СПОСОБЪ ОППОЛЬЦЕРА

ДЛЯ

ОПРЕДѢЛЕНІЯ ОКОНЧАТЕЛЬНЫХЪ ОРБИТЪ

И КОМЕТА 1900 III

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
21542

С. Б. ШАРБЕ.

Типо-Литографія
Екатерининской жел. дор.
Екатеринославъ. 1917.

4- XII A
Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
3096

Способъ Оппольцера для опредѣленія окончательныхъ орбитъ.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ.

Общія соображенія по опредѣленію окончательныхъ орбитъ.

Приступая къ опредѣленію окончательной орбиты мы встрѣчаемся съ вопросомъ, какой способъ лучше всего примѣнить и въ частности, когда избрать способъ Оппольцера. Къ этому послѣднему вопросу мы и перейдемъ. предпославъ сначала нѣкоторыя общія соображенія.

Мы будемъ разсматривать только тотъ случай, когда свѣтило наблюдалось 1) въ одномъ появленіи и 2) въ теченіи небольшого промежутка времени—не болѣе 40—50 дней. Дальше мы выведемъ еще другія ограничительныя условія.

Дифференціальныя формулы, изъ которыхъ находятся поправки имѣютъ слѣдующій видъ:

$$
(1) \qquad \begin{array}{c}
A'x + B'y + C'z + D'u + E'v + F'w = N' \\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\
A''x + B''y + C''z + D''u + E''v + F''w = N'' \\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot
\end{array}
$$

гдѣ x, y, z и т. д. обозначаютъ искомыя поправки къ принятымъ элементамъ, а N' и N'' величины зависящія отъ остающихся ошибокъ нормальныхъ мѣстъ для одной и другой сферическихъ координатъ.

Въ дальнѣйшемъ, для удобства изслѣдованія, мы будемъ всегда уравненія умножать на общій знаменатель Δ—разстояніе свѣтила отъ земли, тогда

$$N' = \Delta . \triangle\lambda . Cos\beta \qquad N'' = \Delta . \triangle\beta \quad [1]).$$

Коэффиціенты A', B'..., A'' и т. д. суть функціи принятыхъ исходныхъ элементовъ и времени t. Для малаго промежутка времени мы можемъ ихъ представить, ограничиваясь членами второго порядка, такъ:

$$
\begin{array}{ll}
A' = a_0' + a_1'\tau + a_2'\tau^2 + \dots & \qquad A'' = a_0'' + a_1''\tau + a_2''\tau^2 + \dots \\
B' = b_0' + b_1'\tau + b_2'\tau^2 + \dots & \qquad B'' = b_0'' + b_1''\tau + b_2''\tau^2 + \dots \\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \qquad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot
\end{array}
$$

[1]) Принявъ эти величины за остающіяся ошибки, мы измѣняемъ *вѣсъ* P соотвѣтствующаго наблюденія на $\frac{P}{\Delta^2}$.

гдѣ $\tau = k\,(t - t_0)$. Величины a_0' a_1' и т. д. постоянны, т. е. не зависятъ отъ времени и зависятъ только отъ принятыхъ исходныхъ элементовъ.

Подставляемъ эти величины въ предыдущія уравненія и вводимъ новыя неизвѣстныя:

$$
(2)\qquad
\begin{aligned}
X &= a_0'x + b_0'y + \dots + f_0'w \; ; & U &= a_0''x + b_0''y + \dots + f_0''w \\
Y &= a_1'x + b_1'y + \dots + f_1'w \; ; & V &= a_1''x + b_1''y + \dots + f_1''w \\
Z &= a_2'x + b_2'y + \dots + f_2'w \; ; & W &= a_2''x + b_2''y + \dots + f_2''w
\end{aligned}
$$

Уравненія тогда примутъ слѣдующій видъ:

$$
(3)\qquad
\begin{aligned}
&X + \tau Y + \tau^2 Z + \dots\dots\dots = N' \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&U + \tau V + \tau^2 W + \dots\dots\dots = N'' \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}
$$

Изъ этихъ уравненій видно, что изъ одного полнаго нормальнаго мѣста ($\tau = 0$) можно найти значенія *двухъ* неизвѣстныхъ X и U, и если между ними нѣтъ линейной зависимости $aX + bU = 0$, то изъ уравненій (2) мы можемъ найти также *двѣ* неизвѣстныя величины (принявъ напр. другія равными нулю).

