Auhinnatöö
366 573

T R Ü

MATEMAATIKA - LOODUSTEADUSKOND FÜÜSIKA OSAKOND

Võistlustöö

VALGUSE PEEGELDUMINE METALLIDELT

Tartu Riikliku Ülikooli Õpetatud Nõukogu koosoleku otsusega 29. apr. 1955.a. on käesolev võistlustöö tunnistatud e s i m e s e auhinna vääriliseks.

V. Maasoo.

V k[illegible]suse üliõpilane
Nikolai Kristoffel

Teaduslik sektsioon

Juhendaja: dots. P. Kard
Teoreetilise füüsika
kateeder

Tartu, 1955.a.

Käesolev töö on võistlustöona vastu võetav. - P. Kard.

S i s u k o r d .

		lhk.
Peatükk I	Sissejuhatus	2.
Peatükk II	Väli metallis	4.
Peatükk III	Peegeldunud laine väli	10.
Peatükk IV	Peegeldumiskoefitsient ja neeldumiskoefitsient	16.
Peatükk V	Energia voolujooned ja Poynting-Umovi vektori hodograaf metallis	21.
Peatükk VI	Peegeldunud kiirte nihked	29.
	Kirjandus	35.

Peatükk I

Sissejuhatus.

Valguse peegeldumise uurimine metallidelt kujutab endast arvutustehniliselt kaunis komplitseeritud probleemi ja seepärast enamikus optika käsiraamatuis, nagu [1], [2], [3], leidnud lahendust vaid erijuhtudel. Meie seame endale ülesandeks uurida üldjuhtu - elliptiliselt polariseeritud langeva valguse peegeldumist metallidelt.

Erilist huvi pakub uus efekt - peegeldunud kiirte nihked, viiteid millele tehti seoses täieliku sisepeegeldumise uurimisega.

Tuleb märkida, et valguse peegeldumise uurimine metallidelt on suures osas analoogne täieliku sisepeegeldumise teoreetilise käsitlusega, sest mõlema juhu korral vaatleme murdumisnurka kompleksse suurusena.

Lähtume eeldusest, et metallides eksisteerivad vabad elektronid ning elektromagnetilise välja kirjeldamiseks kasutame Maxwelli võrrandeid:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{\mathcal{H}} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j} \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases} \qquad (I,1)$$

kus voolutihedus

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad . \qquad (I,2)$$

Neis valemeis $\vec{E}$ on elektrivälja tugevus, $\vec{\mathcal{H}}$ - magnetvälja tugevus , $\vec{\mathcal{D}}$ - elektrostaatiline induktsioon, $\vec{\mathcal{B}}$ - magneetiline induktsioon.

Metalle iseloomustab suur neeldumine,mida langeva valguse ristuva langemise korral metalli pinnale kirjeldab valem

$$J = J_0 e^{-kz} \quad . \qquad (I,3)$$

Siin J_0 on langeva valguse intensiivsus ja J valguse intensiivsus metallis sügavusel z .Neeldumiskoefitsient k omab väärtusi $10^4 - 10^5\ cm^{-1}$,seepärast neeldumise iseloomustamisel metallis tuuakse sisse uus koefitsient $\varkappa$,mis on seotud k-ga järgnevalt:

$$\varkappa = \frac{k\lambda}{4\pi} \qquad (I,4)$$

kus λ on vaadeldava valguse lainepikkus.Arvestades,et

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n_2} \quad , \qquad (I,5)$$

kus λ_0 on valguse lainepikkus vaakuumis ja n_2 metalli absoluutne murdumisnäitaja,võime valemi (I,3) kirjutada kujus

$$J = J_0 e^{-\frac{4\pi}{\lambda_0} n_2 \varkappa z} \quad . \qquad (I,6)$$

Nagu näeme,kirjeldab neeldumist metallis tegur $-n_2\varkappa$. Valemitest (I,1) järgneb,et murdumisnäitajat metallide korral tuleb vaadelda kompleksena.

$$n_2' = n_2(1 - \varkappa i) \quad . \qquad (I,7)$$

Kompleksse murdumisnäitaja n_2' reaalosa n_2 on murdumis-

näitaja tavalises mõttes, kuna imaginaarosa $-n_2 \varkappa$ iseloomustab neeldumist. Enamikul metallidest on $\varkappa$ 1,5 ja 5 vahel.

Valemitest (I,1) järgneb ka, et metallide optilised konstandid n_2 ja $\varkappa$ on erijuhtivuse σ -ga seotud järgmiselt

$$n_2^2 \varkappa = \frac{\sigma}{\nu}, \qquad (I,8)$$

kus ν on valguse sagedus. See valem ei õigusta end hästi spektri nähtavas piirkonnas, kui võtame tavalise statsionaarsete voolude abil mõõdetud σ väärtuse. Vabade elektronide käitumine küllalt suure sagedusega väljades (nähtav spekter) erineb juba tunduvalt statsionaarse olukorra omast. Samuti mängivad elektromagnetilise välja ja metalli vastastikuses mõjus küllalt tähtsat osa ka seotud elektronid. Meie piirdume siin lihtsustatud käsitlusega ja jätame seotud elektronid vaatlusest välja.

Peatükk II

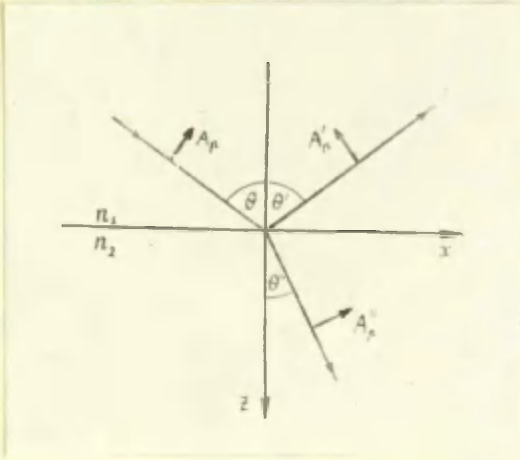
Väli metallis.

Langegu dielektrilise keskkonna (murdumisnäitaja n_1) ja metalli (murdumisnäitaja n_2) lahutuspinnale monokromaatne elliptiliselt polariseeritud elektromagnetiline laine

$$\begin{cases} E_x = A_x e^{i(\omega t - \vec{\kappa}\vec{r})} \\ E_y = A_y e^{i(\omega t - \vec{\kappa}\vec{r} + \delta)} \\ E_z = A_z e^{i(\omega t - \vec{\kappa}\vec{r})} \end{cases} \qquad (II,1)$$

Siin A_x, A_y, A_z on vastavad amplituudid, ω -langeva valguse ringsagedus, $\vec{\kappa}$ -lainevektor, $\vec{r}$ -kohavektor ning δ

elliptilist polarisatsiooni arvestav faasinihe.



Joonis nr.1.

Koordinaadistiku valime nagu näidatud joonisel nr.1, seejuures y -telg on suunatud lugeja poole risti joonise tasapinnaga, kuna valitud koordinaadistik olgu paremakäeline.

Arvestades sissejuhatuses öeldut, on metalli absoluutne murdumisnäitaja

$$n'_2 = n_1 \cdot n' = n_1 n(1 - \varkappa i) , \qquad (II,2)$$

kus n' on suhteline murdumisnäitaja (kompleksne) ja $n = \frac{n_2}{n_1}$.

Olgu langeva laine langemisnurk θ , siis tähistades murdumisnurga θ'' , peab murdumisseaduse kohaselt kehtima

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = n' , \qquad (II,3)$$

ehk

$$\sin\theta'' = \frac{\sin\theta}{n(1 - \varkappa i)} . \qquad (II,4)$$

Osutub otstarbekohaseks vaadelda ka murdumisnurka kompleksena, mis võimaldab teooriat matemaatiliselt mugavalt arendada. Tulemusena saadud valemid tulevad meil täpsed, seevastu mujal (näit. [1]) kasutatakse reaksarendust $\sin\theta$ astmete järgi, milline moodus annab ligikaudsed valemid.

Seega

$$\theta'' = \alpha + \beta i . \qquad (II,5)$$

α ja β määrame järgmiselt. Arvestades seoseid

$$\begin{cases} \cos i x = \operatorname{ch} x \\ \sin i x = i \operatorname{sh} x \end{cases},$$

kirjutame (II, 4) kujus

$$\sin\alpha \operatorname{ch}\beta + i \cos\alpha \operatorname{sh}\beta = \frac{\sin\theta (1 + \varkappa i)}{n(1+\varkappa^2)} .$$

Võrreldes reaal- ja imaginaarosi võrduse mõlemal poolel, saame α ja β määramiseks järgmise võrrandsüsteemi:

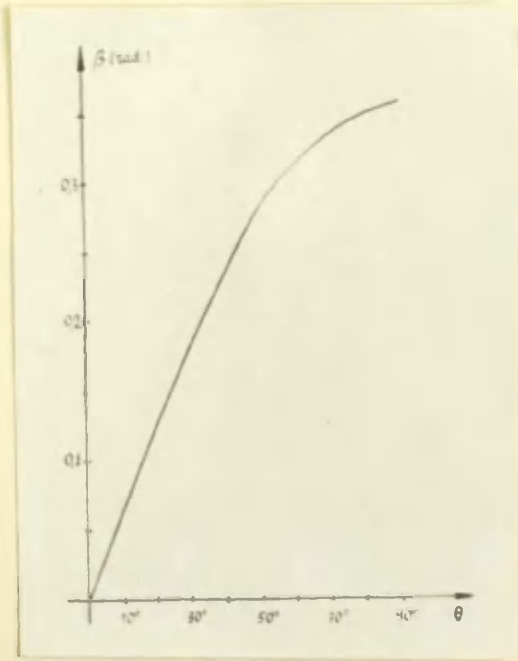
$$\begin{cases} \sin\alpha \operatorname{ch}\beta = \dfrac{\sin\theta}{n(1+\varkappa^2)} \\ \cos\alpha \operatorname{sh}\beta = \dfrac{\varkappa \sin\theta}{n(1+\varkappa^2)} \end{cases} . \qquad (II, 6)$$

