plane 2 Faden auf dem Felde entsprechen, und man würde demnach Längen die kleiner als 2 Faden sind, nicht mehr im Plane abzutragen im Stande sein. Die Differenz, die hier sich ergeben könnte, betrüge 2 Faden. (Es muß hier aber bemerkt werden, daß wenn man Entfernungen, die größer als 10 Faden sind, für 20 Faden, die größer als 1 Faden für 2 Faden rechnet, die Differenz im erstern Falle höchstens 10, im zweiten höchstens 1 Faden betragen kann.)

Je größer die Zahl n ist, durch welche die aliquote Größe, hier der Zoll, getheilt wird, desto genauer wird offenbar der

Plan. — Eine aliquote Länge des zur Messung der Entfernungen auf der Erdoberfläche gebrauchten Maaßes, welche in n gleiche Theile getheilt ist und vermittelst welcher man Längen in dem Grundrisse abtragen kann, welche den auf dem Felde gemessenen entsprechenden Entfernungen proportional sind, nennt man einen verjüngten Maaßstab.

Wir hätten hier noch besonders des sogenannten hunderttheiligen Maaßstabes, dieses für den Geodäten so äußerst wichtigen Instrumentes, zu erwähnen.

Der sogenannte 100theilige Maaßstab dient dazu, um die auf dem Felde gemessenen Entfernungen auf dem Papier bis auf $\frac{1}{100}$stel Zoll genau wiederzugeben, wie wir solches sehen werden; doch zuerst zu der Einrichtung dieses Maaßstabes:

Ein Rechteck ABCD Fig. 1., dessen Seite AD 12 oder allgemeiner n Zoll lang, dessen Seite AB aber von beliebiger Länge ist, ist durch gerade Linien, welche auf der Seite AD senkrecht stehen, in 12 oder n gleiche Theile getheilt; mit der Seite AD sind 9 durch die ganze Länge des Rechtecks verlaufende Parallellinien in gleichem Abstande von einander gezogen. Die Seiten Ao und Bo des ersten der 12 oder n kleinen Rechtecke von 1 Zoll Länge sind in 10 gleiche Theile getheilt, und von dem ersten Theilungspunkte der Seite Ao nach dem Punkte B ist eine Verbindungslinie gezogen; in gleicher Weise sind der zweite Theilungspunkt der Linie Ao und der erste der Linie Bo, der dritte der Linie Ao und der zweite der Linie Bo u. s. w. durch gerade Linien verbunden, die folglich alle unter einander parallel sein werden. — Aus der zugehörigen Figur wird man das Uebrige ersehen, und das Nachfolgende leicht verstehen.

Man ist im Stande mit einem Maaßstabe dieser Einrichtung $\frac{1}{100}$ Zoll oder $\frac{1}{10}$ Decimallinie abzutragen, wie leicht erhellet, wenn man die Aehnlichkeit der Dreiecke berücksichtigt. — Betrüge die abzutragende Länge z. B. 3 Zoll, 4 und $\frac{3}{10}$ Linien, so müßte man die eine Spitze eines Zirkels in den Durchschnittspunkt der vierten mit 300 bezeichneten Vertikal- mit der dritten durch die Zahl 3 bezeichneten Horizontallinie, die andere Spitze aber in den Durchschnittspunkt der nämlichen Horizontallinie mit der durch die Zahl 40 bezeichneten schrägen Linie des kleinen Rechtecks ABoo setzen, und würde in der Entfernung der Zirkelspitzen von einander die in dem Plane abzutragende fragliche Länge haben.

Gesetzt nun es seien 50 auf dem Felde gemessene Faden in dem Plane durch 1 Zoll ausgedrückt, so daß also jede Entfernung auf dem Plane 4200 mal kleiner ist als die resp. Entfernung auf dem Felde, so müßten 264 auf dem Felde gemessene Faden im Plane durch $\frac{264}{50}$ Zoll d. h. durch 5″ 2,8‴ wiedergegeben werden, was nach dem Vorhergehenden keine Schwierigkeit hat.

Um Winkel, die man mit irgend einem winkelmessenden Instrument gemessen hat, den Graden und Minuten nach mit Hülfe des 100theiligen Maaßstabes zu verzeichnen, ist der Satz aus der Trigonometrie, daß die Sehne eines Kreises gleich ist dem Produkt aus dem Durchmesser desselben mit dem Sinus des halben, der fraglichen Sehne entsprechenden Mittelpunktwinkels, oder in Zeichen, wenn die Sehne durch s, der Radius durch r, der Mittelpunktswinkel durch p gegeben ist, daß $s = 2 \cdot r \cdot \sin. \frac{1}{2}\, p$ ist, als bekannt vorauszusetzen. Mit Hülfe dieser Formel findet man die Sehnen aller Winkel von 0° an, wenn der Radius gegeben ist.

Die graphische Verzeichnung eines Winkels mit Hülfe des 100theiligen Maaßstabes ist jetzt leicht. — Man beschreibt einen Kreisbogen mit einem Radius = 10 Zoll = $\frac{1000}{10}$ Linien (mittelst eines sogen. Stangenzirkels) und trägt die Sehne des graphisch zu bestimmenden Winkels für den Radius r = 1000, wo dann natürlich die Sehne in Zehntheilen der Linie eines Zolles gegeben ist, auf bekannte Weise in den Kreisbogen; die nach den Endpunkten der Sehne gezogenen Radien bilden mit einander den verlangten Winkel. — Der zu verzeichnende Winkel betrage z. B. 34° 27′, so ist die zugehörige in den mit dem Radius 10 Zoll beschriebenen Kreis zu tragende Sehne nach der obigen Formel 592 Zehntheile der Decimallinie oder 5″ 9,2‴.

Soll umgekehrt ein graphisch gegebener Winkel nach Graden und Minuten bestimmt werden, so beschreibe man aus dem Scheitel des Winkels als Mittelpunkt einen Kreisbogen mit dem Radius $r = \frac{1000}{10}'''$ und messe die entsprechende Sehne mit Hülfe des 100theiligen Maaßstabes nach Zehntheil der Linie, so giebt die Formel $\frac{s}{2\,r} = \sin.\ \frac{1}{2}\,p$, welche leicht aus der vorhergehenden abzuleiten ist, die Hälfte des Winkels, also hat man auch den ganzen Winkel in Graden und Minuten. Die Sehne für den Radius von 10 Zoll des graphisch gegebenen und den Graden und Minuten nach zu bestimmenden Winkels sei z. B. 662, so ist $\frac{s}{2\,r} = 0{,}331 = \sin.\ \frac{1}{2}\,p$, der log. 0,331 ist nach den trigonometrischen Tafeln aber 9,5198280 und giebt in den Sinus-Tafeln den Winkel 19° 19′ 46″, so daß also der zu bestimmende Winkel beinahe 38° 40′ ist.