Если мы имѣемъ два полныхъ нормальныхъ мѣста или, лучше говоря, нѣсколько нормальныхъ мѣстъ настолько близкихъ по времени, что величины второго порядка τ^2 лежатъ за предѣлами точности вычисленій, то изъ уравненій можно опредѣлить только *четыре* неизвѣстныя X, U, Y и V. Если между ними нѣтъ линейной зависимости, то изъ уравненій (2) можно найти тоже *четыре* неизвѣстныя.

Если взять еще члены второго порядка, то можно найти *шесть* неизвѣстныхъ. Орбита опредѣляется шестью элементами и слѣдовательно, принимая во вниманіе члены до второго порядка включительно, мы можемъ найти всѣ поправки къ элементамъ при условіи, что эти *шесть* неизвѣстныхъ независимы.

Неизвѣстныя при членахъ третьяго и высшихъ порядковъ уже должны быть зависимы между собою.

Слѣдовательно для опредѣленія шести поправокъ *достаточно,* вообще говоря, членовъ до второго порядка включительно. Но, какъ мы увидимъ дальше, въ частныхъ случаяхъ шесть неизвѣстныхъ связаны между собой линейной зависимостью и для опредѣленія шести поправокъ п. иходится обращаться къ членамъ порядка выше второго.

Изъ сказаннаго видно, что при малыхъ τ слѣдуетъ, если это только возможно, три неизвѣстныя опредѣлять по одной координатѣ, а три по другой. Если же мы опредѣлимъ по одной координатѣ только *двѣ* изъ неизвѣстныхъ, то для опредѣленія четырехъ остальныхъ придется обязательно основываться на членахъ по крайней мѣрѣ до третьяго порядка включительно, которыя могутъ быть настолько малы, что будутъ лежать за предѣломъ точности вычисленія.

Намъ кажется, что на это обстоятельство не обращено достаточно вниманія. Баушингеръ*) въ своемъ учебникѣ по опредѣленію орбитъ, излагая „второй способъ“, приводитъ совѣтъ Титьена опредѣлять по одной координатѣ только двѣ неизвѣстныя, а остальныя четыре опредѣлять по другой координатѣ. Поступая такъ, мы можемъ получить вслѣдствіи малости членовъ третьяго и высшихъ порядковъ невѣрный результатъ и притомъ не по существу вопроса, а вслѣдствіи неправильнаго пути.

*) J. Bauschinger. Die Bahnbestimmung der Himmelskörper Lpz. 1916. pag. 449.

Остановимся нѣсколько на случаѣ, когда между тремя неизвѣстными напр. X, Y и Z существуетъ линейная зависимость. Въ этомъ случаѣ, какъ уже сказано, приходится принимать во вниманіе члены третьяго и высшихъ порядковъ. Покажемъ, что при равенствѣ промежутковъ времени изъ трехъ нормальныхъ мѣстъ нельзя опредѣлить четвертую неизвѣстную S изъ членовъ третьяго порядка. Дѣйствительно при трехъ значеніяхъ τ : 1) $\tau_0 = 0$, 2) $\tau_1 = +\tau$ и 3) $\tau_2 = -\tau$ лѣвыя части примутъ видъ:

$$
\begin{aligned}
X &= N_0' \\
X + \tau Y + \tau^2 Z + \tau^3 S &= N_1' \\
X - \tau Y + \tau^2 Z - \tau^3 S &= N_2'
\end{aligned}
$$

Два послѣднихъ уравненія можно написать такъ:

$$
\begin{aligned}
(X + \tau^2 Z) + \tau(Y + \tau^2 S) &= N_1' \\
(X + \tau^2 Z) - \tau(Y + \tau^2 S) &= N_2'
\end{aligned}
$$

и слѣдовательно мы можемъ опредѣлить только три величины: X (изъ перваго уравненія,) $X + \tau^2 Z$ и $Y + \tau^2 S$, но не можемъ опредѣлить отдѣльно Y и S. Если у насъ число нормальныхъ мѣстъ больше трехъ, то тогда конечно можно опредѣлить неизвѣстную S изъ членовъ третьяго порядка, но съ малой точностью. Болѣе подробно на этомъ мы останавливаться не будемъ.

Приложеніе общихъ соображеній къ способу Оппольцера.