Siit leiame

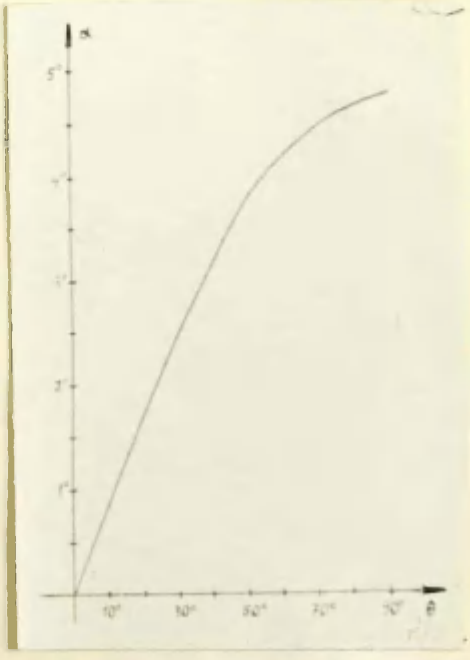
$$\sin^2\alpha = \frac{\sin^2\theta + n^2(1+\varkappa^2) - \sqrt{[\sin^2\theta + n^2(1+\varkappa^2)]^2 - 4n^2\sin^2\theta}}{2n^2(1+\varkappa^2)} \qquad (II, 7)$$

$$\operatorname{ch}^2\beta = \frac{\sin^2\theta + n^2(1+\varkappa^2) + \sqrt{[\sin^2\theta + n^2(1+\varkappa^2)]^2 - 4n^2\sin^2\theta}}{2n^2(1+\varkappa^2)} \qquad (II, 8)$$

α ja β sõltuvus langemisnurgast θ on vase jaoks ($n = 0{,}64$, $n\varkappa = 2{,}62$, esimene keskkond on õhk, $n_1 = 1$, viimast asjaolu eeldame ka edaspidi) toodud joonistel nr.2. ja nr.3.



Joonis nr.2.



Joonis nr.3.

Murdunud laine väli metallis olgu

$$\begin{cases} E''_x = A''_x\, e^{i(\omega t - \vec{\kappa}''\vec{r})} \\ E''_y = A''_y\, e^{i(\omega t - \vec{\kappa}''\vec{r})} \\ E''_z = A''_z\, e^{i(\omega t - \vec{\kappa}''\vec{r})} \end{cases} \qquad (\text{II},9)$$

$\vec{\kappa}''$ on lainevektor metallis. Ta avaldub järgmiselt

$$\vec{\kappa}'' = \kappa n_1 n' \vec{\kappa}_0'' \,. \qquad (\text{II},10)$$

Siin κ on lainevektori absoluutväärtus vaakuumis ja $\vec{\kappa}_0''$ lainevektori suunaline ühikvektor metallis. Nagu jooniselt nr. 1. kerge näha

$$\vec{\kappa}_0'' = \sin\theta''\,\vec{\imath} + \cos\theta''\,\vec{k} \,, \qquad (\text{II},11)$$

kus $\vec{\imath}$ ja $\vec{k}$ on vastavalt x - ja z -telje suunalised ühikvektorid.

Öeldu põhjal $(\text{II},9)$ -s esinev eksponentsiaaltegur avaldub järgmiselt

$$\exp i(\omega t - \vec{\kappa}''\vec{r}) = \exp i[\omega t - \kappa n_1 n'(\sin\theta'' x + \cos\theta'' z)] \,.$$

Arvestades, et

$$\begin{cases} \sin\theta'' = \sin\alpha\, \mathrm{ch}\beta + i\cos\alpha\, \mathrm{sh}\beta \\ \cos\theta'' = \cos\alpha\, \mathrm{ch}\beta - i\sin\alpha\, \mathrm{sh}\beta \end{cases} \qquad (\text{II},12)$$

ning kasutades $(\text{II},6)$ leiame pärast teisendusi

$$\exp i(\omega t - \vec{\kappa}''\vec{r}) = \exp\left(-\kappa n_2 \frac{\mathrm{sh}\beta}{\sin\alpha} z\right) \cdot \exp i\left[\omega t - \kappa n_1 \left(\sin\theta x + \frac{n\cos\alpha}{\mathrm{ch}\beta} z\right)\right] .$$

Amplituudid A''_x, A''_y ja A''_z metallis leiame Fresnel'i valemite abil:

$$\begin{cases} A''_x = A_x \dfrac{2\sin\theta''\cos\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')} \\ A''_y = A_y \dfrac{2\cos\theta\sin\theta''}{\sin(\theta+\theta'')}\, e^{i\delta} \\ A''_z = A_z \dfrac{2\cot\theta\,\sin^2\theta''}{\sin(\theta+\theta'')\cos(\theta-\theta'')} \end{cases} \qquad (\text{II},13)$$

Võttes arvesse $(\text{II},12)$ ning arvutades saame:

$$\begin{cases} A''_x = 2A_p \cos\theta \sqrt{\dfrac{ch^2 2\beta - \cos^2 2\alpha}{[ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)][ch 2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]}}\, e^{i\gamma_1} \\ A''_y = 2A_y \cos\theta \sqrt{\dfrac{ch 2\beta - \cos 2\alpha}{ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}}\, e^{i(\delta+\varphi)} \\ A''_z = -2A_p \cos\theta \dfrac{ch 2\beta - \cos 2\alpha}{\sqrt{[ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)][ch 2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]}}\, e^{i\gamma} \end{cases} \qquad (\text{II},14)$$

Siin oleme A_x ja A_z asemele sisse toonud sõltumatu amplituudi A_p (asub langemistasapinnas) järgmiste seoste alusel

$$\begin{cases} A_x = A_p \cos\theta \\ A_z = -A_p \sin\theta \end{cases} .$$

Nagu näeme, amplituudid metallis $(\text{II},14)$ on kompleksarvud. See tähendab, et elektrivektori komponendid metallis omavad faasinihkeid võrreldes langeva valgusega. $(\text{II},14)$ -s esinevad faasinurgad on defineeritud järgmiselt:

$$\tan\gamma_1 = \frac{\sin 2\theta \cos 2\alpha \, sh 2\beta}{ch^2 2\beta + \sin 2\theta \sin 2\alpha \, ch 2\beta - \cos^2 2\alpha} \qquad (\text{II},15)$$

$$\tan\gamma = \frac{sh 2\beta (ch 2\beta + \sin 2\theta \sin 2\alpha - \cos 2\alpha)}{\sin 2\theta - \cos 2\alpha \sin 2\alpha + ch 2\beta (\sin 2\alpha - \sin 2\theta \cos 2\alpha)} \qquad (\text{II},16)$$

$$\tan\varphi = \frac{\sin\theta \, sh 2\beta}{\cos\theta \, ch 2\beta - \cos(\theta+2\alpha)} \qquad (\text{II},17)$$

Tähistame

$$A = \kappa n_2 \frac{sh\beta}{\sin\alpha} \qquad (\text{II},18)$$

$$\tau = \omega t - \kappa n_1 \left(\sin\theta x + \frac{n\cos\alpha}{ch\beta} z\right) \qquad (\text{II},19)$$

Elektrivälja tugevuse komponendid metallis leiame korrutades $(\text{II},14)$ teguriga $e^{-Az} e^{i\tau}$ ning võttes reaalosa

$$\begin{cases} E''_x = 2A_p \cos\theta \sqrt{\dfrac{ch^2 2\beta - \cos^2 2\alpha}{[ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)][ch 2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]}}\, e^{-Az} \cos(\tau + \psi - \chi) \\ E''_y = 2A_y \cos\theta \sqrt{\dfrac{ch 2\beta - \cos 2\alpha}{ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}}\, e^{-Az} \cos(\tau + \delta + \varphi) \\ E''_z = -2A_p \cos\theta \dfrac{ch 2\beta - \cos 2\alpha}{\sqrt{[ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)][ch 2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]}}\, e^{-Az} \cos(\tau + \psi) \end{cases} \qquad (II,20)$$

kus E''_x avaldises oleme kasutanud valemit (II,26).

Magnetvälja tugevuse vektori komponendid metallis leiame arvestades, et tasapinnalises laines kehtib seos

$$\vec{\mathcal{H}}'' = n_1 n' (\vec{\kappa}_0'' \times \vec{E}'') \qquad (II,21)$$

Siit saame $\vec{\mathcal{H}}''$ komponentide arvutamiseks järgmised valemid

$$\begin{cases} \mathcal{H}''_x = -n_1 n' \cos\theta'' E''_y \\ \mathcal{H}''_y = n_1 n' \cos\theta'' E''_x - n_1 \sin\theta E''_z \\ \mathcal{H}''_z = n_1 \sin\theta E''_y \end{cases} \qquad (II,22)$$

Arvutades leiame:

$$\begin{cases} \mathcal{H}''_x = -2A_y n_1 \cos\theta \sin\theta \sqrt{\dfrac{ch 2\beta + \cos 2\alpha}{ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}}\, e^{-Az} \cos(\tau + \delta + \varphi - \chi) \\ \mathcal{H}''_y = \dfrac{4A_p n_1 \cos\theta \sin\theta\ e^{-Az}}{\sqrt{[ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)][ch 2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]}} \cos(\tau - \chi_1) \\ \mathcal{H}''_z = 2A_y n_1 \cos\theta \sin\theta \sqrt{\dfrac{ch 2\beta - \cos 2\alpha}{ch 2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}}\, e^{-Az} \cos(\tau + \delta + \varphi) \end{cases} \qquad (II,23)$$

Võrreldes $\vec{\mathcal{H}}''$ komponente $\vec{E}''$ komponentidega näeme, et juurde on tulnud veel uued faasinihked χ ja χ_1. Viimased on defineeritud järgmiselt:

$$\tan\chi = \frac{\mathrm{sh}\,2\beta}{\sin 2\alpha} \qquad (\mathrm{II},24)$$

$$\tan\chi_1 = \frac{\cos 2\alpha\ \mathrm{sh}\,2\beta}{\sin 2\alpha\ \mathrm{ch}\,2\beta + \sin 2\theta} \qquad (\mathrm{II},25)$$

Pole raske näha, et kehtib seos

$$\varphi - \varphi_1 = \chi \qquad (\mathrm{II},26)$$

Seega oleme leidnud elektromagnetilise välja metallis, ta on antud valemitega (II,20) ja (II,23). Peale väljavektorite perioodilise muutumise kahaneb väli metallis eksponentsiaalselt kaugenemisega lahutuspinnast, vastavalt tegurile e^{-Az}. Sügavusel $z = 1/A$, on väli kahanenud e korda.