Hat man sich die Sehnen aller Winkel von 0° bis 90°, und zwar von 5 zu 5 Minuten für den Radius $r = 1000$ berechnet, so ist man aller Rechnung überhoben, denn auch stumpfe Winkel lassen sich dann verzeichnen und ausmessen, indem man die entsprechenden Nebenwinkel verzeichnet oder ausmißt.

Wenn man keinen Stangenzirkel bei der Hand hat, um Bogen für den Radius von 10 Zoll zu beschreiben, so kann man auch mit dem Radius von 5 oder $\frac{10}{2}$ Zoll Länge, mit einem gewöhnlichen Zirkel, Bogen u. s. w. beschreiben. Ein Jeder wird leicht das Verfahren für diesen Fall angeben können, wenn er sich erinnert, daß die Sehne für den Radius 5 Zoll halb so groß ist als die Sehne für den Radius 10 Zoll.

Das gewöhnlichste Instrument um Winkel, die ihren Graden und Minuten nach gegeben sind graphisch zu verzeichnen und umgekehrt, graphisch gegebene Winkel ihren Graden und Minuten nach zu bestimmen, ist der sogenannte Transporteur. Er besteht aus einem messingenen oder aus Horn gefertigten Halbkreise **ABD** Fig. 2, welcher gewöhnlich in Grade und halbe Grade eingetheilt ist (Der Transporteur giebt also nicht so genaue Resultate als der 100theilige Maaßstab. Warum nicht?). Die beiden Endpunkte A und B des Halbkreises sind, wie die Figur zeigt, durch ein Linealchen ABB′A′ verbunden. Die Eintheilung geht gewöhnlich von A nach B und von B nach A, von 0° bis 180°. C ist der Mittelpunkt, der durch eine fein eingerissene Linie angedeutet wird. Der obere Rand AB des Linealchens stellt den Durchmesser des Kreises vor.

Soll nun z. B. ein Winkel von 34° 30′ abgetragen werden, so setzt man den Transporteur so auf das Papier, daß der obere Rand des Linealchens mit der Linie, an welche der fragliche Winkel angetragen werden soll, und der Mittelpunkt C mit dem Punkte, welcher den Scheitel des verlangten Winkels bilden soll, zusammenfällt, hierauf vermerkt man auf dem Papier, an der Peripherie des Halbkreises, durch einen kleinen Punkt die Lage desjenigen Theilstriches der Eintheilung, bei welchem man 34° 30′ abliest, und verbindet den Scheitelpunkt mit jenem an der Peripherie gemachten Punkte durch eine gerade Linie, und hat hierdurch den in Graden und halben Graden gegebenen Winkel graphisch verzeichnet.

Wäre der gegebene Winkel 34° 46′ groß, so würde man den Winkel von 35°, wäre er 34° 14′ groß, den Winkel von 34° abtragen müssen.

Wie man zu verfahren hat, wenn umgekehrt ein graphisch gegebener Winkel seinen Graden und halben Graden nach gefunden werden soll wird jetzt von selbst einleuchten.

Aus Kapitel I. geht hervor, daß, wenn ein aufzunehmendes Stück der Erdoberfläche, dessen Flächenausdehnung nicht mehr als $7\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2}$ geogr. Q.-M. beträgt, eben ist, und nicht merklich von der Oberfläche der als Kugel gedachten Erde abweicht, als eine Horizontalebene betrachtet werden kann, und die Messungen von Entfernungen auf dem Erdboden selbst ausgeführt werden können. Ist nun aber die Erdoberfläche des fraglichen Stückes nicht eben, so können die Messungen von Entfernungen nicht auf der Erdoberfläche, sondern müssen in einer andern beliebig gewählten Horizontalebene gemacht werden, welches letztere bei Winkelmessungen mit winkelmessenden Instrumenten stets, mag auch der Erdboden eben sein, der Fall ist. Hieraus geht die Nothwendigkeit der Instrumente hervor, mit Hülfe deren man Ebenen und Linien in die horizontale und vertikale Lage bringen kann; denn horizontal und vertikal sind zusammengehörige Begriffe.

Das natürlichste und einfachste Instrument zur Horizontalstellung von Ebenen wäre die Setzwage, Fig. 3. Diese ist von Holz gefertigt und hat gewöhnlich die Gestalt eines gleichschenkligen und rechtwinkligen Dreiecks, was übrigens nicht nothwendig ist. Aus dem Durchschnittspunkte der beiden gleichen Kanten der Setzwage hängt eine am freien Ende mit einem schweren Körper (einer Bleikugel etwa) versehene sehr feine Schnur herab; von dem Aufhängepunkte läuft auf die ungleiche Kante eine feineingerissene Linie senkrecht herab; die ungleiche Kante, auf welche das Instrument beim Gebrauch gesetzt wird, ist vollkommen eben, was sich am besten durch ein richtiges Lineal prüfen läßt.

Stellt man jetzt die Setzwage mit der ungleichen Kante auf eine Linie, so ist diese horizontal, wenn die feine Schnur mit der eingerissenen Linie zusammenfällt.

Die Lage der feineingerissenen Linie kann auf rein geometrischem Wege bestimmt werden, gewöhnlich aber wird sie auf folgende, mehr mechanische Weise gefunden: man stellt die Setzwage auf eine Ebene, siehe Fig. 4 und 5, und merkt sich die Lage der Schnur, hierauf stellt man die Setzwage so um, daß die Ecke a die Stelle der Ecke b und umgekehrt einnimmt, und bezeichnet abermals die Lage der Schnur; wird aus dem Aufhängepunkt jetzt ein Kreisbogen geschlagen und der zwischen den besagten Richtungen enthaltene Theil desselben halbirt, so steht die Verbindungslinie des Aufhänge- und Halbirungspunktes auf der ungleichen Kante senkrecht. Das Warum ist leicht einzusehen.

Wird der beschriebene Bogen in Grade getheilt, so ist man im Stande den Neigungswinkel von Linien und Ebenen gegen die Horizontalebene zu bestimmen. — Der Nullpunkt liegt gewöhnlich in dem Durchschnittspunkte des Bogens, siehe Fig. 6, mit der feineingerissenen auf der Aufsetzkante lothrechten Linie. Der Neigungswinkel ist offenbar gleich dem Winkel, welchen das herabhängende Loth mit der feineingerissenen Linie bildet, wenn man die Setzwage auf eine gegen die Horizontalebene geneigte Linie setzt, und wird durch die beigesetzte Gradzahl angegeben.

