

Geomeetria

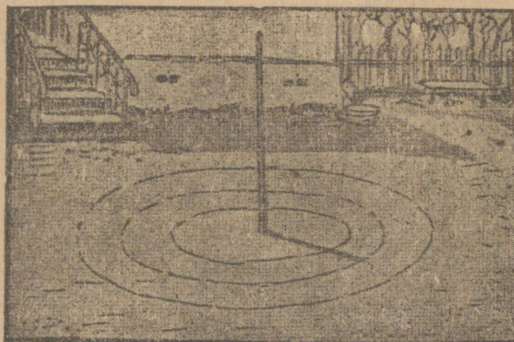
algkoolidele

3. osa

F. V. Mikkelsaar

2. parandatud trükk

21.—25. tuhat



„Odamees / Carl Sarap / 1924

Geomeetria

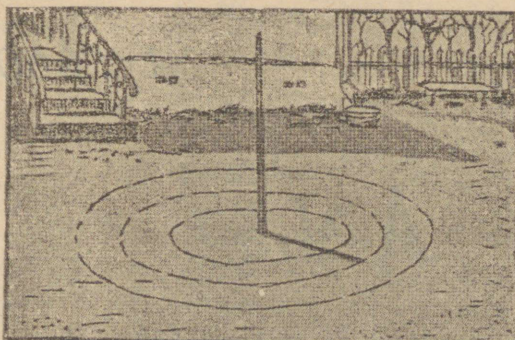
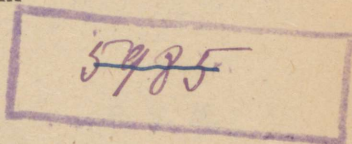
algkoolidele

III. osa

F. V. Mikkelsaar

2. parandatud trükk

21.—25. tuhat



„Odamees“ / Carl Sarap / 1924

H. Laakmann, Tartus.



2-56009

A-3549

Teise trüki eessõna.

Käesoleva osa teine trükk erineb eelmisest trükist sellega, et temas kokkukõlla viimiseks matemaatika sõnastikuga ning teiste osade kirjaviisiga muudetud on terminoloogia ja et ta täiendatud on mõne küsimusega, mis ametliku kava V klassi kursuses on ette nähtud, olgugi, et sellest ajutiselt kordamine tekib. Nii sisaldab see osa nüüd täielikult algkooli IV klassi geomeetria kursuse teise poole ning V klassi täie kursuse.

Need muudatused teevad raamatu tarvitamise palju hõlpsamaks.

F. V. M.

*Pääskülas,
1924. a. juulil.*

§ 1. Hulktahud

(Kandilised kehad)

1. *Meid ümbritsevad mitmesugused asjad* | **Pind.**
ehk kehad, nagu: laud, tahvel, lamp, tool, raamat, maja jne. Nimetage mõned kehad koolitoas, tänaval...!

2. Meie ees laual on mõned kehad. Nimetage nad (kast, muna, kuup, lambiklaas, karp, tindipott, gloobus).

Iga keha on kõigilt poolt piiratud. Keha piiri nimetatakse ta pinnaks.

Tõmmake käega kuubi pinda mõõda, muna, lambiklaasi pinda mõõda!

3. Pange joonlaud serviti kuubi pinna külge; pange veel uues sihis; veel mitu korda — | **Pinna liigid.**
iga kord isesihis!

Kas kuubi pinnale saab õgva (sirge) joone tõmmata? Mitmes sihis?

Pange joonlauda muna pinna külge; pange veel kord uues sihis!

Kas muna pinnale saab õgva joone tõmmata?

Pange joonlaud lambiklaasi pinna külge; veel mitu korda — iga kord isesihis!

Kas lambiklaasi pinnale saab õgva joone tõmmata? Mitmes sihis?

On olemas kaht liiki pindu: tasane ja kõver.

Näidake tasast pinda! näidake kõverat!

Tasaseks pinnaks, ehk lühidalt tasapinnaks nimetatakse niisugust pinda, millele saab igas sihis tõmmata õgva (sirge) joone.

Kõveraks pinnaks nimetatakse niisugust pinda, millele kas sugugi õkva (sirget) joont ei saa tõmmata või saab ainult mõnes sihis.

Näidake ümberolevatel asjadel tasast ja kõverat pinda! Katsuge joonlauda abil järele.

4. Ütelge, missuguseil meie ees laual olevail kehadel näeme ainult tasapinda; missuguseil ainult kõverat; missuguseil mõlemaid!

5. Jagage kõik need kehad kahte osasse: ühte koguge kõik niisugused, mil kõverat pinda on, teise niisugused, mil kõverat pinda ei ole!

Hulktahud.

Üksikuid tasapinna osasid kehadel nimetatakse tahkudeks (kantideks).

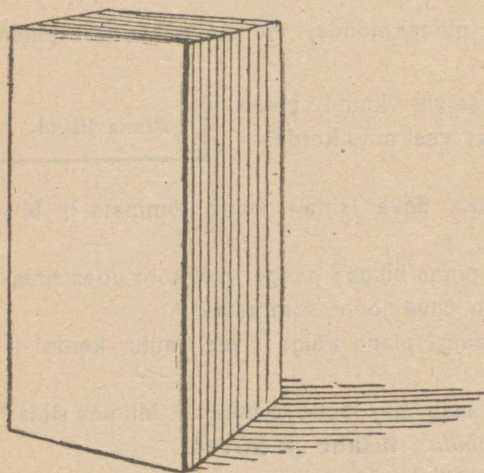
Kehasid, mis ainult tasapindadega piiratud on, nimetatakse hulktahkudeks ehk kandilisteks kehadeks.

6. Mitu tahku on kuubil? kastil? Lõigake kartulist hulktahk välja, mil oleks seitse tahku, neli tahku! Katsuge hulktahk välja lõigata, mil oleks kolm tahku!

Nimetage õige palju kehi, mida hulktahkudeks võib nimetada! Nimetage mõned kehad, mida ei või hulktahuks nimetada!

7. Tutvustame ennast tähtsamate hulktahkudega.

**Nelinurkne tahksammas.
Tema tahud.**



Joonis 1.

Teie ees on kast, karp, telliskivi, kapp. Kõigil neil kehadel on nelinurkse samba kuju. Siin on ka **nelinurkse tahksamba** ehk **nelinurkse prisma** mudel (j. 1).

Lugege, [mitu tahku on nelinurksel sambal!

8. Nelinurkne samm on laual püsti. Näidake ta päalmist, alumist, esi-, taga-, pahemat, paremat tahku!

Pikendage mõttes alumist ja päalmist tahku; näidake käega päalmise

tahu pikenduse sihti; alumise tahu pikenduse sihti; teiste, tahkude pikenduse sihti! Lähendage samba esitahule lood ja leidke, missugune on selle tahu siht!

Esitahk on loodis. Leidke tagumise, pahema ja parema tahu siht. Missugune on päalmise tahu siht? Alumise tahu siht?

Nelinurkse tahksamba *päälmine* ja *alumine* tahk on kaalus; neid *nimetatakse samba põhjadeks (alusteks)*, teisi tahke kutsutakse **külgtahkudeks (külgkantideks)**.

Pange päälmisele tahule paberileht ja lõigake temast selle tahu kuju! Missuguse kuju saate? Paigutage väljalõige alumisele põhjale! Mida teie märkate?

Nelinurkse samba põhjad on ühtivad.

Võrrelge väljalõiget külgtahkudega!

Võrrelge külgtahke üksteisega!

9. Tõmmake sõrmega seda joont mööda, millesse samba esi- ja pahem tahk koonduvad; millesse päälmine ja tagatahk koonduvad. Neid õkvu jooni nimetatakse samba **servadeks**.

Nelinurkse tahk-
samba servad.

Mitu serva on meie sambal?

Näidake kõik loodis servad, siis kõik kaalus servad!

Võrrelge niidi ehk mõõtpuu abil kõiki kaalus servi üksteisega; kõiki loodis servi!

Kõik päälmise ja alumise põhja servad on ühepikkused, iga külgtahu servad aga ei ole ühepikkused; külgtahkudel on kõik loodis servad ühepikkused ja kaalus servad omakorda ühepikkused; loodis servad ei ole aga kaalus servadega ühepikkused.

10. Võrrelge samba tahkudel olevaid nurki üksteisega, selleks üht nendest paberile joonistades! Mõõtke nurki malli abil!

Nurgad nelinurk-
sel sambal.

Kõik nurgad meie nelinurkse samba tahkudel on võrdsed; nad on kõik 90°-lised ehk täisnurgad.

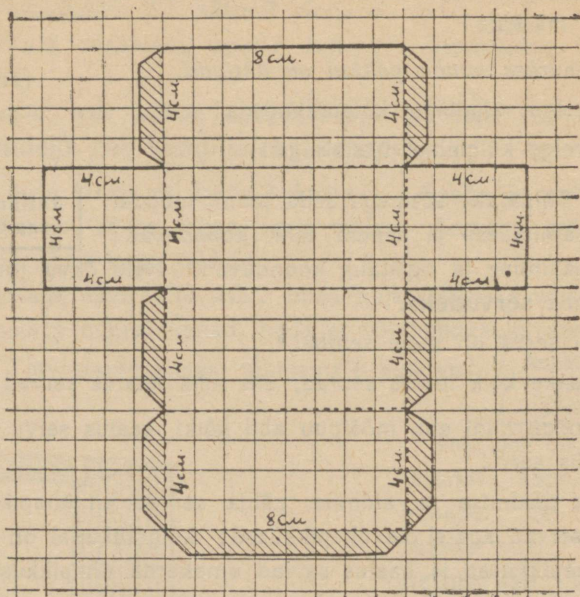
Tundmaõpitava *nelinurkse prisma põhjadeks* on ruudud, *külg-
tahkudeks* aga püstkülikud.

Niisuguse samba täielik nimi on, nagu allpool näeme, — **püst-
ruutsammas** ehk **ruutprisma**.

11. Pange samba ümber paberileht nii, et paber tervet samba pinda ühekordselt kataks, ja lõigake ülearused paberi ääred ära. Laotage siis paberileht laiali. Te saate ruutsamba **pinnalaotuse** (joon. 2).

Samba mudeli
valmistamine.

12. Joonistage ruudulisele paberilehele niisugune pinnalaotus, nagu joonis 2-sel on näidatud*), lõigake ta välja, murdke piki täpilisi jooni kokku ja kleepige temast ruutsammas (ääred, mis joonisel kriipsudega kaetud, on ainult kokkukleepimise jaoks)!



Joonis 2.

13. Pöörge oma tähelepanu punktidele, kus kolm tahku üksteisega kokku puutuvad. Neid punkte nimetatakse samba **tippudeks**.

Samba tipud.

Mitu tippu on nelinurksel sambal?

14. Pöörge tähelepanu ka sellele, missuguses vastastikku seisus on kaks tahku, mis ühes servas kokku puutuvad! Nemad tekitavad nurga, mida nimetatakse kahetahuseks nurgaks, kuna neid nurke, mida jooned tekitavad, vahetegemiseks joon-nurkadeks nimetatakse.

Kahetahused nurgad.

*) Seejuures on tarvis meeles pidada, et ruutude suurus sel (ja järgmistel) joonistel vähendatud on, ruutude arv on aga nimelt see, mida tarvis ruudulisele sentimeeter-paberile kujutada.

*Tahke, mis kahetahuse nurga tekitavad, nimetatakse kahe-
tahuse nurga tahkudeks; õkva (sirget) joont, milles need tahud
kokku puutuvad, kahetahuse nurga servaks.*

Mitu kahetahust nurka on meie sambal? Mitu joonnurka? —
Tekitage kahetahune nurk kahe paberilehe abil, raamatu kaante
abil . . . !

15. Mitu serva koondub nelinurkse samba
ühte tippu?

Nelinurkse
samba kõrgus,
pikkus ja laius.

Pöörge tähelepanu parempoolsele alumisele tipule samba
esitahul!

Missugune siht on neil servadel, mis sellesse tippu koonduvad?

Missugused neist on ühepikkused?

Missugused ei ole teistega ühepikkused?

Mõõtke igaühe pikkus!

Nelinurkse püstsamba servadest, mis ühte tippu koonduvad,
nimetatakse loodis serva **samba kõrguseks**, üht kaalus serva —
pikkuseks, teist — **laiuseks**.

Selle samba kõrgus, mille te paberist kokku kleepisite, on
8 sm., pikkus ja laius — mõlemad 4 sm.

Valige üks teine tipp ja näidake, missuguse temasse koondu-
vatest servadest võib võtta samba kõrguseks, missuguse laiuseks,
pikkuseks.

*Samba kõrgust, pikkust ja laiust nimetatakse samba mõi-
deteks.*

16. Vörrelge meie samba mudelit kastiga,
karbiga, telliskiviga . . ! Kõige päält pöörge
tähelepanu põhjadele: vörrelge põhja pikkust ja laiust. Kas on kasti,
karbi, telliskivi . . : põhjaks ka ruut?

Täisnurkne
sambas.

Meie sambamudelil on aluseks ruut, sellepärast teda nime-
tataksegi **ruutsambaks**.

Paberist valmistatud sammas on ka ruutsambas; teisi sam-
baid aga, mis meie ees on, ei saa ruutsambaiks nimetada, küll aga
nelinurkseiks sambaiks, sest nende põhjadeks on nelinurgad.

17. Kõiki neid sambaid võib ka **täisnurkseiks prismadeks**
nimetada, sest nende aluseks on püstkülik (ja ka külgtahud on
püstkülikud).

Kuidas arvate: kas iga nelinurkset sammast võib täisnurkseks nimetada?

Kas on ühtivad kõik külgtahud: kastil? kapiil? telliskivil?

Kui täisnurkse samba põhjaks ei ole ruut, siis on ta külgtahudest ainult vastastahud ühtivad.

18. Missuguse keha kuju on meie klassitoal? Missugusel juhtumusel võiks meie klassituba ruutsambaks nimetada?

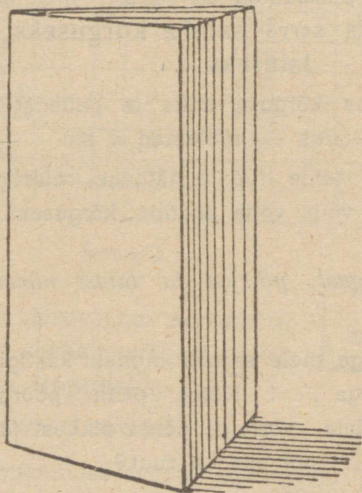
Mitmesugused
ülesanded.

Lõigake kartulist ehk seebist ruutsammas. — Kujutlege õhus nelinurkne sammas ja piirige teda kätega!

19. Põhja poolest on olemas veel teistsuguseid sambaid; siin on üks nendest (joon. 3).

Kolmnurkne
sambas.

Selle samba põhjaks on kolmnurk, sellepärast nimetatakse teda kolmnurkseks sambaks ehk kolmnurkseks prismaks.



Joonis 3.

20. Joonistage ruudulisele paberile joonis 4-dal näidatud kuju! Lõigake ta välja ja kleepige tast kolmnurkne sammas.

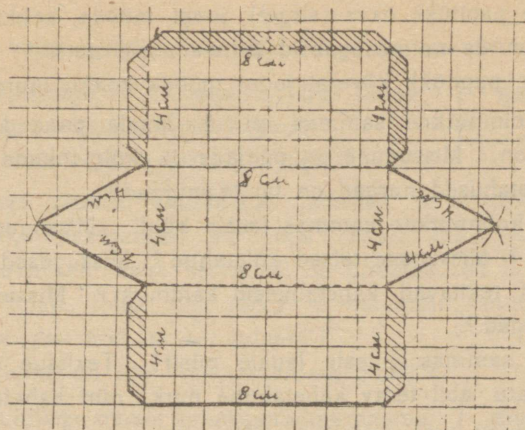
Lugege, mitu tahku, serva, tippu, joon-nurka ja kahetahust nurka on kolmnurksel sambal.

Missugune kuju on ta külgtahkudel?

Meie kolmnurkse samba külgtahud on püstkülilikud.

Võrrelge ta põhjade külgi (servi) isekeskis ja nurki isekeskis! Missugust liiki $\triangle$ on tema põhjaks?

Piirige õhus kolmnurkne samm!



Joonis 4.

21. Pange nelinurkne samm nii lauale, et ta põhjad kaalus oleksid! Kõik külgtahud on siis loodis; iga külgtahk moodustab siis põhjaga kahetahuse nurga.

Kahetahune täisnurk.

Niisugust kahetahust nurka, mille üks tahk siis loodis on, kui teine kaalus, nimetatakse **kahetahuseks täisnurgaks**.

Pange nelinurkne samm külti lauale! Kas on nüüd sambal loodis tahke? kaalus tahke? kahetahuseid täisnurki?

22. Kõik kahetahused nurgad meie nelinurksel sambal on täisnurgad.

Kui sammast natuke kallutada, siis muutuvad ta tahud kõik või enamasti kõik kaldtahkudeks; kas kahetahuste nurkade suurus muutub seejuures?

Tasapinnad, mis kahetahuse täisnurga moodustavad, on vastastikku risti.

23. Tekitage kahetahune täisnurk peode abil; tekitage kahetahune täisnurk kahe paberilehe abil, ühele loodis, teisele kaalus sihti andes! Kallutage ühte neist lehtedest (näiteks loodis lehte) natuke: kas jääb kahetahune

Kahetahused kaldnurgad.

nurk ka pärast seda täisnurgaks? kas saab ta täisnurgast suuremaks? vähemaks? kahetahuseks nürinurgaks või kahetahuseks teravnurgaks?

Kahetahkist teravnurka ja nürinurka nimetatakse kahetahkseiks kaldnurkadeks.

Murdke papitükk õkva (sirget) joont mööda kokku ja tekitage selle joone juurde mitmesuguseid kahetahuseid nurki!

Katsuge papitükk kõverat joont mööda kokku murda!

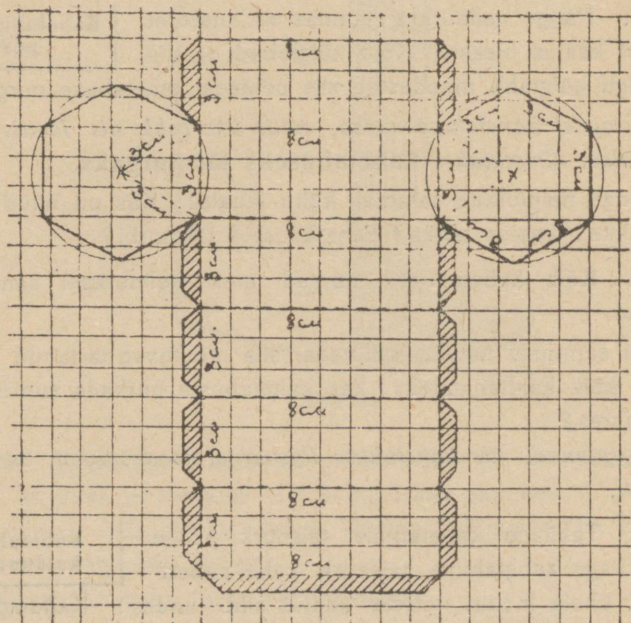
24. Kolmnurkne samm on nii lauale pandud, et ta põhi vastu lauda on. Missugune on põhjade ja külgtahkude siht? Missugused kahetahused nurgad on tal täisnurgad?

Pange kolmnurkne samm lauale küliti. Missuguse sihi võtab alumine tahk? Missuguse teised külgtahud? Missugused kolmnurkse samba tahud tekitavad kahetahkseid kaldnurki? Missugust liiki on need kaldnurgad?

Pange samm uuesti lauale püsti! Tekitage kahe loodis hoitud raamatu abil terav kahetahune nurk, nüri kahetahune nurk!

25. Pange oma paberine nelinurkne samm lauale küliti; asetage tema päälle kolm-

**Mitmesugused
ülesanded.**



Joonis 5.

nurkne samm, nii et ta alumine külgtahk nelinurkse samba pääl-
mise külgtahuga ühte langeks. Mille mudeli te nüüd saate? —
Arvake saadud majakesemudeli täieline välimise pinna suurus ruut-
sentimeetrites välja! Näidake neid jooni, mille pikkust te seejuures
peate teadma!

Arvake välja mingi hoone välimise pinna suurus ruutmeetrites!

26. Joonistage 5-nda joonise järgi pinna-
laotus ja kleepige temast keha kokku!

**Kuusnurkne
samm.**

Kuidas võib saadud keha nimetada?

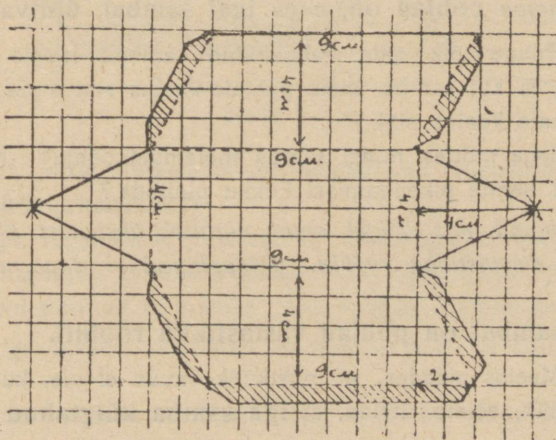
Kirjeldage saadud *kuusnurkset prismat*, s. o. jutustage: mitu
tahku tal on, miskujulised on need tahud, mitu serva on sel
prismal, missugused neist servadest on ühepikkused ja missugused
mitte; mitu tippu, mitu joon-nurka ja kui suuri, mitu kahetahust
nurka ja missugust liiki on sel prismal!

Mis kujuline on tihti uus teritamata pliats?

27. Kujutlege omale kaheksanurkne prisma
ja kirjeldage teda!

**Mitmesugused
ülesanded.**

Leidke loodusest kehi, mil oleks mingisuguse prisma kuju
(taimede varred . . .)!



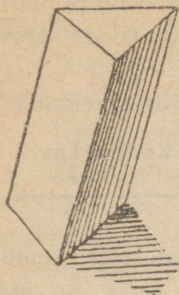
Joonis 6.

28. Joonistage ruudulisele paberile sarnane
kuju, nagu joonis 6-ndal näidatud, lõigake ta
välja ja kleepige keha kokku! — Tee saate

**Kaldprisma, püst-
prisma ja korra-
pärase prisma.**

uuesti *kolmnurkse*

prisma (joonis 7), kuid niisuguse, mis endisest märksa lahku läheb: ta külgtahud moodustavad põhjaga kahetahused kaldnurgad, külgtahud ei ole mitte püstkülikud, vaid on lihtsalt rööpkülikud.



Joonis 7.

Niisugust sammast nimetatakse **kaldsambaks** ehk **kaldprismaks**.

Niisugust sammast aga, mil kõik külgtahud põhjadega vastastikku risti on, nimetatakse **püst-sambaks** ehk **püstprismaks**.

Kõik varemini tundmaõpitud sambad on püstsambad; püstsamba külgtahud on püstkülikud.

29. Püstsammast nimetatakse **korrapäraseks**, kui ta põhjaks on korrapärane hulknurk (ruut, võrdkülgne $\triangle$ j. n. e.).

Niisugune on, näiteks, tundmaõpitud ruutsammas.

Ütelge, missugused meie poolt läbivaadatud sambad on korrapärased, ja missugused mitte!

30. Kõigil sammastel on mitmed ühised omadused. — Võrrelge kaldsamba põhju üksteisega!

Sammaste ühised omadused. Rööppinnad.
--

Kaldsamba põhjad on, nagu igal sambal, ühtivad.

31. Pange kõik oma valmistatud sambad lauale ritta püsti! Te märkate, et kui samba ühele põhjale kaalus siht anda, siis võtab ka teine omale kaalus sihi.

Pikendage mõttes mingi samba mõlemaid põhju! Kas saavad need põhjad nende pikendamisel kokku puutuda?

Tasapinnad, mis kõigil omal ulatusel üksteisest ühekaugusele jäävad, on vastastikku rööbiti. Rööppinnad ei saa mitte kokku puutuda.

Igal sambal on põhjad vastastikku rööbiti.

32. Meeles pidades, et püstkülik muud ei ole, kui iseäraline pööpküliku liik, võime ütelda, et **iga samba külgtahud on rööpkülikud**.