Составимъ теперь дифференціальныя формулы для поправокъ къ элементамъ по способу Оппольцера, ограничиваясь по прежнему членами до второго порядка включительно.

Эти формулы получаемъ изъ слѣдующихъ:

$$
(4)\qquad
\begin{aligned}
\Delta . \triangle\lambda .\ Cos\,\beta &= -Sin\,\lambda . \delta x + Cos\,\lambda . \delta y \\
\Delta . \triangle\beta &= -Cos\,\lambda . Sin\,\beta . \delta x - Sin\,\lambda . Sin\,\beta . \delta y + Cos\,\beta . \delta z
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta x &= (A + \mathrm{i}\,x_0^2)\,\delta x_0 + \mathrm{i}\,x_0 y_0 \delta y_0 + \mathrm{i}\,x_0 z_0 \delta z_0 + B \delta x'_0 \\
\delta y &= \mathrm{i}\,x_0 y_0 \delta x_0 + (A + \mathrm{i}\,y_0^2)\,\delta y_0 + \mathrm{i}\,y_0 z_0 \delta z_0 + B \delta y'_0 \\
\delta z &= \mathrm{i}\,x_0 z_0 \delta z_0 + \mathrm{i}\,y_0 z_0 \delta y_0 + (A + \mathrm{i}\,z_0^2)\,\delta z_0 + B \delta z'_0
\end{aligned}
$$

Разложимъ λ и β по степенямъ τ:

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \lambda_0 + \lambda'_0 \tau + \tfrac{1}{2}\lambda''_0 \tau^2 + \dots \\
\beta &= \beta_0 + \beta'_0 \tau + \tfrac{1}{2}\beta''_0 \tau^2 + \dots
\end{aligned}
$$

Выберемъ геоцентрическія координатныя оси такимъ образомъ, чтобы:

(A) 1) $\lambda_0 = 0$ 2) $\beta_0 = 0$ 3) $\beta'_0 = 0$ . .

Первымъ и вторымъ равенствомъ опредѣляется направленіе оси (X), именно она должна проходить чрезъ положеніе свѣтила для момента t_0. Третьимъ равенствомъ опредѣляется положеніе плоскости (XOY), именно она должна касаться видимаго пути свѣтила или, говоря иначе, въ этой плоскости должна находиться скорость свѣтила относительно земли для момента t_0.

При этихъ условіяхъ имѣемъ:

$$\lambda = \lambda'_0 \tau + \tfrac{1}{2}\lambda''_0 \tau^2$$
$$\beta = \qquad \tfrac{1}{2}\beta''_0 \tau^2$$

Отсюда находимъ:

$$Sin\,\lambda = \lambda'_0 \tau + \tfrac{1}{2}\lambda''_0 \tau^2, \quad Cos\,\lambda = 1 - \tfrac{1}{2}\lambda'^2_0 \tau^2, \quad Sin\,\beta = \tfrac{1}{2}\beta'_0 \tau^2, \quad Cos\,\beta = 1.$$

Зиаченіе A, B и i до величинъ второго порядка беремъ по Оппольцеру:

$$A = 1 - \frac{1}{2\,r_0^3}\tau^2 \quad , \quad B = \tau \quad , \quad \mathrm{i} = \frac{3}{2\,r_0^5}\tau^2$$

Подставляемъ всѣ эти величины въ уравненія (4) и отбрасываемъ члены порядка выше второго, тогда мы получимъ уравненіе вида (3) причемъ:

$$X = \delta y_0 \quad , \quad Y = \delta y'_0 - \lambda'_0 . \delta x_0 \quad , \quad U = \delta z_0 \quad , \quad V = \delta z'_0$$

$$Z = -\lambda'_0 \delta x'_0 + \left(\frac{3\,x_0 y_0}{2\,r_0^5} - \tfrac{1}{2}\lambda''_0\right)\delta x_0 + \frac{3\,y_0 z_0}{2\,r_0^5}\,\delta z_0 + \left(\frac{3\,y_0^2}{2\,r_0^5} - \frac{1}{2\,r_0^3} - \tfrac{1}{2}\lambda'^2_0\right)\delta y_0$$

$$W = \left(\frac{3\,x_0 z_0}{2\,r_0^5} - \tfrac{1}{2}\beta''_0\right)\delta x_0 + \frac{3\,y_0 z_0}{2\,r_0^5}\,\delta y_0 + \left(\frac{3\,z_0^2}{2\,r_0^5} - \frac{1}{2\,r_0^3}\right)\delta z_0 \,.$$