Die Prüfung der Richtigkeit einer mit einem Gradbogen versehenen Setzwage geschieht, wenn man dieselbe auf eine gegen die Horizontalebene beliebig geneigte gerade Linie setzt, und den Neigungswinkel der Linie gegen die Horizontalebene bestimmt, hierauf die Setzwage auf bekannte Weise umsetzt und wiederum den Neigungswinkel bestimmt; sind beide Bestimmungen gleich, so ist dieses ein sicheres Kennzeichen der Richtigkeit der Setzwage.

Eine Ebene wird mittelst der Setzwage horizontal gestellt, wenn man zwei in derselben liegende und sich wo möglich rechtwinklig durchschneidende Linien in die horizontale Lage bringt.

Das genaueste der Instrumente, um gerade Linien und Ebenen horizontal zu stellen, ist die Röhrenlibelle oder das Röhrenniveau, Fig. 7. Sein Haupttheil ist ein Glascylinder, dessen eine innere Seite, die wir die obere nennen wollen, weil sie beim Gebrauch des Instrumentes dem Beobachter zugekehrt ist, mit einem sehr großen Radius ausgeschliffen ist; dieser Glascylinder wird, aber nicht ganz voll, mit Alkohol, besser Schwefeläther, gefüllt und seine beiden Enden hermetisch, z. B. durch darüber gespannte Blasenstücke, verschlossen; offenbar wird jetzt beim Hin- und Herneigen des Glascylinders eine Luftblase auf und niedersteigen. Der Glascylinder steckt in einem messingenen Cylinder der an der obern Seite des Glascylinders ausgeschnitten ist, um das Spielen der Luftblase sehen zu lassen. Dieser ganze Apparat ruht auf zwei Füßen, und die Neigung der Axe des Glascylinders gegen die Ebene der Füße läßt sich ein wenig durch eine sogenannte Correctionsschraube verändern. Dieses ist die Einrichtung einer Röhrenlibelle.

Ist nun die Ebene der Füße, oder mit andern Worten die Ebene auf welche man die Libelle gesetzt hat, horizontal und die Axe des Glascylinders der Ebene der Füße parallel, so muß die Luftblase offenbar die Mitte des Glascylinders, weil dieses der höchste Punkt ist, einnehmen. Stellt man also die Libelle, vorausgesetzt daß die Axe des Glascylinders der Ebene der Füße der Libelle parallel ist, auf eine gerade Linie, so ist diese nicht horizontal, wenn die Luftblase nicht in die Mitte einspielt und zwar ist ihr Neigungswinkel gegen die Horizontalebene um so größer, je weiter die Luftblase von der Mitte des Glascylinders, die durch eine feingerissene Linie angedeutet ist, absteht.

Aus dem Vorhergehenden erhellet die Nothwendigkeit des Parallellismus der Axe des Glascylinders und der Ebene der

Füße der Libelle, daher vor dem Gebrauch der Libelle stets zuerst das Bestehen desselben zu ermitteln ist, und zwar geschieht dieses, indem man die Libelle auf eine beliebig zu neigende Ebene stellt und die Lage derselben so lange verändert, bis die Luftblase in die Mitte einspielt; ist nun die Libelle zum Gebrauch geeignet, oder, mit andern Worten, die Axe des Glascylinders der Ebene der Füße parallel, so muß nothwendig die Luftblase wieder in die Mitte einspielen, wenn man die Libelle umsetzt, d. h. sie jetzt so aufsetzt, daß der früher rechtsgelegene Fuß in die Stelle des links gelegenen und umgekehrt zu stehen kommt. Spielt die Luftblase nach dem Umsetzen aber nicht wieder in die Mitte ein, so kann dieses offenbar nur darin seinen Grund haben, daß die Axe des Glascylinders der Ebene der Füße nicht parallel ist, und es muß vor dem Gebrauch in diesem Falle zuerst die Axe der Ebene der Füße parallel gemacht werden, was durch folgendes Verfahren erreicht wird. Man setzt die Libelle auf eine Ebene, z. B. auf die Platte des später zu beschreibenden Meßtisches, und verändert ihre Lage so lange, bis die Luftblase in die Mitte einspielt, setzt jetzt die Libelle auf bekannte Weise um, und bringt die Luftblase, die nach der Voraussetzung einen gewissen Abstand von der Mitte des Glascylinders hat, durch die Correktionsschraube auf die Hälfte ihres Abstandes, so ist damit die Axe der Libelle der Ebene ihrer Füße parallel gestellt und die Libelle folglich zum Gebrauch geeignet gemacht worden.

Der Grund für dieses Verfahren ist leicht hergeleitet. — AX, Fig. 8, stelle die Axe des Glascylinders der Libelle vor, die durch Bewegung der Meßtischplatte MP, bis zum Einspielen der Luftblase in die Mitte, horizontal gestellt worden ist, so wird dieselbe, genugsam verlängert gedacht, die Ebene der Meßtischplatte in D durchschneiden; setzt man jetzt die Libelle um, so wird die Axe

AX die Richtung A'X' und diese verlängert die Meßtischplatte wiederum und zwar im Punkte D' durchschneiden; die Neigungswinkel der Axe des Glascylinders gegen die Ebene der Meßtischplatte in den beiden Stellungen sind offenbar einander gleich. Der Winkel ABX', den die Axe in der ersten, horizontalen Stellung mit der Axe in der zweiten Stellung bildet, ist aber offenbar als äußerer Winkel des gleichschenkligen Dreiecks BDD' das Doppelte eines der Neigungswinkel; die gerade Linie ab, die den Winkel XBX' halbirt, ist folglich der Ebene der Meßtischplatte parallel; hieraus aber folgt unmittelbar das obige Verfahren, denn bei der umgesetzten Libelle wird offenbar, indem man durch die Correktionsschraube die Luftblase auf die Hälfte des Abstandes bringt, auch der Neigungswinkel, den die Axe in der zweiten Stellung mit der horizontal liegenden Axe in der ersten Stellung macht, halbirt, folglich die Axe selbst in die Richtung der Linie ab versetzt, folglich der Ebene der Meßtischplatte, oder was dasselbe ist, der Füße parallel gestellt.

Ein Hängeniveau ist eine Röhrenlibelle an der, wie Fig. 9 es zeigt, zwei Haken angebracht sind, um dasselbe an einer geraden Linie anhängen zu können.