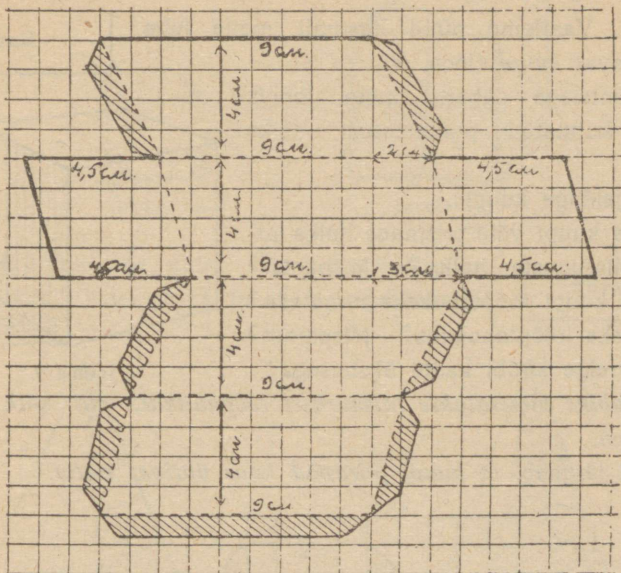
Nii näeme, et *iga prismat piirab kaks vastastikku rööbiti olevat ühtivat põhja ja mitu külgtahku* — rööpkülikut.

Leidke, missugused on oma pikkuse ja sihi poolest iga tahk-samba külgtahud isekeskis!

33. Sammaste seas on niisuguseid, mil mitte üksi külgtahud, vaid ka põhjad rööpkülilikud on.

Rööptahukas.

Joonistage rudulisele paberile kuju, nagu joonis 8-ndal näidatud, lõigake ta välja ja kleepige sambaks kokku! Sel sambal on kõik tahud rööpkülilikud (vaata pinnalaotust j. 8-ndal).



Joonis 8.

Prismat, mille põhjadeks on rööpkülilikud, nimetatakse rööptahukaks (kõrvukantseks).

Võrrelge rööptahuka vastastahke üksteisega! Missugused on vastastahud isekeskis oma sihi poolest? — Rööptahuka vastastahud on paaristikku ühtivad ja rööbiti. Siit tulebki rööptahuka nimi.

Nagu igasuguseid sambaid, nii võib ka püst- ja kald-rööptahukaid olla.

Jutustage, missugust rööptahukat võib püst-rööptahukaks nimetada!

34. Et ruut ja püstkülilik ka rööpkülilikud on, siis võivad nemadki rööptahuka põhjateks olla. Püst-rööptahukat, mille põhjaks püstkülilik on, nimetatakse täisnurkseks rööptahukaks. Niisugustena esinevad kõik varemini

**Täisnurkne
rööptahukas.**

tundmaõpitud nelinurksed tahksambad: kast, karp, telliskivi, kapp, klassituba, ruutsamba mudel j. n. e.

35. Otsige ümberolevate asjade seast veel täisnurkseid rõõptahukaid! Näidake nende kõrgust, laiust, pikkust! — Missugune kuju on harilikult kaevul? Kuidas nimetatakse ta kõrgust?

Kujutage õhus täisnurkne rõõptahukas!

36. Vaatleme nüüd ligemalt meile juba osalt tuttavat *kuupi* (joon. 9).

Valmistage paberist kuup, joonis 10-ndal kujutatud pinnalaotust abiks võttes!

Kirjeldage kuupi!

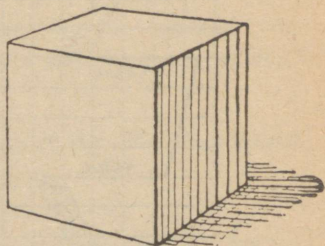
Kas kuupi võib prismade hulka arvata? Missuguste hulka? Mispärast? Kas võib kuupi rõõptahukaks nimetada? Missuguseks rõõptahukaks? Mispärast?

Võrrelge kuubi kante üksteisega!

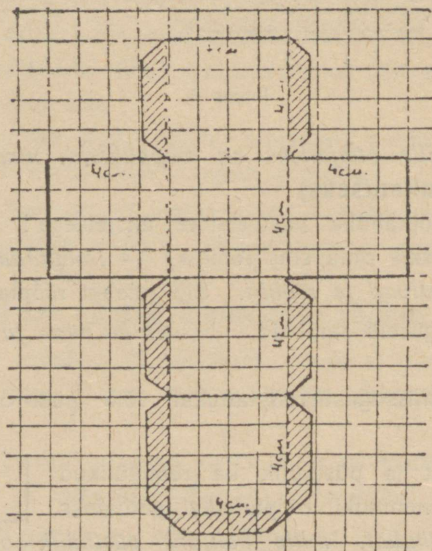
Kuubiks nimetatakse täisnurkset rõõpkülikut, mil kõik mõõted võrdsed on.

Siit järgneb, et *kuupi piiravad kuus ühtivat ruutu.*

Kuup.



Joonis 9.



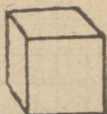
Joonis 10.

37. Arvake välja oma paberise kuubi pindala!

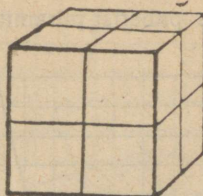
Kuidas on seda kõige hõlpsam teha?

Arvake välja kuubi pinna suurus, kui serva pikkus on 10 sm.!

Arvake mõne teise kuubi pindala välja (joon. 11 ja 12)!



Joonis 11.

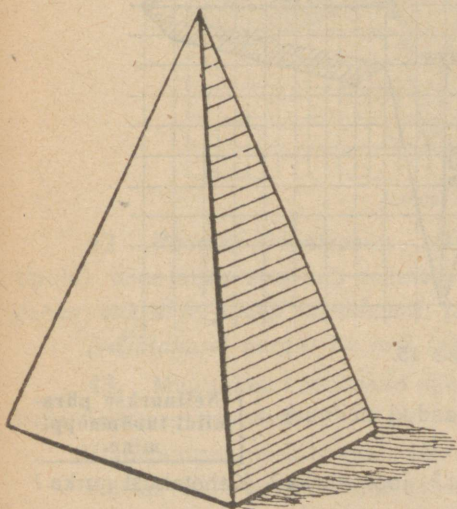


Joonis 12.

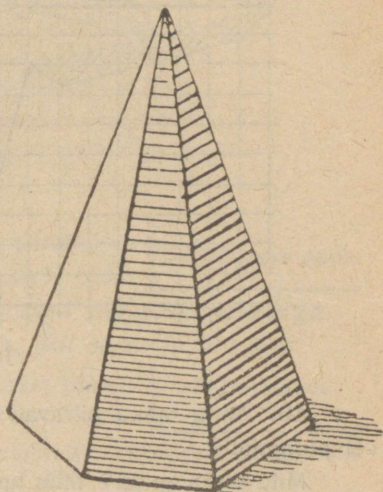
38. Vaatleme nüüd teist liiki hulktahke.

Joonis 13-dal ja 14-dal on kaks **püramiidi** kujutatud.

Püramiidid.



Joonis 13.



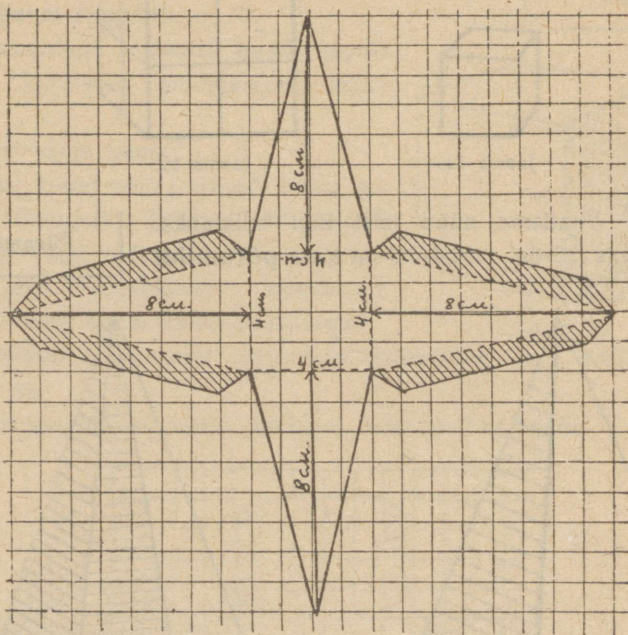
Joonis 14.

Juba esimese pilguga märkame, et püramiidel teine põhi puudub. Ühel nendest püramiididest on nelinurkne põhi ja neli kolmenurkset külgtahku; kõik külgtahud koonduvad ühte punkti. Seda punkti nimetatakse **püramiidi tipuks**. — Niisugust püramiidi kut-
sutakse *nelinurkseks püramiidiks*.

Kas teab keegi Egiptuse püramiididest midagi jutustada? —

Teise püramiidi aluseks on kuusnurk, külgtahkudeks on temalgi kolmnurgad, millel ühine tipp. — Kuidas tuleb teda püramiidi nimetada?

39. Jooniseid 15-dat ja 16-dat tarvitades joonistage pinnalao-tused ja kleepige paberist püramiidid!



Joonis 15.

40. Mitu tahku piiravad saadud nelinurk-set püramiidi?

Nelinurkse püramiidi tundmaõppimine.

Mitu serva on tal? Mitu tippu? Joon-nurka? Kahetahust nurka?

Võrrelge selle püramiidi põhja servi üksteisega; võrrelge põhja nurki!

Missugust liiki nelinurk on selle püramiidi põhjaks?

Võrrelge selle püramiidi külgservi üksteisega! Võrrelge külgtahke!

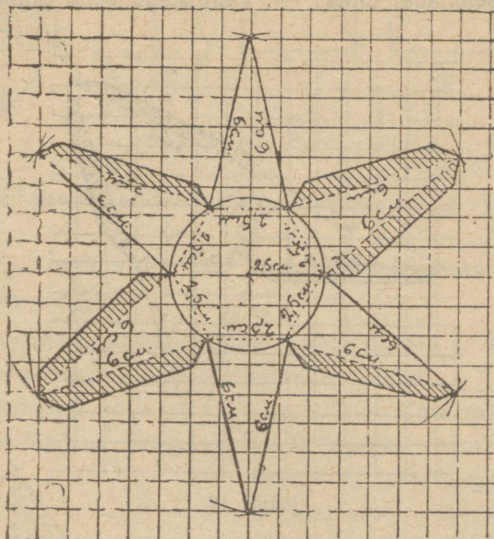
Saadud nelinurkse püramiidi külgtahud on kõik ühtivad võrdhaarsed kolmnurgad, põhi — ruut.

41. Püramiidi nimetatakse korrapäraseks, kui põhjaks on korrapärane hulknurk, külgtahkudeks aga ühtivad võrdhaarsed kolmnurgad.

Korrapärane püramiid.

Nii on siis meie nelinurkne püramiid korrapärane.

Tehke kindlaks, kas ka teie kuusnurkne püramiid korrapärane on!



Joonis 16.

42. Pöörake tähelepanu selle püramiidi tipule! Mitu tahku koondub sellesse tippu? Neli tahku, mis ühte punkti koondunud, tekitavad neljatahuse nurga.

Neljatahune nurk.

Neljatahusel nurgal on neli tahku, neli serva ja üks tipp.

43. Mitu tahku koonduvad nelinurkse püramiidi teistesse tippudesse?

Kolmetahune nurk.

Mitmetahuseid nurki on veel, pääle neljatahuse, nelinurksel püramiidil? Kuidas tekib kolmetahune nurk?

Kas leidub varemini tundmaõpitud keha del kolmetahuseid nurki? Otsige ümberolevatelt asjadelt kolmetahuseid nurki!

44. Kirjeldage paberist kleebitud kuusnurkset püramiidi!

Kantnurgad.

Missugune nurk leidub tema tipu juures?

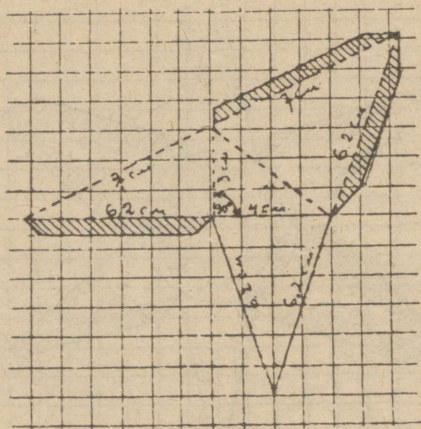
Kolmetahust, neljatahust, kuuetahtust j. n. e. nurka nimetatakse ühise nimega kehanurkadeks (kantnurkadeks).

Leidke ümberolevatelt asjadelt kehanurki!

Kujutlege viisnurkne püramiid ja kirjeldage teda!

45. Joonis 17-dal on kolmnurkse püramiidi pinnalaotus kujutatud. Tehke selle joonise järgi kindlaks, kas on niisuguse pinnalaotusega püramiid korrapärane või mitte, ja selgitage, miks! — Valmistage selle pinnalaotuse järgi püramiid!

**Kolmnurkne
püramiid.**



Joonis 17.

Joonistage niisuguse korrapärase kolmnurkse püramiidi pinnalaotus, mille põhja serva pikkus 5 sm. oleks, külgserva pikkus 10 sm.! Valmistage niisugune püramiid!

46. Nimetage kehasid, millel püramiidi kuju oleks!

**Mitmesugused
küsimused.**

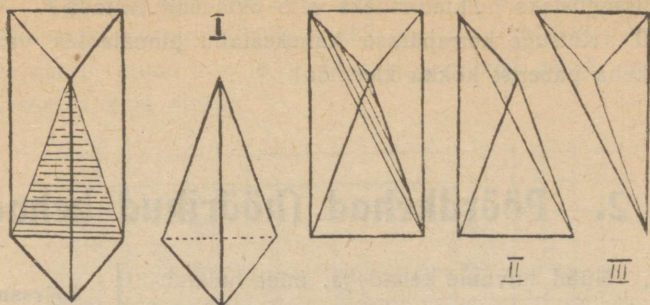
Kas teie ei tea mõnda püramiidikujulist ehitust?

47. Kolmnurksel püramiidil on ainult neli tahku; kas mõnel teile tuntud hulkta hul tahul veel nii väike arv tahke on?

Lõigake kartulist kolmnurkne prisma välja ja tehke ta siis kolmnurkseks püramiidiks ümber, üht alust alles jättes!

Mitu tahku on sambal? mitu tahku on püramiidil? Katsuge selle hulktahu tahkude arvu veel vähendada! — See ei lähe mitte korda. — *Hulktahu kõige vähem tahkude arv on 4.*

48. Lõigake kaalikast ehk kartulist (või savist . . .) kolmnurkne prisma (võimalikult korralikult)! Pääle selle lõigake ta nii, nagu joonis 18-dal näidatud, püramiidideks (hästi korralikult)!



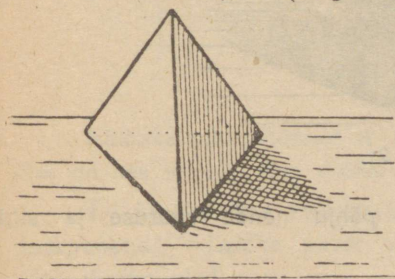
Joonis 18.

Võrrelge saadud püramiidide raskust, neid väikesel kaalu kaaludes!

Toimetage seda kõike veel kord uue kolmnurkse prismaga! Mida teie märkate?

49. Joonistage niisuguse kolmnurkse püramiidi pinnalaotus, millel kõik servad 6 sm. pikad oleksid! Valmistage niisugune püramiid! — Teie märkate, et teda 4 ühtivat võrdkülgset (külgühtlast) kolmnurka piirab. Kõik tema

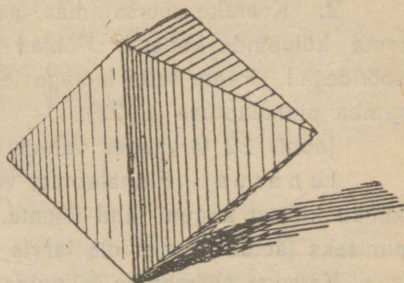
Korrapärased hulktahud.



Joonis 19.

servad ja joon-nurgad on muidugi ühesuurused. Silmnähtavalt on ka kõik tema kahetahused nurgad isekeskis ja kolmetahused nurgad isekeskis ühesuurused. Niisugust hulktahku nimetatakse korrapäraseks hulktahuks; ja et temal tahke just neli on, siis nimetatakse teda korrapäraseks nelitahuks ehk võõra keelse sõnaga tetraeedriks (vaata

j. 19). — Kuup esitab korrapärast kuustahku. — Paljud ollused kujutavad kristalle, millel korrapäraste hulktahkude kuju on. Nii kujutab keedusool kuubikujulisi kristalle, kuld — korrapärase kaheksatahu (oktaeedri) kujulisi kristalle. Korrapärane kaheksatahk on joonis 20-dal kujutatud.



Joonis 20.

Missugusteks hulktahkudeks võib oktaeedri jaotada?

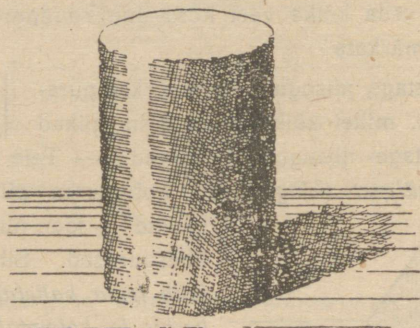
50. Katsuge korrapärase kaheksatahu pinnalaotus valmistada ja see keha paberist kokku kleepida!

§ 2. Pöördkehad (höörikud kehad).

1. Nüüd tutvume kehadega, mida hulktahkude hulka ei saa arvata: kõige päält **silindri** ehk **sõõrsambaga** (vaata j. 21).

Sõõrsammas.

Silindrit (sõõrsammast) piiravad kaks tasast sõõrikujulist põhja ja üks kõver külgpind.



Joonis 21.

Võrrelge sõõrsamba mõlemaid põhju nende suuruse ja sihi poolest!

Silindri (sõõrsamba) põhjad on teineteisega rööbiti ja ühesuursed.

2. Keerake sõõrsammas paberisse, ainult tema külgpinda kattes! Põhjad katke paberist sõõridega! Pääle selle laotage terve ümbrik laiali! Teie saate sõõrsamba pinnalaotuse (j. 22).

Silindri mudeli valmistamine.

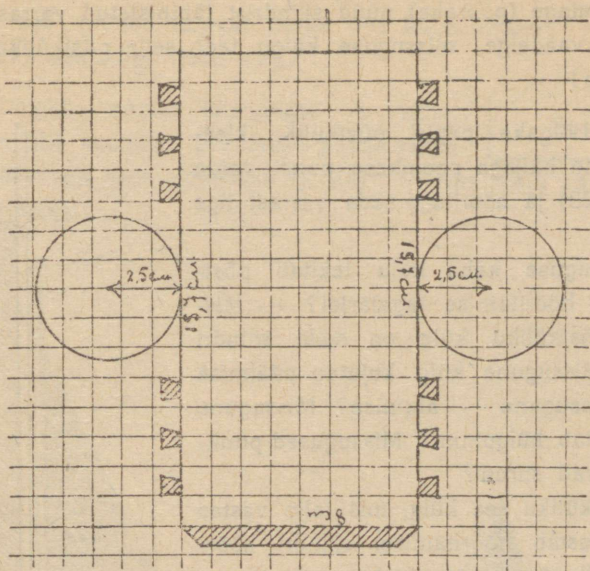
Joonis 22 tarvitades valmistage paberist sõõrsammas!

Juhatus: Pinnalaotust välja lõigates ei maksa sõõrisid püst-küliku küljest koguni lahti lõigata. Täisnurgelise juurde kokkukleepimiseks jäetud äärt ei ole tarvis murda, vaid ainult liimiga katta.

Katsuge sõõrsamba külgpinnale õgev joon tõmmata!

3. Kujutage õhus sõõrsammas, teda kätega „välja lõigates“!

Nimetage sõõrsamba-kujulisi asju (näiteks: hõõrik pliiats, sõõrik kübarakarp, kruus j. n. e.)! Nimetage mõned asjad, mille osadel sõõrsamba kuju oleks!



Joonis 22.

Näidake piiri sõõrsamba põhja ja külgsinna vahel! Miskujuline on see joon? Kas sõõrsambal on joon-nurki? tippusid?

4. Leidke oma sõõrsamba mõlema põhja keskpunktid! Leidke puust sõõrsamba mudeli põhja keskpunkt!

Silindri telg.

Juhatus: Pange sõõrsamba põhjale selle põhja suurune sõõr! Selle sõõri keskpunkti teie oskate leida (vaata esimene osa, lehek. 31). Pääle seda pange sõõr uuesti samba põhjale ja märkige põhja keskpunkt ära, paberist sõõrist nõela ehk pliiatsiga läbi pistes!

Ühendage mõttes sõõrsamba mõlemate põhjade keskpunktid õgva joonega! Õkva (sirg-) joont, mis silindri põhjade keskpunkte ühendab, nimetatakse **silindri teljeks**.

5. Pistke oma paberisest silindrist peenike varras niimoodi läbi, et ta mõlema põhja keskpunktist läbi läheks! Tõmmake nüüd sama samba külgsinnale

Silinder on pöörd- (hõõrik) keha.

õgev joon! Nagu te kohe näete, on see joon teljega rööbiti. Ühendage selle joone otsad põhjade keskpunktidega raadiuste abil! — Missuguse hulknurga sünnitavad need kolm tõmmatud joont ja sõõrsamba telg?

Hõõritage (pöörake) nüüd silindrist läbipistetud varrast näppude vahel ja vaadeldge, missuguse käigu teeb selle püstküliku iga külj ja iga tipp!

6. Lõigake papist püstkülik, kleepige ta ühe küljega peenikese puust varda külge (j. 23) ja hõõritage seda varrast õige nobedasti!

Missuguse keha kuju tekitab püstkülik selle hõõritamise tagajärjel? — Missugune püstküliku külj on selle silindri teljeks? Missugune külj kujutab päälmise põhja? Missugune — alumise? Missugune külj kujutab küljpinna? Missugused punktid kujutavad siirud?

Püstküliku see külj, mis telje vastas on, moodustab hõõritamisel silindri hõõrpinna; sellepärast nimetatakse teda **moodustajaks (kujutavaks)** jooneks).

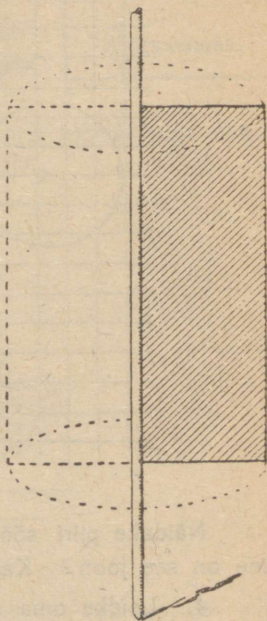
Võtke tükk pehmet savi ja hõõritage teda kahe lauakese vahel, neid teineteisele rööbiti hoides ja üht lauda ühes sihis edasi-tagasi liigutades! — Savitükk võtab silindri kuju.

Me näeme, et sõõrsammast võimalik on pööramise (hõõritamise) abil saada; tema on **pöörd- (hõõrik) keha**.

7. Lõigake mõttes silinder tasapinnaga nii läbi, et tasapind piki telge läheks! Missugune kuju tekib lõikes?

Lõigake silinder läbi tasapinnaga, mis põhjaga rööbiti oleks! Missugune kuju tekib lõikes?

Katsuge nüüd järele, kas teie arvamine on õige, pehmest savist, kartulist ehk muust valmistatud silindrit esiteks põhjale rööbiti ja siis piki telge läbi lõigates!



Joonis 23.

**Silindri
tasapinnaga
läbilõikamine.**

8. Missugune seis on silindri teljel ja tema põhja mingil raadiusel vastastikku?

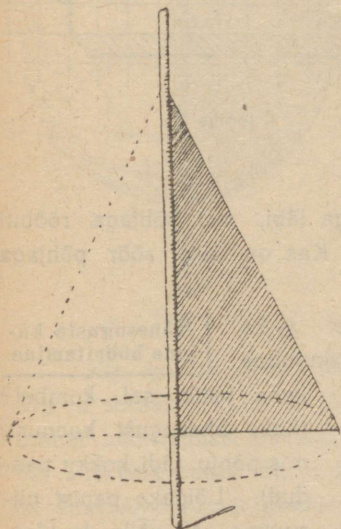
Mitmesugused
küsimused.

Höõritage mõttes joon-täisnurka tema ühe külje ümber! Missuguse pinna kujutab siis selle täisnurga teine külg?

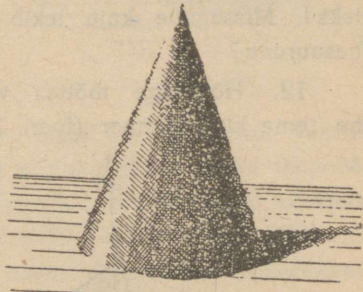
Höõritage mõttes teravat nurka ühe külje ümber! Missuguse pinna kujutab seejuures teine külg?

9. Lõigake papist täisnurkne $\triangle$ välja, kleepige ta ühe kaatetiga peenikese puust varda külge ja höõritage seda nobedasti (j. 24)! — Kas tekib ka sel höõritamisel silinder?