Изъ этихъ равенствъ мы видимъ, что, имѣя одно полное нормальное мѣсто ($\tau = 0$), мы можемъ получить значеніе двухъ неизвѣстныхъ δy_0 и δz_0, имѣя два полныхъ нормальныхъ мѣста и ограничиваясь членами перваго порядка мы можемъ найти неизвѣстныя Y и $\delta z'_0$. Далѣе мы найдемъ $\delta y'_0$, коль скоро будемъ имѣть значеніе δx_0, именно:

(5) $$\delta y'_0 = Y + \lambda'_0 . \delta x_0$$

При этомъ обратимъ вниманіе на то, что коэффиціентами при этихъ четырехъ неизвѣстныхъ δy_0, δz_0, $\delta y'_0$ и $\delta z'_0$ стоятъ либо единицы, либо τ, т. е. величины *отъ исходныхъ элементовъ независящія*. Кромѣ того замѣтимъ, что, хотя величина Y опредѣляется членомъ перваго порядка, тѣмъ не менѣе $\delta y'_0$ всецѣло зависитъ отъ опредѣленія величины δx_0 и каждому большому измѣненію δx_0 будетъ соотвѣтствовать и большое измѣненіе $\delta y'_0$. Эти величины тѣсно связаны другъ съ другомъ уравненіемъ (5).

Перейдемъ теперь къ неизвѣстнымъ, опредѣляемымъ членами второго порядка. Зная W мы найдемъ и δx_0, такъ какъ δy_0 и δz_0, какъ мы видѣли, опредѣляются хорошо изъ членовъ нулевого порядка.

(6) $$\left(\frac{3\,x_0 z_0}{2\,r_0^5} - \tfrac{1}{2}\beta''_0\right)\delta x_0 = W - \frac{3\,y_0 z_0}{2\,r_0^5}\,\delta y_0 - \left(\frac{3\,z_0^3}{2\,r_0^5} - \frac{1}{2\,r_0^3}\right)\delta z_0$$

Опредѣлить δx_0 изъ этого уравненія мы можемъ только тогда, когда коэффиціентъ при δx_0 не равенъ нулю; чѣмъ меньше этотъ коэффиціентъ, тѣмъ больше выйдетъ поправка δx_0 и тѣмъ она будетъ менѣе точна.

Къ преобразованію и изслѣдованію этого коэффиціента мы перейдемъ дальше.

Зная Z, мы найдемъ и $\delta x'_0$:

(7) $$\lambda'_0 \delta x'_0 = -Z + \left(\frac{3\,x_0 y_0}{2\,r_0^5} - \tfrac{1}{2}\lambda''_0\right)\delta x_0 + \left(\frac{3\,y_0^2}{2\,r_0^5} - \frac{1}{2\,r_0^3} - \tfrac{1}{2}\lambda'^2_0\right)\delta y_0 + \frac{3\,y_0 z_0}{2\,r_0^5}\,\delta z_0$$

Мы видимъ, что $\delta x'_0$ опредѣляется если λ'_0 не равно нулю, т. е. если t_0 не было моментомъ „стоянія“ свѣтила. Чѣмъ больше λ'_0, тѣмъ меньше выйдетъ поправка $\delta x'_0$ и тѣмъ она точнѣе опредѣлится и наоборотъ.

Вліяніе δx_0 на значеніе $\delta x'_0$ характеризуется коэффиціентомъ:

(8) $$P_0 = \frac{3\,x_0 y_0}{2\,r_0^5} - \tfrac{1}{2}\lambda''_0 .$$

Изъ всего сказаннаго видно, что въ конечномъ результатѣ опредѣленіе неизвѣстныхъ $\delta y'_0$ и $\delta x'_0$ зависитъ отъ опредѣленія δx_0. Перейдемъ къ преобразованію его коэффиціента. Обозначимъ теперь чрезъ X, Y и Z координаты земли въ геліоцентрической системѣ координатъ, тогда имѣемъ:

(9) $$x - X = \Delta\, Cos\,\beta\, Cos\,\lambda$$

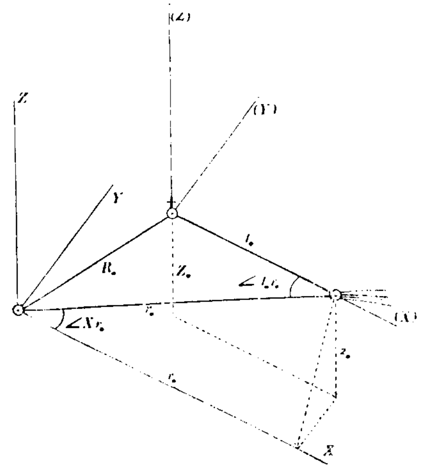
(10) $$y - Y = \Delta\, Cos\,\beta\, Sin\,\lambda$$

(11) $$z - Z = \Delta\, Sin\,\beta$$

Для момента t_0 получаемъ на основаніи условій (A):

(12) $$x_0 - X_0 = \Delta_0 \quad , \quad y_0 - Y_0 = 0 \quad , \quad z - Z_0 = 0$$

Слѣдовательно координата X свѣтила относительно земли равна Δ_0— геоцентрическому разстоянію и направлена по Δ_0 (черт. 1).



Черт. 1.

Слѣдовательно

$$Cos\,(X r_0) = Cos(\Delta_0 r_0) = \frac{x_0}{r_0} \,.$$

Разстояніе R_0 земли отъ солнца равно;

$$R_0^2 = \Delta_0^2 + r_0^2 - 2\Delta_0 r_0\, Cos(\Delta_0 r_0)$$

Слѣдовательно

(13) $$Cos(\Delta_0 r_0) = \frac{x_0}{r_0} = \frac{\Delta_0^2 + r_0^2 - R_0^2}{2\Delta_0 r_0}$$

Дифференцируя по времени два раза уравненіе (11) и принимая во вниманіе уравненія A), получаемъ для момента t_0:

(14) $$z''_0 - Z''_0 = \Delta_0 \beta''_0$$

Дифференціальныя уравненія движенія земли и свѣтила вокругъ солнца даютъ:

$$z''_0 = -\frac{z_0}{r_0^3} \qquad\qquad Z''_0 = -\frac{Z_0}{R_0^3}$$

TRÜ Raamatukogu

Принимая еще во вниманіе третье уравненіе (12), мы изъ (14) получаемъ:

$$-\beta''_0 = \frac{z_0}{\Delta_0}\left(\frac{1}{r_0^3} - \frac{1}{R_0^3}\right) \tag{15}$$

На основаніи уравненій (13) и (15) коэффиціентъ при δx_0 принимаетъ слѣдующій видъ:

$$Q_0 = \frac{z_0}{\Delta_0}\left(3 \cdot \frac{\Delta_0^2 + r_0^2 - R_0^2}{4 r_0^5} + \frac{1}{2 r_0^3} - \frac{1}{2 R_0^3}\right).$$

Вводя обозначенія

$$\frac{\Delta_0}{R_0} = \zeta \qquad\qquad \frac{r_0}{R_0} = \eta\ ,$$

Получаемъ:

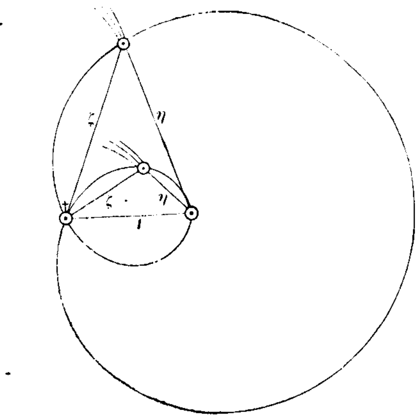
$$Q_0 = -\frac{3 R_0^2}{4 \Delta_0 r_0^5} z_0 S_0 \tag{16}$$

$$S_0 = 1 - \tfrac{5}{3}\eta^2 + \tfrac{2}{3}\eta^5 - \zeta^2 \tag{17}$$

Изъ равенства (16) видно, что Q_0 обращается въ нуль если

1) $z_0 = Z_0 = 0$ или 2) $S_0 = 0$ т. е. $\zeta^2 = 1 - \frac{5}{3}\eta^2 + \frac{2}{3}\eta^5$.