In Fällen, wo es nicht auf die größte Genauigkeit ankommt, bedient man sich zur Horizontalstellung von Ebenen gewöhnlich des sogenannten Dosenniveaus oder der Dosenlibelle, Fig. 10. Dieses Instrument stellt ein cylindrisches, ohngefähr ½ Zoll hohes Gefäß von Messing dar, das aber mit Glas verschlossen ist, welches auf der Außenseite eben, auf der Innenseite mit einem sehr großen Radius concav gegen den Boden des Gefäßes ausgeschliffen ist. Das Gefäß ist mit Weingeist angefüllt, doch nur so weit, daß noch eine Luftblase spielen kann. Der von der Mitte der Bodenfläche am weitesten entfernte Punkt des gläsernen Kugeloberflächenstückes ist von mehrern auf der Außenseite eingeschliffenen concentrischen Kreisen als Mittelpunkt umgeben.

Man prüft die Brauchbarkeit des Dosenniveaus dadurch, daß man dasselbe auf eine Ebene stellt und durch Hin- und Herneigen der letztern die Luftblase genau in die Mitte zwischen die eingeschliffenen, concentrischen Kreise einspielen macht, hierauf, indem man mit einem Bleistift längs der Grundfläche des Gefäßes herumfährt, einen Kreis beschreibt, und endlich zusieht, ob die Luftblase, beim Herumdrehen des Dosenniveaus innerhalb des beschriebenen Kreises, beständig in der Mitte der eingeschliffenen, concentrischen Kreise bleibt.

Setzt man ein Dosenniveau, das der obigen Bedingung entspricht, auf eine Ebene, und giebt derselben nach und nach eine solche Lage, daß die Luftblase in die Mitte der eingeschliffenen concentrischen Kreise einspielt, so ist die Ebene horizontal gestellt. Das Warum ist leicht aus dem über die Röhrenlibelle Gesagten zu beantworten.

Die vertikale Richtung wird durch das sogenannte und bereits einige Mal erwähnte Loth angegeben. Es besteht dieses in einem schweren Körper, der an einem feinen, jedoch hinreichend festen Faden hängt; die beste Gestalt und Einrichtung, die man dem schweren Körper geben kann, ist die eines kleinen, geraden Cylinders von Messing, der an dem einen Ende kegelförmig zugespitzt ist. In der Mitte der Basis des Cylinders ist senkrecht auf dieselbe eine Schraube eingeschraubt, siehe Fig. 11., die in ihrer Axe durchbohrt ist, so daß dieses Bohrloch den mit einem Knoten am Ende versehenen feinen Faden aufnehmen kann; auf diese Weise wird der feine Faden, verlängert gedacht, durch die Spitze des kegelförmigen Endes des Cylinders durchgehen, so daß also ein Punkt, über welchem die Spitze des Cylinders ruht, in der Richtung des vertikalen Fadens liegt.

Eine gerade Linie, z. B. die Axe eines geraden, cylindrischen Stabes wird in die vertikale Lage gebracht, wenn man den Stab, indem man das Loth so nahe als möglich an demselben herabhängen läßt, neigt, bis die Axe des Stabes oder seine Seitenfläche dem Lothfaden parallel ist.

Durch zwei vertikal eingesteckte Stäbe ist offenbar eine vertikale Ebene ihrer Richtung nach bestimmt.

Bei windigem Wetter kann das Loth vor Bewegung geschützt werden, wenn man es in Wasser oder auch in Quecksilber (wenn der schwere Körper nicht von Messing ist) hineinhängen läßt.

III.

Von den Instrumenten, welche dazu dienen um Entfernungen auf dem Felde unmittelbar zu messen, und von der wirklichen Ausmessung der Entfernungen.

In der Feldmeßkunst ist das gebräuchlichste Instrument zum unmittelbaren Messen von Entfernungen die sogenannte Meßkette, Fig. 12. Sie besteht gewöhnlich aus eisernen Gliedern, von der Dicke eines mäßigen Gänsekiels, die an ihren Enden zu einem Ringe umgebogen sind; diese Glieder sind durch gleichgroße messingene Ringe mit einander verbunden. Die beiden Endglieder der Kette sind an ihrem freien Ende mit einem größern Ringe versehen. Die ganze Länge der Kette beträgt gewöhnlich 10 Faden, und die Entfernung von der Mitte irgend eines der messingenen Verbindungsringe bis zu der des nächstfolgenden ist gleich einem Fuß, so daß also die Kette 70 Glieder zählt. Weil die Endringe größer sind als die messingenen Verbindungsringe, so sind auch die beiden Endglieder der Kette kürzer als die andern. Von den messingenen Verbindungsringen sind diejenigen, welche die einzelnen Faden der Meßkette begrenzen, ebenfalls größer, um die einzelnen Faden bei Messungen mit Leichtigkeit zählen zu können, daher denn auch hier die benachbarten Glieder kleiner sind als die übrigen.

Der Meßschnuren und Meßbänder bedient man sich jetzt nur noch in einzelnen Fällen, und dann eben wegen ihrer bedeutend größern Leichtigkeit.

Die Meßschnuren werden von Hanf, ¼ Zoll dick, gefertigt, und durch eingeknüpfte größere und kleinere Tuchzipfel die einzelnen Faden und Fuße bezeichnet.

Die Meßbänder sind aus daumbreitem, doppeltzusammengenähtem Fitzelband gefertigt und haben gewöhnlich eine Länge von 100 Faden. An den Enden befindet sich ein eiserner Ring. Die einzelnen Faden und Fuße sind, wie bei den Meßschnuren, durch eingeknüpfte Tuchzipfel bezeichnet.

Meßschnuren und Meßbänder werden, um sie vor den Einwirkungen der Nässe, und namentlich der dadurch hervorgebrachten Verlängerung, möglichst zu schützen in Wachs oder Oel gekocht.

Aus Kap. I. geht hervor, daß zur Bestimmung der horizontalen Projektion eines nicht sehr großen Theiles der Erdoberfläche die Messung von Entfernungen unmittelbar auf dem Erdboden geschehen kann, vorausgesetzt, daß dieselbe keine merkliche oder doch wenigstens nur unbedeutende Unebenheiten besitzt und nicht merklich geneigt liegt. Man wird demnach, wenn die Entfernung zweier Punkte A und B auf der Erdoberfläche von einander gemessen werden soll, die Meßkette (oder ein anderes Maaß) so auf der horizontalen Erdoberfläche ausziehen, daß alle Glieder derselben in der geraden Verbindungslinie der Punkte A und B zu liegen kommen, und dieses natürlich so oft wiederholen, als es angeht. Hat man die Kette z. B. 5 Mal zwischen den Punkten A und B ausgespannt, so beträgt die Entfernung der letztern 5 mal 10 d. h. 50 Faden.