Koonus.



Joonis 24.



Joonis 25.

Mitu tasast tahku on tekkival kehal? Mitu kõverat pinda?

Keha, mis täisnurkse $\triangle$ -ga ühe kaateti ümber höõritamisel tekib, nimetatakse **koonuseks** (kuhikuks) (j. 25).

Nii siis: koonust (kuhikut) piirab üks tasane sõõrikujuline põhi ja kõver külgpind, mis ühte punkti koondub, mida **koonuse tipuks** nimetatakse.

Ka koonus on pöörd-(höõrik) keha.

Mida nimetatakse koonuse teljeks? Mida moodustajaks?

Nimetage mõned koonusekujulised asjad (näiteks: suhkrupää jne.)!

Keerake koonus paberisse (üksnes külgpinda kattes), katke põhi paberise sõõriga, lõigake ülearused ääred ära! Laotage ümbrik laiali! — Teie saate kuhiku pinnalaotuse (j. 26).

10. Valmistage paberist koonus (kuidas pinnalaotust valmistada, võib joon. 26 dal näha)!

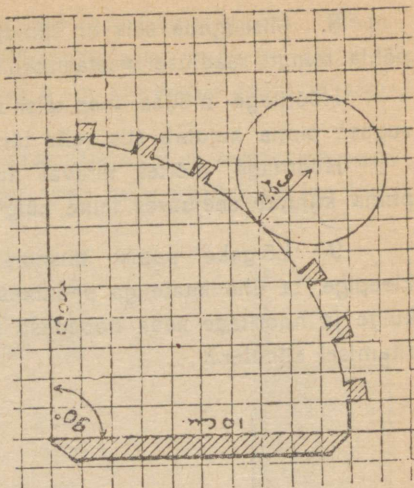
Tõmmake selle koonuse külgpinnale mõned moodustajad! — Kas koonusel on joonnurki?

11. Jaotage koonus mõttes kaheks osaks tasapinnaga, mis piki telge läheks! Missugune kuju tekib lõikes?

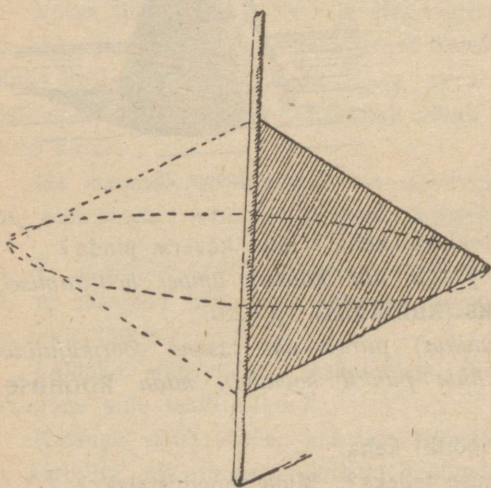
Lõigake koonus mõttes tasapinnaga läbi, mis põhjaga rööbiti oleks! Missugune kuju tekib lõikes? Kas on lõike sõõr põhjaga ühesuurune?

12. Höõritage mõttes võrdkülgset Δ -ka ühe tema külje ümber (joon. 27)! Miskujuline

Mõnesuguste kujudete höõritamine.



Joonis 26.



Joonis 27.

keha tekib sel kombel? (kaks ühesugust koonust, mis põhju pidi kokku pandud). Lõigake papist nüü-sugune Δ välja ja kleepige ta varda külge; teda höõritades katsuge järele, kas oli ettekujutus õigel!

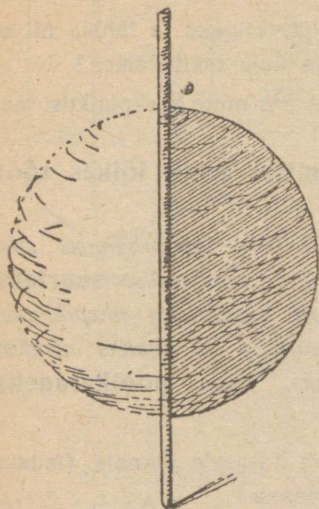
Miskujuline keha tekib, kui täisnurkset Δ -ka hüpotenuusi ümber höõritada?

Miskujuline keha tekib, kui trapetsit tema pike-ma aluse ümber höõritada?

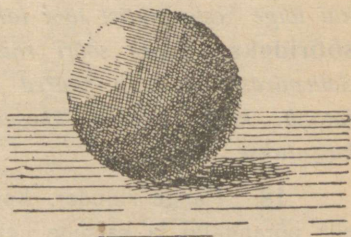
13. Lõigake poolsõõr välja, liimige ta läbimõõduga puust varda külge ja hõõritage (joon. 28)! Seejuures tekib uus pöörd keha, mille nimeks **kera** on (joon. 29).

Kera. Kera pinna omadus.

Siin on veel mitmed kerad: gloobus, pall, lõngakera . . .



Joonis 28.



Joonis 29.

Kera piirab ainuke kõver pind: temal on igalt poolt vaadates üks ja seesama kuju. — Kera pinna moodustab poolsõõri läbimõõdu ümber hõõritamisel poolsiir; et aga poolsiiru kõik punktid keskpunktist ühevõrra eemal on ja keskpunkt hõõritamisel paigale jääb, siis on kõik kera pinna punktid ühest seemisest punktist ühekaugusel. Seda seemist punkti nimetatakse kera keskpunktiks.

Kas keral on servi, nurki, tippe?

Nimetage veel mõned kerakujulised kehad!

14. Õgvikut, mis kera keskpunkti tema pinna mingi punktiga ühendab, nimetatakse kera raadiuseks. — Missugused on kera raadiused isekeskis? Mispärast?

Kera raadius ja läbimõõt.

Õgvikut, mis kera pinna kaht punkti ühendab ja seejuures keskpunktist läbi läheb, nimetatakse kera läbimõõduks ehk diameetrik.

Kera läbimõõd on kahest raadiusest koos. Missugused on kera läbimõõdud isekeskis? Mispärast?

15. Katsuge kera pinnale õkva joont
tõmmata!

Kera omadused.

Katsuge kera pind paberiga nii katta, et paber kuskilgi mitmekorra ei oleks! — See ei lähe teil korda.

Kas paberist saab kera kleepida?

16. Valige hästi ümarik kartul välja, lõigake ta lõhki, nii et nuga keskpunktist läbi läheks! Missugune kuju tekib lõikes?

Lõigake kera tasapinnaga nii läbi, et see mitte keskpunktist läbi ei läheks. Missugune kuju tekib lõikes?

Igal kera tasapinnaga läbilõikamisel tekib lõikes sõõr (ring).

17. Kõige suuremad sõõrid tekivad kera läbilõikamisel siis, kui lõige keskpunktist läbi läheb; neid sõõre nimetatakse suurteks sõõrideks. Suure sõõri raadius on kera raadiusega ühepikkune. Sellepärast on kõik suured sõõrid ühesuurused ja igaüks nendest jaotab kera kaheks ühesuuruseks osaks, mida poolkeradeks kutsutakse.

18. Pange silinder, koonus ja kera tasasele pinnale (lauale ehk põrandale) ja katsuge neid veerema panna!

Missuguses ja mitmes sihis saab igaüks nendest veereda?

19. Valmistage savist (seebist, plastiliinist...) võimalikult suur kera! Lõigake ta läbi, lõike tasapinda keskpunktist läbi juhtides! Pange üks poolkeradest nii, et lõike sõõr kaalus ja ülespoole keeratud oleks! Pistke selles seisus poolkerast raudvarras loodis läbi, teda läbi keskpunkti alla juhtides!

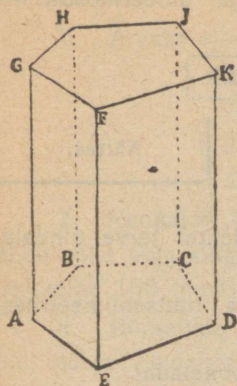
Gloobus.

— Näidake nüüd vardal kera raadiuse pikkust! Pange mõlemad poolkerad uuesti kokku ja pistke varras siis endises sihis tervest kerast läbi! — Te saate gloobuse. — Näidake sellel gloobusel nabade (pooluste) kohta, poolitajat (ekvaatorit)! Tõmmake meridiaanid (pikkusejooned)!

20. Suurendage see kera mõttes päratu suureks, . . . maakera suuruseks! — Valige selle maakera pinnal punkt ja näidake, kuidas sellel kohal inimene seisaks, missugune oleks loodi nõõri siht, missugune oleks kaalus joone siht!

21. Vaadake igalt poolt oma kera pääle! Missugune osa tema pinnast on silmale näha?

§ 3. Kehade pindala arvamine.



Joonis 30.

1. Püstprisma ABCDEFGHJK | **Prisma pindala.**

(j. 30) pind seisab koos kahe põhja pinnast ja külgpinnast. Kuidas põhjade pindala arvatakse, seda teame juba; kuidas kõige hõlpsam on külgpinda arvata, seda vaatame kohe.

Külgpind koosneb üksikute külgtahkude pinnast; külgtahud on aga püstkülikud, millel kõigil on ühesugune kõrgus. Tähendame selle kõrguse „k“-ga, nii et

ABHG	pindala	=	AB.k
BCJH	„	=	BC.k
CDKJ	„	=	CD.k
DEFK	„	=	DE.k
EAGF	„	=	EA.k

Terve külgpinna suurus on siis $= AB.k + BC.k + CD.k + DE.k + EA.k$.

Selle asemel, et hulknurga ABCDE kõiki külgi üksikult kõrgusega (k) korrutada ja saadusi liita, võime korraga hulknurga ABCDE ümbermõõdu k-ga korrutada, nii et

$$AB.k + BC.k + CD.k + DE.k + EA.k = (AB + BC + CD + DE + EA).k.$$

Kui ümbermõõdu $(AB + BC + CD + DE + EA)$ lühemalt tähe „ü“-ga tähendame, siis saame:

$\text{terve külgpind} = \ddot{u}.k$

Külgtahu kõrgus k on ka püstsamba kõrguseks.

Pane meelde: *et püstprisma külgpinda ruutsentimeetrites välja arvata, on tarvis põhja ümbermõõt ja püstprisma kõrgus sentimeetrites ära mõõta ja saadud arvud üksteisega korrutada.*

Lühidalt öeldakse harilikult: *et prisma külgpinda leida, on tarvis põhja ümbermõõt prisma kõrgusega korrutada.* Muidugi mõeldakse siin „ümbermõõdu“ ja „kõrguse“ all neid suurusi mõõtvaid arvusid.

2. Kui me püstprisma põhja pindala „a“-ga tähendame, prisma kõrguse, nagu varemini, „k“-ga, põhja ümbermõõdu — „ü“-ga, siis on

$$\boxed{\text{püstsamba terve pind} = 2.a + \ddot{u}.k}$$

3. Püstprisma kõrgus on 20 sm., põhja pindala — 12 ruutsm., põhja ümbermõõt — 14 sm.; arvake tema terve pindala välja!

Näited.

Arvake mitmesugustel püstsammaste mudelitel terve pindala välja!

Arvake oma paberise samba terve pindala ruutsentimeetrites välja!

Kõige hõlpsam on seda järgmises korras toimetada:

$$\begin{array}{lll} \text{ühe põhja pindala} & = & (4.4) \text{ ruutsm.} = 16 \text{ ruutsm.;} \\ \text{mõlema põhja} & „ & = 2 \times 16 \text{ ruutsm.} = \mathbf{32 \text{ ruutsm.}}; \\ \text{ühe külgtahu} & „ & = (4.8) \text{ ruutsm.} = 32 \text{ ruutsm.}; \\ \text{kõigi külgtahkude} & „ & = 4 \times 32 \text{ ruutsm.} = \mathbf{128 \text{ ruutsm.}} \end{array}$$

$$\text{Samba terve pindala} = \mathbf{160 \text{ ruutsm.}}$$

4. Sõõrsammast võime vaadelda kui korrapärist püstsammast, millel on otsatu palju külgtahke. Põhja siiru pikkus on siis põhja ümbermõõduks, samba kõrgus on moodustajaga ja teljega ühepikkune. — Kui siiru pikkuse „s“-ga tähendame, moodustaja pikkuse (sõõrsamba kõrguse) „k“-ga, siis tuleb sõõrsamba külgpinda järgmise kava järgi arvata:

Silindri pindala arvamine.

$$\text{külgpind} = s.k$$

Kui põhja raadius „r“-ga tähendada, siis on $s = 2.\pi.r$,

$$\boxed{\text{silindri külgpind} = 2.\pi.r.k}$$

Kui sellele kahe põhja pindala, s. o. $2\pi r^2$ veel juurde arvame, siis saame

$$\boxed{\text{silindri terve pindala} = 2\pi r^2 + 2\pi.r.k}$$

5. Arvame selle kava järgi sõõrsamba terve pindala välja, kui $r = 5$ sm. ja $k = 20$ sm.

Näited.

$$\begin{array}{l} 2\pi r^2 = 2.3,14.5.5 = 157, \\ 2.\pi.r.k = 2.3,14.5.20 = 628. \end{array}$$

Terve pindala = 157 ruutsm. + 628 ruutsm. = 785 ruut-sentimeetrit.

6. Arvake silindri terve pindala välja, kui

1) $r = 10$ sm., $k = 10$ sm.,

2) $r = 2$ „ $k = 12$ „

3) $r = 4$ „ $k = 1$ m.

4) $r = 0,5$ „ $k = 40$ sm.!

7. Raudahju kõrgus on 2,5 m., läbimõõt 0,6 m. Kui kalliks läheb selle ahju külgpinna ülevärvimine, kui ruutmeetri suuruse pinna värvimine 100 marka kulu nõuab?

8. Püramiidi terve pindala seisab koos ühe põhja pindalast ja külgpinnast. Külgpind seisab aga koos üksikute külgtahkude pindalast.

Kui püramiid korrapärane on, siis on kõik tema külgtahud ühtivad võrdhaarsed kolmnurgad. Niisuguse kolmnurga kõrgusejoont EK-d (j. 31) nimetatakse **püramiidi apoteemiks**.

Δ -ga DEC pindala = $DC \times \frac{1}{2} EK$; kui kolmnurkade arv „n“ on, siis on terve külgpinna suurus = $n \times DC \times \frac{1}{2} EK$.

$n \times DC$ annab põhja übermõõdu, mida lühidalt „ü“-ga tähendame; apoteemi (EK) tähendame „t“-ga; nii saame korrapärase püramiidi külgpinna suuruse = $\ddot{u} \cdot \frac{t}{2}$ ehk $\frac{1}{2} \ddot{u} \cdot t$.

Kui põhja pindala „a“-ga tähendada, siis saame terve pindala (P) arvamiseks järgmise valemi:

$$P = a + \frac{1}{2} \ddot{u} \cdot t$$

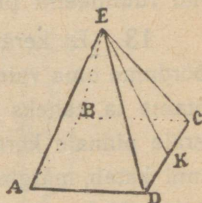
9. Arvake selle kava järgi korrapärase nelinurkse püramiidi terve pindala välja, kui tema põhja külje pikkus on 8 sm., apoteemi pikkus aga 25 sm.!

Arvake mitmesuguste püramiidikujuliste asjade pindala!

10. Vaadeldes koonust kui korrapärast püramiidi, millel on otsatu palju külgtahke, katsuge esiteks tema külgpindala ja siis terve pindala arvamiseks vormelilt leida.

Tähendage põhja raadiuse pikkust „r“-ga, moodustaja pikkust „t“-ga, tervet pindala „P“-ga!

Püramiidi pindala arvamine.



Joonis 31.

Koonuse pindala arvamine.

Kui õieti arutate, saate järgmise valemi :

$$P = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot t$$

kus πr^2 põhja-, $\pi r t$ aga külgpindala tähendab.

11. Arvake koonuse terve pindala välja, kui

- 1) $r = 2$ sm., $t = 12$ sm.;
- 2) $r = 5$ „ $t = 10$ „
- 3) $r = 0,25$ m., $t = 1$ m.;
- 4) $r = 1$ sm., $t = 1$ detsim.!

12. Poiss valmistas koonusekujulise tohiku, mille avause läbimõõt 10 sm., kaugus avause äärest kunni tipuni 12 sm. (moodustaja). Arvake välja, mitu ruutsm. tohtu kulus selleks ära, kui ühendamise jaoks 12 ruutsm. juurde arvata!

Telgi põhja raadius on 1,5 m., moodustaja 4 m. Arvake välja, mitu ruutmeetrit purjuriiet on tema katmiseks kulutatud!

13. Et kera pindala arvamiseks teed leida, pöördume oma valmistatud gloobuse juurde tagasi;

**Kera pindala
arvamine.**

võtame ta kaheks poolkeraks; telje juurest alates mähime tema kõverale pinnale korralikult ühtlast nõöri. Kui nõör terve kõverapinna kinni katab, märgime selleks tarvis läinud nõöri lõpp-punkti ära. Kui sama nõöriga samal viisil ka poolkera tasase pinna (suure sõõri) katame, siis näeme, et selleks parajasti kaks korda vähem nõöri läheb. Siit järeldame, et poolkera kõver pind kaks korda suurem on kui suure sõõri pind. Terve kera pindala on siis suure sõõri pindalast neli korda suurem.

Kui kera raadiust „ r “-ga tähendame, siis on

$$\text{suure sõõri pindala} = \pi r^2,$$

$$\text{kera pindala} = 4 \pi r^2$$

14. Näide: kui kera raadius 10 sm. on, siis on ta pindala $4,3,14,10,10 = 1256$ (ruutsm.).

15. Arvake kera pindala välja, kui 1) $r = 1$ sm.; 2) $r = 2$ sm.; 3) $r = 6$ m.; 4) $r = 2,5$ sm.; 5) $r = \frac{1}{10}$ m.

16. Poolkera kujulist pada on tarvis tinutada. Kui palju läheb see maksma, kui paja avause läbimõõt on 40 sm. ja kui ühe ruutsentimeetri suuruse pinna tinutamine 1 mark maksma läheb?

**Mitmesugused
ülesanded.**

Kuubi serv on 15 sm. pikk, kera läbimõõt — 20 sm.; kumma pindala on suurem?

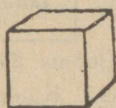
Kuubi pääle on silinder pandud, selle pääle poolkera; kuubi serv, silindri läbimõõt ja kera läbimõõt on kõik ühepikkused, nimelt 20 sm. igaüks. Terve kokkupandud keha kõrgus on 80 sm. Arvake tema väline pindala välja!

§ 4. Kehade ruumala (koguse) arvamine.

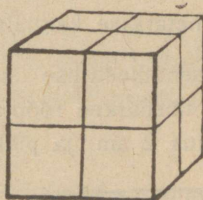
1. Joonistage niisuguse kuubi pinnalaotus, mille serva pikkus oleks 1 sm.; lõigake ta välja ja valmistage kuup (j. 32)!

Ruumala mõiste.

2. Paluge kaasõpilaste käest veel mõned samasugused kuubid ja seadke nendest uus suurem kuup kokku . . . !



Joonis 32.



Joonis 33.

Mitmest väiksest kuubist saate suurema kokku seada (j. 33)? Kui pikk on selle uue kuubi serv?

Seadke väikestest kuupidest 3-sentimeetrilise servaga kuup kokku! Mitu väikest kuupi läheb selleks tarvis? Kuidas on neid kõige hõlpsam ära lugeda?

Mitu niisugust väikest kuupi läheks tarvis, et suuremat kuupi kokku seada, mille serva pikkus oleks: 1) 4 sm.? 2) 5 sm.? 3) 6 sm.? 4) 10 sm.?

3. Kuup, mille serva pikkus on 3 sm., võtab enam ruumi kui kahesentimeetrilise servaga kuup, ehk, nagu öeldakse — temal on suurem **ruumala** (maht ehk kogus).

Mis on suurem: koolitua ruumala või kapi ruumala? teie kuubi ruumala või kapi ruumala? teie kuubi ruumala või telliskivi ruumala? sinu väikse kuubi ruumala või seltsimehe käest võetud väikese kuubi ruumala?

4. Ühesentimeetrilise servaga kuubi ruumala nimetatakse **kuupsentimeetriks (kantsentimeetriks)**. Kuupsentimeeter on ruumala mõõt, sest temaga võrreldakse (teiste) kehade ruumala. Nii räägitakse: kahesentimeetrilise servaga kuubi ruumala on 8 kuupsentimeetrit suur jne.

Kuupsentimeeter.

5. Suuremaid ruumalasid mõõdetakse kuupdetsimeetriga, kuupmeetriga jne., vähemaid — kuupmillimeetriga.

Teised ruumala mõõdud.

Missugust ruumala nimetatakse kuupmeetriks?

Kaevake aias auk maa sisse, mille maht 1 kuupmeeter oleks!

Niiskest mullast valmistage kuubikujuline hunnik, mille kõrgus 1 meeter oleks! Kui suur on selle hunniku ruumala?

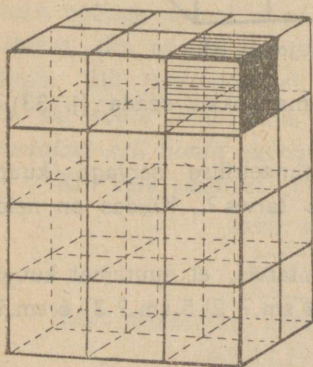
Mida nimetatakse kuupdetsimeetriks? kantmillimeetriks?

Valmistage papist kuup, mille ruumala 1 kantdetsimeeter oleks!

Mida nimetatakse kantjalaks? kuuptolliks? kantsüllaks?

6. Ühesentimeetrilise servaga kuupidest seadke kokku täisnurkne rööptahukas, mille kõrgus 4 sm., laius 2 sm. ja pikkus 3 sm. oleks (joonis 34)! — Mitu kuupi läheb tarvis? Kuidas on kõige hõlpsam nende arvu teada saada?

Täisnurkse rööptahuka ruumala arvamine.



Joonis 34.

Kui suur on saadud rööptahuka ruumala?

7. Seadke kokku ühesentimeetrilise servaga kuupidest täisnurkne rööptahukas, mille servade pikkus oleks 2, 3 ja 5 sm.! Kui suur on saadud rööptahuka ruumala?

Kui palju sarnaseid kuupe läheb järgmiste mõõdetega rööptahuka kokkuseadmiseks tarvis:

- 1) 4 sm., 3 sm. ja 5 sm.?
- 2) 2 „ 8 „ „ 10 „
- 3) 7 „ 7 „ „ 7 „
- 4) 10 „ 4 „ „ 9 „

Kui suur oleks igaühe ruumala?

8. Lõigake välja kartulist täisnurkne rööptahukas, mille kõrgus 4 sm., pikkus 3 sm. ja laius 2 sm. oleks, ja lõigake ta ühesentimeetrilise servaga kuupideks! Kui suur on selle rööptahuka ruumala?

Seadke kokku saadud kuupidest uuesti endiste mõõdetega rööptahukas!

9. Puust on täisnurkse rööptahuka mudel tehtud; tema servade pikkus on: 4 sm., 5 sm. ja 6 sm. Kui suur on ruumala?

Leidke, mitu ühesentimeetrilise servaga kuupi võib meie ees olevasse karpi mahutada, teiste sõnadega: kui suur on tema maht?

Me näeme: *et täisnurkse rööptahuka ruumala kuupsentimeetrites välja arvata, on tarvis tema pikkus, laius ja kõrgus sentimeetrites ära mõõta ja saadud arvud üksteisega korrutada.*

10. Kui sentimeetrite arvu pikkuses „p“-ga tähendada, laiuses — „l“-ga, kõrguses „k“-ga, ruumala — „M“-ga, siis saame järgmise valemi:

$$M = p.l.k$$

Korrutamisel annab „p.l.“ rööptahuka põhja pindala; kui selle „a“-ga tähendame, (nii et $a = p.l$), siis saab valem järgmise näo:

$$M = a.k$$

See valem näitab: *et täisnurkse rööptahuka ruumala kuupsentimeetrites teada saada, on tarvis ruutsentimeetrite arv tema põhjas sentimeetrite arvuga kõrguses korrutada.*

11. Valemi tarvitades arvake täisnurkse rööptahuka ruumala välja, kui

1) $p = 5 \text{ sm.}, l = 1 \text{ sm.}, k = 8 \text{ sm.};$

2) $p = 20 \text{ „}, l = 10 \text{ „}, k = 30 \text{ „},$

3) $p = 1 \text{ m.}, l = 2 \text{ m.}, k = 1 \text{ sm.};$

4) $p = 1 \text{ m.}, l = 25 \text{ sm.}, k = 50 \text{ sm.};$

5) $p = 2 \text{ tolli}, l = 4 \text{ t.}, k = 1 \text{ jalg.}$

12. Kuidas võime meie kasti mahtu kantdetsimeetrites teada saada?

Tehke seda!