Первое условіе выражаетъ, что солнце находится въ выбранной нами плоскости XOY, въ которой находится земля и скорость кометы относительно земли въ моментъ t_0. Изъ уравненія (15) видно, что это условіе влечетъ за собой равенство $\beta''_0 = 0$ [1]). Величина β''_0 характеризуетъ кривизну видимаго пути [2]).



Черт. 2.

Это условіе выполняется между прочимъ въ слѣдующихъ частныхъ случаяхъ, если *a*) свѣтило, земля и солнце находятся на одной прямой въ моментъ t_0 (во время оппозиціи), *b*) свѣтило движется въ плоскости эклиптики.

Второе условіе представляетъ собой уравненіе поверхности вращенія въ биполярныхъ координатахъ; сѣченіе ея меридіональной плоскостью даетъ кривую (черт. 2), названную г. Шарліе [3]) особой кривой.

Итакъ, если свѣтило находится въ моментъ t_0 на этой поверхности, то Q_0 равно нулю.

---

[1]) Замѣтимъ однако, что обратное заключеніе можетъ быть невѣрнымъ; β''_0 обращается въ нуль еще при $r_0 = R_0$.

[2]) Ср. J. Bauschinger. Die Bahnbestimmung pag 243. а также C. V. L. Charlier. Die analytische Lösung des Bahnbestimmungsproblems. Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik. Bd. 7, № 5 pag. 6. уравненіе (4).

[3]) C. V. L. Charlier. Die analytische Lösung etc. Arkiv etc. Bd. 7, № 10 pag. 27.

Конечно соблюденія этихъ условій въ точности мы не встрѣтимъ но и приближенное выполненіе ихъ вліяетъ на неточность опредѣленія δx_0.

Такимъ образомъ мало того, что поправки δx_0 и $\delta x'_0$ опредѣляются членами второго порядка слѣдовательно съ малою точностью, но, независимо отъ этого ихъ коэффиціенты Q_0 и λ'_0 могутъ быть очень малыми и эти обстоятельства еще болѣе увеличиваютъ неточность ихъ опредѣленія.

Изъ всего изложеннаго теперь ясно, почему Оппольцеръ приложилъ этотъ способъ къ малымъ планетамъ. Эти планеты наблюдаются обыкновенно въ оппозиціи, часто движутся въ плоскостяхъ мало наклоненныхъ къ эклиптикѣ, т. е. выполняются приближенно условія *a*) и *b*). Кромѣ того вслѣдствіе дальности малыхъ планетъ, ихъ видимая скорость движенія λ'_0 мала и слѣдовательно обѣ неизвѣстныя δx_0 и $\delta x'_0$ опредѣлятся съ малой точностью.

Изъ чертежа 2 видно, что для малыхъ планетъ, наблюдаемыхъ вблизи оппозиціи условіе $S_0 = 0$ соблюдаться не будетъ.

Для кометъ, наблюдаемыхъ обыкновенно на небольшихъ разстояніяхъ отъ земли, λ'_0 не будетъ вообще малой величиной или, лучше говоря, это условіе встрѣтится рѣдко; но зато иногда возможно, что Q_0 равно нулю или очень мало. Въ такомъ случаѣ только *одна* величина δx_0 или совсѣмъ не можетъ быть опредѣлена изъ членовъ второго порядка или опредѣлится съ малой точностью.

Неточность опредѣленія δx_0 влечетъ за собой при большомъ λ'_0, большую неточность въ опредѣленіи $\delta y'_0$ съ тѣмъ однако условіемъ, что сумма $\delta y'$ и $(-\lambda'_0\ \delta x_0)$ остается равной V, величинѣ опредѣляемой хорошо. Неточность опредѣленія δx вліяетъ и на значеніе $\delta x'_0$ въ зависимости отъ величины коэффиціента P_0.

Если δx_0 не опредѣляется членами второго порядка, то, припоминая сказанное въ предыдущей главѣ, мы видимъ, что приходится обращаться къ членамъ по крайней мѣрѣ третьяго порядка, отъ чего увеличивается неточность опредѣленія. Возможно, что величина δx выйдетъ очень большой, а вслѣдъ за ней и $\delta x'_0$ и $\delta y'_0$ будутъ большими.