Väljavektorite vahel on faasinihked, kusjuures samas faasis on ainult E_y'' ja $\mathcal{H}_z''$.

Peatükk III

Peegeldunud laine väli.

Peegeldunud laines elektrivälja tugevuse komponendid olgu

$$\begin{cases} E_x' = A_x' e^{i(\omega t - \vec{\kappa}'\vec{r})} \\ E_y' = A_y' e^{i(\omega t - \vec{\kappa}'\vec{r})} \\ E_z' = A_z' e^{i(\omega t - \vec{\kappa}'\vec{r})} \end{cases} \qquad (\mathrm{III},1)$$

Nagu jooniselt nr. 1. kerge näha

$$\vec{\kappa}' = \kappa n_1 (\sin\theta\,\vec{i} - \cos\theta\,\vec{k}), \qquad (\mathrm{III},2)$$

kuna peegeldumisnurk $\theta' = \theta$. Seega eksponentsiaalteguris on meil

$$\vec{\kappa}'\vec{r} = \kappa n_1 (\sin\theta\, x - \cos\theta\, z).$$

Tähistame

$$\tau' = \omega t - \kappa n_1 (\sin\theta x - \cos\theta z) . \qquad (\text{III},3)$$

Amplituudid peegeldunud laines leiame vastavatest Fresnel'i valemitest

$$\begin{cases} A'_x = -A_x \dfrac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')} \\ A'_y = A_y \dfrac{\sin(\theta''-\theta)}{\sin(\theta+\theta'')} e^{i\delta} \\ A'_z = A_z \dfrac{\tan(\theta-\theta'')}{\tan(\theta+\theta'')} \end{cases} \qquad (\text{III},4)$$

Siit saame peegeldunud laine amplituudide jaoks järgmised avaldised:

$$\begin{cases} A'_x = -A_p \cos\theta \sqrt{\dfrac{[\mathrm{ch}2\beta-\cos2(\theta-\alpha)][\mathrm{ch}2\beta+\cos2(\theta+\alpha)]}{[\mathrm{ch}2\beta+\cos2(\theta-\alpha)][\mathrm{ch}2\beta-\cos2(\theta+\alpha)]}}\, e^{i\nu} \\ A'_y = A_y \sqrt{\dfrac{\mathrm{ch}2\beta-\cos2(\theta-\alpha)}{\mathrm{ch}2\beta-\cos2(\theta+\alpha)}}\, e^{i(\delta+\mu)} \\ A'_z = -A_p \sin\theta \sqrt{\dfrac{[\mathrm{ch}2\beta-\cos2(\theta-\alpha)][\mathrm{ch}2\beta+\cos2(\theta+\alpha)]}{[\mathrm{ch}2\beta+\cos2(\theta-\alpha)][\mathrm{ch}2\beta-\cos2(\theta+\alpha)]}}\, e^{i\nu} \end{cases} \qquad (\text{III},5)$$

Ka peegeldunud laines amplituudid on kompleksed, millele vastavad peegeldumisel ilmuvad täiendavad faasinihked ν ja μ. Nad on defineeritud järgmiselt

$$\tan\nu = \frac{2\sin2\theta\cos2\alpha\,\mathrm{sh}2\beta}{\mathrm{ch}^2 2\beta - \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\theta} \qquad (\text{III},6)$$

$$\tan\mu = \frac{\mathrm{sh}2\beta\sin2\theta}{\mathrm{ch}2\beta\cos2\theta - \cos2\alpha} . \qquad (\text{III},7)$$

Järelikult metallilt peegeldunud laines elektrivälja tugevuse komponendid avalduvad järgmiselt:

$$\begin{cases} E'_x = -A_p \cos\theta \sqrt{\dfrac{[ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)][ch2\beta + \cos2(\theta+\alpha)]}{[ch2\beta + \cos2(\theta-\alpha)][ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)]}}\ \cos(\tau' + \nu) \\ E'_y = A_y \sqrt{\dfrac{ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)}{ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)}}\ \cos(\tau' + \mu + \delta) \\ E'_z = -A_p \sin\theta \sqrt{\dfrac{[ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)][ch2\beta + \cos2(\theta+\alpha)]}{[ch2\beta + \cos2(\theta-\alpha)][ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)]}}\ \cos(\tau' + \nu) \end{cases} \quad (\text{III},8)$$

Seos

$$\vec{\mathcal{H}}' = n_1(\vec{k}'_0 \times \vec{E}') \quad (\text{III},9)$$

Annab magnetvälja tugevuse vektori komponentide arvutamiseks peegeldunud laines järgmised võrrandid

$$\begin{cases} \mathcal{H}'_x = n_1 \cos\theta\, E'_y \\ \mathcal{H}'_y = -n_1 \cos\theta\, E'_x - n_1 \sin\theta\, E'_z \\ \mathcal{H}'_z = n_1 \sin\theta\, E'_y \end{cases} \quad (\text{III},10)$$

Arvutades leiame (III,10) -st

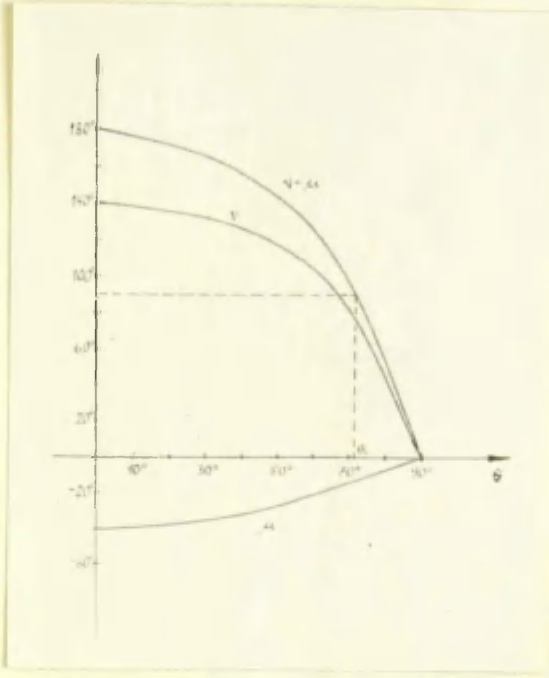
$$\begin{cases} \mathcal{H}'_x = n_1 \cos\theta\, A_y \sqrt{\dfrac{ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)}{ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)}}\ \cos(\tau' + \mu + \delta) \\ \mathcal{H}'_y = n_1 A_p \sqrt{\dfrac{[ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)][ch2\beta + \cos2(\theta+\alpha)]}{[ch2\beta + \cos2(\theta-\alpha)][ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)]}}\ \cos(\tau' + \nu) \\ \mathcal{H}'_z = n_1 \sin\theta\, A_y \sqrt{\dfrac{ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)}{ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)}}\ \cos(\tau' + \mu + \delta) \end{cases} \quad (\text{III},11)$$

Peegeldunud laine elektromagnetiline väli on antud valemitega (III, 8) ja (III, 11) . Nagu näeme, tekib peegeldumisel metallidelt langemistasapinnaga ristuva ja langemistasapinnas oleva komponendi vahel täiendav faasivahe $\mu - \nu$, mistõttu lineaarselt polariseeritud langev valgus pärast peegeldumist muutub elliptiliselt polariseerituks.

Joonisel nr.4. on näidatud ν ja μ sõltuvus langemis-

nurgast (vase korral) ning faasivahe $\nu - \mu$ graafik. Langemisnurga $\theta = \theta$ korral on

$$\tan\mu = \tan\nu = \frac{-2n\varkappa}{n^2(1+\varkappa^2)-1} \,.$$



Joonis nr.4.

Peegeldunud valgust iseloomustab suhe (olgu $\delta = 0$)

$$\frac{A'_p}{A'_y} = -\frac{\cos(\theta+\theta'')}{\cos(\theta-\theta'')} = \tan\rho\, e^{i(\nu-\mu)} \qquad (\text{III},12)$$

kus

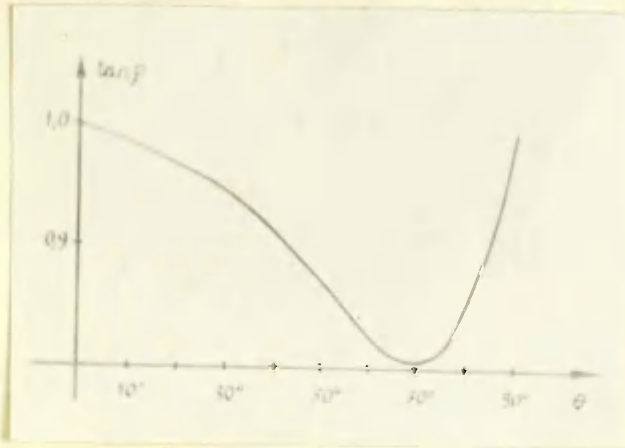
$$\tan\rho = \frac{|A'_p|}{|A'_y|} \,, \qquad (\text{III},13)$$

ehk arvestades (III,5)

$$\tan\rho = \frac{A_p}{A_y}\sqrt{\frac{\mathrm{ch}\,2\beta + \cos 2(\theta+\alpha)}{\mathrm{ch}\,2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)}} \,. \qquad (\text{III},14)$$

ρ on nurk, mille moodustab polarisatsiooniellipsi ümber joonistatud ristkiliku diagonaal y -teljega.