Kuidas saame koolitoa ruumala kantmeetrites teada?

Tehke nii!

13. Arvake niisuguse täisnurkse rööptahuka ruumala välja, mille mõõted oleksid 10 sm., 10 sm. ja 10 sm. — Miskujuline on rööptahukas?

Kuubi ruumala
arvamise.

Kuup on täisnurkne rööptahukas; sellepärast arvatakse tema ruumala samuti, nagu iga teise täisnurkse rööptahuka ruumala. Et aga kõik kuubi mõõted ühesugused on, siis on tema ruumala arvamiseks ainult ühe serva pikkust tarvis mõõta.

Kui kuubi serva pikkus on 3 sm., siis on ta ruumala ($3 \times 3 \times 3$) kuupsm. = 27 kuupsm.

Olgu kuubi serva pikkus „s“, maht M, siis saame valemi:

$$M = s.s.s, \text{ ehk lühemalt}$$

$$K = s^3.$$

14. Arvake välja, mitu kuupsentimeetrit on kuupdetsimeetris! Mitu kuupdetsimeetrit on kuupmeetril? Mitu kuupmillimeetrit on kuupsentimeetris? — Mitu kuupjalga on kuupsüllas?

Ruumimõõtude tabel.

Seadke ruumi mõõtude tabel kokku!

15. Kirjutage kuupmillimeetrites:

1) 5 kuupsm.; 2) 10 kuupsm.; 3) 555

kuupsm.

Mitmesugused ülesanded.

Kirjutage kuupsentimeetrites 1 kuupmeeter 444 kuupdetsimeetrit!

Kirjutage kantmeetrites 4000 kantdetsimeetrit!

16. Täisnurkse rööptahuka mõõted olgu järgmised: 2,4 sm., 4,6 sm. ja 7,1 sm. Arvake ta ruumala välja.

2,4 sm. = 24 mm.; 4,6 sm. = 46 mm.; 7,1 sm. = 71 mm., sellepärast on ruumala:

($24 \times 46 \times 71$) kuupmm. = 78384 kuupmm. = 78,384 kuupsm. (78, komma, 384 kuupsm.). Kümnenndmurdude 2,4, 4,6 ja 7,1 otsekohesel korrumtamisel oleksime samuti 78,384 saanud. Siit näeme, et kui rööptahuka mõõted ka murdarve annavad, on ruumala arvamine ikka samasugune, kui tervetegi arvude juures.

17. Arvake täisnurkse rööptahuka kujuliste asjade ruumala, nende mõõteid ära mõõtes!

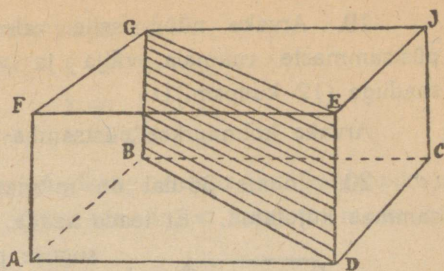
18. Lõigake kartulist järgmiste mõõdetega täisnurkne püstsammas: pikkus 4 sm., laius 3 sm., kõrgus 2 sm.! Joonis 35-dal on niisugune püstsammas ABCDEFGJ kujutatud.

Kolmnurkse püst-samba ruumala arvamine.

Selle püstsamba ruumala välja arvata meie oskame, sest ta ei ole ju muud kui täisnurkne rõõptahukas.

Tema põhja pindala on (4×3) ruutsm. = 12 ruutsm.

Tema ruumala on siis (12×2) kuupsm. = 24 kuupsm.



Joonis 35 (34).

Nüüd lõigake püstsamm tasapinnaga nii läbi, nagu joonis 35-dal (tasapind BGED) näidatud! Selle juures saate kaks kolmnurkset püstsammast (joonisel — ABDEFG ja CDBGJE).

Võrrelge nende tahke, servi, joonnurke ja kahetahuseid nurki üksteisega! Kujutlege, et teie joonisel asuva samba CDBGJE sambale ABDEFG-le sisse mahutate nii, et põhi CDB põhja ABD-ga ühte langeks (need põhjad on ju ühtivad kolmnurgad). Kas langevad siis ka sammaste teised osad kokku?

Me jõuame otsusele, et mõlemad kolmnurksed sambad **ühtivad** on.

Me ei kahtle, et nende ruumala võrdne on.

Sellepärast on selge, et igaühel nendest ruumala kaks korda vähem on kui esialgsel täisnurksel püstsambal, s. o., kummagi ruumala on 12 kuupsm.

Kui me saadud kolmnurkse püstsamba põhja ja kõrgust esialgse täisnurkse püstsamba põhja ja kõrgusega võrdleme, siis näeme, et kõrgus mõlematel üks ja seesama on (2 sm.), kolmnurkse samba põhi on aga kaks korda vähem kui nelinurkse samba põhi (nurkjoon jagab rõõpküliku kaheks ühtivaks $\triangle$ -aks); et kolmnurkse püstsamba ruumala aga ka kaks korda vähem on kui nelinurkse püstsamba ruumala, siis märkame, et ka kolmnurkse püstsamba ruumala arvamiseks valem

$$M = a.k$$

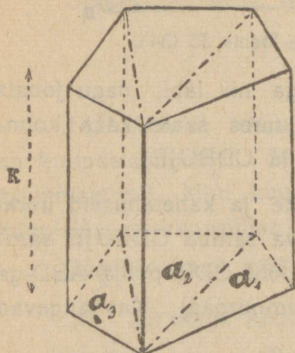
sünnib, kus „a“ põhja pindala ruutmõõtudes, „k“ aga kõrgust pikusemõõtudes näitab. Lühidalt öeldakse: *et kolmnurkse püstsamba ruumala välja arvata, on tarvis põhja kõrgusega korrutada*. „Põhja“ ja „kõrguse“ all tuleb muidugi sellekohaseid arve mõista.

19. Arvake nüüd selle valemi järgi saadud kolmnurksete püstsammaste ruumala välja ja võrrelge saadud arvu varemini saaduga (12 kuupsm.)!

Arvake kolmnurkse püstsamba mudeli ruumala välja!

20. Joonis 36-dal on mitmenurkne püstsammaste kujutatud. Et teada saada, kuidas nii-

Teiste püstsammaste ruumala arvamine.



Joonis 36 (35).

terve viisnurkse
püstsamba ruumala

suguse püstsamba ruumala välja arvata, jagame ta mõttes kolmnurkseteks püstsammasteks. Kõigil nendel on üks ja seesama kõrgus, mida „ k “-ga tähendame. Esimese kolmnurkse püstsamba põhja pindala tähendame — a_1 , teise oma — a_2 , kolmanda oma — a_3 , siis on

esimese samba ruumala $a_1 \times k$,

teise oma $a_2 \times k$,

kolmanda „ $a_3 \times k$,

$$(a_1 \times k) + (a_2 \times k) + (a_3 \times k).$$

Selle asemel, et iga põhja (a_1 , a_2 ja a_3) eraldi kõrgusega korrutada, võime korrada terve põhja, see on $a_1 + a_2 + a_3$ (mida lühidalt a -ga tähendame) k -ga korrutada. Nii saame valemi:

$$M = a.k$$

mis tähendab: et püstsamba ruumala välja arvata, on tarvis ta põhi kõrgusega korrutada.

21. Arvake mitmesuguste püstsammaste mudelite ruumala!

22. Kui me sõõrsammast (silindrit), nagu varemini, vaatleme kui püstsammast, millel on otsatu palju külgtahke, siis leiame, et ka silindri ruumala väljaarvamiseks on tarvis põhi kõrgusega korrutada.

Silindri ruumala arvamine.

Kui põhja raadiust „ r “-ga tähendada, kõrgust — „ k “-ga, ruumala — „ M “-ga, siis saame valemi:

$$M = \pi.r^2.k$$

23. Arvake silindri ruumala välja, kui:

$$1) r = 2 \text{ sm.}, k = 5 \text{ sm.};$$

$$2) r = 1,5 \text{ „}, k = 5\frac{1}{2} \text{ „}$$

$$3) r = 0,5 \text{ m.}, k = 20 \text{ „}$$

24. Arvake välja hõõriku raudkangi raskus, kui kangi pikkus 2 m., läbimõõt 4 sm. on, ja kui teada on, et kuupsm. rauda 7,8 grammi kaalub!

25. Et püramiidi ruumala arvamiseks teed leida, valmistame võrdlemiseks ühesuguse põhja ja ühesuguse kõrgusega püstsamba ja püramiidi.

Püramiidi ruumala arvamine.

Et meil joonis 15-da järgi valmistatud püramiid juba on, siis valmistame veel samasuguse põhja ja kõrgusega püstsamba; põhja serva pikkus peab temal muidugi 4 sm. olema; et kõrgust teada saada, mõõtke püramiidi kõrgus ära (hoidke püstipandud püramiidi kõrval mõõtpuu. püsti*). Sambal jätke üks ots (põhi) lahti, samuti lõigake ka püramiidi põhi lahti!

Nüüd täitke püramiid puhta peene liivaga triiki (tasaselt ääreni) ja kallake see liiv sambasse! Korrake sedasama niikaua, kui sammas täis saab! — Teie märkate, et sambasse parajasti kolm püramiiditäit liiva läheb, see tähendab, et *püramiidi ruumala 3 korda vähem on kui samba oma.*

Kui teistsuguse püramiidi ja sambaga, millel ühesugune põhi ja kõrgus on, kõike seda kordate, siis märkate sedasama.

Siit järgneb: *püramiidi ruumala on kolm korda vähem kui püstsamba ruumala, millel temaga ühesugune põhi ja kõrgus on.*

26. Kui püstsamba põhja pindala „a“ ja kõrgus „k“ on, siis on tema maht $M = a.k$.

Samasuguse aluse ja kõrguse püramiidi ruumala on kolm korda vähem, s. o.

$$\frac{a.k}{3} \text{ ehk } \frac{1}{3} a.k$$

Lühidalt öeldakse: *et püramiidi ruumala välja arvata, on tarvis tema põhja korrutada kõrguse kolmandikuga.*

*) Et veel täpsemalt toimetada, kujutage täisnurkne $\triangle$, mille üks kaatet 2 sm., hüpotenuus 8 sm. oleks; teine kaatet annab siis täpikäalt püramiidi kõrguse (kui ka tarvilise sambakõrguse).

27. Arvake niisuguse nelinurkse korrapärase püramiidi ruumala välja, mille põhja serva pikkus on 5 sm., kõrgus aga 9 sm.!

28. Koonuse ruumala arvamise tee leiame, kui teda vaatleme kui püramiidi, millel otsatu palju külgtahke. Kergesti järeldame siis, et *koonuse ruumala arvamiseks on tarvis tema põhja korrutada kõrguse kolmandikuga.*

Koonuse ruumala arvamine.

Kui koonuse põhja raadiuse pikkus „r“ on, tema kõrgus aga „k“, siis on

$$M = \pi \cdot r^2 \times \frac{1}{3} k = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot k$$

29. Olgu näiteks, $r = 6$ sm., $k = 10$; siis on

$$M = \frac{3,14 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 10}{3} = 376,8 \text{ (kuupsm.)}$$

30. Arvake koonuse ruumala välja, kui

1) $r = 1,5$ sm., $k = 2,0$ sm.,

2) $r = 10$ „ $k = 8\frac{1}{4}$ „

3) $r = 25$ „ $k = 0,5$ „

31. Mitu kuupmeetrit on kuhjas heinu, kui kuhja põhja läbimõõt 3 meetrit, kõrgus 5 m. on (mõeldud on, et kuhjal on koonuse kuju).

Kui palju maksab koonusekujuline männipuu tüvi, kui tema kõige suurem läbimõõt 0,6 m., kõrgus aga 20 m. on, kui ta kant-meeter läbisegi 18 marka maksab?

Suhkrupää kõige suurem läbimõõt on 15 sm., kõrgus 45 sm. Kui palju kaalub ta, kui kuupsm. suhkru raskus 1,7 grammi on?

32. Meie võime kujutella, et kera koosneb otsatu hulga väikestest püramiididest, mille kõigil tipud kera keskpunktis koos on, kuna nende põhjad kera pinnal moodustavad. Kõrguseks on kõigil kera raadius. Siit järeneb (võrdle II õpelaasta, sõõri pindala arvamine), et kera ruumala sama suur on, kui püramiidil, mille põhi kera pindalaga ühesuurune, kõrgus aga kera raadiuse pikkune on

Keraruumala arvamine.

Nii siis: *kera ruumala arvamiseks on tarvis tema pindala raadiusega korrutada ja saadud arv kolmega jagada.*

On raadiuse pikkus r , siis on kera pindala $4\pi r^2$, kera ruumala $= 4\pi r^2 \times \frac{1}{3} r \sqrt{= \frac{4}{3} \pi r^3}$.

Valem:

$$M = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

33. Võtke mõõtklaas, kallake temasse vett ja märkige vee pinna kõrgus ära. Nüüd hõõritage vahast kera, mis väga parajasti klaasi sisse läheks. Kui selle kera vee sisse vajutate, siis tõuseb mõõtklaasis veepind sel määral, kui palju vett kera välja tõrjub. Väljatõrjutud vee hulk kujutab endisele tasapinnale silindri, mille ruumala kera ruumalaga ühesuurune on. — Selle silindri raadius on teada, mõõtke ainult ta kõrgus ära! Kui seda kõrgust raadiusega võrdlete, siis leiate, et tema $1\frac{1}{3}$ raadiusest on.

Kui mõõtklaasi raadiuse, sellega siis ka silindri ja kera raadiuse, „ r “ -ga tähendame, siis on

silindri põhja pindala — πr^2 ,

silindri kõrgus — $1\frac{1}{3} r = \frac{4}{3} r$,

silindri ruumala ehk kera ruumala — $\pi r^2 \times \frac{4}{3} r = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Niisamasuguse arvu saime varem.

34. Arvame kera ruumala välja, kui tema raadiuse pikkus on 3 sm.

Valemi järgi on siis

$$M = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3} = 113,04 \text{ (kuupsm.)}$$

35. Arvake kera ruumala välja, kui tema raadiuse pikkus on:
1) 1 sm.; 2) 10 sm.; 3) 2 sm.; 4) 0,3 m.; 5) 1,2 sm.!

Arvake kera ruumala välja, kui tema läbimõõt on:

1) 12 sm.; 2) 1 m.; 3) 5 sm.!

36. Poolkera-kujulise paja läbimõõt on 1,2 m.; mitu kuupmeetrit vett mahub temasse?

Gloobuse läbimõõt on 45 sm.; arvake tema poolitaja pikkus, pindala ja ruumala välja!

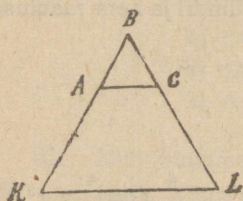
Maakera raadius on umbes 6378 kilomeetrit pikk; arvake ta pindala ja ruumala välja!

Raudkera seisab kaalus pinnal; tema kõrgus on 12 sm. Arvake välja: 1) kui kaugele jookseb see kera 10 keeruga; 2) kui suur on ta pindala; 3) kui suur on ta ruumala; 4) kui palju ta kaalub (raud on veest 7,8 korda raskem)!

§ 5. Vahekorrad. Võrre. Kolmnurkade taosus.

1. Joonistage päberile mingisugune $\triangle ABC$ (joon. 37). Pikendage üht tema külge, näiteks AB-d, kolm korda ja kujutage pikendatud küljele uus $\triangle$, millel sama suured nurgad oleksid, kui $\triangle ABC$ -l! Kõige hõlpsam on seda nii teha:

Võrdelised
suurused.



Joonis 37.

pikendatud külje otsast tõmmata joon KL, mis KB-ga samasuguse nurga sünnitab, kui AC-gi, ja külg BC-d pikendada joone KL-ni.

Tekib uus $\triangle KBL$. Kõik tema kolm nurka on niisama suured, kui $\triangle ABC$ -l (sest $\sphericalangle B$ on mõlematel ühine, $\sphericalangle BKL$ on kujutamise poolest juba sama suur kui $\sphericalangle BAC$; kui kaks nurka juba ühesugused on, siis ei

saa ka kolmandad nurgad isesugused olla, sest igas $\triangle$ -as on nurkade summa 180°), külg KB on aga kolm korda pikem, kui külg AB.

Võrrelge nüüd külge BL-i BC-ga!

Mida te märkate?

Võrrelge külge KL-i AC-ga!

Me näeme, et kõik kolmnurga küljed kolm korda on pikenenud.

Joonistage uus $\triangle$, suurendage üht tema külge 5 korda, nurki muutmata jättes! Võrrelge uue $\triangle$ -ga külgi vana $\triangle$ -ga külgedega (ikka neid külgi teineteisega, mis ühesuuruste nurkade vastas asuvad)!

Mida te märkate?

Me näeme: kui kolmnurga üht külge mitu korda pikendada, nurgad aga muutmata jätta, siis pikenevad ka $\triangle$ -ga teised küljed sama palju kordselt.

2. Arvu, mis näitab, mitu korda üks suurus teisest suurem ehk vähem on, nimetatakse suhte (vahekorra) näitajaks ehk, lühidalt,

suhteks (vahekorraaks). Nii on külje KB ja AB (joon. 37) suhe 3, mida lühidalt nii kirjutatakse: $KB : AB = 3$; loe: „KB ja AB suhe on 3“.

Missugune on BL ja BC vahekord? KL ja AC suhe?

3. Me nägime, et kui üht $\triangle$ -ga külge muuta, nurki samasugusteks jättes, siis muutuvad teisedki küljed samasuguses suhtes.

Suurusi, mis üksteisest nii olenevad, et ühe muutumisega (näiteks 2, 3, 4 . . . korda) ka teine samasuguses vahekorras (2, 3, 4 . . . korda) muutub, nimetatakse **võrdelisteks (proportsionaalseteks) suurusteks.**

Nii on kolmnurga küljed, kui nurgad muutmata jäävad, võrdelised suurused.

Võrdelisi suurusi ei ole mitte vähe. Nii teame, et kui veekogu 2, 3, 4 . . . korda suurendada, siis tema raskus ka sama palju korda suureneb. Järelikult on teatava aine kogu ja raskus võrdelised suurused.

Kauba hulk ja hind on ka võrdelised suurused, kui aga kauba väärtus muutmata jääb.

4. Kas on võrdelised suurused:

- 1) tööpäevade arv ja tasu?
- 2) niitjate arv ja mahaniidetava heina vakamaade arv (kui niitjad ühesuguse jõuga ja heinamaa ühesugune on)?
- 3) kootud kanga pikkus ja kudumisetundide arv?
- 4) püstküliku kõrgus ja pindala, kui alus muutmata jääb?
- 5) nurk ja tema kaar?
- 6) õõ ja päeva pikkus?
- 7) püstküliku alus ja kõrgus, kui pindala muutmata jääb?
- 8) sõõri raadius ja pindala?
- 9) täisnurkse rööptahuka kõrgus ja ruumala, kui põhi muutmata jääb?
- 10) kera raadius ja ruumala?

Tooge veel võrdeliste suuruste näiteid!

5. Kui õgvikud paaristikku võrdses vahekorras on, siis nimetatakse neid ka võrdelisteks õgvikuteks.

Võrre.

Säärased on, näiteks, joonis 37rd dal õgvikud KB, AB, BL, BC . . . sest $KB : AB = 3$, $BL : BC = 3$. . .

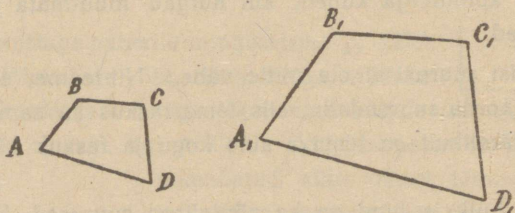
Nende õgvikute suhte võrdust tähele pannes võime kirjutada:

$$KB : AB = BL : BC, \text{ ehk } \frac{KB}{AB} = \frac{BL}{BC}.$$

Niisugust *suhete võrdust nimetatakse võrdeks (vahekord-
ühtluseks).*

6. Kujutage nelinurk ABCD (joonis 38)!
Pääle selle kujutage uus nelinurk $A_1B_1C_1D_1$,
mille nurgad sama suured oleksid, kus ABCD-l, küljed aga kõik
kaks korda pikemad kui ABCD-l!

Taosus.



Joonis 38.

J u h a t u s: Kujutamist võib nii toimetada: kujutada $\angle B_1A_1D_1$, mis $\angle BAD$ -ga ühesuurune oleks; ühele haarale asetada õgvik A_1B_1 , mis AB-st kaks korda suurem oleks, ja teisele haarale õgvik A_1D_1 , mis AD-st 2 korda suurem oleks; B_1 juurde $\angle ABD$ suurune nurk kujutada ja D_1 juurde $\angle ADC$ suurune nurk. Tarviline nelinurk ongi valmis. Kui järele mõõdate, leiate et

$$\angle B_1C_1D_1 = \angle BCD,$$

B_1C_1 on kaks korda pikem kui BC ja

D_1C_1 " " " " " " CD.

Me näeme, et *mõlemad nelinurgad kujult täiesti ühesugused on; lahku lähevad nad ainult suuruse poolest.*

Kujutage uus nelinurk, millel küll nurgad sama suured oleksid kui ABCD-l, külgedest aga üks kaks korda pikem kui vastav külge ABCD-l, teine kolm korda pikem kui vastav külge ABCD-l, kolmas ja neljas — nagu nad kujutusel iseenesest välja tulevad!

T ä h e n d u s: „Vastavate“ külgede all on need mõeldud, mis ühesuguste nurkade tippe ühendavad.

Kas tuleb uus nelinurk oma kuju poolest ABCD-d meelde?

Kujutage nüüd veel nelinurk, millel küljed 2 korda pikemad oleksid kui ABCD-l, nurgad aga teistsugused kui ABCD-l!

Kas tuletab see uus nelinurk oma kuju poolest ABCD-d meelde?

7. Ühesuguse külgede arvuga hulknurki nimetatakse taosteks (sarnasteks), kui ühe nurgad sama suured ja samas järjekorras on kui teisel, vastavad küljed aga võrdelised.

Niisugused on, näiteks, nelinurgad ABCD ja $A_1B_1C_1D_1$ joonis 38-dal, niisugused on ka kolmnurgad ABC ja KBL joon. 37-dal.

8. Me nägime, et kaks kolmnurka on taosad (sarnased), kui ühe nurgad teise $\triangle$ -ga nurkadega ühesuurused on.

Kolmnurkade taosus.

Joonistage mingisugune kolmnurk KLM; võtke õgvik K_1L_1 ja kujutage temale $\triangle K_1L_1M_1$, mis kolmnurga KLM taone oleks!

9. Joonistage kolmnurk ABC ja kujutage siis uus $\triangle A_1B_1C_1$, mille küljed ABC külgedest 3 korda pikemad oleksid!

Võrrelge $\triangle ABC$ ja $\triangle A_1B_1C_1$ nurki!

Joonistage kolmnurk KLM ja siis uus kolmnurk $K_1L_1M_1$, mille küljed poole lühemad oleksid kui $\triangle KLM$ küljed!

Võrrelge $\triangle KLM$ ja $\triangle K_1L_1M_1$ nurki!

Mida te märkade?

Kaks kolmnurka on taosad (sarnased), kui ühe küljed teise $\triangle$ -ga külgedega võrdelised on.

Joonistage kolm kolmnurka, mis kõik taosad oleksid, kuna teise küljed esimese omadest 2, kolmanda küljed teise omadest ka 2 korda pikemad oleksid!

10. Joonistage kaks ühesuurust nurka; esimese haaradele asetage õgvikud, mille pikkus 2 ja 1,5 sm.; teise haaradele õgvikud, mille pikkus vastavalt 6 ja 4,5 sm. (3 korda pikemad) oleks! Ühendage õgvikute otsad! Võrrelge ühe saadud kolmnurga kaht uut nurka teise kolmnurga kahe uue nurgaga! Võrrelge kolmandaid külgi!

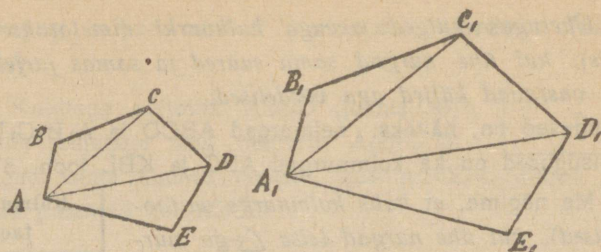
Me näeme, et saadud $\triangle$ -ad taosad on.

Joonistage veel kaks $\triangle$ -a, millel ühe kaks külge teise $\triangle$ -ga kahe küljega võrdelised oleksid, nurgad aga nende külgede vahel ühesuurused! — Võrrelge teisi nurki, kolmandaid külgi!