Man hat stets vor Beginn einer Messung, wo die Meßkette gebraucht wird, zu untersuchen, ob die Glieder der Kette nicht vielleicht verbogen sind, ob die Kette ihre Länge von 10 Faden hat, ob die einzelnen Theile der letztern die Länge von 1 Fuß besitzen. Die verbogenen Glieder werden gerade gebogen und die Kette dann auf einen völlig ebenen Boden über einer geraden Linie von 10 Faden Länge, die man mit einer straff ausgezogenen Schnur abgemessen hat, ausgespannt. Falls nun die ausgespannte Kette länger als 10 Faden ist, so geht daraus hervor, daß nicht alle Theile der Kette genau ein Fuß Länge haben, sondern unter denselben einige länger als 1 Fuß sein müssen. Diese fehlerhaften Theile, die man bei der ausgespannten Kette am Besten mittelst eines Stangenzirkels herausfindet, werden durch stärkeres Umbiegen der hakenförmigen Enden des Gliedes, welche in die Verbindungsringe eingreifen, fehlerfrei gemacht. Mit der auf solche Weise verificirten Kette ist man im Stande Längen bis auf einzelne Fuß auszumessen.

Bei Messungen mit der Kette ist durchaus streng darauf zu sehen, daß die Kette nicht von der Richtung der auszumessenden geraden Linie abweicht, und nicht an irgend einer Stelle, wie man sich ausdrückt, verschlungen ist.

Die Kette läßt man von zwei sogenannten Kettenziehern auf zwei Kettenstäben, welche nahezu die Stärke der Weite der Endringe und eine Länge von etwa 5 Fuß haben, dabei vollkommen gerade und am untern Ende mit einer eisernen Spitze und vier hervorragenden eisernen Stiften versehen sind, siehe Fig. 13, auf welche die Endringe der Kette zu liegen kommen, fortschleifen. Ein jeder der Kettenzieher trägt einen ledernen Köcher über der Schulter. In dem des ersten, d. i. desjenigen der vorangeht, befindet sich eine gewisse Anzahl sogenannter Zeichenstäbchen von 1 bis 1½ Fuß Länge und $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Zoll Dicke. Ist die Kette genau in der geraden Verbindungslinie der Punkte A und B, deren Entfernung man messen will, ausgespannt, was der Fall ist, wenn die beiden senkrecht eingesteckten Kettenstäbe und die in A und B ebenfalls senkrecht eingesteckten weiter unten zu beschreibenden Absteckestäbe sich beim Visiren von A oder B aus, längs der Stäbe, in ein und derselben Ebene befinden, so steckt der erste, vorausgehende Kettenzieher in die Stelle, wo er seinen Kettenstab eingesteckt hatte, welchen er auszieht, ein Zeichenstäbchen ein, der zweite, d. h. nachfolgende Kettenzieher, zieht das Zeichenstäbchen heraus, legt es in seinen Köcher und steckt in die Stelle des Zeichenstäbchens seinen Kettenstab ein; der erste Kettenzieher geht natürlich wieder um eine ganze Kettenlänge vorwärts und verfährt, so wie auch der zweite, wieder auf dieselbe Weise.

So wird fortgefahren bis der vorangehende, erste Kettenzieher alle seine Zeichenstäbchen ausgesteckt, der nachfolgende, zweite Kettenzieher sie aber wieder in seinem Köcher aufgesammelt hat.

Waren dem vorangehenden Kettenzieher 10 Zeichenstäbchen übergeben, so beträgt die gemessene Länge offenbar 10 mal 10 d. h. 100 Faden. Der nachfolgende Kettenzieher übergiebt jetzt dem vorangehenden Kettenzieher wiederum die Zeichenstäbchen, und sammelt sie dann abermals ein, bis er die volle Zahl hat, wo dann auf's Neue eine Länge von 100 Faden abgemessen worden ist.

Sind nun, auf diese Weise fortfahrend bis man den Punkt B, vom Punkte A ausgehend, erreicht hat, die 10 Zeichenstäbchen a Mal in den Händen des nachfolgenden Kettenziehers gewesen, hat er zuletzt noch b Zeichenstäbchen eingesammelt, und beträgt die am Ende der Linie AB gemessene, nicht völlig eine Kettenlänge betragende Länge c Faden, so ist die geradlinige und horizontale Entfernung der Punkte A und B offenbar a . 100 Faden + b . 10 Faden + c Faden.

Es war im Vorhergehenden angenommen worden, daß der Erdboden eben und nicht merklich gegen die Horizontalebene geneigt ist, wenn nun aber der Boden uneben ist und sichtlich von der Horizontalebene abweicht, so würde die Kette, auf dem Boden zwischen den Punkten A und B ausgezogen, nicht in allen ihren Theilen horizontal liegen, folglich dadurch auch nicht die horizontale Entfernung der beiden Punkte A und B, worauf es ankommt, gemessen werden. In diesem Falle muß der Kettenzieher, welcher tiefer steht als der andere, den Endring seiner Kette an seinem Kettenstab so weit, natürlich auch in der Vertikalebene, welche durch die in den Punkten A und B eingesteckten Stäbe bestimmt wird, in die Höhe rücken, bis sich die Kette nach dem Augenmaaße in horizontaler Lage befindet, wobei offenbar auch die freischwebende Kette so straff als nur möglich ausgespannt werden muß, damit sie sich in der Mitte möglichst wenig senke, welches auch noch dadurch erzielt wird, daß die Kette an einzelnen Stellen durch Gehülfen mit der Hand gehoben wird. Im Uebrigen bleibt das Verfahren dasselbe.

Bei sehr unebenem, durch Schluchten und Hügel unterbrochenem Terrain, und wenn man sehr genaue Messungen ausführen soll, hat man sich stets der sogenannten Maaßstäbe zu bedienen. Dieses sind am Besten von Eisen gefertigte parallelepipedisch gegestaltete Stäbe, von 10 Fuß Länge und $\frac{1}{2}$ Zoll Höhe und Breite, die gewöhnlich mit 2 Quecksilberthermometern versehen sind, um bei einer höhern oder niedrigern Temperatur als die ist, bei welcher die Stäbe eine Länge von 10 Fuß haben, nach Beendigung der Messungen, eine Korrektion anbringen zu können, weil ja, wie die Erfahrung lehrt, bei einer Temperaturerhöhung der eiserne Stab länger, bei einer Temperaturerniedrigung kürzer wird.