Joonisel nr.5. on näidatud $\tan\rho$ sõltuvus langemisnurgast (vase jaoks ja $A_p = A_y$).



Joonis nr.5.

Nagu näeme jooniselt nr.4.,vastab valguse ristuvale langemisele ($\theta = 0$) $\nu - \mu = \pi$ ja libisevale langemisele ($\theta = 90°$) $\nu - \mu = 0$. Vahepeal,mingi langemisnurga θ_0 korral on $\nu - \mu = \frac{\pi}{2}$ ja kui seejuures $\tan\rho = 1$ (üldjuhul $A_p \neq A_y$), siis peegeldunud valgus on ringpolariseeritud.Vastavat langemisnurka θ_0 nimetatakse pealangemisnurgaks ja polarisatsioonielliipsi ümber joonistatud ristküliku (ringpolarisatsiooni korral ruudu) diagonaali ja y -telje vahelist nurka ρ_0 peaasimuudiks.

Joonisel nr.5. vastab $\tan\rho$ kõvera miinimum pealangemisnurgale.

Mõõtes kompensaatori abil nurga ρ_0 (lähemalt vaata [2]), võime määrata metallide optilised konstandid n ja $\varkappa$.

(III,12) -st leiame

$$\frac{1 - \tan\rho\, e^{i(\nu-\mu)}}{1 + \tan\rho\, e^{i(\nu-\mu)}} = \frac{\cos 2\rho - i \sin 2\rho \sin(\nu-\mu)}{1 + \sin 2\rho \cos(\nu-\mu)} = \frac{\cos\theta \cos\theta''}{\sin\theta \sin\theta''} .$$

Teiselt poolt arvestades (II,4)

$$\frac{\sin\theta \sin\theta''}{\cos\theta \cos\theta''} = \frac{\sin\theta \tan\theta}{\sqrt{n^2(1+\varkappa^2) - \sin^2\theta}} .$$

Kuna metallidel $n^2(1+\varkappa^2) >> 1$,võime ruutjuure all $\sin^2\theta$ ära jätta,ilma suuremat viga tegemata.Siis

$$\frac{\sin\theta\sin\theta''}{\cos\theta\cos\theta''} = \frac{\sin\theta\tan\theta}{n(1-\varkappa i)}$$

ja me saame võrduse

$$\frac{\cos 2\rho - i\sin 2\rho\sin(\nu-\mu)}{1+\sin 2\rho\cos(\nu-\mu)} = \frac{n(1-\varkappa i)}{\sin\theta\tan\theta},$$

kus võrreldes eraldi reaal- ja imaginaarosi saame süsteemi n ja $\varkappa$ määramiseks.

$$\begin{cases} \dfrac{\cos 2\rho}{1+\sin 2\rho\cos(\nu-\mu)} = \dfrac{n}{\sin\theta\tan\theta} \\ \dfrac{\sin 2\rho\sin(\nu-\mu)}{1+\sin 2\rho\cos(\nu-\mu)} = \dfrac{n\varkappa}{\sin\theta\tan\theta} \end{cases}.$$

Siit

$$\begin{cases} n = \dfrac{\sin\theta\tan\theta\cos 2\rho}{1+\sin 2\rho\cos(\nu-\mu)} \\ \varkappa = \tan 2\rho\sin(\nu-\mu). \end{cases} \qquad (\text{III},15)$$

Olles mõõtnud $\nu-\mu$ ja ρ, me võime (III,15) järgi leida n ja $\varkappa$. Eriti mugav on teostada mõõtmisi pealangemisnurga korral, siis $\nu-\mu=\frac{\pi}{2}$ ja (III,15) saab kuju

$$\begin{cases} n = \sin\theta_0\tan\theta_0\cos 2\rho_0 \\ \varkappa = \tan 2\rho_0 \end{cases}. \qquad (\text{III},16)$$

(III,16) -st saame pealangemisnurga θ_0 määramiseks võrrandi

$$\sin\theta_0\tan\theta_0 = n\sqrt{1+\varkappa^2},$$

kust teades n ja $\varkappa$, saame küllalt suure täpsusega leida θ_0.

Lõpuks märgime, et elliptiliselt polariseeritud langeva valguse korral on ka peegeldunud valgus üldiselt elliptiliselt polariseeritud, kuigi teisiti, võrreldes langeva valgusega.

Peatükk IV

Peegeldumiskoefitsient ja neeldumiskoefitsient.

Peegeldumis- ja neeldumiskoefitsientide leidmiseks tuleb meil eelkõige arvutada Poynting-Umovi vektori komponendid nii peegeldunud, kuika metalli tunginud laines. Poynting-Umovi vektor, mis iseloomustab energia liikumist elektromagnetilises väljas, on üldiselt defineeritud järgmiselt

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi}(\vec{E} \times \vec{\mathcal{H}}) . \qquad (\text{IV},1)$$

Peegeldunud valguses saame Poynting-Umovi vektori komponendid süsteemist

$$\begin{cases} \frac{4\pi}{c} S'_x = E'_y \mathcal{H}'_z - E'_z \mathcal{H}'_y \\ \frac{4\pi}{c} S'_y = E'_z \mathcal{H}'_x - E'_x \mathcal{H}'_z \\ \frac{4\pi}{c} S'_z = E'_x \mathcal{H}'_y - E'_y \mathcal{H}'_x . \end{cases} \qquad (\text{IV},2)$$

Kasutades eelmise peatüki tulemusi leiame siit

$$\begin{cases} S'_x = \frac{cn}{4\pi} \sin\theta \, \frac{ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)}{ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)} \left[A_y^2 \cos^2(\tau' + \mu + \delta) + \frac{A_n^2 [ch2\beta + \cos2(\theta+\alpha)]}{ch2\beta + \cos2(\theta-\alpha)} \cos^2(\tau' + \nu) \right] \\ S'_y = 0 \qquad (\text{IV},3) \\ S'_z = -\frac{cn}{4\pi} \cos\theta \, \frac{ch2\beta - \cos2(\theta-\alpha)}{ch2\beta - \cos2(\theta+\alpha)} \left[A_y^2 \cos^2(\tau' + \mu + \delta) + \frac{A_n^2 [ch2\beta + \cos2(\theta+\alpha)]}{ch2\beta + \cos2(\theta-\alpha)} \cos^2(\tau' + \nu) \right] . \end{cases}$$

Elektromagnetilise välja jaoks metallis saame analoogse süsteemi

$$\begin{cases} \frac{4\pi}{c} S''_x = E''_y \mathcal{H}''_z - E''_z \mathcal{H}''_y \\ \frac{4\pi}{c} S''_y = E''_z \mathcal{H}''_x - E''_x \mathcal{H}''_z \\ \frac{4\pi}{c} S''_z = E''_x \mathcal{H}''_y - E''_y \mathcal{H}''_x , \end{cases} \qquad (\text{IV},4)$$

kust arvestades peatükk II tulemusi saame

$$\begin{cases} S''_x = \frac{cn_1}{\pi}\cos^2\theta\sin\theta\,\frac{ch2\beta-\cos2\alpha}{ch2\beta-\cos2(\theta+\alpha)}\,e^{-2Az}\left[A_y^2\cos^2(\tau+\delta+\varphi)+\frac{2A_p^2}{ch2\beta+\cos2(\theta-\alpha)}\cdot\times\right. \\ \qquad\left.\times\cos(\tau+\gamma)\cos(\tau-\chi_1)\right] \\ S''_y = -\frac{cn_1}{\pi}\cos^2\theta\sin\theta\,\frac{A_pA_y\,sh2\beta}{ch2\beta-\cos2(\theta+\alpha)}\sqrt{\frac{ch2\beta-\cos2\alpha}{ch2\beta+\cos2(\theta-\alpha)}}\,e^{-2Az}\sin(\gamma-\delta-\varphi) \\ S''_z = \frac{cn_1}{\pi}\cos^2\theta\sin\theta\,\frac{\sqrt{ch^22\beta-\cos^22\alpha}}{ch2\beta-\cos2(\theta+\alpha)}\,e^{-2Az}\left[A_y^2\cos(\tau+\delta+\varphi)\cos(\tau+\delta+\varphi-\chi)+\right. \\ \qquad\left.+\frac{2A_p^2}{ch2\beta+\cos2(\theta-\alpha)}\cos(\tau+\gamma_1)\cos(\tau-\chi_1)\right]. \end{cases} \qquad (\bar{IV},5)$$

Märkimisväärt on tulemus, et S''_y erineb nullist ja ei sõltu ajast. See tähendab, et langemistasapinnaga ristuvas suunas energia metallis levib statsionaarselt.

Energia (valguse intensiivsus) metallis kahaneb eksponentsiaalselt kaugenemisega lahutuspinnast, vastavalt tegurile $e^{-2k n_2 \frac{sh\beta}{\sin\alpha} z}$. Normaalse valguse langemise korral metalli pinnale ($\theta = 0$), arvestades $(\bar{II},7)$ ja $(\bar{II},8)$, millede abil tuleb $sh\beta$ ja $\sin\alpha$ arendada 0 punkti naabruses ritta, leiame $\frac{sh\beta}{\sin\alpha} = \varkappa$, st. saame juba tuntud seaduse valguse intensiivsuse kahanemise jaoks metallis $(\bar{I},6)$.