Me näeme: kaks kolmnurka on taosad (sarnased), kui ühe kaks külge teise $\triangle$ -ga kahe küljega võrdelised (vahekordühtlased) ja nurgad nende külgede vahel aga võrdsed on.

11. Antud on hulknurk $ABCDE$ (j. 39) ja õgvik A_1E_1 ; on tarvis A_1E_1 -le hulknurk kujutada, mis $ABCDE$ taone oleks.

Teiste hulknur-
kade taosus.



Joonis 39.

Tõmbame $ABCDE$ -s diagonaalid AD ja AC . Hulknurk jaguneb $\triangle$ -deks. — Kõige päält kujutame õgvik A_1E_1 -le kolmnurga, mis $\triangle ADE$ taone oleks; selleks kujutame A_1 juurde nurga, mis $\angle DAE$ -ga võrdne. E_1 juurde nurga, mis $\angle AED$ -ga võrdne; tekib $\triangle A_1E_1D_1$, mis $\triangle AED$ taone. Nüüd kujutame samal viisil õgvik A_1D_1 -le $\triangle$ -ga $A_1D_1C_1$, mis $\triangle ACD$ taone oleks, ja siis külge A_1C_1 -le $\triangle$ -ga $A_1C_1B_1$, mis $\triangle ACB$ taone oleks.

Hulknurga $A_1B_1C_1D_1E_1$ nurgad peavad hulknurga $ABCDE$ nurkade ühesuurused olema, sest nad on sama suurtest osadest kokku pandud, kui $ABCDE$ nurgad (võrrelge mõõtes).

Võrrelge $A_1B_1C_1D_1E_1$ külgi $ABCDE$ vastavate külgedega! Mida te märkate?

Me näeme, et ülesanne on arendatud; $A_1B_1C_1D_1E_1$ ongi nõutud hulknurk, mis $ABCDE$ taone.

12. Eelmise ülesande lahendamisest järgneb: kui kaks hulknurka ühesugusest arvust vastamisi taostest (sarnastest) kolmnurkadest koos seisavad, siis on nad ise ka taosed (sarnased).

Joonistage ruut $KLMN$ ja siis nelinurk $PRST$, mis tema taone oleks! — Kas on ka $PRST$ ruut?

13. Joonistage kaks korrapärast kuusnurka! Võrrelge nende nurki ja külgi!

Joonistage kaks korrapärast kaheksanurka! Võrrelge nende nurki ja külgi!

Kaks ühenimelist korrapärast hulknurka on taosed (sarnased).

14. Leidke ümberolevalt asjult ühtivaid võrdpindseid ja taoseid hulknurke!

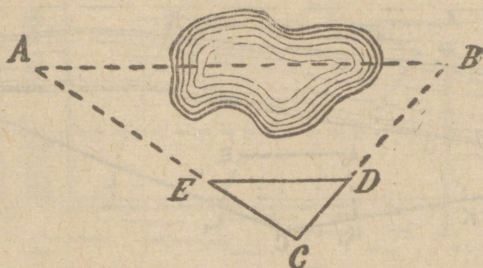
15. Taoste $\triangle$ -ade abil võib väga huvitavaid kaugusemõõtmisi toimetada. Järgmised ülesanded näitavad, kuidas seda tehakse.

Taoste $\triangle$ -ade tarvitamine kauguste mõõtmisel.

Ülesanne I: Tarvis on kaugus kahe punkti A ja B vahel teada saada; nende vahel olev tiik (järv, mets, soo või m.) aga takistab seda.

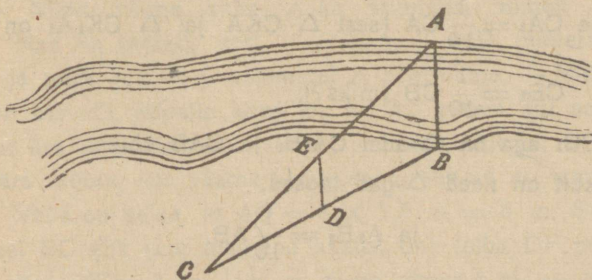
Niisuguse ülesande lahendasime varemini (vaata 2 osa § 2, p. 43) ühtivate $\triangle$ -ade abil. Taoste $\triangle$ -ade abil võib seda järgmiselt teha.

A-st kui ka B-st tähtsime õgvad jooned välja, mis teineteist



Joonis 40.

punkt C-s lõikavad (joon. 40). Ühe joone, näit. BC, mõõdame ära, tema pikkusest võtame mingisuguse osa, näiteks kolmanda, ja mõõdame selle osa (CD) C juurest alates välja. D-st tõmbame joone DE nii, et $\angle CDE = \angle CBA$. Tekib $\triangle CDE$, mis $\triangle CBA$ taone on. Et aga $CB : CD = 3$, siis on ka $AB : ED = 3$. ED pikkuse mõõdame ära, saadud arvu korrutame kolmega, ja AB pikkus ongi käes.



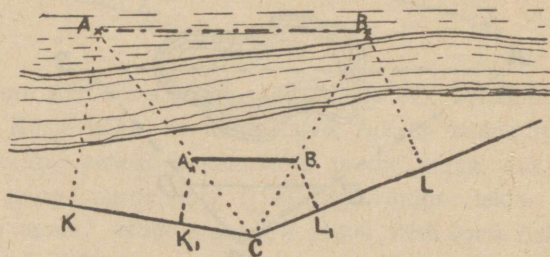
Joonis 41.

Mõõtke sel viisil mõned kaugused ära ja katsuge teistsuguse mõõtmisega järele!

16. Ülesanne II: Tarvis on jõe laius AB ära mõõta (joon. 41).

Mingisugusest punkt C-st tähtsime A ja B pääle sihtivad õgvad jooned. Õgviku CB mõõdame ära ja võtame tema mingisuguse osa, näiteks poole (CD), C juurest arvates, ja tõmbame punkt D-st joone DE nii, et $\angle CDE = \angle CBA$. Õgviku ED mõõdame ära. Selge on, et AB kaks korda pikem on kui ED. Kui $ED = 6$ m., siis on jõe laius AB 12 m.

17. Ülesanne III: Mõõtke ära kaugus kahe punkti A ja B vahel, millele kummalegi juurde ei pääse (joon. 42)!



Joonis 42.

Valime välja punkti C nii, et temast A ja B näha oleksid. Tõmbame C-st vabalt kaks joont (CL ning CK), ja tõmbame ühele nendest A-st ristjoone AK (ekkeri abil; v. I osa § 8, p. 3) ja teisele B-st ristjoone BL. KC-st võtame mingi osa, näiteks $\frac{1}{10}$ -u, olgu see K_1C , ja LC-st sama osa ($\frac{1}{10}$) L_1C . K_1 -hest tõmbame KC-le ristjoone K_1A_1 ja L_1 -hest LC-le ristjoone L_1B_1 .

Saame $CA_1 = \frac{1}{10} CA$ (sest $\triangle CKA$ ja $\triangle CK_1A_1$ on taosed),

$CB_1 = \frac{1}{10} CB$ (miks?),

$\angle A_1CB_1$ aga on $\triangle$ -adel CA_1B_1 ja CAB ühine.

Järelikult on need $\triangle$ -gad taosed,

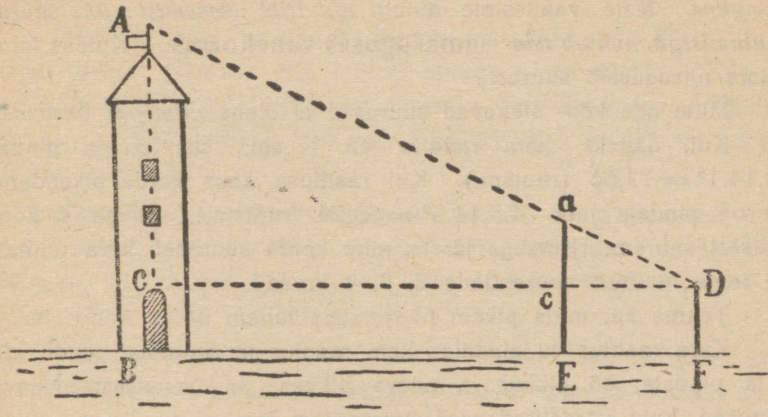
ja $A_1B_1 = \frac{1}{10} AB$.

A_1B_1 mõõdame ära, ja tema pikkuse järgi leiame AB pikkuse.

18. Mõõtke näidatud viisil niisugust kaugust, mida ka otseteel mõõta saab, ja katsuge mõõtmise täpsus järele!

19. Ülesanne IV: Mõõtke torni kõrgus AB ära (joon. 43)!

Päiksepaistelise ilmaga on seda kerge varju abil mõõta: lööme mõõdetud pikkusega teiba püsti ja mõõdame niihästi torni kui ka teiba varju pikkuse ära. Nii mitu korda kui torni vari teiba varjust pikem on, niipalju kordi on ka torn ise teibast pikem. Siit ei ole raske torni kõrgust kätte saada.



Joonis 43.

20. Et jutustatud viisil mitte alati võimalik ei ole mõõta, siis olgu ka teine mõõtmiseviis juhutatud.

Tornist eemale lööme kaks isepikkusega teivast püsti (loodis) maa sisse, nii et mõlemate teivaste ülemised otsad D ja a ja torni tipp ühel õgval joonel (AD) asuksid. Kaallaua abil võtame sihi DC. — Nüüd võime kaks $\triangle$ -ka kujutella, nimelt $\triangle ADC$ ja $\triangle aDc$. Nad on taoseõd, sest $\angle ACD = \angle acD$ (mõlemad on täisnurgad) ja nurk ADC on mõlematel $\triangle$ -adel ühine. — Mitu korda CD pikem on kui cD, niipalju kordi on ka AC pikem kui ac. CD ja cD mõõdame ära ja leiame nende suhte: see olgu, näiteks, 4; kui teivaste pikkus ära mõõta, siis saame nende vahe, see on ac teada; see olgu 1,5 m. Nüüd on selge, et $AC = 4 \times 1,5 \text{ m.} = 6 \text{ m.}$ Sellele arvule tuleb veel BC ehk (kui maapind kaalus on) teiba DF pikkus juurde panna. Kui $DF = 1 \text{ m.}$, siis on terve kõrgus $6 \text{ m.} + 1 \text{ m.} = 7 \text{ m.}$

21. Mõõtke näidatud viisil puude, piksevarda j. n. e. kõrgust!

§ 6 (5). Graafikud.

1. Eelmises paragrahvis tutvusime niisuguste suurustega, mis üksteisest **olenevad**: ühe suuruse muutumisega muutub ka teine. See olenemine on õige mitmesugune. Meie vaatlesime ainult üht liiki olenemist: ühe suuruse muutumisega muutub teine **samasuguses vahekorras**. — Kuidas nimetasime niisuguseid suurusi?

Olenevatest suurustest.

Mitte aga kõik olenevad suurused ei olene *niimoodi* üksteisest.

Kui, näiteks, kera raadius on 1 sm., siis on ta pindala $4,3,14,1^2 = 12,56$ (ruutsm.). Kui raadiuse kaks korda pikendame, siis on pindala juba $4,3,14,2^2 = 50,24$ (ruutsm.), sellega 4 korda endisest suurem. Katsuge järele, mitu korda suureneb kera ruumala, kui tema raadiust suurendada 2, 3, 4 korda!

Teame ka, mida pikem päev, seda lühem öö.

Kera raadius ja pindala, kera raadius ja ruumala, ruudu külg ja ta pindala, öö pikkus ja päeva pikkus, on üksteisest olenevad suurused, kuid *võrdelised need suurused ei ole*.

Millest seda tunneme?

2. Suuruste mitmesugust olenemist üksteisest kujutatakse ülevaatlikult **graafikute abil**.

Tutvume mõne näitega. Enne seda on aga tarvis lähemalt tutvuda punkti koha määramisega tasapinnal.

3 (1). Juba varem tarvitasime *ruudulist paberit* teatud suurusega kolmnurkade ja nelinurkade kujutamise puhul, mitmete kehade pinnalaotuse joonistamisel j. n. e., ja teame juba, kui hõlpus on antud eeskuju abil ruudulisele paberile üsna keerulisi kujusid joonistada.

Ruudulise paberi tähtsus.

Katsuge joonteta paberile, näiteks, joonis 8-dal näidatud kuju joonistada! — Kas on seda kerge teha?

Mispärast on aga kujusid kerge ruudulisele paberile joonistada?

Esiteks sellepärast, et sellel paberil hõlpus on rist- ja rööpjooni tõmmata, sest et seesuguseid sääl juba palju valmis on, ja teiseks, sellepärast, et sellel paberil kerge on ühe punkti seisu teiste punktide ja joontega võrreldes kindlaks määrata.

Vaatleme ligemalt, kuidas seda tehakse.

4 (2). Võtke igaüks leht ruudulist paberit; leidke kaks ristiolevat äärt, kus joon otse äärekest mööda läheks (kui niisuguseid ei leidu, siis lõigake kaks ülearust äärt kääridega ära), ja pange leht nii oma ette lauale, et üks nendest äärtest pahemale käele, teine — alla pöörduks!

Eelharjutused.

Näidake lehel niisugune punkt, mis pahemast äärest 1 sm. eemal oleks! Näidake veel mõned niisugused punktid! — Kus asuvad kõik punktid, mis pahemast äärest 1 sm. eemal on? Näidake, kus asuvad kõik punktid, mis pahemast äärest 2 sm., 3 sm., 5 sm., 10 sm. eemal on!

Näidake lehel mõned niisugused punktid, mis alumisest äärest 1 sm. eemal oleksid! Kus asuvad kõik niisugused punktid? — Näidake, kus asuvad kõik punktid, mis alumisest äärest 2 sm., 4 sm., 8 sm. eemal on!

Näidake veel kord, kus asuvad punktid, mis alumisest äärest 1 sm. kaugel on, ja näidake nendest niisugune, mis pahemast küljest 1 sm., 9 sm., 3 sm., 7 sm. eemal oleks!

Näidake, kus asuvad punktid, mis pahemast äärest 3 sm. eemal on, ja valige nende seast see välja, mis alumisest äärest 1 sm., 2 sm., 3 sm., 10 sm. kaugel on!

Näidake punkt, mis pahemast äärest 5 sm., alumisest äärest 8 sm. eemal oleks! Näidake punkt, mis mõlemast äärtest 6 sm. eemal oleks!

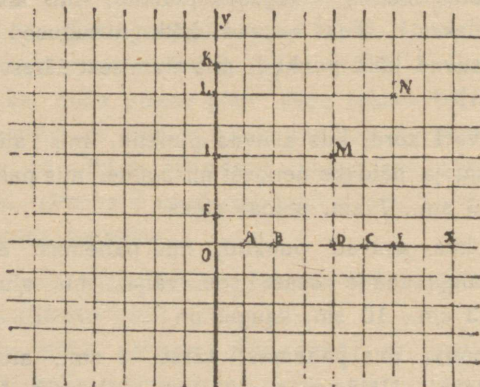
5 (4). Näidake punkt, mis eemal oleks:

1)	alumisest äärest	4 sm.,	pahemast äärest	7 sm.;
2)	"	"	7	" " " 2 "
3)	"	"	10	" " " 11 "
4)	"	"	8	" " " 20 "
5)	"	"	9	" " " 0 "
6)	"	"	0	" " " 15 "
7)	"	"	2,5	" " " 4 "
8)	"	"	4	" " " 4 "
9)	"	"	3	" " " 3 "
10)	"	"	2	" " " 2 "
11)	"	"	1	" " " 1 "
12)	"	"	0	" " " 0 !

Märkige paberile mõned punktid ja tehke kindlaks, kui kaugel on igaüks nendest alumisest ja pahemast äärest!

6. Valige ligikaudu lehe keskkohal punkt O (j. 44) välja ja tõmmake temast kaalus õgev joon OX ja loodis õgev joon OY läbi! Leidke kaalus joonel punkt A, mis joon OY-ist 1 sm. paremale poole oleks, punkt B, mis samast joonest 2 sm. paremale poole oleks! Kaugusi OA-d (1 sm.) ja OB-d (2 sm.) nimetatakse punktide **abstsissideks**; nii on punkt A abstsiss 1 sm., punkt B abstsiss 2 sm., punkt C abstsiss 5 sm. Kui suur on punkt E abstsiss?

Abstsiss.



Joonis 44 (37).

7. Leidke joonel OX punktid, mille abstsissid oleksid: 1) 4 sm., 2) 7 sm., 3) 3,5 sm.!

8. Leidke joonel OY punkt F, mis OX-st 1 sm. ülevalpool oleks; punkt I — OX-st 3 sm. ülevalpool!

Ordinaat.

Kaugusi OF-i (1 sm.), OI-d (3 sm.) j. n. e. nimetatakse punktide **ordinaatideks**.

Nii on punkt F-i ordinaat 1 sm., punkt I ordinaat — 3 sm., punkt K ordinaat 6 sm.

Kui suur on punkt L-i ordinaat?

9. Leidke OY-il punktid, mille ordinaadid oleksid: 1) 2 sm., 2) 4 sm., 3) 10 sm., 4) 4,5 sm.!

10. Märkige joonel OX-il mõned punktid ära ja leidke igaühe ordinaat! Märkige joonel OX-il mõned punktid ära ja leidke igaühe abstsiss!

11. Kaalus joont OX-i nimetatakse *abstsisssteljeks*, loodis joont OY-it — *ordinaatteljeks*.

Abstsissstelg ja ordinaattelg.

12. Leidke punkt, mis OY-ist 4 sm. paremale poole oleks; näidake veel punkt, mis OY-ist 4 sm. paremale poole oleks; näidake veel niisugune punkt! Näidake, kus asuvad kõik niisugused punktid! Kõigi nende punktide abstsiss on 4 sm. ja kõik need punktid asuvad ristjoonel, mis punkt D-st OX-le tõmmatud.

Punkti koordinaadid.

Näidake, kus asuvad kõik punktid, mille abstsiss on: 1) 6 sm., 2) 1 sm., 3) 2,5 sm.!

Näidake ja ütelge, kus asuvad kõik punktid, mille *ordinaat* on: 1) 4 sm., 2) 1 sm., 3) 3,5 sm.!

13. Pöörduge veel punktide juurde tagasi, mille abstsiss 4 sm. on ja valige nendest 3 sm.-lise ordinaadiga punkt välja! Näidake teda! Märkige ta M-tähega ära; tõmmake temast ordinaatide teljele ristjoon alla! Ristjoon MI on abstsisssteljega rööbiti ja on OD pikkune, see tähendab, et ta oma pikkusega punkt M-i abstsissi kujutab; ristjoon MD on ordinaatteljega rööbiti ja OF pikkune, nii et ta punkt M-i ordinaati kujutab.

14. Punkt M-i abstsissi ja ordinaati nimetatakse tema **koordinaatideks**. Punkt O-d nimetatakse **koordinaatide alguseks**.

15. Leidke punkt, mille abstsiss 6 sm. ja ordinaat 5 sm. oleks!

Punkti leidmine koordinaatide järgi.

Seda toimetage järgmiselt: piki abstsissstelge lugege 6 sm. O juurest alates paremale poole, punkt E-st tõmmake ristjoon üles (ruudulisel paberil on niisugune ristjoon juba olemas) ja temale asetage E juurest alates 5 sm. pikkune õgvik! Punkt N on otsitav. Kuidas võib punkt N-i teistmoodi leida?

16. Tingimisi kirjutatakse punkti koordinaadid klambrites tema nimega kõrvuti, kusjuures abstsiss esimesele kohale asetatakse; nii tähendab kirjutus „punkt M (4;3)“, et punkt M-i abstsiss = 4 sm. ja ordinaat = 3 sm.

17. Märkige omale ruudulisele paberile järgmiste koordinaatidega punktid: punkt P (1;1), punkt R (1;2), punkt S (2;3), punkt T (3;4), punkt U (2;5), punkt V (10;10), punkt Z ($2\frac{1}{2}$;3)!

18. Kui suur on ordinaat punkt A-l, mis abtsisssteljel asub? Kui suur on ordinaatteljel asuva punkt I abtsiss?

Punkt D-l on järgmised koordinaadid: (4;0), punkt L-il — (0;5) (vaata joonis 44).

Märkige: punkt H (0;8), punkt G (12;0)!

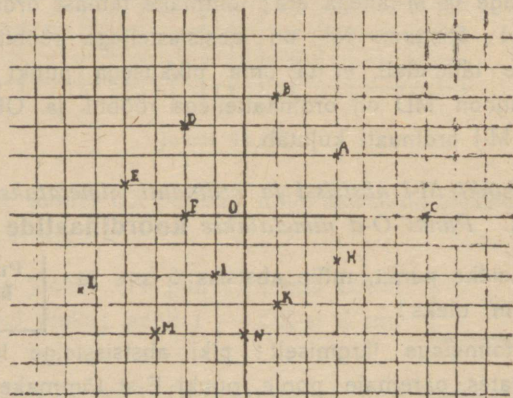
19. Joonistage oma lehe teisele küljele uuesti koordinaatide teljed! Tähendage neid, nagu varemini: OX ja OY!

Punkti koordinaatide määramine.

Sissepoole nurka XOY-ilt asetage mõned punktid ja tehke nende koordinaadid kindlaks, järgmist tabelit kirjutades:

punkt A (. . .),
 „ (. . .),
 „ (. . .) jne.!

Tehke punktide A, B ja C (j. 45) koordinaadid kindlaks ja



Joonis 45 (38).

kandke nad oma lehele üle, see tähendab: märkige oma lehele vastavalt samasuguste koordinaatidega punktid!

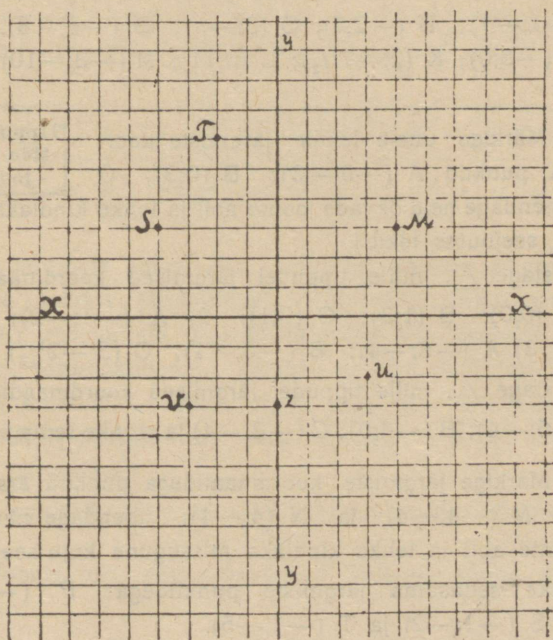
20. Märkige järgmised punktid: N (2;1), P (4;3) ja R (1;4); ühendage nad õkvade joontega ja tehke kindlaks, missugune kuju tekib!

21. Siia maani vaatlesime ainult niisuguste punktide koordinaate, mis abstsissstelist mitte alamal ega ordinaatide teljest vasemal ei asu. Kas on aga võimalik ka teiste meie lehel asuvate punktide seisukohta koordinaatide abil ära määrata?

Teiselpool telge
asuvate punktide
koordinaadid.

On kergesti võimalik. Selleks teeme järgmised tingimused:

1) Vasemal pool OY-it asuvate punktide abstsisside ette kirjutame vahetegemiseks märgi „—“ (miinus); nii kirjutame punkt S-i (vaata j. 46) abstsissi järgmiselt: — 4.



Joonis 46 (39).

2) Allpool OX-i asuvate punktide ordinaatide ette kirjutame vahetegemiseks ka märgi „—“, nii et punkt U (j. 46) ordinaat järgmiselt avaldub: — 2.

Sellega kokkukõlas on joonis 46-dal asuvatel punktidel järgmised koordinaadid: T (—2;6); S (—4;3); U (3;—2); V (—3; —3); Z (0;—3).

22. Joonistage uuele lehele koordinaatteljed, märkige samale lehele hulgake punkte, tehke igaühe koordinaadid kindlaks ja kirjutage vastused, nagu varemini näidatud, tabelisse!

Tehke kõigi joonis 45-dal tähtedega tähendatud punktide koordinaadid kindlaks ja kirjutage nad üles!

23. Missuguses telgede nurgas asuvad punktid, mille koordinaatidel mõlematel märk miinus ees on? Kus asuvad punktid, millel ainult ordinaat miinusega on? Kus asuvad punktid, millel ainult abstsiss miinusega on?