Wie die Korrektion anzubringen ist, zeigt nachfolgende Betrachtung. Die Länge des eisernen Maaßstabes sei A, der Ausdehnungscoefficient des Eisens, d. h. die Zahl, welche angiebt, um den wie vielsten Theil seiner Länge sich ein regelmäßiger Stab ausdehnt, wenn das Thermometer um 1° steigt, sei δ, die Temperatur bei welcher der eiserne Stab die Länge $\mathcal{A}$ hat, sei t, die Temperatur, welche bei der Messung an den Thermometern abgelesen wird sei t', die Differenz der Temperaturen, die positiv ist, wenn $t' > t$, negativ, wenn $t' < t$, also $t' - t$, werde mit τ bezeichnet, so ist die Länge des eisernen Maaßstabes bei der Temperatur t' offenbar $\mathcal{A} + \delta . \tau . \mathcal{A}$ und nicht mehr $\mathcal{A}$. Ist nun auf eine gewisse Entfernung der Maaßstab v Mal in horizontaler Richtung ausgelegt worden, so ist die gemessene Länge nicht v $\mathcal{A}$ sondern v $\mathcal{A}$ + v . $\delta . \tau . \mathcal{A}$.

Daß der Maaßstab stets mit der Röhrenlibelle oder der Setzwage horizontal zu stellen ist, versteht sich von selbst; auch sind wenigstens zwei solcher Maaßstäbe bei jeder Messung erforderlich. — Die Maaßstäbe kommen auf Pflöcke, die man in die Erde geschlagen, zu ruhen.

Ist ein geringerer Grad von Genauigkeit zu erzielen, so bedient man sich hölzerner Maaßstäbe, am Besten von trocknem und gesundem Tannenholz gefertigt, und an beiden Enden mit einem metallenen Beschlage versehen. Nach dem Gebrauch müssen namentlich hölzerne Maaßstabe stets hängend verwahrt werden, damit sie sich nicht biegen.

Der Ausdehnungscoefficient δ des Stabeisens ist für 1° C = 0,00001167, des Gußeisens = 0,00001109. — Die Maaßstäbe seien aus Stabeisen gefertigt, t sei = 13° R, t' = 10° R, so waren die Maaßstäbe bei der Messung nicht 10 Fuß sondern nur 9,99956238 Fuß lang wie es diese Rechnung zeigt:

$$t' - t = \tau = - 3^{\circ}\,R = - \tfrac{15}{4}{}^{\circ}\,C.$$
$$\delta . \tau = 0{,}00001167 \times - \tfrac{15}{4} = - 0{,}000043762.$$
$$\delta . \tau . \mathcal{A} = - 0{,}000043762 \times 10 = - 0{,}00043762.$$
$$\mathcal{A} - \delta . \tau . \mathcal{A} = 10 - 0{,}00043762 = 9{,}99956238.$$

Wäre nun der Maaßstab von 10 Fuß Länge z. B. 30000 Mal nebeneinandergelegt worden, so würde die abgemessene Länge bei **10° R** nicht = 300000 Fuß sondern offenbar nur = 9,99956238

$\times$ 30000 d. i. 299986,8 Fuß sein, mithin betrüge der Unterschied 13,2 Fuß.

Jedenfalls sind Meßbänder und Meßschnuren, die mittelst des Hängeniveaus horizontal zu spannen sind, bei sehr unebenem, hügeligten Terrain, wegen ihrer Leichtigkeit der Kette vorzuziehen.

Ist der Boden eben, aber von der horizontalen Richtung abweichend, so wird die Entfernung d' der beiden Punkte A und B auf der geneigten Ebene mit der Kette ausgemessen, und mit dem Cosinus des Neigungswinkels Φ der erstern gegen die Horizontalebene multiplicirt, wodurch man die verlangte horizontale Entfernung, d, der beiden Punkte A und B, wie sich leicht erweisen läßt, erhält, so daß also $d = d' \,.\, \cos.\, \Phi$ ist. Die Entfernung der beiden Punkte A und B auf der geneigten Ebene betrüge z. B. 680 Faden, der Neigungswinkel Φ sei 43° 15', so ist die horizontale Projektion oder, wie wir sie auch genannt haben, horizontale Entfernung d der beiden Punkte A und B 495 Faden, denn man findet:

$$\begin{aligned} \log.\, d' &= 2.8325089 \\ \log.\, \cos.\, \Phi &= 9.8623526 \\ \hline \log.\, d &= 2.6948615 \\ \text{folg. } d &= 495{,}2. \end{aligned}$$

Der Neigungswinkel Φ gegen die Horizontalebene kann mit einem Instrument von folgender sehr einfacher Einrichtung leicht mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden: abc, Fig. 14, ist ein Quadrant von Metall, z. B. Messing, dessen Bogen ab in Viertelgrade eingetheilt ist; die Gradeintheilung beginnt von a mit Null; vom Mittelpunkte c hängt ein Loth cd herab. Man stellt sich nun auf der ebenen, aber geneigten Fläche AB möglichst weit vom Fuße derselben auf, und visirt, längs des Schenkels bc, in der Richtung der auf der Ebene AB auszumessenden Entfernung, nach dem Auge des am Fuße der geneigten Ebene stehenden Gehülfen, und liest die Gradzahl ab, bei welcher der Faden des freihängenden Lothes sich befindet; diese Gradzahl giebt den verlangten Neigungswinkel Φ, wie leicht an Figur 15 bewiesen werden kann. $AB = d'$, $AC = d$, $\angle BAC = \Phi$.

Ist der so eben beschriebene Quadrant (besser ein Halbkreis) von sehr dünnem Messing gefertigt und bei c und b, Fig. 16, mit Haken versehen, um ihn an einer straff ausgespannten Schnur aufhängen zu können, so ist man im Stande mittelst desselben nicht allein den Neigungswinkel gegen den Horizont der fraglichen Schnur zu bestimmen, sondern dieselbe auch in die horizontale Lage zu bringen, welches letztere der Fall sein wird, wenn der herabhängende Lothfaden über dem Nullpunkte der Theilung einspielt. Die Prüfung der Richtigkeit dieses Instrumentes, das man Markscheider nennt, hat keine Schwierigkeit, wenn man das, was über die Setzwage gesagt worden, gehörig verstanden hat.

IV.

Von der Bezeichnung der Punkte und vom Abstecken gerader Linien auf der Erdoberfläche.

Aus Kap. I ersieht man, daß, um den geometrischen Grundriß eines Theiles der Erdoberfläche anfertigen zu können, man die kürzeste Entfernung, d. h. die horizontale Projektion der Punkte des fraglichen Erdoberflächenstückes von einander, und bei einer Aufnahme mit winkelmessenden Instrumenten auch Winkel, ihren Graden ꝛc. nach ermitteln muß. (Denn man kann eine Oertlichkeit, wie weiter unten ausführlicher gezeigt werden wird und in der Einleitung kurz angedeutet worden ist, auch ohne winkelmessende Instrumente aufnehmen.)