Peegeldumiskoefitsient on defineeritud järgmiselt

$$r = \frac{\overline{|S_z|}}{\overline{S_z}}, \qquad (\bar{IV},6)$$

st. Poynting-Umovi vektori z-komponendi absoluutväärtuse ajalise keskväärtuse peegeldunud valguses suhtena vastavasse suurusesse langevas laines.

Neeldumiskoefitsient näitab milline osa langeva valguse energiast neeldus metallis

$$q = \frac{\overline{S''_z}}{\overline{S_z}}. \qquad (\bar{IV},7)$$

TRÜ Raamatukogu

Langevas valguses Poynting-Umovi vektori z -komponendi ajaline keskväärtus on järgmine

$$\overline{S_z} = \frac{cn_1}{8\pi}\cos\theta\,[A_y^2 + A_p^2]\,. \qquad (\text{IV},8)$$

Valemist (IV,3) leiame võttes ajalise keskväärtuse

$$|\overline{S_z'}| = \frac{cn_1}{8\pi}\cos\theta\,\frac{ch\,2\beta - \cos 2(\theta-\alpha)}{ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}\left[A_y^2 + \frac{A_p^2[ch\,2\beta + \cos 2(\theta+\alpha)]}{ch\,2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)}\right]. \qquad (\text{IV},9)$$

Valemist (IV,6) (tehes $z = 0$) arvestades, et

$$\cos\chi = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{ch^2 2\beta - \cos^2 2\alpha}} \qquad \cos(\psi_1 + \chi_1) = \frac{\sin 2\alpha\, ch\,2\beta}{\sqrt{ch^2 2\beta - \cos^2 2\alpha}}$$

ning võttes ajalise keskväärtuse, leiame

$$\overline{S_z''} = \frac{cn_1}{2\pi}\cos^2\theta\sin\theta\,\frac{\sin 2\alpha}{ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}\left[A_y^2 + \frac{2A_p^2\,ch\,2\beta}{ch\,2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)}\right]. \qquad (\text{IV},10)$$

Peegeldumis- ja neeldumiskoefitsiendi jaoks siis saame

$$r = \frac{ch\,2\beta - \cos 2(\theta-\alpha)}{ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}\cdot\frac{A_y^2 + \dfrac{A_p^2[ch\,2\beta + \cos 2(\theta+\alpha)]}{ch\,2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)}}{A_y^2 + A_p^2} \qquad (\text{IV},11)$$

$$q = \frac{2\sin 2\theta\sin 2\alpha}{ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)}\cdot\frac{A_y^2 + \dfrac{2A_p^2\,ch\,2\beta}{ch\,2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)}}{A_y^2 + A_p^2} \qquad (\text{IV},12)$$

Pole raske kontrollida, et saadud r ja q rahuldavad energia jäävuse seadusest tulenevat tingimust, et peegeldumis- ja neeldumiskoefitsiendi summa on üks, st.

$$r + q = 1\,. \qquad (\text{IV},13)$$

Valemid (IV,11) ja (IV,12) kehtivad elliptilise polarisatsiooni korral. Neist valemeist võime leida ka avaldised juhuks kui valgus on lineaarselt polariseeritud risti langemistasapinnaga ($\perp$) ja langemistasapinnas ($\parallel$). Tehes vastavalt $A_p = 0$ või $A_y = 0$ leiame

$$r_{\perp} = \frac{ch\,2\beta - \cos 2(\theta-\alpha)}{ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)} \qquad (IV,14)$$

$$r_{\parallel} = \frac{[ch\,2\beta - \cos 2(\theta-\alpha)][ch\,2\beta + \cos 2(\theta+\alpha)]}{[ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)][ch\,2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]} \qquad (IV,15)$$

$$q_{\perp} = \frac{2\sin 2\theta \sin 2\alpha}{ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)} \qquad (IV,16)$$

$$q_{\parallel} = \frac{4\sin 2\theta \sin 2\alpha\, ch\,2\beta}{[ch\,2\beta - \cos 2(\theta+\alpha)][ch\,2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]} \qquad (IV,17)$$

Vaatleme nüüd veidi lähemalt peegeldumiskoefitsienti. Et uurida teda väikeste langemisnurkade korral arendame $(IV,14)$ -s ja $(IV,15)$ -s esinevad suurused ritta $\sin\theta$ astmete järgi. Arvestades liikmeid kuni $\sin^4\theta$ (incl.) leiame

$$r_{\perp} = \frac{(n-1)^2 + n^2\varkappa^2}{(n+1)^2 + n^2\varkappa^2} \cdot \frac{1 + \frac{\sin^2\theta}{n(1+\varkappa^2)}}{1 - \frac{\sin^2\theta}{n(1+\varkappa^2)}} \qquad (IV,18)$$

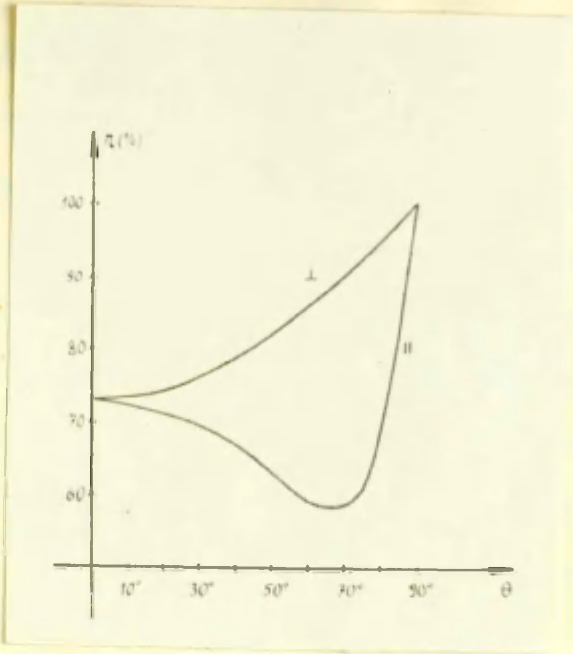
ning

$$r_{\parallel} = r_{\perp} \cdot \frac{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2(1+\varkappa^2)^2}[(n+1)^2 - \varkappa^2(1-2n^2) + n\varkappa^2(n\varkappa^2+2)] + \frac{\sin^4\theta}{n^4(1+\varkappa^2)^4}[2\varkappa^2 + 2n^2(1+\varkappa^2)^2 + n(1+\varkappa^2)^2 + n^3(1+\varkappa^2)^3]}{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2(1+\varkappa^2)^2}[(n-1)^2 - \varkappa^2(1-2n^2) + n\varkappa^2(n\varkappa^2-2)] + \frac{\sin^4\theta}{n^4(1+\varkappa^2)^4}[2\varkappa^2 + 2n^2(1+\varkappa^2)^2 - n(1+\varkappa^2)^2 - n^3(1+\varkappa^2)^3]} \qquad (IV,19)$$

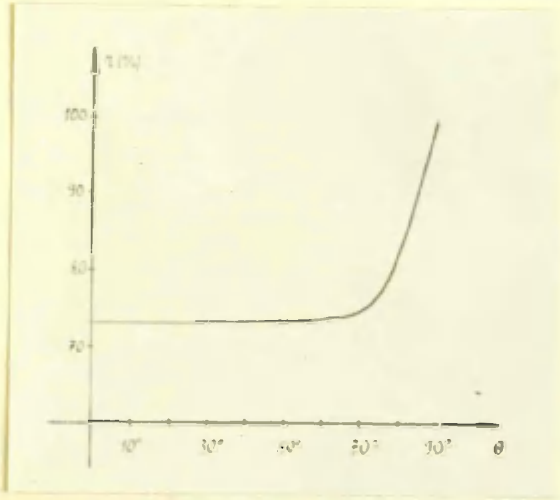
Kui $\theta = 0$, st. valgus langeb risti metalli pinnale, on

$$r_{\perp} = r_{\parallel} = \frac{(n-1)^2 + n^2\varkappa^2}{(n+1)^2 + n^2\varkappa^2} \qquad (IV,20)$$

Joonisel nr.6. on näidatud $r_{\perp}$ ja $r_{\parallel}$ sõltuvus langemisnurgast. Joonisel nr.7. on näidatud peegeldumiskoefitsiendi sõltuvus langemisnurgast elliptilise polarisatsiooni (erijuht $A_p = A_y = 1$) jaoks. Need kõverad on arvutatud vase jaoks, millel $n = 0{,}64$ ja $n\varkappa = 2{,}62$. Ristuva langemise korral annab valem $(IV,20)$ nüüd $r_{\perp} = r_{\parallel} = 73{,}3\%$.



Joonis nr.6.



Joonis nr.7.

Nagu näeme, on peegeldumiskoefitsiendi sõltuvus langemisnurgast erinev mitmesuguste langeva valguse polarisatsioonide jaoks.

Kui $\theta = 90°$, st. libiseva langemise juures on kõikidel polarisatsiooni juhtudel peegeldumine täielik ja $r = r_{\perp} = r_{\parallel} = 100\%$.

Langeva valguse polarisatsiooni korral risti langemistasapinnaga, peegeldumiskoefitsient kasvab monotoonselt langemis-

nurga suurenemisega.

Kui langev valgus on polariseeritud langemistasapinnas, peegeldumiskoefitsient alul väheneb langemisnurga suurenemisega ning hiljem kasvab järsult, olles läbinud vahepeal miinimumi. Miinimumi olukorras on peegeldumiskoefitsient peegeldumisel metallidelt nullist erinev, vastupidi dielektrikutele, kus $r_{//min}=0$.