24. Märkige uuele lehele järgmiste koordinaatidega punktid:

A $(-1; -1)$; B $(-2; 7)$; C $(3; -5)$; D $(-8; -8)$; E $(0; 6)$; F $(0; -6)$; I $(-5; 0)$; K $(2; -7\frac{1}{2})$; L $(0; 11)$; M $(-3; -10)$; N $(-6; 6)$; O $(0; 0)$.

25. Märkige uuele lehele järgmiste koordinaatidega punktid A $(-3; -3)$; B $(0; 3)$; O $(4; -3)$; ühendage neid õkvade joonte abil ja tehke kindlaks, missuguse kujuline $\triangle$ seejuures tekib!

Tippude koordinaatide järgi kujude joonistamine.

Joonistage $\triangle$, mille tippudel järgmised koordinaadid oleksid:

1) A $(0; 0)$; B $(1; 3)$; C $(3; 1)$; 2) A $(-1; -2)$; B $(-1; 2)$; C $(2; -2)$; 3) A $(-3; -4)$; B $(-3; -1)$; C $(3; -2\frac{1}{2})$.

Joonistage $\triangle$, mille tippudel järgmised koordinaadid on:

A $(-6; -4)$; B $(-4; 0)$; C $(-2; -4)$ ja arvake tema pindala välja!

26. Märkige järgmiste koordinaatidega punktid ära: K $(4; 4)$; L $(-4; 4)$; M $(-4; -4)$ ja N $(4; -4)$; ühendage nad järjestikku õkvade joonte abil ja tehke kindlaks, missugune kuju seejuures tekib!

Korrake sedasama järgmiste punktidega: P $(-4; -5)$; R $(-4; -2)$; S $(-1; -2)$ ja T $(-1; -5)$.

27. Joonistage püstkülik ja leidke tema tippude koordinaadid!

28. Märkige järgmised punktid ära: A $(-3; 3)$; B $(-3; -3)$; C $(-1; 3)$; D $(0; -3)$; E $(1; 3)$; F $(2; -3)$; ühendage need punktid järjestikku õkvade joonte abil, vaadeldge tähelepanelikult joont ABCDEF, pikendage teda kuuest uuest punktist (J, K, L, M, N ja P) läbi nii, et joone kuju mitte ei muutuks, ja tehke nende uute punktide koordinaadid kindlaks!

Mitmesugused ülesanded.

29. Ruudulist paberit mööda jooksis kärbes, ja nimelt järgmistest punktidest läbi: A (—5;—2); B (—3;—1); C (—2;0); O (0;0); D (1;1); E (4;2); F (6;2). Joonistage kärbe tee paberile!

30. Keegi tahtis paastukuu õhusoojuse kõikumist nägelikult kujutada; seks mõõtis ta igapäev 1-sest kunni 31-se paastukuu-päevani kella ühe ajal päeval õhusoojust ja kirjutas saadud arvud üles; kuu lõpuks sai ta järgmise tabeli:

Suurnuse muutmise kujutamine graafiku abil.

Kuupäev	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Õhusooj. kell 1 p.	2°	—1°	—5°	—7°	0°	3°	5°	—2°	—8°	—6°	—1°	2°	2°	3°	1½°	
Kuupäev	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Õhusooj. kell 1 p.	0°	—5°	1°	—4°	4°	5°	7°	6°	3°	2°	0°	4°	6°	1°	4°	6°

Nende andmete põhjal sai ta joonis 40-nda järgmisel viisil: abstsisssteljele märkis järgimööda kuupäevad (vaata arvud 1—31 joonis 47-dal), ristjoontele aga asetvas vastavate päevade õhusoojuse kraadide arvu (ordinaatidena), soojuse kraadid abstsisssteljest kõrgemale, külma kraadid — sellest teljest alamale. (Lühidalt: punktide abstsisse määras päevade arv kuu algusest arvates, ordinaate — kraadiklaasi näitamine.)

Tehke punktide M ja N (j. 47) koordinaadid kindlaks!

31. Joonis oli väga õpetlik. Katsuge tema järgi kindlaks teha:

1) missugune õhusoojus oli 6-dal, 10-dal ja 26-dal paastukuu-päeval;

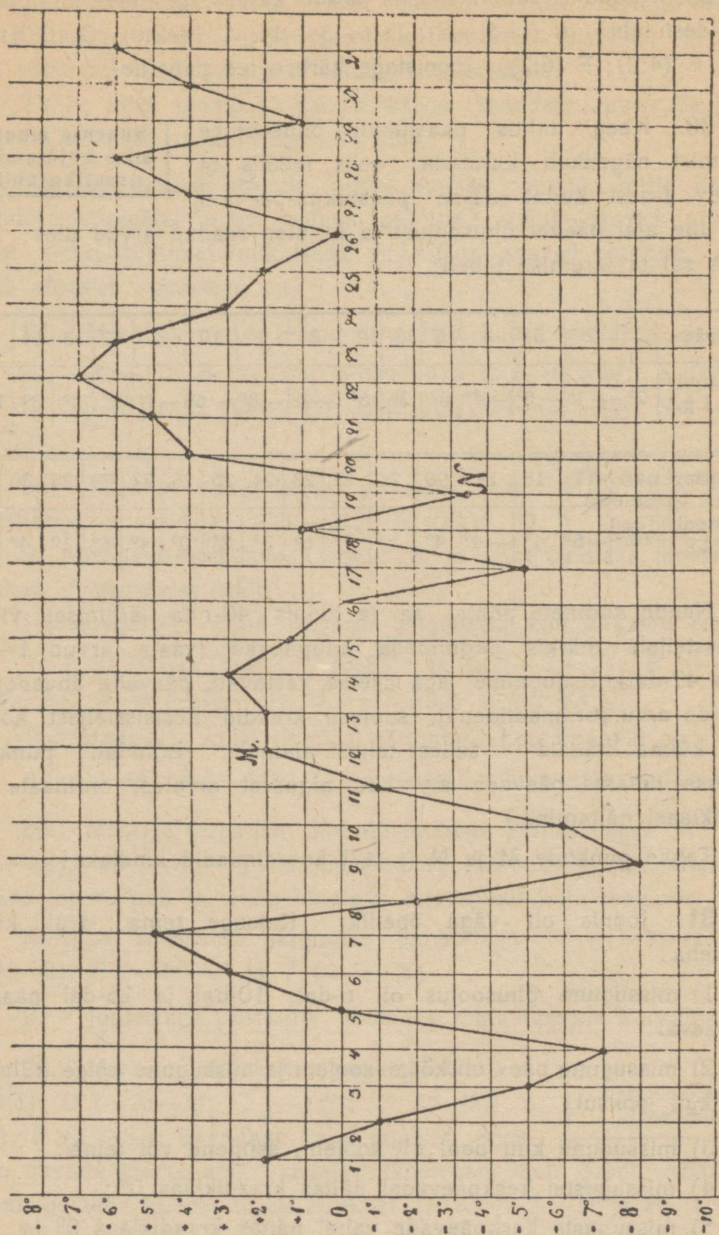
2) missugune päev oli kõige soojem ja missugune kõige külmem terve kuu jooksul;

3) missugune kuu pool oli soojem, esimene või teine;

4) missugustel keskpäevadel näitas kraadiklaas 0°;

5) missuguste keskpäevade vahel näitas kraadiklaas 0° ja

6) kuu keskmine õhusoojus välja rehkendada!



Joonis 47 (40).

32. Sama aasta jürikuu keskpäevane õhusoojus oli järgmine:

Kuupäev	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Õhusooj. kell 1 p.	5°	5°	4 ¹ / ₂ °	3°	1°	—1 ¹ / ₂ °	0°	0°	0°	2°	2 ¹ / ₂ °	3°	3°	—2°	1

Kuupäev	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Õhusooj. kell 1 p.	0°	1°	4°	5°	5°	6 ¹ / ₂ °	7°	6°	6 ¹ / ₂ °	5°	4°	0°	1°	4°	6°

Nende andmete järgi joonistage õhusoojuse kõikumise joon ehk nõndanimetatud „õhusoojuse graafik“!

33. Akna taga ripub soojanäitaja; igal hommikul vaadake kella 9 ajal, kui palju ta näitab, ja kirjutage saadud arvud iseäralisele lehele; seda tehke terve kuu jooksul; saadud arvude abil joonistage õhusoojuse graafik homsest päevast alates kunni järgmise kuu samasuguse kuupäevani!

34. Palume neid teie seltsimehi, kellel see võimalik on, homme iga tunni tagant õhusoojus üles kirjutada kellast 7-mest hommikul alates kunni kella 10-ni õhtul. Saadud arvud teatavad nad meile ja meie joonistame nende järele homse päeva õhusoojuse graafiku.

35. Kellel kodus kehasoojuse mõõtmiseks soojamõõtja on, need kirjutagu täna pärast lõunat iga tunni tagant oma kehasoojus üles ja joonistagu *kehasoojuse graafik*. Seejuures võtke ordinaatideks üle ja alla 37 (loomuliku kehasoojuse) olevate pügalate kümnendikud.

**Kehasoojuse
graafik.**

36. Kui toop piima maksab 10 marka, siis maksab 2 toopi 20 marka jne.

Saame tabeli

Toopide arv	0	1	2	3
Hind	0	10	20	30

Joonistage selle järgi graafik, mis näitaks, kuidas toopide arvu kasvamisega kasvab hind!

37. Joonistage veel mõnede olenevate suuruste olenemise graafikud!

§ 7 (6). Sümmeetria.

1. Pange paberileht kahekorra kokku, lõigake temast mingisugune kuju välja (j. 48 AB), nii et kokkumurdmise joon (AB) mitte kõik kuju küljest ära ei eraldu, ja siis laotage paber uuesti laiali (j. 48 A_1B_1)!

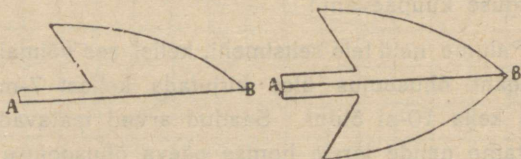
Sümmeetriline kuju.
Sümmeetria telg.

Saadud **kuju on** kokkumurdmise **joone A_1B_1 suhtes sümmeetriline**. Joont A_1B_1 nimetatakse **sümmeetria teljeks**.

Selsamal viisil lõigake ruudulisest paberist mitmed sümmeetrilised kujud välja, tõmmake igaühes sümmeetria telg ja kleepige nad kaustikusse!

2. Pange ruuduline paber piki mingit joont kokku ja lõigake täisnurkne kolmnurk välja nii, et üks kaatetest kokkumurdmise joonel asuks; laotage saadud kuju laiali ja tehke kindlaks, mis liiki ta on ja missugune joon sümmeetria teljeks on!

Mõne kuju sümmeetria teljed.



Joonis 48 (41).

3. Samuti lõigake välja:

- 1) poolsõõr, tema lähimõõtu piki kokkumurdmise joont juhtides;
 - 2) püstkülik, üht külge piki kokkumurdmise joont juhtides;
 - 3) pool rombi, nurkjoont piki kokkumurdmise joont juhtides;
- ja tehke kindlaks, missugust liiki sümmeetriline kuju tekib igal juhtumisel ja missugune joon on igaühes sümmeetria teljeks!

4. Lõigake ruudulisest paberist järgmised kujud välja:

- 1) võrdkülgne $\triangle$,
- 2) võrdhaarne $\triangle$,
- 3) ruut,
- 4) püstkülik,
- 5) rõõpkülik,
- 6) sõõr,
- 7) poolsõõr,
- 8) täisnurkne $\triangle$ ja

9) nürinurkne Δ , — ja neid kahekorra kokku pannes tehke kindlaks, missugusel nendest kujudest on sümmeetria telg ja missugusel mitte; tehke ka kindlaks, missugusel nendest kujudest on kaks (või enam) sümmeetria telge!

5. Teie märkate, et sümmeetria teljeks on:

1) võrdkülgse Δ -as — iga kõrgusejoon;

2) võrdhaarse Δ -as — kõrgusejoon;

3) ruudus — iga nurkjoon ja iga õgev joon, mis ruudu keskpunktist läbi läheb ja mingisugusele küljele risti on;

4) püstkülilikus — ainult õgavad jooned, mis nurkjoonte lõikepunktist läbi lähevad ja mingisugusele küljele risti on;

5) sõõris — iga läbimõõt;

6) poolsõõris — raadius, mis läbimõõdule risti on;

— rööpkülilikus ja täisnurkses ning nürinurkses Δ -as ei ole sümmeetria telge.

6. Joonistage sõõr ja tõmmake temasse sümmeetria telg (läbimõõt). Seadke nüüd peegel nii, et ta sõõri pinnale risti oleks ja et ta äär piki sümmeetria telge läheks!

Peegelkujud.

Vaadake sõõri seda osa, mida peegel ei varja, ja tema kujutust peeglis!

Te märkate, et poolsõõr ja tema kujutus peeglis täielise sõõri sünnitavad. *Kuju ja tema peegelkuju sünnitavad (ikka) uue kuju, mis peegli ääre suhtes sümmeetriline on.*

7. Pange peegel äärega mitmesuguste kujude vastu — nii et peegli pind nende kujude pinnale risti oleks — ja pange neid sümmeetrilisi kujusid tähele, mida kujud ja nende peegelkujud sünnitavad!

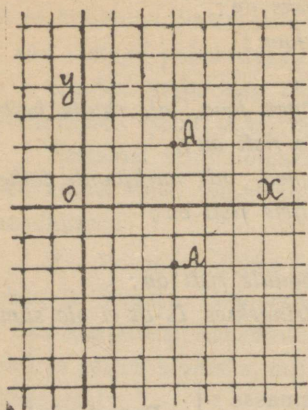
Leidke ümberolevatelt asjadelt hästi palju kujusid, millel sümmeetria telg oleks (nagu: aken, lagi, tahvel, rist, ratas, taime leht jne.).

8. Joonistage pliiatsiga ruudulisele paberile koordinaatide teljed (koordinaadistik), märkige tindiga punkt A (3;2) ja pange joonis, enne kui tint ära kuivaks, piki abstsissitelge (OX) kokku! Punkt A jätab teisele poole abstsisside telge jälje A_1 (j. 49).

Sümmeetrilised punktid.

Punkte A-d ja A_1 -t nimetatakse sümmeetrilisteks õgva joone OX suhtes. Üleüldse, kui kaks punkti A ja A_1 on niimoodi asetatud,

et nad ühte langevad, kui joonist mingisugust joont OX -i mööda kokku murda, siis nimetatakse neid punkte A -d ja A_1 -t **sümmeetrilisteks selle joone OX suhtes**. Joont OX -i nimetatakse **sümmeetria teljeks**.



Joonis 49 (42).

9. Ühendage punktid A ja A_1 õgva joone abil! Joon AA_1 lõikub telje OX -ga mingisuguses punktis, mida M -iga tähen-dame. — Tehke kindlaks: 1) missugu-sed on jooned AA ja OX oma sihi poo-lest vastastikku; 2) missugused on ise-keskis õgvikud AM ja A_1M !

Sümmeetria telg (OX) on sümmeetri-lisi punkte ühendavale joonele (AA_1) risti ja läheb selle joone keskkohast läbi.

10. Kujutage veel mõned paarid joone OX suhtes sümmeetrilisi punkte (samale lehele), tehke kõigi punktide koor-dinaadid kindlaks ja võrrelge neid igas paaris eraldi!

Märkige punkt N (3; 2) ja leidke punkt, mis temale sümmeet-riline oleks ordinaattelje OY suhtes!

11. Märkige punktid A (4; 5) ja A_1 (4; -5) ja tehke kindlaks, kas nad ei ole mitte abstsissitelje suhtes sümmeetrilised!

Seesama tehke järgmiste punktide kohta selgeks:

- 1) B (6; $2\frac{1}{2}$) ja B_1 (6; $-2\frac{1}{2}$);
- 2) C (-2; 4) ja C_1 (-2; -4);
- 3) D (0; 5) ja D_1 (0; -5);
- 4) E (-1; -3) ja E_1 (-1; 3);
- 5) F (4; 4) ja F_1 (5; -4);
- 6) G (2; 6) ja G_1 (2; 5)!

12. Tehke kindlaks, kas järgmised punktid ei ole mitte süm-meetrilised paaristikku ordinaattelje suhtes:

- 1) H (4; 5) ja H_1 (-4; 5);
- 2) I (3; -2) ja I_1 (-3; -2);
- 3) K (1; $3\frac{1}{2}$) ja K_1 (-1; $3\frac{1}{2}$);
- 4) L (-6; -6) ja L_1 (6; -6);
- 5) M (4; 3) ja M_1 (-4; 3).

13. Kujutage punktid, mis järgmistele punktidele abstsissitelje suhtes sümmeetrilised oleksid:

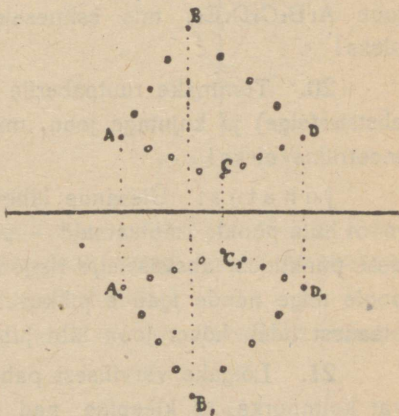
- 1) A (3; 2);
- 2) B (4; -2);
- 3) C (-2; 3);
- 4) D (-2 $\frac{1}{2}$; -3);
- 5) E (0; 5)!

Kujutage punktid, mis nendele viiele punktile ordinaattelje suhtes sümmeetrilised oleksid!

14. Pange ruuduline paber mingit joont mööda kahekorra ja pistke temast sirkli teravikuga mõni hulk augukesi läbi, mis mingi kuju sünnitaksid! Kui pärast seda paberi lahti võtate, siis võite näha, et **kaks kuju** on tekkinud, mis kokkumurdmise joone suhtes sümmeetrilised on (j. 50).

Kaks joone suhtes sümmeetrilist kuju.

15. Ühendage õkvade joonte abil paaristikku need punktid, mis teraviku ühe piste läbi tekkisid! Üks nendest ühendusjoontest, näit. AA₁, lõikugu kokkumurdmise joonega punkt „a“-s, teine — BB₁-ga — punkt „b“-s jne. Kui joonis uuesti sama joont mööda kokku murda, siis langeb punkt A punkt A₁-ga ühte, B — B₁-ga jne. Õgvik Aa langeb A₁a-ga ühte, Bb — B₁b-ga jne. Me näeme et sümmeetria telg (kokkumurdmise joon) on risti igale õgvale joonele, mis ühendab paaristikku sümmeetrilisi punkte, (AA₁-le, BB₁-le, CC₁-le jne.) ja jagab igaühe nendest joontest pooleks (Aa = A₁a, Bb = B₁b . . .).



Joonis 50 (43).

16. Kui kaks kuju (ABCD ja A₁B₁C₁D₁) on nii asetatud, et nad joonise teatud joont mööda kokkupanemisel ühte langevad, siis nimetatakse neid kujusid sümmeetrilisteks selle joone suhtes. Seda joont nimetatakse kujude sümmeetria teljeks.

Sümmeetria telg on risti igale õgvale joonele, mis sümmeetriliste kujude paaristikku sümmeetrilisi punkte ühendab ja jagab iga niisuguse joone pooleks.

Silmanähtav on, et kaks sümmeetrilist kuju on omavahel ühtivad.

17. Joonistage ruutulisele paberile kolm punkti: A (1;2), B (3;5) ja C (4;1), ja siis kolm punkti A_1 , B_1 ja C_1 , mis esimesele abstsissitelje suhtes vastavalt sümmeetrilised oleksid! Kujutage $\triangle ABC$ ja $\triangle A_1B_1C_1$!

Pange joonis abstsissitelje mööda kokku ja tehke kindlaks, kas need $\triangle$ -ad ei ole mitte abstsissitelje suhtes sümmeetrilised!

18. Kujutage $\triangle$ järgmiste tippude koordinaatide järgi: D (—5; —1), E (—1; —1) ja F (—4; —6), ja siis $\triangle$, mis esimesele ordinaattitelje suhtes sümmeetriline oleks!

19. Märkige punktid: A (—4; 2), B (—2;3), C (—1; 4), D (0; 1) ja E (3; 3) ja ühendage nad järjestikku õkvade joontega. Tekib joon ABCDE; kujutage joon $A_1B_1C_1D_1E_1$, mis esimesele abstsissitelje suhtes sümmeetriline oleks!

Sümmeetrilised
jooned.

20. Tõmmake ruutpaberile vabal käel kõver joon (ülespoole abstsissitelje) ja kujutage joon, mis temale abstsissitelje suhtes sümmeetriline oleks!

Juhatus: Ülesande lahendamiseks on tarvis kõveral joonel mõni hulk punkte (tähtsamaid — pöördekohtadel) ära tähendada, nendest punktidest abstsissitelje ristjooned alla tõmmata ja neid teisele poole telge nende igauhe pikkuse võrra pikendada; nende pikenduste otsadest tuleb kõver joon läbi juhtida.

21. Lõigake värvilisest paberist kaks ühtivat kolmnurka ja kleepige nad sümmeetriliselt mingi joone suhtes ruutpaberile!

Mitmesugused
ülesanded.

Asetage lauale kaks sulge sümmeetriliselt pliiatsi suhtes! — Nimetage looduses kujusid, mis mingisuguste õkvade joonte suhtes sümmeetrilised on!

22. Asetage mingi asi peegli ette ja vaadelge selle asja ja tema peegelkuju sümmeetrilisust peegli pinna suhtes!

Sümmeetria
tasapind.

Peegli pind on siin **sümmeetria tasapinnaks**.

Nimetage veel mõned *kehad*, mis mingi *tasapinna* suhtes sümmeetriliselt asetatud oleksid!

Asetage kaks kuupi sümmeetriliselt paberilehe suhtes!

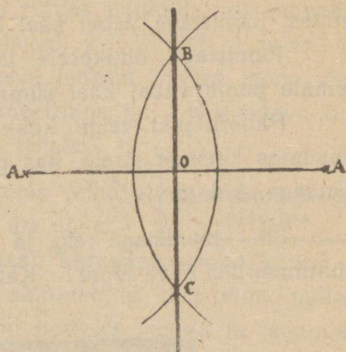
Nimetage asju, millel sümmeetria tasapind oleks!

23. Nimetage inimese keha sümmeetrilisi osasid! Hoidke omi käsi mitesümmeetriliselt; sümmeetriliselt!

24. On antud punktid A ja A_1 (j. 51); tõmmake ühe ja sellesama raadiusega A -st ja A_1 -st kaared; need kaared lõikugu teineteisega B -s ja C -s; pärast seda tõmmake B -st ja C -st õgev joon läbi ja murdke joonis seda joont mööda kokku! Teie märkate, et punktid A ja A_1 joone BC suhtes sümmeetrilised on. Nii on siis saadud joon BC antud punktide sümmeetria teljeks.

Märkige uus paar punkte ja kujutage nende sümmeetria telg!

25. Pöördugem punktide A ja A_1 (j. 51) juurde veel kord tagasi. — Ühendame A ja A_1 õgva joone abil. — Missugused on BC ja AA_1 vastastikku oma sihi poolest? — Missugused on AO ja A_1O omavahel?



Joonis 51 (43).

Jutustage nüüd: 1) kuidas saab mingit õgvikut sirkli ja joonlaua abil pooleks jagada; 2) kuidas saab antud õgviku keskkohast ristjoont läbi tõmmata (ilma nurklaua ja mallita)!

Joonistage võrdkülgne ja võrdhaarne $\triangle$ ja tõmmake kummassegi sümmeetria telg!

26. Joonistage ruutpaberile ruut $ABCD$ ja kandke ta teisele kohale üle, nii et punkt A_1 (A omal uuel kohal) A -st 10 sm. kaugel oleks!

Sümmeetriline ülekandmine.

Juhatus: On tarvis punkt A_1 10 sentimeetri kaugusel A -st ära märkida ja punktide A ja A_1 sümmeetria telg KL tõmmata, ja ruut $A_1B_1C_1D_1$ kujutada, mis $ABCD$ -le telje KL suhtes sümmeetriline oleks.

27. Joonistage ruut ja kandke ta uuele kohale nii üle, et ta keskpunkt 12 sm. edasi nihkuks!

Joonistage $\triangle ABC$ (ilma joonteta paberile) ja kandke ta uuele kohale sümmeetriliselt nii üle, et ta tipp A mingisse enne valitud punkti A_1 -sse üle kanduks!

28. Joonistage ruutpaberile $\triangle$, ruut ja isekülgne nelinurk, ja siis — vabal käel — kujud, mis esimestele sümmeetrilised oleksid (mingi joone suhtes)!

Sümmeetriliste
kujude joonistamine
vabal käel.