Wie und mit welchen Instrumenten die Entfernung zweier Punkte A und B gemessen werden kann, ist ausführlich in Kap. III.

angegeben. Aus dieser Angabe geht hervor, daß bei einer jeden einzelnen Ausspannung der Kette, oder eines andern Längenmaaßes, der in A stehende Feldmesser den vom Kettenzieher ausgesteckten Kettenstab in die durch die Punkte A und B bestimmte Vertikalebene einvisiren muß.

Um diesen häufigen Wiederholungen, namentlich wenn die Punkte A und B eine beträchtliche Entfernung von einander haben, zu entgehen, stellt sich die Nothwendigkeit heraus, zwischen den besagten Punkten A und B noch andere der Lage nach zu bestimmen (was namentlich nöthig ist, wenn ein Wald in einer durch 2 Punkte bestimmten Richtung ausgehauen oder in einer bergigten Gegend die Entfernung zweier Punkte gemessen werden soll), die mit den ersten beiden in einer und derselben Vertikalebene liegen, so daß dadurch der Verlauf der durch die Punkte A und B bestimmten Vertikalebene näher angegeben, und es auf diese Weise den Kettenziehern selbst möglich wird die Kette nicht allein horizontal, sondern auch in der fraglichen Vertikalebene, wie es erforderlich ist, auszuziehen.

Man bezeichnet die Punkte auf der Erdoberfläche durch sogenannte Absteckestäbe, die man auch Pikets, Baken nennt. Sie haben gewöhnlich eine Länge von 7 bis 10 Fuß und eine Dicke von 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll, sind cylindrisch, völlig gerade, und werden am Besten aus trocknem Fichtenholze gefertigt. Das in die Erde zu steckende Ende dieser Stäbe ist zugespitzt und mit einem eisernen Beschlage versehen. Gewöhnlich sind die Stäbe abwechselnd roth und weiß oder schwarz und weiß angestrichen, damit sie aus der Ferne deutlich gesehen werden können, mag nun der Hintergrund hell oder dunkel sein.

Außer diesen Absteckestäben bedient man sich zur Bezeichnung der Punkte auch der sogenannten Meßfahnen; dieses sind den vorigen ähnliche jedoch dickere Stangen bis zur Länge von 14

Fuß und darüber, die an dem Ende, welches nicht zugespitzt ist, ein Stück schwarz und weißes oder roth und weißes Zeug in Art einer Flagge tragen.

Gut ist es, außer den gewöhnlichen Absteckestäben, auch noch einige Meßfahnen in Bereitschaft zu haben.

Um nun in der geraden Richtung zweier durch vertikaleingesteckte Stäbe der Lage nach bezeichneten Punkte A und B noch mehrere andere zwischenliegende Punkte C, D, E u. s. w. mit möglichster Genauigkeit anzugeben, oder, wie man sagt, eine gerade Linie abzustecken, ist, wenn der im Punkte A befindliche Landmesser den Punkt B deutlich, entweder mit unbewaffnetem Auge oder mit dem Fernrohre sehen kann, folgendes Verfahren, als das zweckmäßigste anzuwenden:

Der Feldmesser schicke einen Gehülfen mit einem Absteckestabe oder einer Meßfahne zwischen die beiden der Lage nach gegebenen Punkte A und B nach dem Punkte C und bedeute ihn sich zur Seite der durch die beiden Punkte A und B bestimmten Vertikalebene, mit dem Gesichte gegen diese Ebene gekehrt, zu stellen und den einzusteckenden Absteckestab S, mit zwei Fingern fassend, mit vorgestrecktem Arme in vertikaler Lage zu halten. Der Feldmesser, der sich bei A, oder auch, was dasselbe ist, bei B befinden mag, trete hierauf um einige, etwa 5 Schritte von dem in A vertikal eingesteckten Stabe zurück, mit dem Gesicht gegen den Punkt A gewendet, und lasse den Gehülfen, auf verabredete Zeichen, den freischwebend gehaltenen Absteckestab S so lange um ein Weniges nach der rechten oder linken Seite der fraglichen Vertikalebene hin verrücken, bis er durch V i s i r e n a n d e n b e i d e n S e i t e n der drei in den Punkten A, B, C befindlichen Absteckestäbe die Ueberzeugung gewonnen hat, daß ihre Seiten in einer und der nämlichen Vertikalebene liegen (die Stäbe müssen alle von gleicher

Dicke sein). Ist solches der Fall, so gebe man dem Gehülfen ein Zeichen, worauf er den Absteckestab S genau vertikal in dem Punkte C in die Erde zu stecken hat.

Durch das nämliche Verfahren kann man jetzt auch einen dritten und vierten Absteckestab u. s. w. zwischen den Punkten A und B einstecken, sogar, wie Jeder einsieht, auch über die Punkte A und B hinaus durch Absteckestäbe Punkte P, Q, R u. s. w. bestimmen, welche mit den Punkten A, B, C u. s. w. in derselben Vertikalebene liegen.

Es ist vielleicht nicht überflüssig zu erwähnen, daß bedeutende Fehler entstehen können, wie aus Fig. 17 ersichtlich ist, wenn man sich begnügt die Stäbe nur zur Deckung zu bringen, so daß man also nur einen Stab sieht.

Auch ohne Gehülfen ist man im Stande beliebig viele, zwischen den beiden Punkten A und B oder über dieselben hinaus gelegene Punkte C, D, E u. s. w. durch Absteckestäbe zu bestimmen. Zu dem Ende ergreift der Feldmesser selbst einen Absteckestab S, entfernt sich, rückwärtsgehend, etwa von dem in A vertikal eingesteckten Absteckestab um 5 bis 10 Schritte und steckt einen Absteckestab in einem Punkte P so ein, daß er nicht allein vertikal steht, sondern daß seine rechte und linke Seitenkante mit den Seitenkanten der in A und B befindlichen Absteckestäbe in einer und derselben Ebene liegen, was nach dem Vorhergehenden keine Schwierigkeit hat. Will man noch mehrere Punkte entweder über P hinaus oder zwischen A und B bestimmen, so ist das Verfahren ebenfalls aus dem Vorhergehenden leicht abgeleitet.