Lõpuks, langeva valguse elliptilise polarisatsiooni korral, on peegeldumiskoefitsient konstantne küllalt suures langemisnurkade vahemikus ja alles suurte langemisnurkade juures kasvab kiiresti 100%-ni.

Teatavasti sõltub peegeldumiskoefitsient metallidel ka valguse lainepikkusest. Valem (IV,11) ilmutatud kujul lainepikkust ei sisalda, kuid sõltuvus λ_1 -st tuleb sisse n ja $\varkappa$ kaudu, kuna viimased sõltuvad lainepikkusest.

Peatükk V

Energia voolujooned ja Poynting-Umovi vektori hodograaf metallis.

Uurime selles peatükis energia liikumist metallis; see küsimus on senini kirjanduses veel väga vähe käsitlust leidnud.

Leiame esialgu energia voolujooned metallis. Elliptilise polarisatsiooni korral on arvutused tehniliselt väga raskepärased, seepärast piirdume siinkohal ainult langemistasapinnaga risti ($A_p=0$) ja langemistasapinnas ($A_y=0$) lineaarselt

polariseeritud valguse vaatlemisega.

Energia voolujoonteks on kõverad, milledele Poynting-Umovi vektor on igal ajamomendil puutujaks.

Arvestades (IV, 5) leiame energia voolujoonte differentsiaalvõrrandi ristpolarisatsiooni korral:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{S_z''}{S_x''} = \sqrt{\frac{ch\,2\beta + \cos 2\alpha}{ch\,2\beta - \cos 2\alpha}} \cdot \frac{\cos(\tau + \delta + \varphi - \chi)}{\cos(\tau + \delta + \varphi)} \qquad (V, 1)$$

Me võime tähistada

$$\sqrt{\frac{ch\,2\beta + \cos 2\alpha}{ch\,2\beta - \cos 2\alpha}} = \frac{1}{\gamma \cos\chi} ,$$

kust arvestades, et (II, 24) alusel on

$$\cos\chi = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{ch^2 2\beta - \cos^2 2\alpha}} ,$$

leiame

$$\gamma^2 = \frac{ch\,2\beta - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin\theta\, ch\beta}{n \cos\alpha} . \qquad (V, 2)$$

Tähistame veel

$$\begin{cases} \xi = K n_1 \sin\theta\, x \\ \zeta = \dfrac{K n_1 n \cos\alpha}{ch\beta} z = \dfrac{n_1 K \sin\theta}{\gamma} z , \end{cases} \qquad (V, 3)$$

siis

$$\tau = \omega t - \xi - \zeta . \qquad (V, 4)$$

Olgu

$$\tan\Omega = \frac{\tan\chi}{1 + \gamma^2} = \frac{\sin 2\alpha\, sh\,2\beta}{ch^2 2\beta - 2\cos 2\alpha\, ch\,2\beta + 1} . \qquad (V, 5)$$

Voolujooni vaatleme mingil konkreetsel ajahetkel, mis olgu valitud nii, et

$$\omega t + \delta = \Omega - \varphi , \qquad (V, 6)$$

Siis võrrand (V, 1) saab kuju

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{1}{s^2\cos\chi} \cdot \frac{\cos(\xi+\zeta-\Omega+\chi)}{\cos(\xi+\zeta-\Omega)} \quad . \tag{V,7}$$

Paralleelpolarisatsiooni korral on voolujoonte differentsiaalvõrrandiks

$$\frac{dz}{dx} = \sqrt{\frac{ch2\beta+\cos2\alpha}{ch2\beta-\cos2\alpha}} \cdot \frac{\cos(\tau+\psi-\chi)}{\cos(\tau+\psi)} \quad . \tag{V,8}$$

Kui vaatleme siin voolujooni ajahetkel, mis olgu valitud nii, et

$$\omega t = \Omega - \psi \quad , \tag{V,9}$$

siis saame samasuguse võrrandi nagu ristpolarisatsioonigi korral (V,7) . Seepärast uurime edaspidi ainult võrrandit (V,7) . Teeme seal tähistuse

$$u = \xi + \zeta \quad , \tag{V,10}$$

siis võrrand omandab järgmise kuju:

$$\frac{du}{d\xi} = \frac{s^2+1}{s^2} - \frac{\tan\chi}{s^2}\tan(u-\Omega) . \tag{V,11}$$

Selle võrrandi integreerimine (arvestades $\tan\Omega$ definitsiooni) annab

$$[\cot(\chi-\Omega)+\cot\Omega]\,\xi - C = \cot\Omega\cdot u - \ln\cos u \quad , \tag{V,12}$$

kus C on meelevaldne konstant.

Tähistame nüüd

$$\begin{cases} [\cot(\chi-\Omega)+\cot\Omega]\,\xi = \mathcal{X} \\ \cot\Omega\, u = \mathcal{U} \end{cases} , \tag{V,13}$$

siis

$$\mathcal{X} = \mathcal{U} - \ln\cos(\tan\Omega\, u) + C \quad . \tag{V,14}$$

Olgu veel

$$Z = \cot\Omega\, \zeta \,, \qquad (V,15)$$

ning pidades silmas $(V,13)$ ja $(V,10)$,saame seose

$$U = Z + \frac{\cot\Omega}{\cot(\chi-\Omega)+\cot\Omega}\cdot X \,. \qquad (V,16)$$

Voolujooned on määratud võrranditega $(V,14)$ ja $(V,16)$ (me taheme seada Z -i X -i funktsioonina).Arvutuste hõlbustamiseks teeme veel

$$\begin{cases} \Xi = \log_e X \\ Z = \log_e Z \\ V = \log_e U \end{cases} \qquad (V,17)$$

ja

$$\tan\varepsilon = \frac{\cot\Omega}{\cot(\chi-\Omega)+\cot\Omega} \qquad (V,18)$$

Lõplikult on energia voolujooned metallis määratud seostega

$$V = Z + \tan\varepsilon\cdot\Xi \qquad (V,19)$$

$$\Xi = V - \log\cos\left(\frac{\tan\Omega}{\log e}V\right) + C \,. \qquad (V,20)$$

Uurime nüüd veidi lähemalt voolujoonte iseloomu.

Kui

$$V = \frac{(2m+1)\pi\log e}{2\tan\Omega} \,, \qquad (V,21)$$

siis $\Xi = \infty$,st. meie voolujoonel on olemas asümptoodid,millede võrrandiks ongi $(V,21)$.

Suurendades V -d $\frac{\pi\log e}{\tan\Omega}$ võrra,suureneb $\frac{\tan\Omega}{\log e}V$ π võrra ja $\left|\cos\left(\frac{\tan\Omega}{\log e}V\right)\right|$ ei muutu, Ξ aga suureneb samuti $\frac{\pi\log e}{\tan\Omega}$ võrra.Seega teades voolujoont kahe asümptoodi vahel,saame voolujoone järgmise osa saame,nihutades joont Z - ja ka Ξ

telje suunas ühepalju – $\frac{\pi \log e}{\tan \Omega}$ võrra, mis on kahe naaberasümptoodi vaheline kaugus Z -telje suunas.

Voolujoonel on lagipunkt, milles puutuja on vertikaalne, järelikult $dx = 0$, milleks peab olema

$$u = \Omega - \frac{(2m+1)\pi}{2}$$

Siis

$$V = \log e \cot \Omega \left(\Omega - \frac{(2m+1)\pi}{2} \right)$$

ja

$$\overline{\overline{=}} = \log e \cot \Omega \left(\Omega - \frac{(2m+1)\pi}{2} \right) - \log \sin \Omega + C .$$

Kui tahame lagipunkti saada Z -teljel, tuleb võtta $\overline{\overline{=}} = 0$ ja saadud võrrandist määrame C .

$$C = \log \sin \Omega - \log e \cot \Omega \left(\Omega - \frac{(2m+1)\pi}{2} \right) .$$

Lagipunktide kaugused asümptootidest Z -telje suunas on $\Omega \log e \cot \Omega$ ülemiselt ja $(\pi - \Omega) \log e \cot \Omega$ alumiselt.

Olgu $m = -1$, st. lagipunkt asub kohal $V_0 = \log e \cot \Omega (\Omega + \frac{\pi}{2})$, siis

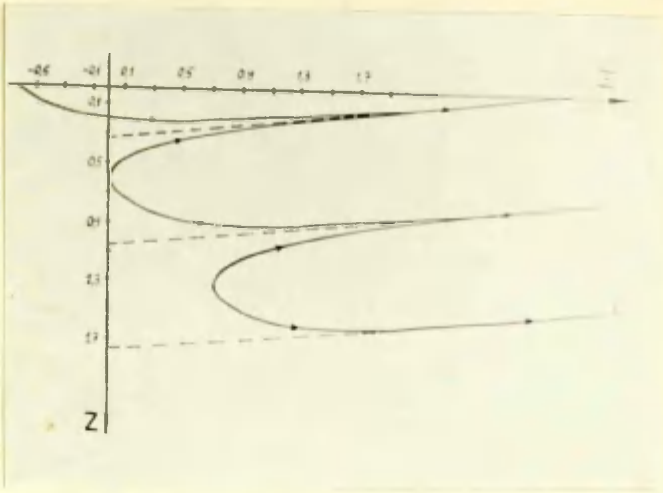
$$\overline{\overline{=}} = V - \log \cos \left(\frac{\tan \Omega}{\log e} V \right) + \log \sin \Omega - \log e \cot \Omega \left(\Omega + \frac{\pi}{2} \right) .$$

Arvutused viime läbi vase jaoks, langemisnurga $\Theta = 45^\circ$ korral. Siis

$$\begin{cases} \overline{\overline{=}} = V - \log \cos (4{,}366\, V) - 0{,}6616 \\ Z = V - 0{,}1225 \cdot \overline{\overline{=}} \end{cases} \qquad (\overline{V}, 22)$$

ning $V_0 = 0{,}6083$.