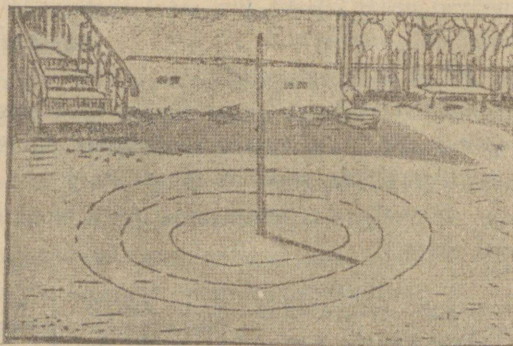
Tõmmake ruutpaberile õgev joon, ja siis kujutage vabal käel kaks õkva joont, mis esimese joone suhtes sümmeetrilised oleksid!

29. Tõmmake ruutpaberile õgev joon; teda sümmeetria teljeks võttes, joonistage vabal käel kaks sümmeetrilist kuju!

Joonistage õhukesele joonteta paberile telg ja siis temast mõlemale poole vabal käel sümmeetrilised punktid!

Paberit piki telge kokku pannes ja temast vastu valgust läbi vaadates katsuge järele, kas punktid tõesti sümmeetrilised on, ja parandage, kui tarvis!

30. Joonistage telg, ja temast mõlemale poole vabal käel kaks sümmeetrilist õkva joont! Katsuge järele ja parandage, nagu varemini!



Joonis 52 (44).

Joonistage vabal käel kaks sümmeetrilist kuju; katsuge järele ja parandage!

31. Joonistage mingi kuju ABCD ja kandke ta uuele kohale (vabal käel joonistades), punkti A_1 ette välja valides!

32. Seadke tasasele platsile võimalikult kindlalt 2 meetri pikkune teivas loodis püsti (j. 52)! Päikesepaistelisel päeval heidab teivas varju. Sellel ajal toimetame järgmisi huvitavaid vaatlemisi; punkt kell 8 hommikul tähendame

Mitmesugused
tööd.

kivikesega teiba varju otsa ära, samuti punkt kell 9, punkt 10, punkt 11, otse keskpäeval, punkt kell 1, punkt 2, 3, 4 päale lõunat.

Nüüd hindame: 1) millal on vari kõige lühem? 2) missugustel tundidel on varjud ühepikkused?

Tõmmake keskpäeva-joon! — Missugused on kell 8 hom. ja kell 4 p. l. tähendatud punktid vastastikku keskpäeva-joone suhtes?

Missugused on keskpäeva joone suhtes punktid, mis tähendatud: 1) kell 9 ja kell 3; 2) kell 10 ja kell 2; 3) kell 11 ja kell 1?

Me näeme, et teiba varju ots päeva jooksul kõvera joone tõmbab, mis keskpäeva joone suhtes sümmeetriline on. Keskpäeva-joon on siis selle kõvera joone sümmeetria teljeks.

33. Ütleme, et teie teiba varju otsa seisukoha kell 7 hommikul ja kell 5 p. l. ära tähendasite; teisi andmeid ei ole; kuidas saab keskpäeva-joone kätte?

Keskpäeva-joone leidmine.

On tarvis tähendatud punktide sümmeetria telg leida, milleks kaugus nende punktide vahel tarvis on pooleks jagada ja jagamispunkt teiba alusega ühendada. — Mispärast on saadud joon sümmeetria teljeks (keskpäeva-jooneks)?

34. Tõmmake teiba ümber mõned siirud nii, et teivas nende keskpunktis seisaks. Nüüd on võimalik varju pikkust tähele panna ja keskpäeva-joont leida ilma kella abita. Katsuge seda silmapilku tabada, millal vari kõige lühem on, ja keskpäeva-joont tõmmata! Seda on raske teha, sest varju pikkus muutub keskpäeva ümber väga vähe. Sellepärast teeme homme järgmise tähelepaneku. Tähendame punkti ära, kus varju ots hommikul mingist siirust läbi läheb (teibale liginedes), ja pärast lõunat — punkti, kus varju ots uuesti samast siirust läbi läheb (teibast kaugenedes). Äramärgitud punktid on keskpäeva joone suhtes sümmeetrilised, nii et keskpäeva-joon nende vahelt nendest ühekaugusel läbi läheb.

Keskpäeva-joone leiame kätte. . . Ärge unustage kompassi abil oma töö täpsust järele katsuda!

35. Joonistage rõõpkülik ja tõmmake teemas nurkjooned! Nurkjooned lõikuvad üksteisega mingis punkt O-s (j. 53). Tõmmake punkt O-st mõned õgavad jooned läbi nii, et nad rõõpküliku külgedeni ulataksid!

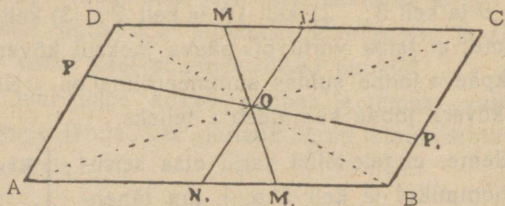
Kaks punkti, mis kolmanda suhtes sümmeetrilised on.

Üks nendest lõikugu rõõpküliku külgedega punktides M ja M₁. — Võrrelge nüüd õgvikuid OM ja OM₁-ht üksteisega! — Teie mär-

gate, et õgvik MM_1 punkt O-s pooleks jaguneb. Teie märkate, et ka teised õgvikud punkt O-s pooleks jagunevad.

Kaht punkti M-i ja M_1 -st, mis punkt O-ga ühel õgval joonel asuvad ja temast ühekaugusel on, nimetatakse sümmeetrilisteks punkti O suhtes; punkt O-d nimetatakse sümmeetria keskpunktiks.

Näidake omal joonisel mõned O suhtes sümmeetriliste punktide paarid!



Joonis 53 (45).

36. Märkige paberile punkt A, tõmmake temast mõned jooned läbi ja tähendage igale joonele kaks punkti, mis A suhtes sümmeetrilised oleksid!

37. Märkige paberile punktid O ja A; võtke punkt O sümmeetria keskpunktiks ja leidke punkt A_1 , mis A-le O suhtes sümmeetriline oleks!

38. Joonistage $\triangle ABC$; valige temast väljaspool punkt O ja leidke punktid A_1 , B_1 ja C_1 , mis keskpunkti O suhtes tippudele A, B ja C-le vastavalt sümmeetrilised oleksid!

Punkti suhtes sümmeetrilised kujud.

Punktid A_1 , B_1 ja C_1 ühendage õkvade joonte abil (j. 54). Kolmnurga ABC mingil küljel valige missugune tahes punkt D ja tehke kindlaks, et $\triangle$ -ga $A_1B_1C_1$ vastaval küljel punkt D_1 leidub, mis D-le O suhtes sümmeetriline on!

Kolmnurki ABC-d ja $A_1B_1C_1$ -ht nimetatakse sümmeetrilisteks punkt O suhtes. Üleüldse, kaht kuju nimetatakse sümmeetrilisteks punkt O suhtes, kui ühe kuju kõik punktid teise kuju punktidele punkt O suhtes sümmeetrilised on.

39. Joonistage paberilehele veel $\triangle$, valige temast väljaspool punkt O ja kujutage uus $\triangle$, mis esimesele punkt O suhtes sümmeetriline oleks!

Lõigake üks nendest $\triangle$ -adest välja ja võrrelge teda teisega!

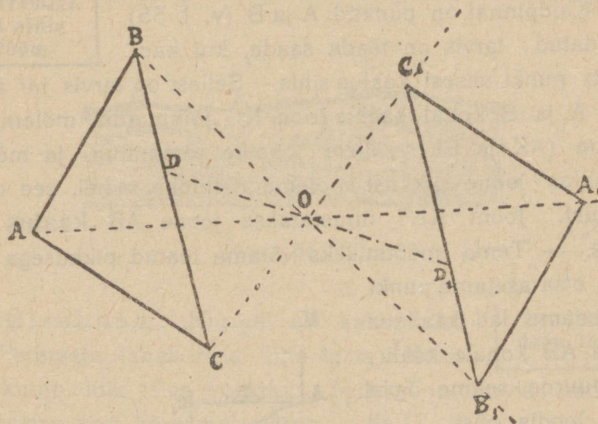
Korrake sedasama nelinurgaga; kuusnurgaga!

Sümmeetrilised kujud on isekeskis ühtivad.

Joonistage sõõr, ja siis uus sõõr, mis esimesele mingi punkti suhtes sümmeetriline oleks. Korrake sedasama mingi teistsuguse kujuga!

40. Joonistage $\triangle$, kandke ta teise kohta üle: esiteks sümmeetriliselt mingi õgva joone suhtes, ja siis mingi sellel joonel asuva punkti suhtes!

Võrrelge saadud kolmnurki!



Joonis 54 (46).

41. Kinnitage nööpnõopidega paberileht seinatahvi külge; joonistage lehele rõõpkülik ja tõmmake viimases nurkjooned! Nurkjoonte lõikepunktist pistke nööpnõel läbi tahvlisse. Pääle seda lõigake rõõpkülik noaga välja! Nüüd pöörake rõõpkülikut nööpnõela ümber ja pange tähele, mis juhtub, kui teie teda 180° (pool tervest pöörangust) võrra olete pööanud! Võrrelge ka harjutus 37-daga!

Antud kuju sümmeetria keskpunkt.

Rõõpküliku nurkjoonte lõikepunkt on tema sümmeetria keskpunktiks.

42. Nimetage veel mõned kujud, millel sümmeetria keskpunkt olemas on!

Joonistage kuju, millel on sümmeetria keskpunkt!

43. Joonistage kaks kuju, mis mingi punkti suhtes sümmeetrilised oleksid, ja jutustage, kuidas üht nendest tuleks pöörata, et ta teisega ühte langeks!

§ 8 (7). Loodimine.

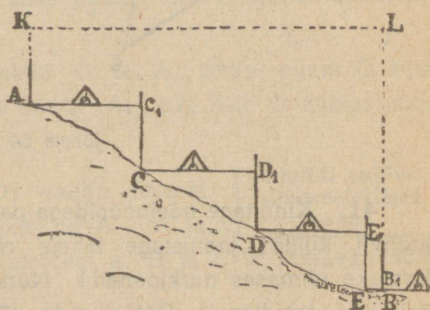
1. Maapind on harva tasane ja kaalus; sellepärast 1) on maamõõtmise juures tihti või-matu joonte pikkust maapinda mõõda mõõta, vaid tuleb kaugust kahe punkti vahel kaalus sihis arvata; 2) on sagedasti tarvis teada saada, kui palju üks maapinna punkt teisest kõrgemal asub. Mõlemaid ülesandeid saab **loodimise** abil lahendada.

Loodimise tarve.

2. Kaldpinnal on punktid A ja B (v. j. 55) ära tähendatud; tarvis on teada saada, kui kaugel on üks punkt teisest kaalus sihis. Sellest on tarvis nii aru saada, kui oleks A ja B kohal kaalus joon KL tõmmatud, mõlemast punktist ristjoon (AK ja BL) sellele joonele tõmmatud, ja mõõta oleks tarvis kaalus joone pikkust mõlema ristjoone vahel, see on õgviku KL pikkust. Joont KL'i nimetatakse joone AB **kaalus projektsiooniks**. — Tema mõõtmiseks võtame teatud pikkusega õgva lati

Astmevlisi kaalus sihis kauguse mõõtmine.

AC₁; ühe otsa asetame punkt A-sse ja seame lati kaallaua abil joone AB kohale kaalu; otsa C₁ juurde seame õgva lati CC₁ loodis püsti. Lati pikkus annab siis joone AC kaalus projektsiooni pikkuse. Lati paigutame nüüd uude seisu CD₁-sse ja saame CD kaalus projektsiooni... Niimoodi *astmeviisi* edasi lii-



Joonis 55 (47).

kudes saame terve joone AB kaalus projektsiooni pikkuse

$$AC_1 + CD_1 + DE_1 + EB_1 = KL.$$

3. Valige kaldpinnal kaks punkti ja mõõtke kaugus nende vahel kaalus sihis ära!

Märkige kaks punkti ära, üks ühel, teine teisel pool küngast! Mõõtke kaugus nende vahel kaalus sihis ära ja ka maapinda mõõda! Võrrelge mõlemaid pikkusi!

4. Samal astmeviisi mõõtmisel on ka kerge leida, kui palju punkt A punkt B-st (j. 55) kõrgemal on. Selleks on tarvis C-s, D-s

j. n. e loodis püsti seatava lati asemele mõõtpuu võtta ja tähele panna, kui palju punkt C_1 — C-st, punkt D_1 — D-st jne. kõrgemal on. Summa $CC_1 + DD_1 + EE_1 + BB_1$ näitab, kui palju A — B-st kõrgemal on.

5. Valige kaks punkti ja mõõtke ära, kui palju üks nendest kõrgemal on kui teine!

Valige järve ehk jõe ligiduses punkt välja ja tehke loodimise abil kindlaks, kui palju ta vee pinnast kõrgemal on!



Joonis 56 (48).

6. Ülesanne. Nurmel on kaks loiku (j. 56). Peremees tahab neid ühte lasta. Küsimus on, kumb loik teise voolaks. Selleks on tarvis teada saada, kummas loigus vesi kõrgemal seisab. —

Loodimisriistadega loodimine.

Mõlema loigu äärde seatakse mõõtpuu otse vee äärde loodis püsti. Üht mõõtpuud vastu pannakse kaallaud nii, et ta alumine äär kaalus oleks. Selle ääre sihis (ab sihis) vaatab üks loodijatest, kuna teine teise loigu ääres seisvat mõõtpuud mööda mingisugust märki (kätt, joonlauda . . .) esimese juhutuse järele üles ehk alla nihutab, kunni see märk joone ab pääle juhtub. Siis vaadatakse mõlematel mõõtpuudel, kui pikk osa mõõtpuud on allpool ab-d. Kui, näiteks, $Bb = 1,32$ m. ja $Aa = 1,51$ m., siis on punkt B punkt A-st 19 sm. kõrgemal, sellega siis ka veepind loigus B 19 sm. kõrgemal kui loigus A.

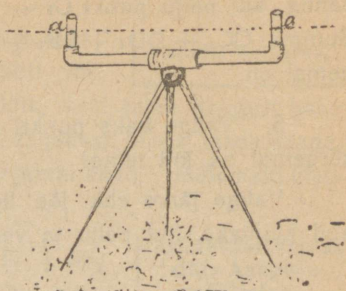
Muidugi ei saa kaallaua abil kaugema maa pääl loodimist toimetada, sellepärast tarvitatakse loodimise juures harilikult iseäralisi loodimisriistu. Tähtsamad nendest on **vesikaal** ja **loodlatt**.

7. Vesikaalu (j. 57) tähtsamaks osaks on toru, mille otsad on läbipaistvad (klaasist) ja ülespoole keeratud. Toru on iseäralisele jalale asetatud. Selle riista

Vesikaal.

tarvitamise juures kallatakse torusse harilikult vesi, mis säääl vabalt liikuda saab, nii et ta mõlemas üleskeeratud toru otsas alati ühekõrgusel seisab. Mõlema toruotsa veepinnast läbitõmmatud joon on tingimata kaalus.

Vesikaalu asemel tarvitatakse tihti riista, milles veega toru asemel pikksilm on. Ta tuleb aga väikese vesikaalu abiga kaalu seada.

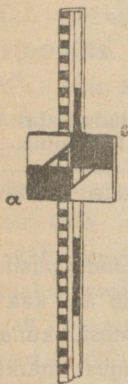


Joonis 57 (49).

8. Vesikaaluga maapinna loodimisel tarvitatakse iseäralist loodlatti (j. 58). See on mõõt-

Loodlatt.

puu, millel sentimeetritesse ehk tollidesse jagamine selgesti näha on. Iga 10 sentimeetri tagant on detsimeetrid ära tähendatud (ehk iga 12 tolli tagant jalad). Tihti on temaga ühenduses veel tahvlike ab, mida kergesti lauda mööda üles-alla saab liigutada. Tahvlike keskpunkti o-d nimetatakse **märgiks**.



Joonis 58 (50).

9. Olgu tarvis teada saada, kui palju punkt A punkt B-st kõrgemal ehk madalamal on (j. 59).

Loodimine vesikaalu ja loodlati abil.

Loodimine otsast.

Selleks asetame ühe punkti — näiteks A — kohale vesikaalu, kuna keegi punkt B-s loodlati loodis püsti seab ja meie juhatuse järele tahvlikest üles ehk alla liigutab, kunni märk o a ja b-ga ühele õgvale joonele asub. Selle järele vaadatakse loodlati järgi, kui kõrgel on märk o maapinnast. Olgu $Bo = 2,74$ m.

kuna vesikaalu kõrgus näiteks, 1 m. on; siis on punkt A punkt B-st 2,74 m. — 1 m. = 1,74 m, kõrgemal.

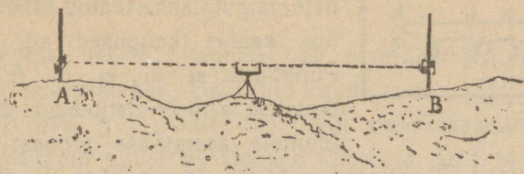


Joonis 59 (51).

10. Valige kaks punkti ja leidke, kumb nendest ja kui palju teisest madalamal on (kui vesikaalu ei ole, siis tarvitage kaallauda, nagu harj. 6-das juhatatud)!

11. Veel hõlpsam on loodimine keskelt. Olgu tarvis teada saada, kumb punktidest, kas A või B, ja kui palju on teisest kõrgemal (j. 60). Asetame mõlemate punktide vahele vesikaalu, kuna loodlatt kordamööda punkt A-s ja B-s püsti seatakse.

Loodimine
keskelt.



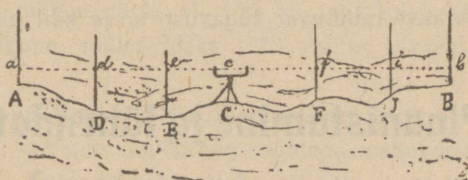
Joonis 60 (52).

Kui märk o punkt A kohal maapinnast, näiteks, 1,15 m. kõrgusel ja B kohal 1,63 m. kõrgusel vesikaalu joonel oli, siis on punkt A 1,63 m. — 1,15 m. = 0,48 m. = 48 sm. B-st kõrgemal. Misugune vesikaalu kõrgus on, see ei lähe meile selle loodimise juures midagi korda, sellepärast et ta mõlemate vaatlemiste juures muutmata jääb.

12. Kaks punkti on üksteisest õige kaugel. Et teada saada, kui palju üks nendest teisest kõrgemal on, jagage kaugus nende vahel mitmeks osaks ja toimetage järgemööda mitu korda loodimist keskelt!

13. Ülesanne: Joonistage joone AB (joonis 61) **sihis maakoha profiil**, teiste sõnadega: joonistage kõver joon, mis taoline oleks joonele, mis siis tekiks, kui maakoht AB sihis loodis tasapinnaga läbi lõigata! Niisugune joon näitab selgesti, kuidas maapind selles sihis tõuseb ja langeb.

Maakoha profiili
joonistamine.



Joonis 61 (53).

Selle ülesande arendamiseks tähitsetakse A ja B vahele õgev joon; asetatakse vesikaal selle joone mingi punkt C-sse ja mõõdetakse selle joone võimalikult paljude punktide A, D, E, F... kõr-

gust vesikaalu vaatejoone ab-ga võrreldes. Ühtlasi mõõdetakse ka üksikute punktide vahe kaalus sihis (ad, de, ef jne.) ära. Niimoodi saadud andmeid on profiili joonistamiseks küllalt. Paberile tõmmatakse nüüd joon A_1B_1 , (joonis 62), mis



Joonis 62 (54).

vesikaalu vaatejoont kujutaks; sellele joonele paigutatakse teatud lühendatud mõõdus kaalus kaugused ad, de, ef jne. Punktidest $a_1, d_1, e_1, c_1, f_1, i_1, b_1$ tõmmatakse a_1b_1 -le ristjooned. Nendele ristjoonteale asetatakse joonest a_1b_1 -st alla-

poole sellessamas lühendatud mõõdus järgemööda loodimisel leitud kõrgused Aa, Dd, Ee, Cc, Ff jne. Niimoodi saadud punktidest A_1, D_1, E_1 j. n. e. tõmmatakse kõver joon läbi. See kõver joon $A_1D_1E_1C_1F_1I_1B_1$ näitabki maakoha pinna kõverust AB sihis, ja seda täpsemalt, mida tihedamalt on punktid võetud, mille kõrgust mõõdetakse.

Niisugust profiili joonistamist on näiteks raudtee ehitamise juures tarvis ja põllutöös — maa torutamisel.

14. Minge põllule ja tähtsege sääal jooned ära, mille sihis põhjavee torud maa sisse tuleks panna (ehk lahtine kraav kaevata). Pääle selle valmistage kõigi nende joonte sihis põllu profiil ja arvake välja, kui sügav peab igas looditud punktis kaevatav kraav olema, et temas vesi ühetasaselt langeks ja et toru maapinnale nii ligidale ei tuleks, et temas vesi ära külmaks (ligikaudu mitte alla 75 sm.). Selleks on tarvis profiilile kraavi põhja kujutav õgev joon tõmmata, teatud langemisega (üks ots kaalus joonele ligemale kui teine) ja kõige madalamatest profiili punktidest tarviliselt kaugele. Muutuv vahe profiili joone ja kraavi põhja joone vahel näitab teatud lühendatud mõõdus kraavi muutuvat sügavust terve sihi ulatusel.

§ 9 (8). Plaanistamine ja lühendatud mõõt.

1. Et maatükist selget pilti saada, nimelt tema kujust kui ka suurusest, ilma et tarvis oleks

Plaanide tarve.

alati maatükki ennast uuesti mõõta, et võimalik oleks maatükki enne paberil tarvilisteks osadeks jagada ja siis need osad väljal ainult välja mõõta, kõige selle jaoks on tarvis maatüki **plaan** valmistada.

Et plaan maatüki kujust pildi annaks, selleks peab ta niisugune kuju olema, mis maatüki kujule taone on; et plaan maatüki ja ta osade suurust näitaks, selleks peab ta teatud mõõdu järgi valmistatud olema. Plaan on alati maatükist vähem, kuid tal on samasugune kuju; tema nurgad on maatüki nurkadega ühesuurused, küljed on maatüki külgedega võrdelised.

2. Kõigest sellest järgneb, et maatüki plaani samuti valmistatakse, kui antud kujule taost kuju (vaata 2. osa, § 11, harj. 11). Kui maatükk hulknurk on, siis on tarvis ühest tema tipust nurkjooned tõmmata, kõik ta küljed, nurkjooned ja nurgad ära mõõta ja nende andmete järgi teatud *lühendatud mõõdus* taone kuju valmistada.

Ületüldine plaani valmistamise viis.

3. Kui meil on tegemist meetriliste ja isegi kilomeetriliste kaugustega, siis ei ole võimalust neid paberile kanda loomulikus suurus. Et aga joonistatavate õgvikute järgi siiski võimalik oleks antud joone ulatuse üle otsustada, joonistatakse jooned paberile teatud arv kordasid lühendatult: nii võetakse, näiteks, meetri asemel sentimeeter või millimeeter, kilomeetri asemel sentimeeter või kaks sentimeetrit, versta asemel toll, viie versta asemel toll jne. või koguni vabalt valitud õgvik.

Lühendatud mõõdust.

Kui valitud õgvik vastab ühele meetrile, siis vastab tema kümnes osa detsimeetrile, sajandik — sentimeetrile jne. Joon, mis väljal teisest 2, 3, 4 . . . korda pikem on, peab ka plaanil samapalju kordi pikem olema, tähendab — kõik jooned tulevad ühele plaanile kanda ühesuguses lühenduses, ühes ja sellesamas **lühendatud mõõdus**.

Kui meie valisime, näiteks, mõõduks 2 sm. 100 meetri asemel, ja teatud joone pikkus väljal oli 175 m., siis tuleb see pikkus plaanile kanda õgvikuna, milles oleks 1,75 valitud üksust (näiteks, 2-ht sentimeetrit).

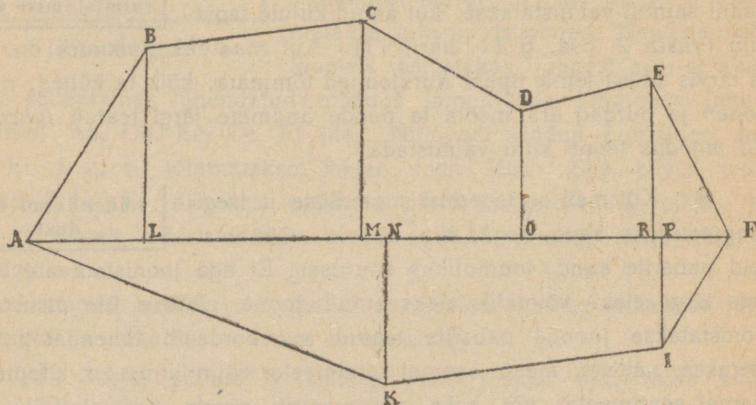
Kui meie valisime mõõdu 100 m. 2-hes sentimeetris, siis saime paberil õgvikud, mis loomulikkude joontega vahekorras $2:10000 = 1:5000$ on. Kui aga mõõt oleks nii valitud, et 1 sm. väljendaks 3 kilomeetrit, siis oleks joonis tehtud mõõdus $1:300\,000$.