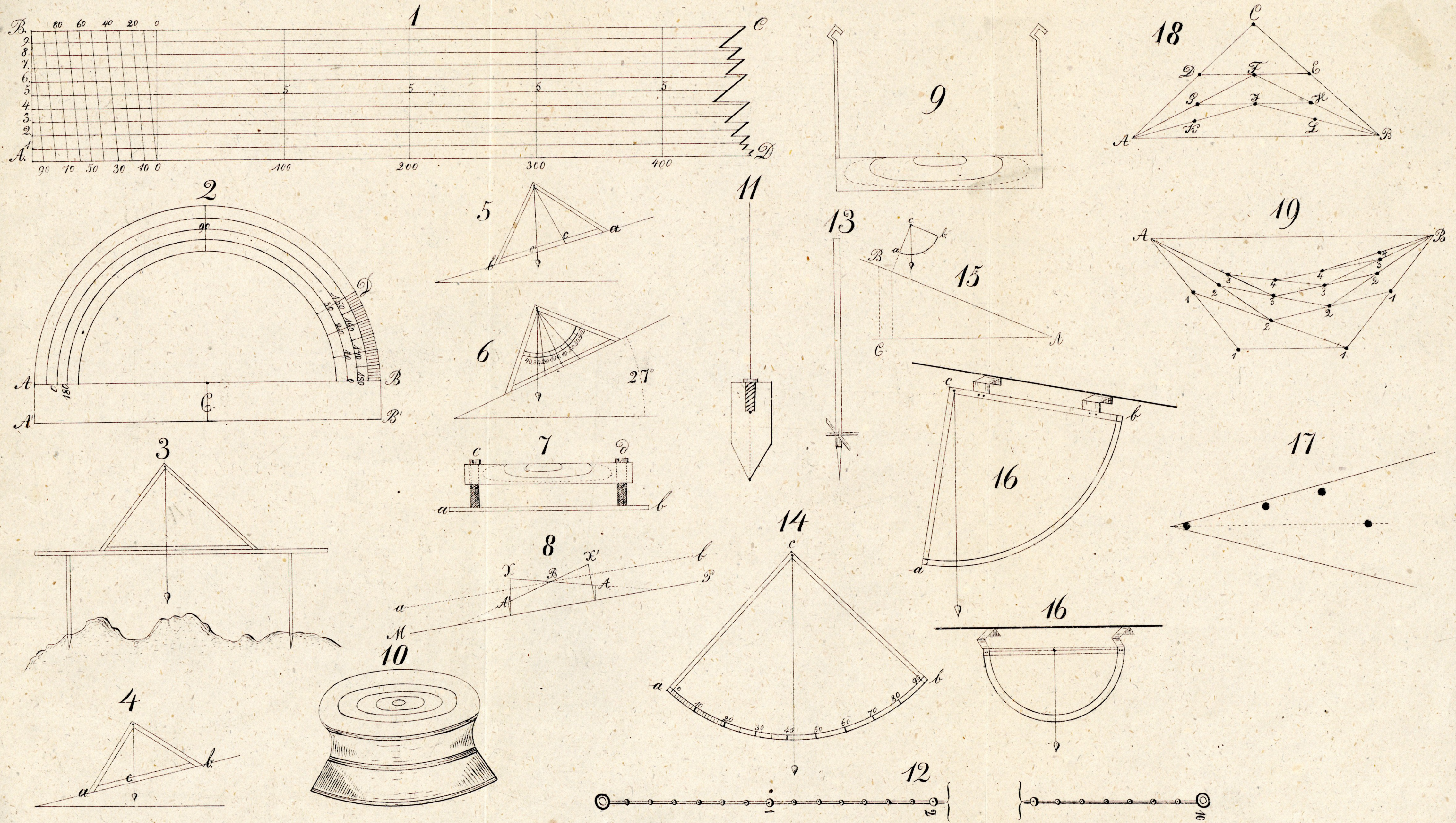
Kann von dem einen zweier Punkte A und B der andere nicht gesehen werden, weil ein Hinderniß dazwischen liegt, und verlangt man zwischen den fraglichen, durch vertikale Stäbe bezeichneten

Punkten noch andere C, D, E u. s. w. zu bestimmen, welche mit den erstgenannten in einer und derselben Ebene liegen, so ist folgendes Verfahren anzuwenden, das freilich nur ein Annäherungsverfahren ist, durch welches man aber stets mit hinreichender Genauigkeit das Verlangte erreichen wird. Man begiebt sich nach einem Punkte C, der ohngefähr in der durch die Punkte A und B bestimmten Vertikalebene liegt, steckt hier einen Absteckestab vertikal ein und läßt in den Richtungen AC und BC, siehe Fig. 18, ebenfalls, in D und E, Absteckestäbe vertikal einstecken. Liegen nun die in C, D und E befindlichen Absteckestäbe in einer und derselben Ebene, so würden offenbar alle 5 Punkte A, B, C, D, E in der nämlichen Ebene liegen und das Verlangte erreicht sein; liegen nun aber die Absteckestäbe in C, D, E nicht in einer und derselben Ebene, so zieht man den in C befindlichen Absteckestab heraus, steckt ihn in der Richtung, den die in D und E eingesteckten Absteckestäbe angeben, zwischen D und E, etwa im Punkte F, vertikal in die Erde und läßt die in D und E eingesteckten Absteckestäbe in die Richtungen AF und BF in den Punkten G und H vertikal einstecken. Jetzt untersucht man abermals, ob die in F, G, H eingesteckten Absteckestäbe in ein und derselben Ebene liegen oder nicht. Ist Ersteres der Fall, so liegen die 5 Punkte A, B, F, G, H in der Vertikalebene, welche die in den Punkten A und B eingesteckten Absteckestäbe angeben und die Aufgabe wäre gelöst; liegen aber die in F, G, H befindlichen Absteckestäbe nicht in ein und derselben Ebene, so muß man das angegebene Verfahren so lange wiederholen, bis man endlich drei in den Punkten X, Y, Z vertikal eingesteckte Absteckestäbe in ein und derselben Ebene liegend findet.

Wenn sich kein Punkt C in der Örtlichkeit finden läßt, von dem aus man die Punkte A und B sehen kann, so müssen mehrere

C', C'' u. s. w. angenommen werden. Das Verfahren ist leicht aus Fig. 19 abgeleitet.

Bei Längenausmessungen mit Meßstäben, wo die Entfernungen beträchtlich sind und eine große Genauigkeit beabsichtigt wird, stellt man in einem der Punkte A und B der abzusteckenden geraden Linie AB ein optisches, nach Art der später zu beschreibenden Kippregel eingerichtetes Instrument (d. h. so, daß sein Fernrohr eine Vertikalebene beschreibt) gehörig auf, verfährt im Uebrigen nach der früher beschriebenen Methode.


1
B. 80 60 40 20 0 C
9 8 7 6 5 4 3 2 1
5 5 5 5
A. 90 70 50 30 10 0 100 200 300 400 D
2
90
A C 180 B
A' B'
3
4
a c b
5
b c a
6
27°
7
c d
a b
8
X B X' b
a A' A P
M
9
10
11
12
1 2
10
13
14
c
a b
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90
15
c a b
B
C A
16
c b
a
16
17
18
C
D F E
G J H
K L
A B
19
A B
1 2 3 4