Но эти обстоятельства имѣютъ и *обратную сторону*. Если варіировать δx въ широкихъ предѣлахъ и опредѣлять соотвѣтствующія измѣненія $\delta x'_0$ и $\delta y'_0$ изъ уравненій (5) и (7), то будутъ измѣнятся лѣвыя части уравненій для координаты β, но вслѣдствіе малости коэффиціента Q_0 вліяніе этихъ измѣненій будетъ очень мало [1]).

Само собой разумѣется, что при очень большихъ измѣненіяхъ δx_0 будетъ постепенно сказываться вліяніе членовъ третьяго и высшихъ порядковъ, то же будетъ и при большихъ значеніяхъ t.

---

[1]) Конечно отъ измѣненія δx_0 мѣняются коэффиціенты λ'_0, P_0 и т. д., а также Δ и $Cos\beta$ въ правыхъ частяхъ равенствъ: но эти измѣненія будутъ вообще находиться за предѣлами точности вычисленій, при условіи малости величинъ $\Delta\lambda$ и $\Delta\beta$ (три десятичныхъ знака).

Зная поправки δx_0, δy и т. д. въ принятой нами системѣ координатъ, мы найдемъ поправки въ любой системѣ по извѣстнымъ формуламъ;

$$\delta x_1 = l_1 \delta x_0 + m_1 \delta y_0 + n_1 \delta z_0 \qquad \delta x'_1 = l_1 \delta x' + m_1 \delta y'_0 + n_1 \delta z'_0$$

. . . .

гдѣ l, m, n, и т. д. обозначаютъ косинусы угловъ между соотвѣтствующими осями. Эти косинусы численно равны единицѣ или меньше единицы. Слѣдовательно новыхъ условій, при которыхъ возможны неточности въ опредѣленіи неизвѣстныхъ, мы не имѣемъ.

Изелѣдованіе случая кометы 1900 III.

Дифференцируемъ по времени формулы (57) (часть I) [1]), принимая во вниманія условія (A). Тогда получаемъ:

$$0 = Sin\,J'.\,\delta' - Cos\,J'.\,(\alpha'\,Cos\,\delta)$$

$$\lambda'_0 = Cos\,J'.\,\delta' + Sin\,J'\,(\alpha'\,Cos\,\delta)$$

$$\lambda''_0 = Cos\,J'.\,\delta'' + Sin\,J'.\,(\alpha''\,Cos\,\delta) - Sin\,J'.\,tg\,\delta.\,(\alpha'\,Cos\,\delta).\,\delta'$$

$$\beta''_0 = Sin\,J'.\,\delta'' - Cos\,J'.\,(\alpha''\,Cos\,\delta) + Sin\,J'.\,tg\,\delta.\,(\alpha'\,Cos\,\delta)^2 + 2\,Cos\,J'.\,tg\,\delta.\,(\alpha'\,Cos\,\delta).\,\delta'$$

Буквой J' обозначенъ уголъ между кругомъ склоненія и принятой плоскостью координатъ (XOY) (часть I черт. 2).

Назовемъ чрезъ u' производную по времени отъ $\alpha'\,Cos\,\delta$:

$$u' = (\alpha'\,Cos\,\delta)' = \alpha''\,Cos\,\delta - tg\,\delta.\,(\alpha'\,Cos\,\delta).\,\delta'$$

тогда изъ этихъ формулъ находимъ:

$$tg\,J' = \frac{\alpha'.\,Cos\,\delta}{\delta'}$$

$$\lambda'_0 = \frac{\alpha'.\,Cos\,\delta}{Sin\,J'} = \frac{\delta'}{Cos\,J'}$$

$$\lambda''_0 = Cos\,J'.\,\delta'' + Sin\,J'.\,u'$$

$$\beta''_0 = Sin\,J'.\,\delta'' - Cos\,J'\,u' + Sin\,J'.\,tg\,\delta.\,\lambda'^2$$

Знаки при $Sin\,J'$ и $Cos\,J'$ мы можемъ взять такія, какъ при $\alpha'\,Cos\,\delta$ и δ' для того, чтобы λ'_0 приняло положительное значеніе.