Alul arvutame esimese võrrandi järgi $\overline{\overline{=}}$ V funktsioonina ja siis teise võrrandi abil leiame $\overline{\overline{=}}$ ja Z vahelise seose. Saadud pilt (üks voolujoon) on näidatud joonisel nr. 8.



Joonis nr.8.

Kui langev valgus on polariseeritud risti langemis_tasapinnaga,siis energia liigub voolujoont mööda noolekestega näidatud suunas.

Tähtis on meeles pidada,et oleme saanud voolujoonte hetkelise pildi,voolujoonte kuju sõltub veel ajast ja seepärast ei tule arvata,et punkt V_0 on mingiks allikpunktiks, nagu esimesel pilgul võib paista.

Energia liikumise iseloomu kindlakstegemiseks metallis on otstarbekohane vaadelda Poynting-Umovi vektori hodograafi. Selle abil saame kindlaks teha kuidas voolab energia ühes või teises metalli punktis sõltuvuses ajast.Vaatleme esialgu nimetatud hodograafi ristpolarisatsiooni korral.

Poynting-Umovi vektori hodograafi parameetrilisteks võrranditeks (parameetriks on τ) koordinaadistikus S_x'', S_y'', S_z'' on $(\bar{V}, S)$ .Kuna S_y'' ei sõltu ajast,siis järeldame,et nimetatud hodograaf on tasapinnaline kõver (asub langemistasapinnaga paralleelses tasapinnas).Vaatleme ainult hodograafi projektsiooni $S_x'' S_z''$ tasandile.Jättes $(\bar{V}, S)$ -s ära teguri

$$\frac{cn}{\pi}\cos^2\theta\sin\theta\,\frac{ch2\beta-\cos2\alpha}{ch2\beta-\cos2(\theta+\alpha)}\,e^{-2Az}A_y^2$$

(mis tähendab vaid telgede venitamist), leiame

$$\begin{cases} S_x'' = \cos^2(\tau+\delta+\varphi) \\ S_z'' = \sqrt{\dfrac{ch2\beta+\cos2\alpha}{ch2\beta-\cos2\alpha}}\cos(\tau+\delta+\varphi)\cos(\tau+\delta+\varphi-\chi) \end{cases}.$$

Vaatleme edasi parameetrina $T=\tau+\delta+\varphi$, siis pärast lihtsaid teisendusi saame Poynting-Umovi vektori hodograafi võrrandid järgmises parameetrilises kujus

$$\begin{cases} S_x'' = \cos^2 T \\ S_z'' = \frac{1}{\vartheta}\left(\cos^2 T + \frac{\tan\chi}{2}\sin 2T\right) \end{cases}. \qquad (\bar{V},23)$$

Elimineerides siit parameetri T, leiame:

$$\vartheta^2 S_z''^2 + (1+\tan^2\chi)S_x''^2 - 2\vartheta S_z'' S_x'' - \tan^2\chi S_x'' = 0\,, \qquad (\bar{V},24)$$

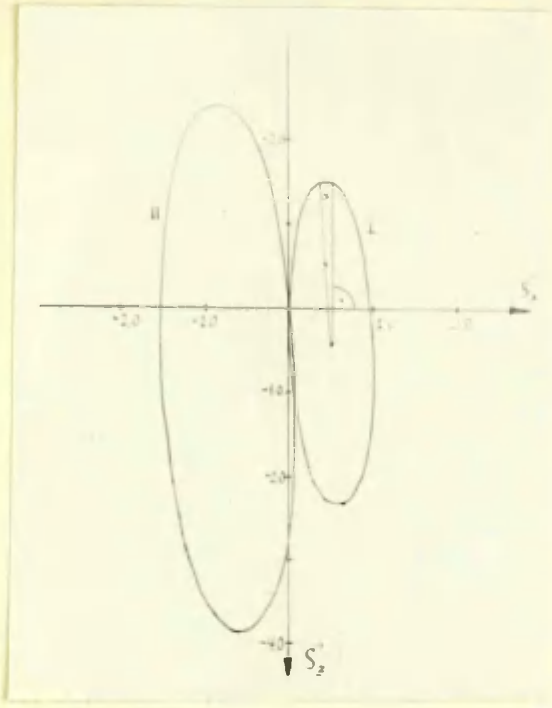
mis on ellipsi võrrand ja kujutab endast Poynting-Umovi vektori hodograafi projektsiooni nimetatud tasapinnale.

Nurk ϑ selle ellipsi suure poolteljе ja y-telje vahel on $-\alpha$, milles on kerge veenduda, arvestades, et

$$\tan 2\vartheta = \frac{-2\vartheta}{\vartheta^2-1-\tan^2\chi}\,.$$

Paralleelpolarisatsiooni korral võime toimida analoogselt, hodograafiks on jällegi ellips. Saadud ellipsite kuju on toodud joonisel nr. 9.

Me näeme, et langeva valguse polarisatsiooni korral risti langemistasapinnaga, on vastav ellips tervenisti positiivsete S_x''-de pool. See tähendab, et kõikjal metallis, kõikidel ajahetketel, energia voolab x-telje positiivses suunas.



Joonis nr.9.

Langeva valguse polarisatsiooni korral langemistasapinnas, omab vastav ellips nii punkte kus $S_x'' < 0$, kui ka punkte kus $S_x'' > 0$, ning seejuures suurema osa parameetri τ väärtuste korral energia voolamine metallis toimub "tagasi", x -telje negatiivses suunas.

Millises suunas antud hetkel metalli mingis punktis energia voolamine toimub, olenab sellest ajahetkest ja punktist ning seda tuleb iga kord eraldi uurida. Selleks tuleb arvutada konkreetne parameetri väärtus ja leida vastav punkt hodograafil.

Näiteks hetkel $t = \frac{\Omega - \psi}{\omega}$ (vt. valem $(\overline{I},9)$) energia voolab metallis voolujoone alumist haru mööda x -telje positiivses suunas, ülemist haru mööda aga x -telje negatiivses suunas.

Lõpuks märgime seda, et metallide tugeva neelamise tõttu kahaneb energiavoo intensiivsus metallis väga kiiresti kaugenemisega lahutuspinnast. Näiteks voolab läbi x -teljega ristuva pinnatüki vahemikus 0 kuni esimese asümptoodi lõikepunktini z -teljega ligi 10^6 korda rohkem energiat kui esimese ja teise asümptoodi ning z -telje lõikepunktide vahelises osas.

Peatükk VI

Peegeldunud kiirte nihked.

Mõttele,et peegeldumisel metallidelt valguskiired nihkuvad langemistasandis,tuldi seoses täieliku sisepeegeldumise uurimisega.Nihete probleem täieliku sisepeegeldumise korral on kirjanduses juba kaunis palju käsitlust leidnud (vt. näit. [6]),seevastu on valguskiirte nihete uurimine peegeldumisel metallidelt alles algstaadiumis.

Wolter oma töös [5] näitas,et kiirte nihked peaved ilmnema mitte ainult täielikul sisepeegeldumisel,vaid ka peegeldumisel juhtivatelt keskkondadelt,üldse kõikidel juhtudel,kui amplituudne peegeldumiskoefitsient r on kompleksne suurus.

Wolter vaatleb kahe tasapinnalise laine,mis langevad lahutuspinnale nurkade Θ ja $\Theta - \Delta$ all (Δ - väike nurk),interferentsmiinimumi nihet.Ta leiab nihke suuruse jaoks avaldise

$$\mathfrak{D} = Re\, d \,, \qquad (\text{VI},1)$$

kus

$$d = \frac{\lambda_1}{i\pi} \frac{r - r'}{r + r'} \frac{1}{\Delta} \,. \qquad (\text{VI},2)$$

r ja r' on vastavate lainete amplituudsed peegeldumiskoefitsiendid.Amplituudse peegeldumiskoefitsiendi mooduli ruut annab energia peegeldumise koefitsiendi,argument - faasimuutuse peegeldumisel.

Vaatleme siin töös ainult langemistasapinnaga risti-,või langemistasapinnas polariseeritud valguslaine nihet peegeldumisel metallilt.Selleks kasutame Artmann-Brehovskih'i (vt. [4]) meetodit,mille järgi,esitades langeva kimbu tasapinnaliste lainete superpositsioonina,peab peegeldunud valguskimp olema nihkunud võrreldes langevaga suuruse

$$\mathfrak{D} = \frac{\lambda_1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi}{d\theta} \,. \qquad (\overline{VI},3)$$

võrra,kus ϕ on faasimuutus peegeldumisel.Vastavalt meie tähistustele $\phi_\perp = \mu$ ja $\phi_\parallel = \nu$.

Artmann-Brehovskih'i meetod oli antud täieliku sisepeegeldumise uurimiseks,kusjuures üheks eelduseks on seal,et $|r|$ sõltub nõrgalt langemisnurgast θ (täieliku sisepeegeldumise korral $|r| = 1$),nii et võiks tekkida kahtlus selle meetodi rakendamise otstarbekohasuses antud juhul (vt. pt.IV,kus on antud $|r|^2$ sõltuvus langemisnurgast),kuid nagu kohe näeme, viivad ka Wolteri tulemused samale valemile.

Meie poolt uuritavale juhule vastab $\Delta \to 0$ (tegemist on vaid ühe langeva lainega) valemis $(\overline{VI},2)$,mis omandab nüüd kuju

$$d = \frac{\lambda_1}{2i\pi} \frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} \,. \qquad (\overline{VI},4)$$

Arvestades,et $r = |r| e^{i\phi}$,nole raske veenduda,et Wolteri valemid $(\overline{VI},4)$ ja $(\overline{VI},1)$ annavad $(\overline{VI},3)$.