Märkus: Niisuguses mõõdus on joonistatud sõja-väe kartograatia jaoskonna poolt 1921 a. valmistatud Eesti-maa kaart.

4 (3). Valmistage kooli õue, kooli aia plaan!

5 (4). Tihti tarvitatakse plaanide valmistamisel järgmist viisi. Tähitsetakse maatüki kõige pikem nurkjoon AF (vaata j. 63) ära ja tõmmatakse sellele nurkjoonele kõigist tippudest, pääle A ja F, ristjooned BL, CM, KN jne. alla. Mõõdetakse kõik ristjooned ära, samuti ka AF osad ristjoonte vahel. Nende andmete järgi on väga kerge plaani valmistada.

Plaani valmistamine mõõtpaela ja ekkeri abil.



Joonis 63 (55).

Selleks joonistatakse teatud lühendatud mõõdus õgvik af, mis AF-ile vastaks; sellele asetatakse samas mõõdus õgvikud AL, LM, MN jne. Punktidest l-ist, m-ist, n-ist jne. tõmmatakse ristjooned üles, milledele jälle samas mõõdus õgvikute LB, MC, NK jne. pikkus asetatakse. Kui punkte a, b, c, d, e, f, i ja k-d järjestikku õkvade joonte abil ühendada, siis tekibki hulknurk abcdefik, mis ABCDEFIK taone ja sellega — maatüki plaaniks on.

Nagu juba teame, nimetatakse joont AF-i **magistraaliks** ehk **pääjooneks**.

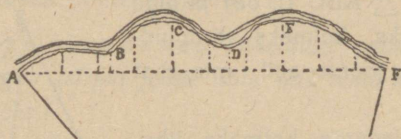
6 (5). *Magistraaliks ei tarvitse (ja ei saagi) alati nurkjoon olla. Tihti tarvitatakse pääjooneks ka joont, mis antud kuju ainult läbi lõikab ehk ka koguni antud kujust väljaspool asub. Nii, näiteks, ei saa maja aluse plaani valmistamisel nurkjoon mitte magistraaliks olla. Niisugusel korral tõmmatakse mingi õgev joon ja tõmmatakse võimalikult kõigist punktidest, mida tarvis plaanile kanda, sellele joonele ristjooned alla. Mõõdetakse nende ristjoonte pikkus ja*

vahed nende aluspunktide vahel ära; neid andmeid on plaani valmistamiseks küllalt.

Pääjoone järgi on võimalik plaanile ka märke kanda, mis näitaksid, missugune maatüki külг vastu põhja, missugune vastu lõunat jne. on. — Harilikult asetatakse põhjapoolne külг plaanil, nagu kaardilgi, ülemisse äärde.

7. Et kõverat joont ABCDEF (j. 64) plaanile kanda, tõmmatakse selle kõvera joone võimalikult paljudest punktist pääjoonele AF-le ristjooned alla; mõõdetakse nende ristjoonte pikkus kui ka vahe nende aluspunktide vahel

Kõvera joone plaanile kandmine.



Joonis 64 (56).

ära. Leitud pikkused kantakse antud mõõdus plaanile; pärast seda ei ole mitte raske ristjoonte otsadest küllalt õigelt ABCDEF antud joone taost kõverat joont plaanile tõmmata.

8. Valmistage väikese niidu plaan!

Valmistage oja, järve ehk jõe ääres asuva maatüki plaan!

Valmistage juhatatud viisil (5; 6; 7) mitmesuguste maatükkide plaanid!

9. Teistest plaani valmistamise viisidest vaatleme veel ainult üht. Nimelt on mensuli abil (võrdle I osa, § 8; 6) sagedasti õige kerge plaani valmistada. Näiteks järgmiselt:

Mensuli abil plaani valmistamine.

Maatüki keskel valime mingi punkti O, kust kõik selle maatüki tipud näha on (tarvilisel korral pannakse nendesse tippudesse tähised püsti). Selle punkti kohale asetatakse mensulilaul asuva lehe punkt o. Punkt o-st tõmmatakse jooned oa, ob, oc, od jne. läbi, mis vastavalt maatüki tippude A, B, C, D jne. poole sihivad. Pääle selle mõõdetakse õgviikud OA, OB, OD jne. ära ja kantakse lühendatud mõõdul joontele oa, ob, oc, od-le jne. Punktid a, b, c, d jne. ühendatakse järjestikku üksteisega õkvade joonte abil. Kuju abcd... ongi kuju ABCD... plaaniks.

10. Sellel viisil valmistage mitu ühe ja sellesama maatüki plaani ühes ja sellesamas mõõdus, mensulit mitmes kohas üles seades! Pärast seda võrrelge saadud plaanisid! — Nead peavad ühtivad olema.

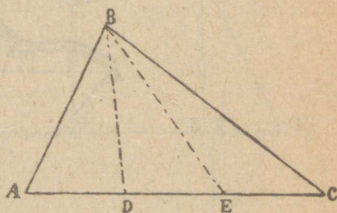
§ 10 (9). Kujude tükeldamine.

1. Esimene ülesanne: Tükeldage $\triangle$ võrdpindseks osadeks ühest tipust väljaminevate õkvade (sirgete) joonte abil!

$\triangle$ -ade
tükeldamine.

Olgu antud $\triangle ABC$ (j. 65) ja olgu tarvis teda, näiteks, kolmeks võrdpindseks osaks jagada joonte abil, mis B-st välja lähevad.

Külje AC jagame kolmeks ühepikkuseks osaks. Jagamispunktid D ja E ühendame tipu B-ga. $\triangle$ -ad ABD, DBE ja EBC on võrdpindsed, sest nendel on ühesugused alused ja ühesugune kõrgus.



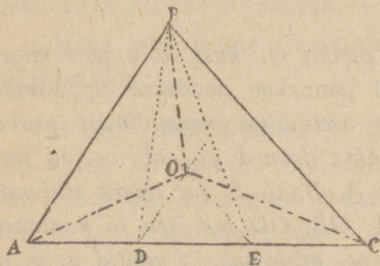
Joonis 65 (57).

2. Tükeldage antud $\triangle$ näidatud viisil 5-eks ühesuuruseks osaks! Kujutage $\triangle$, mis antud $\triangle$ -ast 2 korda suurem oleks!

3. Teine ülesanne: Tükeldage $\triangle$ kolmeks võrdpindseks osaks joonte abil, mis $\triangle$ -ga sees asuvast punktist välja lähevad!

Olgu antud $\triangle ABC$ (j. 66). Tükeldame ta esiteks kolmeks võrdpindseks jaoks, nagu eelmises ülesandes. Pääle seda tõmbame

punkt D-st AB-le rööpjoone, punkt E-st aga CB-le rööpjoone. Mõlemate nende joonte lõikepunkti O ühendame kolmnurga tippudega $\triangle$ -ad ABO, BCO ja ACO on võrdpindsed, ja ülesanne on lahendatud.



Joonis 66 (58).

Tõendus. $\triangle ABD$ ja $\triangle ABO$ on võrdpindsed, sest mõlematel on ühine alus ja ühesuurune kõrgus; $\triangle ABD$ on oma pindala poolest

$\frac{1}{3}$ antud kolmnurgast; nii on siis ka $\triangle ABO$ $\frac{1}{3}$ antud $\triangle$ -ast.

Samuti tõendame, et $\triangle BCE$ ja $\triangle BCO$ on võrdpindsed ja et $\triangle BCO$ ka pindala poolest $\frac{1}{3}$ antud $\triangle$ -ast on. $\triangle ABO$ ja $\triangle BCO$ sünnitavad pindala poolest kokku $\frac{2}{3}$ antud $\triangle$ -ast; nii jääb siis $\triangle$ -ga ACO jaoks ka $\frac{1}{3}$ antud $\triangle$ -ast.

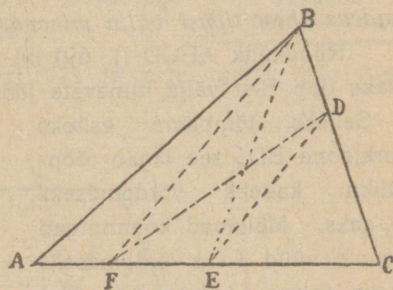
4. Näidatud viisil jagage antud $\triangle$ 6-eks võrdpindseks osaks (iga kolmandik veel pooleks)!

Tükeldage $\triangle$ 5-eks võrdpindseks osaks joonte abil, mis ühest punktist, mis $\triangle$ -ga sees on, välja lähevad!

Juhatus: Esiteks jagage $\triangle$ 3 osaks (nagu II ül.), siis iga osa 5-ks (nagu I ülesand.); kõik saadud osad (15) ühendage kolme-kaupa kolmnurkadeks ja nelinurkadeks!

5. Kolmas ülesanne: Tükeldage antud $\triangle$ kaheks võrdpindseks osaks õgva (sirge) joone abil, mis tema küljel asuvast antud punktist läbi läheks!

Olgu antud $\triangle ABC$ ja punkt D tema küljel BC-l (j. 67). Ühendame külje AC keskkoha E tipu B-ga. Sellega түкeldame antud $\triangle$ -ga kaheks võrdpindseks osaks (I ülesanne). Nüüd ühendame E antud punkt D-ga. $\triangle$ -ga BDE muundame teistsuguseks, kuid temaga võrdpindseks $\triangle$ -gaks. Selleks tõmbame tipp B-st DE-le rööpjoone BF-i ja kanname $\triangle$ -ga



Joonis 67 (59).

tipu punkt F-isse üle. Nii saame $\triangle BDE$ asemele $\triangle$ -ga DFE, sellega siis $\triangle BEC$ asemele temaga võrdpindse $\triangle$ -ga DFC. $\triangle BCE$ on $\frac{1}{2}$ $\triangle ABC$ -st, sellega on siis ka $\triangle DFC$ pool antud $\triangle$ -gast. Joon DF түкeldabki antud $\triangle$ -ga kaheks võrdpindseks osaks, nagu ülesanne nõuab.

6. Joonistage mõned $\triangle$ -gad ja түкeldage nad näidatud viisil!

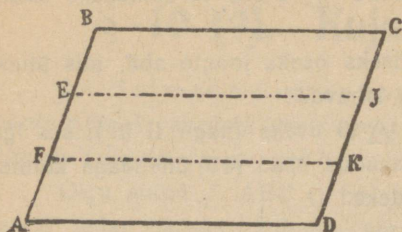
7. Neljas ülesanne: Tükeldage rööpkülik võrdpindseteks osadeks õkvade joonte abil, mis mõne küljega rööbiti oleksid!

Rööpküliku түкeldamine.

Olgu antud rööpkülik ABCD (j. 68) ja olgu teda tarvis kolmeks võrdpindseks osaks jagada joonte abil, mis külje BC-ga rööbiti oleksid.

Jagame küljed AB ja DC — kummagi 3-meks ühepikkuseks osaks ja ühendame vastavad jagamispunktid, jooni EJ-i ja FK-d tõmmates.

Kujud BCJE, EJKF ja AFKD on kõik rõõpkülikud (tõendage seda tegelikult), on kõik ühtivad (jutustage, kuidas tuleks üks nendest teisele päälle panna ja mis pärast nad ühte langeksid), sellepärast ka võrdpindsed.



Joonis 68 (60).

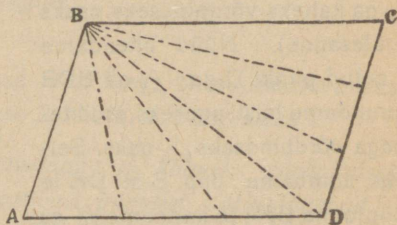
8. Tükeldage rõõpkülik 4-jaks ühtivaks rõõpkülikuks, kõiki külgi pooleks jagades!

Kujutage rõõpkülik, mis pindala poolest antud rõõpkülikust $\frac{2}{3}$ oleks!

9. Viies ülesanne: Tükeldage rõõpkülik võrdpindseteks osadeks ühest tipust välja minevate õkvade (sirgete) joonte abil.

Rõõpkülik ABCD (j. 69) on tarvis, näiteks, 6-eks võrdpindseks osaks tipp B-st välja minevate joonte abil jagada.

Selleks tõmbame esiteks nurkjoone BD; see jagab rõõpküliku kaheks võrdpindseks $\triangle$ -gaks. Mõlemad kolmnurgad jagame nüüd 3-eks võrdpindseks osaks (nagu I ülesandes) B-st välja minevate joonte abil. Sellega on terve rõõpkülik kuueks võrdpindseks osaks tükeldatud.



Joonis 69 (61).

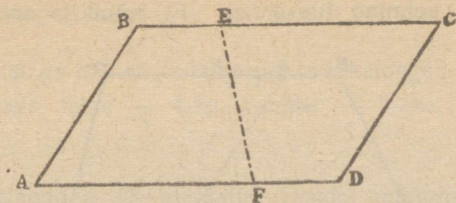
Täheendus: Kui antud arv paaritu, näiteks 5, on, siis on tarvis rõõpkülik 10-neks osaks tükeldada ja osad kahekaupa ühendada. Osade hulka saab siis üks nelinurk.

10. Tükeldage antud ruut kolmeks võrdpindseks osaks ühest tipust välja minevate joonte abil!

11. Kuues ülesanne: Tükeldage rõõpkülik kaheks võrdpindseks osaks õgva (sirge) joone abil, mis küljel asuvast antud punktist läbi läheks!

Olgu antud rõõpkülik ABCD (j. 70) ja tema küljel BC-l punkt E, kust rõõpkülikut kaheks jagav joon läbi peab minema.

BC vastasküljele AD-le asetame D juurest algades BE-pikkuse õgviku DF-i, ja ühendame punkt F-i E-ga. Nüüd tekivad kaks



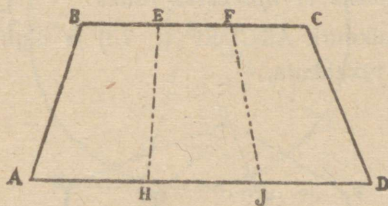
Joonis 70 (62).

trapetsit, millel alused ja kõrgused ühepikkused on ja mis sellepärast on võrdpindsed.

12. Seitsmes ülesanne: Tükeldage trapets mitmeks võrdpindseks osaks!

Trapetsi
tükkeldamine.

Olgu antud trapets ABCD (j. 71) ja olgu tarvis teda 3-eks võrdpindseks osaks tükkeldada.



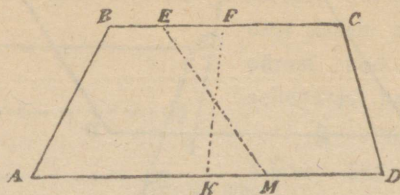
Joonis 71 (63).

Selleks jagame kummagi aluse kolmeks ükepikkuseks osaks, nii et: $BE = EF = FC$, ja $AH = HJ = JD$, ja tõmbame jooned EH ja FJ. Niimoodi saame kolm trapetsit, nimelt ABEH, HEFJ ja JFCD, mis võrdpindsed on, sest et nendel on ühesugused alused ja kõrgused.

13. Kujutage trapets, mis pindala poolest $\frac{3}{5}$ antud trapetsist oleks!

14. Kaheksas ülesanne: Tükeldage trapets kaheks võrdpindseks osaks joone abil, mis (vähemal) alusel asuvast antud punktist läbi läheks!

Olgu tarvis antud trapets ABCD (j. 72) kaheks tükeldada punkt E-st läbi mineva õgva joone abil. Jagame kummagi aluse pooleks ja tõmbame joone FK. See joon jagab trapetsi kaheks võrdpindseks trapetsiks (vaata eelmine ülesanne). Et nüüd jagamisejoont punkt



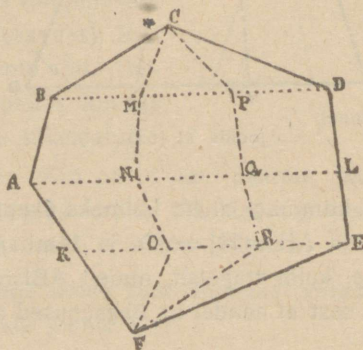
Joonis 72 (64).

E-st läbi juhtida, peame trapetsi ABFK üht alust õgviku EF võrra lühendama; et tema aluste summa, ja sellega ka pindala, ei muutuks, pikendame tema teist alust (AK-d) samasuguse õgviku KM võrra. Õgev joon EM jagab antud trapetsi kaheks võrdpindseks osaks ja läheb selle juures antud punkt E-st läbi.

15. Üheksas ülesanne: Tükeldage antud hulknurk mitmeks võrdpindseks osaks!

Igasuguste hulknurkade tükeldamine.

Olgu antud hulknurk ABCDEF (j. 73) ja olgu teda tarvis 3-eks võrdpindseks osaks tükeldada.



Joonis 73 (65).

Esiteks tükeldame selle hulknurga kolmnurkadeks ja trapetsiteks. Selleks tõmbame nurkjoone BD; tipp A-st BD-le rööpjoone AL, ja tipp E-st BD-le rööpjoone EK. Saadud $\triangle$ -gad ja trapetsid tükeldame iga-

ühe 3-eks võrdpindseks osaks nii, nagu I ja VII ülesandes juhatatud. Nii saame hulknurgad: ABCMNOF, CPQRFONM ja CDEFRQP, mis võrdpindsed on, sest et nad kõik vastavalt võrdpindsetest $\triangle$ -adest ja trapetsitest koos seisavad.

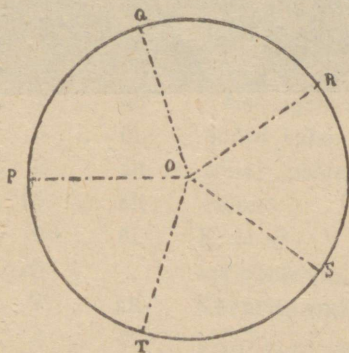
16. Joonistage mõned hulknurgad ja tükeldage: esimene 2-heks võrdpindseks osaks, teine — 4-ks, kolmas — 5-eks, järgmised oma soovi järgi!

17. Tükeldage I—IX juhatatud viisidel hulknurgelisi maatükke, kuju järgi kohast tükeldamiseviisi valides!

18. Kümnes ülesanne: Tükeldage sõõr (ring) mitmeks võrdpindseks osaks!

Sõõri
tükeldamine.

Olgu tarvis sõõr O (j. 74) viieks võrdpindseks osaks tükeldada.



Joonis 74 (66).

Kõigi nurkade summa, mis keskpunkt O ümber mahuvad, on 4 täisnurka ehk 360° . Jagame selle arvu 5-ga, mille järele 72° saame.

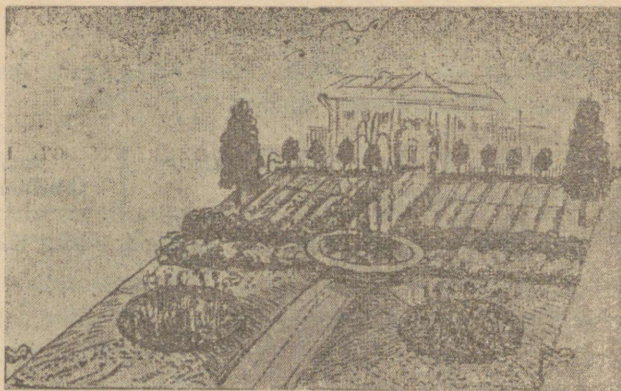
Nüüd kujutame O ümber viis 72° -list nurka ja pikendame nende küljed kunni siiruni. Saadud raadiused tükeldavadki sõõri viieks võrdpindseks osaks.

19. Tükeldage antud sõõr 10-eks võrdpindseks osaks!

Leidke antud sõõrist $\frac{2}{3}$!

Sõõrik peenar tükeldage üheksaks võrdpindseks osaks!

20. Mõõtke püstküliku kujuline maatükk välja, tõmmake keskelt õgev joon läbi, võtke see joon sümmeetria teljeks ja kavatsege sellele maatükile aed: märkige mõned sümmeetrilised punktid puude ja põõsaste istutamiseks, kavatsege sümmeetrilisi kõnniteid, puiesteid, tiikisid, võrdpindseteks osadeks tükeldatud lillepeenraid j. n. e.!



F. V. Mikkelsaar'e Geomeetria 3. osa II trükis esinevaid trükivigu, mida raamatu tarvitajaid lahkesti palume tähele panna.

			Trükitud:	Peab olema:
Lhk.	16,	4 rida alt	kuubi kante	kuubi tahke
„	16,	3 „ „	<i>rööpkülikut</i>	<i>rööptahukat</i>
„	18,	3 „ ül.	teda	seda
„	19,	8 „ alt	kolmetahune	kolmetahune
„	21,	1 „ ül.	kaalu	kaalul
„	22,	3 „ alt	Täisnurgelise	Püstküliku
„	27,	3 „ ül.	pöörd keha	pöördkeha
„	28,	2 „ alt	sõna: „pääle“ on	ülearune
„	35,	15 „ alt	valemi	valemit
„	36,	9 „ ül.	$K = s^3$	$M = s^3$
„	38,	20 „ „	iga põhja (a_1 ,	iga põhja osa (a_1 ,
„	40,	9 „ alt	Keraruumala	Kera ruumala
„	41,	2 „ ül.	$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$, on	üleliigne
„	43,	15 „ alt	kootud	koetud

soovitab koolidele :

56009

- J. Aavik: Laste laulud. Viisid „Laste sõbra“ värssidele.
A. Audova: Järve taimed. H. 30.—
A. Audova ja H. Bekker: Andmed Pühajärve uurimisest. H. 160.—
M. Aul: Vana Idamaa. Vana ajaloo krestomaatia. Piltidega.
H. Bekker: Paeseina profiil Martsal. H. 20.—
Pühajärve ümbruse taimetüübid I. H. 5.—
F. H. Burnett: Little Lord Fauntleroy (Väike lord). H. 160.—
R. Griwing ja P. Ilves: Kirikumuusika. H. 100.—
J. Jõgever: Eesti keele grammatika I (Sõnade muutmise).
„ „ „ „ II (Muutelõpud). H. 60.—
„ „ „ „ III (Süntaks). H. 75.—
E. Kikas: Ladina keele õperaamat I (Lugemik). H. 100.—
„ „ „ „ II (Grammatika). H. 120.—
„ „ „ „ III (Sõnastik). H. 50.—
J. Köppel: Metoodiline matemaatika õperaamat I. H. 45.—
Ülesannete kogu. „Metood. mat. õper.“ juurde. H. 160.—
H. Kruus: Saksa okupatsioon Eestis. H. 150.—
A. Kruusberg: Revisjoni tulekul. H. 75.—
Venestamise tulekul. H. 60.—
J. Kuulberg: Laste sõber. Aabits ja lugemik. H. 100.—
Õigekirja tabelid I—XXIV.
E. W. Lay: Eksperimentaalne pedagoogika. Tõlk. A. Koort.
O. Looits: Eesti keele grammatika. H. 250.—
V. Lunkeitsh: Sipelgate elu. H. 60.—
A. Marfeldt: Koolimajade põhikavandid. H. 100.—
E. Meumann: Esteetika süsteem. Tõlk. A. Oras. H. 160.—
F. V. Mikkelsaar: Geomeetria algkoolidele I. H. 60.—
„ „ „ „ II. H. 75.—
„ „ „ „ Geomeetria alg ja täienduskoolidele. H. 200.—
Fr. Puusepp: Keelelised harjutused õigekirja õppimiseks. H. 120.—
Soome — maa, rahvas ja kultuur. H. 450.—
A. M. Tallgren, õpilastega: Saaremaa ja Muhu muinasjäänused. H. 300.—
A. Tomberg: Sisuline analüüs. H. 35.—
J. Tork: Lugema õpetamisest. H. 30.—
Fr. Tuglas: Eesti uue ilukirjandus. H. 75.— ja 60.—
„ „ „ „ Henrik Ibsen. H. 50.— ja 30.—
„ „ „ „ William Shakespeare. H. 75.— ja 60.—
M. Univer: Bioloogia. H. 75.—

Päale selle veel suur valik teaduslikku-, ilu- ja noorsoo-kirjandust.

„Odamees“ varustab kooliraamatukogusid kiirelt ja häädelt tingimistel.

Õpetajatele hinnaalandus.

„Odamehe“ väljaannete pääladu ja raamatukauplus on Tartus, Promenaad 7-a, telef. 67.