Зная β''_0 мы находимъ (z_0) изъ уравненія (15), если R_0 не равно r_0. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ приходится вычислять Π, J а затѣмъ и (z_0) по формуламъ

$$Sin\,J\,Sin(\alpha_0 - \Pi) = Sin\,J'\,Sin\,\delta_0$$

$$Sin\,J\,Cos(\alpha_0 - \Pi) = Cos\,J'$$

$$Cos\,J = Sin\,J'\,Cos\,\delta_0$$

$$(z_0) = Sin\,\Pi\,Sin\,J\,.\,x_0 - Cos\,\Pi\,Sin\,J\,.\,y_0 + Cos\,J\,.\,z_0 \quad ^{2})$$

гдѣ x_0, y_0 и z_0 геліоцентрическія экваторіальныя координаты свѣтила.

---

[1]) Th. Oppolzer Bd II pag 436 (26).

[2]) Часть I. pag 29 (63); Th. Oppolzer Bd II pag 436 (28)

Для кометы 1900 III имѣемъ:

t_0		$Log\ r$	$Log\ R$	$Log\ \Delta$	S_0	$\alpha'\,Cos\,\delta$	δ'
Дек.	22.5	0.00079	9.99278	9.94875	−0.715	+1.4298	−0.1610
	30.5	0.02161	9.99264	9.96169	−0.843	+1.3706	−0.0362
Янв.	7.5	0.04506	9.99268	9.98165	−0.858	+1.2795	+0.0750
	15.5	0.06990	9.99287	0.00699	−0.826	+1.1749	+0.1614
	23.5	0.09517	9.99319	0.03606	−0.727	+1.0711	+0.2197
Фев.	8.5	0.14472	9.99420	0.10015	−0.191	+0.8916	+0.2670
	16.5	0.16832	9.99490	0.13340	+0.310	+0.8212	+0.2672

t_0		λ'	$\alpha''\,Cos\,\delta$	δ''	β''	(z_0)	Q_0
Дек.	22.5	+1.439	−0.188	+0.934	+0.0463	+0.727	+0.480
	30.5	+1.371	−0.552	+0.877	+0.0552	+0.265	+0.138
Янв.	7.5	+1.282	−0.775	+0.726	+0.0698	+0.209	+0.081
	15.5	+1.186	−0.842	+0.524	+0.0576	+0.135	+0.036
	23.5	+1.093	−0.816	+0.323	+0.0228	+0.047	+0.008
Фев.	8.5	+0.931	−0.631	+0.048	0.0415	−0.078	−0.002
	16.5	+0.864	−0.521	−0.039	−0.0774	−0.145	+0.004

Изъ этой таблицы видно, что во второй половинѣ времени видимости кометы величина Q_0 мала и два раза—29 января и 11 февраля обращается въ нуль (29 января z_0 равно нулю, а 11 февраля S_0 равно нулю).

Если бы мы, при опредѣленіи окончательной орбиты, имѣли возможность сдѣлать предварительно этотъ подсчетъ, то избѣгли бы напраснаго труда, примѣнивъ сразу способъ Оппольцера, а не Шенфельда. Къ сожалѣнію эти соображенія были тогда неизвѣстны.

Заключенiе.

Изъ всего сказаннаго мы приходимъ къ заключенiю, что пользоваться способомъ Оппольцера для опредѣленiя окончательныхъ орбитъ *кометъ* слѣдуетъ при нижеслѣдующихъ условiяхъ:

1) Комета наблюдалась въ одномъ появленiи,
2) въ теченiи небольшого промежутка времени не болѣе 40—50 дней.
3) Предварительный подсчетъ даетъ для Q_0 малыя величины.
4) Поправки ищутся по всѣмъ *шести* элементамъ.

Въ другихъ случаяхъ гораздо удобнѣе и скорѣе получать непосредственно поправки къ обычнымъ элементамъ. Напримѣръ въ случаѣ, если мы отъ параболы переходимъ къ параболѣ [1]) т. е. ищемъ всего *пять* поправокъ примѣнять способъ Оппольцера, по нашему мнѣнiю, не стоитъ, тѣмъ болѣе, что формулы при этомъ значительно усложняются

---

[1]) Dr. W. Klinkerfues. Theoretische Astronomie. Neubearbeitung von Prof. Dr. H. Buchholz. 3 Ausgabe 1912. Формулы данныя на стр. 484 и 1008 для перехода отъ параболы къ любой орбитѣ невѣрны, такъ какъ въ этомъ случаѣ $\delta\frac{1}{a}$ не равно нулю и члены съ M и N не пропадаютъ, а имѣютъ видъ данный нами въ первой части стр. 22, (43*).