Vaatleme nüüd lähemalt nimetatud nihkeid.Vastavalt $(\overline{VI},3)$ -le on nihked valguse jaoks,mis on polariseeritud risti langemistasapinnaga ja paralleelselt temaga järgmised:

$$\begin{cases} \mathfrak{D}_\perp = \frac{\lambda_1}{2\pi} \cdot \frac{d\mu}{d\theta} \\ \mathfrak{D}_\parallel = \frac{\lambda_1}{2\pi} \cdot \frac{d\nu}{d\theta} \end{cases} \qquad (\overline{VI},5)$$

Kasutades valemeid (III,6) ja (III,7)

$$\begin{cases} \mathfrak{D}_{\perp} = \frac{\lambda_1}{2\pi}\left(\arctan\frac{\operatorname{sh}2\beta\sin 2\theta}{\operatorname{ch}2\beta\cos 2\theta - \cos 2\alpha}\right)'_{\theta} \\ \mathfrak{D}_{\parallel} = \frac{\lambda_1}{2\pi}\left(\arctan\frac{2\sin 2\theta\cos 2\alpha\operatorname{sh}2\beta}{\operatorname{ch}^2 2\beta - \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\theta}\right)'_{\theta} \end{cases} \qquad (\text{VI},6)$$

Arvutused viime läbi arvestades, et

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\cot\theta\sin 2\alpha}{\operatorname{ch}2\beta + \cos 2\alpha} \\ \frac{d\beta}{d\theta} = \frac{\cot\theta\operatorname{sh}2\beta}{\operatorname{ch}2\beta + \cos^2 2\alpha} \end{cases}, \qquad (\text{VI},7)$$

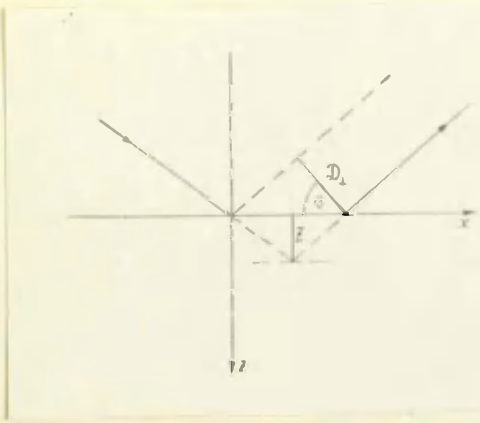
nagu võib leida valemitest (II,7), (II,8) ja (II,6).

Nihete jaoks leiame siis järgmised valemid

$$\mathfrak{D}_{\perp} = \frac{\lambda_1}{\pi}\cdot\frac{\operatorname{sh}2\beta}{\operatorname{ch}2\beta + \cos 2\alpha} \qquad (\text{VI},8)$$

$$\mathfrak{D}_{\parallel} = -\frac{2\lambda_1}{\pi}\cdot\frac{\operatorname{sh}2\beta\,(\cos 2\alpha\operatorname{ch}2\beta + \sin^2 2\alpha + \cos 2\theta)}{(\operatorname{ch}2\beta + \cos 2\alpha)[\operatorname{ch}2\beta + \cos 2(\theta+\alpha)][\operatorname{ch}2\beta + \cos 2(\theta-\alpha)]}. \qquad (\text{VI},9)$$

$\mathfrak{D}_{\perp}$ on alati positiivne, st. kui langev valgus on polariseeritud risti langemistasapinnaga, siis peegeldunud kiir on langeva kiire suhtes nihutatud x -telje positiivses suunas. Formaalselt võib seda vaadelda nii, nagu oleks peegeldumine toimunud mingilt fiktiivselt tasapinnalt, mis asub metallis sügavusel $Z = \frac{\mathfrak{D}}{2\sin\theta}$ (vt. joonis nr. 10.).

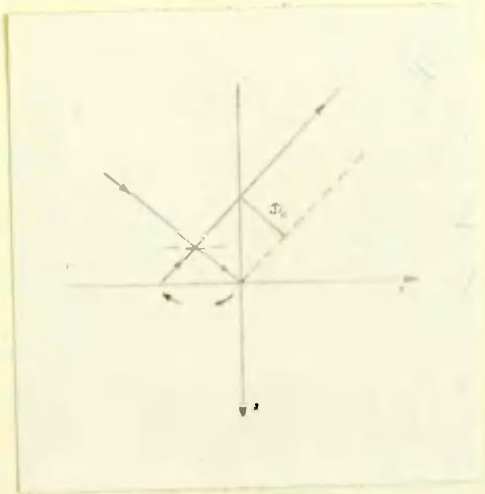


Joonis nr. 10.

Eriti huvitav on asjaolu, et $\mathfrak{D}_{II}$ on alati negatiivne. See tähendab, et langeva valguse polarisatsiooni korral langemistasapinnas on peegeldunud kiir langeva kiire suhtes nihkunud "tagasi" - x -telje negatiivses suunas. See tulemus muutub arusaadavaks kui meenutame eelmise peatüki uurimusi, kus leidsime, et paralleelpolarisatsiooni korral energia metallis põhiliselt voolab x -telje negatiivses suunas.

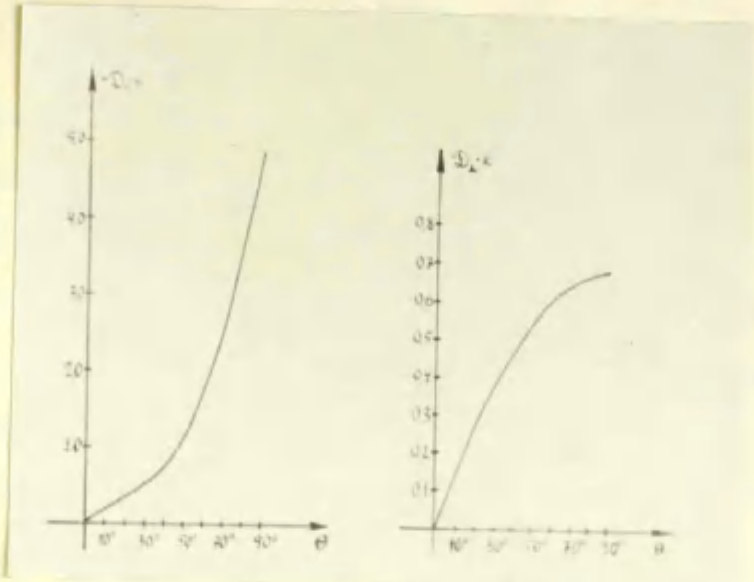
Sel korral oleks fiktiivne peegeldumistasapind kõrgemal lahutuspinnast, st. väljaspool metalli. Wolter püüab nende fiktiivsete peegeldumistasapindade sügavusi tõlgendada valguse teise keskkonda tungimise sügavustena, mis on aga väga formaalne ja kuigi ehk lubatav täieliku sisepeegeldumise korral, siis igatahes väär peegeldumise uurimisel metallidelt.

Paralleelpolarisatsioonile vastav olukord on näidatud joonisel nr. 11.



Joonis nr. 11.

Nihete sõltuvus langemisnurgast on vase jaoks näidatud joonisel nr. 12.



Joonis nr.12.

Nagu näeme, kasvavad nihked langemisnurga suurenemisega ning saavutavad maksimumi libiseva langemise vahetus läheduses, kuna rääkida nihkest täpselt $\theta = 90°$ juures on mõttetu.

Valguse normaalse langemise korral metalli pinnale on nihe loomulikult null.

Üldiselt nihe langeva valguse polarisatsiooni korral langemistasapinnas on suurem kui ristpolarisatsiooni korral.

Suuruselt on mõlemad nihked väikesed ja moodustavad soodsamail juhtudel vastavalt $10\%\,\lambda_1$ ja $80\%\,\lambda_1$ (λ_1 on valguse lainepikkus esimeses keskkonnas).

Mis puutub nihetesse langeva valguse elliptilise polarisatsiooni korral, siis vajab see küsimus lähemat uurimist ja seniste arvutusmeetodite täiustamist.

Artmann-Brehovskih'i meetodi järgi peaksid elliptilise polarisatsiooni korral olema eraldi jälgitavad $\mathfrak{D}_\perp$ ja $\mathfrak{D}_\parallel$, st. kui langev valguskimp on küllalt kitsas, siis jaguneks ta pärast peegeldumist kaheks erineva nihke suurusega kimbuks, kuid see tulemus ei näi autorile olevat eriti usutav (vt. [6],

kus on käsiteldud analoogset probleemi täieliku sisepeegeldumise korral).

Kuna (IV,5) alusel energia metallis voolab ka y -telje sihis, siis tuleks oletada, et elliptilise polarisatsiooni korral leiab aset veel nn. y -nihe, mille korral peegeldunud kiir nihkub suunas, mis on risti langemistasapinnaga.

Nagu juba öeldud, vajavad need küsimused detailsemat uurimist, mis pole võimalik käesoleva töö raames.

Autor avaldab tänu dotsent P. Kardile väärtusliku abi eest käesoleva töö teostamisel.

N. Kristoffel

Tartu, 1955.a. (N. Kristoffel)

K i r j a n d u s .

1. W. Wien, F. Harms. Handbuch der Experimentalphysik. B.XVIII Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1928.

2. М. Борн. Оптика. ДНТВУ, 1937.

3. А. Зоммерфелвд. Оптика. ИЛ Москва, 1953.

4. Л.М. Бреховских. УФН, 50, 539, 1953.

5. H. Wolter. Zs. f. Naturforsch. 5a, 143, 1950.

6. N. Kristoffel. Täielik sisepeegeldumine ja tema ga seotud efektid. Diplomitöö, Tartu, 1955.